

## Семинар 14.

## Эндогенность.

1. Эндогенность из-за двунаправленной связи. Переменные  $Q_i$  и  $P_i$  (количество и цена) определяются совместно уравнением спроса

$$Q_i = -\beta_1 P_i + \varepsilon_{1i}$$

и уравнением предложения

$$Q_i = \beta_2 P_i + \varepsilon_{2i}.$$

Предположим, что

$$\varepsilon_i = \begin{pmatrix} \varepsilon_{1i} \\ \varepsilon_{2i} \end{pmatrix}$$

являются независимо и одинаково распределёнными (*iid*),  $\mathbb{E}\varepsilon_i = 0$ , и  $\mathbb{E}(\varepsilon_i \varepsilon_i^T) = I_2$  (для упрощения). Вопрос: если мы оценим одну регрессию  $Q_i$  на  $P_i$ , что мы получим?

2. Рассмотрим линейную регрессию вида:

$$y^* = X^* \beta + \varepsilon,$$

где  $y^*$  и  $X^*$  — точные значения зависимой и объясняющих переменных.

- а) Пусть зависимая переменная  $y^*$  измерена с ошибкой. Проанализируйте, как это отразится на свойствах оценок параметров  $\beta$ .
  - б) Пусть регрессоры (хотя бы один) измерены с ошибкой. Проанализируйте, как это отразится на свойствах оценок параметров  $\beta$ .
3. Пусть переменные  $y_i^*, x_i^*$  связаны (точным) уравнением

$$y_i^* = \beta_1 + \beta_2 x_i^*.$$

Однако вместо точных значений мы наблюдаем измеренные (с ошибками измерений) значения

$$y_i = y_i^* + u_i$$

и

$$x_i = x_i^* + v_i,$$

где

$$u_i \sim iid(0, \sigma_u^2), v_i \sim iid(0, \sigma_v^2),$$

ошибки  $u_i$  и  $v_j$  независимы при всех  $i$  и  $j$ . Мы оцениваем методом наименьших квадратов уравнение

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \varepsilon_i.$$

- (а) Удовлетворяют ли ошибки в данном уравнении условиям стандартной линейной модели?
- (б) Найти  $\text{Cov}(x_i, \varepsilon_i)$ .
- (в) Найти  $p \lim \beta_2$ .

4. Рассмотрим модель множественной регрессии

$$y = X\beta + \varepsilon,$$

где  $\varepsilon \sim (0, \sigma_\varepsilon^2 I_n)$ . Пусть выполнены все предпосылки модели со стохастическими регрессорами. Докажите, что МНК-оценка вектора параметров  $\beta$  состоятельна.

Список использованных источников

- (а) Картаев Ф.С. Введение в эконометрику : Учебник / Ф.С. Картаев — Москва : МГУ, 2019. — 472 с. — ISBN 978-5-906932-22-8.