

## Семинар 12.

## Ошибки спецификации модели. Дельта-метод.

1. (Исключение существенных переменных) Дана стандартная модель парной регрессии

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n.$$

- (а) Чему равна МНК-оценка коэффициента  $\beta_2$  при ограничении  $\beta_1 = 0$ .
- (б) Чему равна дисперсия оценки в пункте (а)? Покажите, что она меньше, чем  $\sigma^2 / \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$  — дисперсия МНК-оценки  $\beta_2$  в регрессии без ограничения. Противоречит ли это теореме Гаусса–Маркова?
2. (Включение лишних переменных) Пусть процесс, порождающий данные, имеет вид:

$$y = X\beta + \varepsilon. \quad (1)$$

Модель, которую мы оцениваем:

$$y = X\beta + Z\gamma + \varepsilon. \quad (2)$$

Здесь  $X$  —  $n \times k$  матрица,  $Z$  —  $n \times l$  матрица,  $y$  —  $n \times 1$  вектор,  $\beta$  —  $k \times 1$  вектор,  $\gamma$  —  $l \times 1$  вектор,  $\varepsilon$  —  $n \times 1$  вектор.

- (а) Будет ли МНК-оценка вектора параметров  $\beta$  несмещённой?
- (б) Что произойдёт с оценкой ковариационной матрицы  $\widehat{\text{Var}}(\hat{\beta})$ ?
- (в) Будет ли несмещённой МНК-оценка дисперсии случайной ошибки  $\sigma^2$ ?
3. Пусть  $X$  — цена мороженого, а  $Y$  — дневная выручка от продаж мороженого. Рассматривается регрессия вида

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + \beta_3 X_i^2 + \varepsilon_i.$$

Ниже представлены результаты оценивания регрессии с помощью метода наименьших квадратов.

Постройте 95%-ый доверительный интервал для значения цены  $X = X_0$ , при котором выручка максимальна.

Dependent Variable: Y

Method: Least Squares

Sample: 1 50

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	100.2079	1.967171	50.94010	0.0000
X	10.03677	0.903745	11.10576	0.0000
X2	-0.817382	0.084591	-9.662803	0.0000
R-squared	0.765563	Mean dependent var	123.4150	
Adjusted R-squared	0.755587	S.D. dependent var	8.089480	
S.E. of regression	3.999287	Akaike info criterion	5.668234	
Sum squared resid	751.7320	Schwarz criterion	5.782955	
Log likelihood	-138.7058	Hannan-Quinn criter.	5.711920	
F-statistic	76.74024	Durbin-Watson stat	1.738403	
Prob(F-statistic)	0.000000			

Coefficients covariance matrix

	C	X	X2
C	3.869764	-1.598561	0.134292
X	-1.598561	0.816755	-0.074654
X2	0.134292	-0.074654	0.007156