

Экзамен.

23 декабря 2025 г.

ФИО _____

Группа _____

Задача 1. (50 баллов) Студенты хотели ответить на вопрос, почему у них такие результаты экзамена, и решили оценить модель линейной регрессии для полученных оценок на финальном экзамене по курсу "Эконометрика" (максимальная оценка — 100 баллов) от ряда факторов, которые перечислены в таблице 1.

Таблица 1. Описание переменных

Название переменной	Описание
Exam_Score	Оценка за финальный экзамен по эконометрике (зависимая переменная) из 100 баллов
Hours_Studied	Количество часов, которые тратят студенты на занятия по эконометрике в неделю
Attendance	Процент посещенных семинаров и лекций
Previous_Scores	Оценка за экзамен по теории вероятностей и математической статистике
Male	Пол студента (Юноши=1, Девушки=0)
Sleep_hours	Среднее количество часов сна за ночь
Physical_activity	Среднее количество часов физической активности в неделю

Используя результаты оценивания различных спецификаций регрессионных моделей, а также результаты статистических тестов, представленных в Приложении к задаче 1, выполните пункты ниже.

- (a) (3 балла) Какие факторы в модели (1) оказались значимыми на 5% уровне значимости? Какой критерий Вы использовали?
- (b) (4 балла) Есть ли мультиколлинеарность в регрессии (1)? Ответьте на вопрос, используя различные критерии.
- (c) (4 балла) Есть ли гетероскедастичность в модели (1)? Выпишите нулевую и альтернативную гипотезы теста, сделайте вывод на 5% уровне значимости, сославшись на результаты различных критериев.
- (d) (5 баллов) Есть ли ошибки спецификации в модели (1)? Выпишите нулевую и альтернативную гипотезы теста/тестов, которые позволяют проверить некоторые из них. Сделайте вывод на 5% уровне значимости, сославшись на результаты теста/тестов.

- (e) **(8 баллов)** Есть ли различия в моделях для юношей и девушек (регрессии (2) и (3))?
Выпишите нулевую и альтернативную гипотезы соответствующего теста. Как называется этот тест? Проверьте гипотезу на 5% уровне значимости.
- (f) **(9 баллов)** Исследователь оценил регрессии (6) (полулогарифмическая) и (7) (линейная в логарифмах). Выберите между моделями 1, 6 и 7 на основании имеющейся информации. Обоснуйте свой выбор. Проинтерпретируйте количественно коэффициент при переменной *Attendance* во всех трех моделях.
- (g) **(5 баллов)** Найдите предельный эффект по переменной *Hours_Studied* в точке среднего в модели 5.
- (h) **(7 баллов)** Определите точечную оценку для точки насыщения по переменной *Hours_Studied* в модели 5. Опишите процедуру, как бы Вы строили интервальную оценку для этой точки насыщения (считать не нужно).
- (i) **(5 баллов)** Как Вы думаете, есть ли в модели 1 эндогенные переменные? Если да, то какие? Аргументируйте свой ответ. К каким проблемам с оцениванием это могло бы привести?

Задача 2. (20 баллов) На рынке сигарет в некоторой стране функция спроса в i -м регионе имеет вид:

$$\ln(Q_i) = \beta_1 + \beta_2 \ln(P_i) + \varepsilon_i.$$

Функция предложения описывается соотношением

$$\ln(Q_i) = \gamma_1 + \gamma_2 \ln(P_i) + \gamma_3 \ln(T_i) + u_i,$$

где

- Q_i — количество сигарет в i -м регионе;
- P_i — цена сигарет в i -м регионе;
- T_i — налог с продаж в i -м регионе;
- ε_i — независимые и одинаково распределенные случайные величины, характеризующие шоки спроса (не коррелированы с налогами);
- u_i — независимые и одинаково распределенные случайные величины, характеризующие шоки предложения.

Является ли МНК-оценка эластичности спроса по цене в рассматриваемой модели состоятельной? Для этого вычислите предел по вероятности для МНК-оценки $\hat{\beta}_2^{OLS}$. Определите, если это возможно, будет ли МНК давать завышенную или заниженную оценку эластичности спроса.

Задача 3. (10 баллов) Рассмотрим модель множественной регрессии с константой и детерминированными регрессорами вида

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i,$$

где $\mathbb{E}(\varepsilon_i) = 0$, $\text{Var}(\varepsilon_i) = \sigma_i^2$, $i = 1, \dots, n$, $\mathbb{E}(\varepsilon_i \varepsilon_j) = 0$ для всех $i, j = 1, \dots, n$, $i \neq j$.

Модель регрессии была оценена с помощью обобщенного метода наименьших квадратов (GLS). Можно ли использовать коэффициент детерминации $R^2 = \frac{ESS}{TSS}$ в качестве метрики качества оцененной модели? Обоснуйте свой ответ.