

Семинар 31.

1. Докажите, что для RE-оценки

(a)

$$\Sigma^{-1} = \frac{1}{\sigma_\varepsilon^2} \left[I_T - \frac{\sigma_u^2}{\sigma_\varepsilon^2 + T\sigma_u^2} i_T i_T' \right]$$

(b)

$$\Sigma^{-1} = \frac{1}{\sigma_\varepsilon^2} \left[\left(I_T - \frac{1}{T} i_T i_T' \right) + \theta^2 \frac{1}{T} i_T i_T' \right],$$

$$\text{где } \theta^2 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_\varepsilon^2 + T\sigma_u^2}.$$

2. Рассмотрим модель с фиксированными эффектами:

$$y_{it} = \alpha_i + \varepsilon_{it}, \quad i = 1, \dots, n, \quad t = 1, \dots, T.$$

Случайные ошибки предполагаются независимыми и гетероскедастичными, то есть $V(\varepsilon_{it}) = \sigma_i^2$. Панель является несбалансированной, то есть каждому i -му субъекту в выборке соответствуют T_i наблюдений.

(a) Покажите, что OLS и GLS оценки α_i совпадают.

(b) Пусть $\sigma^2 = \sum_{i=1}^N T_i \frac{\sigma_i^2}{n}$, $n = \sum_{i=1}^N T_i$ — дисперсия взвешенной случайной ошибки. Покажите, что OLS оценка для σ^2 является смещенной. Также покажите, что смещение исчезает, если панель сбалансированная и случайные ошибки гомоскедастичны.

3. По панели 78 российских регионов за 9 лет оценивается три модификации модели для коэффициентов чистой миграции в зависимости от лагов следующих переменных: человеческого капитала ($L1x1$), уровня безработицы ($L1x2$), логарифма среднедушевого дохода ($L1x3$), численности студентов на душу населения ($L1student_pc$), коэффициента Джини ($L1gini$), доли молодого населения ($L1young$), доли пожилого населения ($L1old$). В модели также учтен временной эффект в виде набора дамми переменных на года ($year7 - year10$).

Прокомментируйте, какая модель:

- сквозная регрессия;
- модель с фиксированными эффектами;
- модель со случайными эффектами

должна быть выбрана в данном случае. В своих рассуждениях приводите в подтверждение результаты соответствующих тестов, в каждом из тестов опишите

основную и альтернативную гипотезы. Ниже приведены результаты оценивания моделей сквозной регрессии, с индивидуальными эффектами — фиксированными и случайными — а также результаты тестов на выбор спецификации модели.

Модель 1.

```
. reg net_mig_all L1* year2007-year2010
```

Source	SS	df	MS	Number of obs =	702
Model	20210.316	12	1684.193	F(12, 689) =	44.41
Residual	26131.1163	689	37.9261485	Prob > F =	0.0000
Total	46341.4324	701	66.1076068	R-squared =	0.4361
				Adj R-squared =	0.4263
				Root MSE =	6.1584

net_mig_all	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
L1x1	-.075536	.0555915	-1.36	0.175	-.184685 .0336131
L1x2	-1.679025	.7732123	-2.17	0.030	-3.19716 -.16089
L1x3	6.087226	1.488182	4.09	0.000	3.165311 9.009142
L1x4	2.756517	1.136344	2.43	0.016	.5254044 4.98763
L1student_pc	.1215523	.0195059	6.23	0.000	.0832542 .1598504
L1gini	-12.1918	11.55797	-1.05	0.292	-34.88487 10.50128
L1young	1.266557	.1590198	7.96	0.000	.954335 1.578778
L1old	1.722642	.1046239	16.47	0.000	1.517222 1.928061
year2007	-.0010123	.8082426	-0.00	0.999	-1.587926 1.585902
year2008	-1.468292	.8146773	-1.80	0.072	-3.06784 .1312557
year2009	-1.661877	.8457649	-1.96	0.050	-3.322463 -.0012914
year2010	-3.477737	.9235795	-3.77	0.000	-5.291105 -1.664369
_cons	-60.8354	6.263506	-9.71	0.000	-73.13325 -48.53755

Модель 2.

```
. xtreg net_mig_all L1* year2007-year2010, fe
```

Fixed-effects (within) regression	Number of obs	=	702
Group variable: region	Number of groups	=	78
R-sq: within = 0.2129	Obs per group: min	=	9
between = 0.4225	avg	=	9.0
overall = 0.3924	max	=	9
corr(u_i, Xb) = 0.2382	F(12,612)	=	13.79
	Prob > F	=	0.0000

net_mig_all	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
L1x1	-.0600761	.0461687	-1.30	0.194	-.1507444 .0305921
L1x2	-1.695126	.6243793	-2.71	0.007	-2.921312 -.4689405
L1x3	7.313121	1.470259	4.97	0.000	4.425756 10.20049
L1x4	4.384781	.5188239	8.45	0.000	3.36589 5.403672
L1student_pc	.0735784	.0311219	2.36	0.018	.0124598 .1346971
L1gini	-30.41007	12.19753	-2.49	0.013	-54.36415 -6.455984
L1young	1.366945	.2380267	5.74	0.000	.8994971 1.834393
L1old	1.335605	.2752427	4.85	0.000	.7950704 1.87614
year2007	.4974565	.423644	1.17	0.241	-.3345157 1.329429
year2008	-.6770634	.5033005	-1.35	0.179	-1.665469 .3113422
year2009	-.6682617	.5620948	-1.19	0.235	-1.77213 .4356069
year2010	-2.148101	.6736989	-3.19	0.002	-3.471143 -.8250588
_cons	-49.47221	8.73733	-5.66	0.000	-66.631 -32.31343

sigma_u	6.0222964
sigma_e	2.6959466
rho	.83305546 (fraction of variance due to u_i)

F test that all u_i=0: F(77, 612) = 38.74 Prob > F = 0.0000

```
. est store fe
```

Модель 3.

```
. xtreg net_mig_all L1* year2007-year2010, re
```

```
Random-effects GLS regression              Number of obs      =       702
Group variable: region                    Number of groups   =       78

R-sq:  within = 0.2104                    Obs per group: min =        9
       between = 0.4562                    avg           =       9.0
       overall = 0.4258                    max           =        9

Random effects u_i ~ Gaussian              Wald chi2(12)       =      225.25
corr(u_i, X) = 0 (assumed)                Prob > chi2         =      0.0000
```

net_mig_all	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
L1x1	-.0512574	.04406	-1.16	0.245	-.1376134	.0350985
L1x2	-1.698741	.602328	-2.82	0.005	-2.879282	-.5181995
L1x3	6.720255	1.358439	4.95	0.000	4.057763	9.382746
L1x4	4.308914	.5173729	8.33	0.000	3.294882	5.322946
L1student_pc	.085199	.0255655	3.33	0.001	.0350915	.1353065
L1gini	-24.92428	11.29259	-2.21	0.027	-47.05735	-2.791216
L1young	1.28032	.194049	6.60	0.000	.8999912	1.660649
L1old	1.641813	.1616724	10.16	0.000	1.324941	1.958685
year2007	.2547917	.3985384	0.64	0.523	-.5263292	1.035913
year2008	-1.077568	.4439989	-2.43	0.015	-1.94779	-.2073465
year2009	-1.145741	.4851141	-2.36	0.018	-2.096548	-.1949351
year2010	-2.738704	.5645497	-4.85	0.000	-3.845201	-1.632207
_cons	-56.10931	7.501452	-7.48	0.000	-70.81188	-41.40673
sigma_u	5.6929442					
sigma_e	2.6959466					
rho	.81682103	(fraction of variance due to u_i)				

```
. est store re
```

```
. xttest0
```

Breusch and Pagan Lagrangian multiplier test for random effects

```
net_mig_all[region,t] = Xb + u[region] + e[region,t]
```

Estimated results:

	Var	sd = sqrt(Var)
net_mig-1	66.10761	8.130658
e	7.268128	2.695947
u	32.40961	5.692944

Test: Var(u) = 0

```
chi2(1) = 1808.88
Prob > chi2 = 0.0000
```

```
. hausman fe re
```

	---- Coefficients ----			
	(b) fe	(B) re	(b-B) Difference	sqrt(diag(V_b-V_B)) S.E.
L1x1	-.0600761	-.0512574	-.0088187	.0137937
L1x2	-1.695126	-1.698741	.0036144	.1644702
L1x3	7.313121	6.720255	.5928663	.5624094
L1x4	4.384781	4.308914	.0758666	.0387748
L1student_pc	.0735784	.085199	-.0116206	.0177475
L1gini	-30.41007	-24.92428	-5.485783	4.610537
L1young	1.366945	1.28032	.0866249	.1378465
L1old	1.335605	1.641813	-.3062076	.2227568
year2007	.4974565	.2547917	.2426649	.1436711
year2008	-.6770634	-1.077568	.4005049	.2370156
year2009	-.6682617	-1.145741	.4774796	.2839276
year2010	-2.148101	-2.738704	.5906032	.3676327

b = consistent under Ho and Ha; obtained from xtreg
B = inconsistent under Ha, efficient under Ho; obtained from xtreg

Test: Ho: difference in coefficients not systematic

```
chi2(12) = (b-B)' [(V_b-V_B)^(-1)] (b-B)
          = 6.54
Prob>chi2 = 0.8863
```