

## Семинар 28.

1. Обозначим через  $L$  лаговый оператор. Найдите значения следующих выражений:

(a)  $(1 + L)^2 y_t$ ;

(b)  $\frac{1}{1+0.4L} y_t$ ;

(c)  $\frac{1}{1+0.1L^{-1}} y_t$ .

2. Рассмотрим процесс вида

$$y_t = x_t \times (z_t + z_{t-1}),$$

где  $\mathbb{P}(x_t = 1) = \mathbb{P}(x_t = -1) = \frac{1}{2}$ ,  $\mathbb{P}(z_t = 0) = \mathbb{P}(z_t = 1) = \frac{1}{2}$ . Известно также, что  $x_t$  и  $x_s$  — независимы для любых  $t \neq s$ ,  $z_t$  и  $z_s$  — независимы для любых  $t \neq s$ , а также, что  $x_t$  и  $z_s$  — независимы для любых  $t, s$ .

(a) Стационарен ли процесс  $y_t$ ?

(b) Является ли процесс  $y_t$  белым шумом?

(c) Посчитайте  $\text{Cov}(y_t^2, y_{t-1}^2)$ .

3. Пусть  $X_1, X_2, X_3, X_4 \sim iid N(0, 1)$ . Обозначим  $L = X_1 + X_2$ ,  $R = X_2 + X_3$ ,  $S = X_1 + X_2 + X_3 + X_4$ . Вычислите:

(a)  $\text{Corr}(L, R)$ ;

(b)  $\text{pCorr}(L, R; S)$ .

4. Пусть  $y_t$  —  $MA(1)$  процесс с уравнением:

$$y_t = \varepsilon_t + 0.5\varepsilon_{t-1}, \quad \sigma_\varepsilon^2 = 4.$$

(a) Будет ли процесс  $y_t$  стационарным?

(b) Является ли записанное уравнение данного процесса обратимым относительно белого шума  $\varepsilon_t$ ? Приведите необратимую запись уравнения данного процесса.

(c) Постройте теоретическую  $ACF$ .

(d) Постройте теоретическую  $PACF$ .