

Семинар 14.
Эндогенность.

1. Эндогенность из-за двунаправленной связи. Переменные Q_i и P_i (количество и цена) определяются совместно уравнением спроса

$$Q_i = -\beta_1 P_i + \varepsilon_{1i}$$

и уравнением предложения

$$Q_i = \beta_2 P_i + \varepsilon_{2i}.$$

Предположим, что

$$\varepsilon_i = \begin{pmatrix} \varepsilon_{1i} \\ \varepsilon_{2i} \end{pmatrix}$$

являются независимо и одинаково распределёнными (*iid*), $\mathbb{E}\varepsilon_i = 0$, и $\mathbb{E}(\varepsilon_i \varepsilon_i^T) = I_2$ (для упрощения). Вопрос: если мы оценим одну регрессию Q_i на P_i , что мы получим?

2. Рассмотрим линейную регрессию вида:

$$y^* = X^* \beta + \varepsilon,$$

где y^* и X^* — точные значения зависимой и объясняющих переменных.

- a) Пусть зависимая переменная y^* измерена с ошибкой. Проанализируйте, как это отразится на свойствах оценок параметров β .
 - b) Пусть регрессоры (хотя бы один) измерены с ошибкой. Проанализируйте, как это отразится на свойствах оценок параметров β .
3. Пусть переменные y_i^*, x_i^* связаны (точным) уравнением

$$y_i^* = \beta_1 + \beta_2 x_i^*.$$

Однако вместо точных значений мы наблюдаем измеренные (с ошибками измерений) значения

$$y_i = y_i^* + u_i$$

и

$$x_i = x_i^* + v_i,$$

где

$$u_i \sim iid(0, \sigma_u^2), v_i \sim iid(0, \sigma_v^2),$$

ошибки u_i и v_j независимы при всех i и j . Мы оцениваем методом наименьших квадратов уравнение

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \varepsilon_i.$$

- (а) Удовлетворяют ли ошибки в данном уравнении условиям стандартной линейной модели?
- (б) Найти $\text{Cov}(x_i, \varepsilon_i)$.
- (в) Найти $p \lim \beta_2$.

4. Рассмотрим модель множественной регрессии

$$y = X\beta + \varepsilon,$$

где $\varepsilon \sim (0, \sigma_\varepsilon^2 I_n)$. Пусть выполнены все предпосылки модели со стохастическими регрессорами. Докажите, что МНК–оценка вектора параметров β состоятельна.

Список использованных источников

- (а) Кartaев Ф.С. Введение в эконометрику : Учебник / Ф.С. Караев — Москва : МГУ, 2019. — 472 с. — ISBN 978-5-906932-22-8.