

Семинар 2.

Модель множественной регрессии.

Тестирование гипотез.

1. Рассмотрим нормальную классическую линейную модель множественной регрессии $y_i = \beta_1 + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i$ с неслучайными регрессорами. Дополнительно известно, что на самом деле $\beta_2 = \dots = \beta_k = 0$.

(a) Найдите $\mathbb{E}(R^2)$.

(b) Найдите $\mathbb{E}(R_{adj}^2)$.

(c) Покажите, что $nR^2 \sim \chi^2(k-1)$.

2. Ниже представлены результаты МНК-оценивания двух регрессий, часть из которых не сохранилась. Утерянные оценки коэффициентов регрессий заменены символами.

$$\text{Модель 1: } \hat{y}_i = \hat{\beta}_1 + \underset{(2)}{\hat{\beta}_2} x_i$$

$$\text{Модель 2: } \hat{y}_i = \hat{\alpha}_1 + \hat{\alpha}_2 x_i + \underset{(2)}{10w_i}, R^2 = 0.8$$

Оценивание проводилось по 103 наблюдениям. В скобках под оценками коэффициентов указаны их стандартные ошибки. Восстановите значение оценки коэффициента $\hat{\beta}_2$ первой регрессии?

3. Рассмотрим модель $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{i1} + \beta_3 X_{i2} + \beta_4 X_{i3} + \varepsilon_i$. При оценке модели по 24 наблюдениям оказалось, что $RSS = 15$, $\sum (Y_i - \bar{Y} - X_{i2} + \bar{X}_2)^2 = 20$. На уровне значимости 1% протестируйте гипотезу

$$H_0 : \begin{cases} \beta_2 + \beta_3 + \beta_4 = 1 \\ \beta_2 = 0 \\ \beta_3 = 1 \\ \beta_4 = 0 \end{cases} .$$