

Контрольная работа №1. Решение задачи 2.

Задание 2. (20 баллов) На ежеквартальных данных со второго квартала 1990 г. по третий квартал 2001 г. были оценены две регрессии. Они имеют следующий вид:

$$\hat{Y}_i = 40 + 0.3X_{i2} + 0.8X_{i3} - 1.8X_{i4}, \quad R_1^2 = 0.82 \quad (1)$$

$$\hat{Y}_i = 60 + 0.5X_{i2} + 0.6X_{i3}, \quad R_2^2 = 0.75 \quad (2)$$

Здесь X_2, X_3, X_4 — некоторые объясняющие показатели.

- (а) (15 баллов) Для модели (1) проверьте на 5%-ом уровне значимости гипотезу $H_0 : \beta_4 = -1$ (здесь β_4 — коэффициент при факторе X_4).
- (б) (5 баллов) Опишите, как бы вы проверяли наличие структурного сдвига (изменение в коэффициентах модели) в модели (1) после 1 квартала 2000 года. Запишите модель, основную и альтернативную гипотезы, статистику теста и ее распределение при справедливости основной гипотезы.

Решение:

Число наблюдений равно числу кварталов: $n = 46$. Первая модель — это модель без ограничений, вторая модель — модель с ограничением вида $\beta_4 = 0$. Для проверки гипотезы $H_0 : \beta_4 = 0$ значение F-статистики в первой регрессии равно квадрату t-статистики $\hat{\beta}_4 / \sqrt{\widehat{\text{Var}}(\hat{\beta}_4)}$. Рассчитаем значение F-статистики:

$$F = \frac{(R_{UR}^2 - R_R^2) / 1}{(1 - R_{UR}^2) / (n - 4)} = 16.33$$

Таким образом, $\sqrt{\widehat{\text{Var}}(\hat{\beta}_4)} = |\hat{\beta}_4| / \sqrt{F} = 0.445$. Теперь для проверки гипотезы $H_0 : \beta_4 = -1$ можно составить статистику

$$t = \frac{\hat{\beta}_4 - (-1)}{\sqrt{\widehat{\text{Var}}(\hat{\beta}_4)}}$$

которая при нулевой гипотезе имеет распределение Стьюдента с $n - k_{UR} = 46 - 4 = 42$ степенями свободы.

$$t = \frac{-1.8 - (-1)}{0.445} = -1.80.$$

Критическая область имеет вид: $(-\infty; t_{42,0.025}) \cup (t_{42,0.975}; +\infty) = (-\infty; -2.018) \cup (2.018; +\infty)$. Следовательно, мы не можем отвергнуть гипотезу $H_0 : \beta_4 = -1$ на 5%-ном уровне значимости.