

Семинар 25.

1. Покажите, что в

$$\varepsilon_i = \frac{\sigma_{\varepsilon u}}{\sigma_u^2} u_i + \eta_i,$$

где $[\varepsilon_i \ u_i]^T$ — двумерный нормальный вектор, $\mathbb{E}(\varepsilon_i) = \mathbb{E}(u_i) = 0$, $\text{Var}(\varepsilon_i) = \sigma_\varepsilon^2$, $\text{Var}(u) = \sigma_u^2$, $\text{Cov}(\varepsilon_i, u_i) = \sigma_{\varepsilon u}$, случайные величины η_i и u_i независимы.

2. (напоминание) Для случайного вектора (X, Y) , имеющего двумерное нормальное распределение с параметрами:

- $\mathbb{E}[X] = \mu_X$, $\mathbb{E}[Y] = \mu_Y$,
- $\text{Var}(X) = \sigma_X^2$, $\text{Var}(Y) = \sigma_Y^2$,
- $\text{Cov}(X, Y) = \sigma_{XY}$,

условное математическое ожидание $\mathbb{E}(X | Y)$ вычисляется по формуле:

$$\mu_X + \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_Y^2}(y - \mu_Y).$$

Условная дисперсия $\text{Var}(X | Y)$ вычисляется по формуле:

$$\text{Var}(X | Y) = \sigma_X^2 - \frac{\sigma_{XY}^2}{\sigma_Y^2}.$$

Таким образом, условное распределение X при заданном $Y = y$ является нормальным:

$$(X | Y = y) \sim \mathcal{N}\left(\mu_X + \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_Y^2}(y - \mu_Y), \sigma_X^2 - \frac{\sigma_{XY}^2}{\sigma_Y^2}\right).$$

3. В данном задании вам предлагается детально разобраться с моделью Хекмана.

- (a) Сформулируйте модель Хекмана в общем виде.
- (b) Запишите функцию правдоподобия для модели Хекмана.
- (c) Рассчитайте $\mathbb{E}(y^*)$.
- (d) Рассчитайте $\mathbb{E}(y|y \text{ наблюдаем})$.
- (e) Рассчитайте $\mathbb{E}(y)$.
- (f) Найдите предельные эффекты для математических ожиданий из пунктов (c)-(e). Проинтерпретируйте их.
- (g) Найдите предельный эффект для вероятности того, что y наблюдается. Проинтерпретируйте его.