Семинар 25.

1. Покажите, что в
$$\varepsilon_i = \frac{\sigma_{\varepsilon u}}{\sigma_u^2} u_i + \eta_i,$$
где $[\varepsilon_i \quad u_i]^T$ — двумерный нормальный вектор, $\mathbb{E}(\varepsilon_i) = \mathbb{E}(u_i) = 0$, $\mathrm{Var}(\varepsilon_i) = \sigma_\varepsilon^2$, $\mathrm{Var}(u) = \sigma_u^2$, $\mathrm{Cov}(\varepsilon_i, u_i) = \sigma_{\varepsilon u}$, случайные величины η_i и u_i независимы.

2. (напоминание) Для случайного вектора (X, Y), имеющего двумерное нормальное распределение с параметрами:
   - $\mathbb{E}[X] = \mu_X$, $\mathbb{E}[Y] = \mu_Y$,
   - $\mathrm{Var}(X) = \sigma_X^2$, $\mathrm{Var}(Y) = \sigma_Y^2$,
   - $\mathrm{Cov}(X, Y) = \sigma_{XY}$,

   условное математическое ожидание $\mathbb{E}(X \mid Y)$ вычисляется по формуле:
$$\mu_X + \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_Y^2}(y - \mu_Y).$$
   Условная дисперсия $\mathrm{Var}(X \mid Y)$ вычисляется по формуле:
$$\mathrm{Var}(X \mid Y) = \sigma_X^2 - \frac{\sigma_{XY}^2}{\sigma_Y^2}.$$
   Таким образом, условное распределение X при заданном $Y = y$ является нормальным:
$$(X \mid Y = y) \sim \mathcal{N}\left(\mu_X + \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_Y^2}(y - \mu_Y),\ \sigma_X^2 - \frac{\sigma_{XY}^2}{\sigma_Y^2}\right).$$

3. В данном задании вам предлагается детально разобраться с моделью Хекмана.
   (a) Сформулируйте модель Хекмана в общем виде.
   (b) Запишите функцию правдоподобия для модели Хекмана.
   (c) Рассчитайте $\mathbb{E}(y^*)$.
   (d) Рассчитайте $\mathbb{E}(y|y$ наблюдаем).
   (e) Объясните, почему в двухшаговом методе оценивания модели Хекмана коэффициент перед лямбдой Хекмана — это ковариация между ошибками ε и u.
   (f) Рассчитайте $\mathbb{E}(y)$, заменив ненаблюдаемые y нулём.
   (g) Найдите предельные эффекты для математических ожиданий из пунктов (c)-(e). Проинтерпретируйте их.
   (h) Найдите предельный эффект для вероятности того, что y наблюдается. Проинтерпретируйте его.