

**Экзамен.**

23 декабря 2025 г.

ФИО \_\_\_\_\_

Группа \_\_\_\_\_

**Задача 1. (50 баллов)** Студенты хотели ответить на вопрос, почему у них такие результаты экзамена, и решили оценить модель линейной регрессии для полученных оценок на финальном экзамене по курсу "Эконометрика" (максимальная оценка — 100 баллов) от ряда факторов, которые перечислены в таблице 1.

**Таблица 1.** Описание переменных

Название переменной	Описание
<b>Exam_Score</b>	Оценка за финальный экзамен по эконометрике (зависимая переменная) из 100 баллов
<b>Hours_Studied</b>	Количество часов, которые тратят студенты на занятия по эконометрике в неделю
<b>Attendance</b>	Процент посещенных семинаров и лекций
<b>Previous_Scores</b>	Оценка за экзамен по теории вероятностей и математической статистике
<b>Male</b>	Пол студента (Юноши=1, Девушки=0)
<b>Sleep_hours</b>	Среднее количество часов сна за ночь
<b>Physical_activity</b>	Среднее количество часов физической активности в неделю

Используя результаты оценивания различных спецификаций регрессионных моделей, а также результаты статистических тестов, представленных в Приложении к задаче 1, выполните пункты ниже.

- (a) **(3 балла)** Какие факторы в модели (1) оказались значимыми на 5% уровне значимости? Какой критерий Вы использовали?
- (b) **(4 балла)** Есть ли мультиколлинеарность в регрессии (1)? Ответьте на вопрос, используя различные критерии.
- (c) **(4 балла)** Есть ли гетероскедастичность в модели (1)? Выпишите нулевую и альтернативную гипотезы теста, сделайте вывод на 5% уровне значимости, сославшись на результаты различных критериев.
- (d) **(5 баллов)** Есть ли ошибки спецификации в модели (1)? Выпишите нулевую и альтернативную гипотезы теста/тестов, которые позволяют проверить некоторые из них. Сделайте вывод на 5% уровне значимости, сославшись на результаты теста/тестов.

- (е) **(8 баллов)** Есть ли различия в моделях для юношей и девушек (регрессии (2) и (3))? Выпишите нулевую и альтернативную гипотезы соответствующего теста. Как называется этот тест? Проверьте гипотезу на 5% уровне значимости.
- (f) **(9 баллов)** Исследователь оценил регрессии (6) (полулогарифмическая) и (7) (линейная в логарифмах). Выберите между моделями 1, 6 и 7 на основании имеющейся информации. Обоснуйте свой выбор. Проинтерпретируйте количественно коэффициент при переменной *Attendance* во всех трех моделях.
- (g) **(5 баллов)** Найдите предельный эффект по переменной *Hours\_Studied* в точке среднего в модели 5.
- (h) **(7 баллов)** Определите точечную оценку для точки насыщения по переменной *Hours\_Studied* в модели 5. Опишите процедуру, как бы Вы строили интервальную оценку для этой точки насыщения (считать не нужно).
- (i) **(5 баллов)** Как Вы думаете, есть ли в модели 1 эндогенные переменные? Если да, то какие? Аргументируйте свой ответ. К каким проблемам с оцениванием это могло бы привести?

**Задача 2. (20 баллов)** На рынке сигарет в некоторой стране функция спроса в  $i$ -м регионе имеет вид:

$$\ln(Q_i) = \beta_1 + \beta_2 \ln(P_i) + \varepsilon_i.$$

Функция предложения описывается соотношением

$$\ln(Q_i) = \gamma_1 + \gamma_2 \ln(P_i) + \gamma_3 \ln(T_i) + u_i,$$

где

- $Q_i$  — количество сигарет в  $i$ -м регионе;
- $P_i$  — цена сигарет в  $i$ -м регионе;
- $T_i$  — налог с продаж в  $i$ -м регионе;
- $\varepsilon_i$  — независимые и одинаково распределенные случайные величины, характеризующие шоки спроса (не коррелированы с налогами);
- $u_i$  — независимые и одинаково распределенные случайные величины, характеризующие шоки предложения.

Является ли МНК-оценка эластичности спроса по цене в рассматриваемой модели состоятельной? Для этого вычислите предел по вероятности для МНК-оценки  $\hat{\beta}_2^{OLS}$ . Определите, если это возможно, будет ли МНК давать завышенную или заниженную оценку эластичности спроса.

**Задача 3. (10 баллов)** Рассмотрим модель множественной регрессии с константой и детерминированными регрессорами вида

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i,$$

где  $\mathbb{E}(\varepsilon_i) = 0$ ,  $\text{Var}(\varepsilon_i) = \sigma_i^2$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,  $\mathbb{E}(\varepsilon_i \varepsilon_j) = 0$  для всех  $i, j = 1, \dots, n$ ,  $i \neq j$ .

Модель регрессии была оценена с помощью обобщенного метода наименьших квадратов (GLS). Можно ли использовать коэффициент детерминации  $R^2 = \frac{ESS}{TSS}$  в качестве метрики качества оцененной модели? Обоснуйте свой ответ.