

# Algorytmy Geometryczne

## Sprawozdanie 1

Aga Patro

czw\_13.30\_A

# 1. Specyfikacja sprzętu i narzędzia wykorzystane w realizacji

System: Debian Linux Parrot OS x64

Procesor: AMD Ryzen 5 4500U, 6 rdzeni, 6 wątków, 4.00GHz

Pamięć RAM: 16 GB

Środowisko: Jupyter Notebook

Język: Python 3

Narzędzie pomocnicze: plik *geometria.ipynb* dostarczony z poleceniem, biblioteki *numPy*, *random* oraz *matplotlib*

## 2. Temat ćwiczenia

Porównać wyniki klasyfikacji położenia punktów względem odcinka w zależności od wybranej metody obliczania wyznacznika oraz tolerancji dla zera

## 3. Realizacja

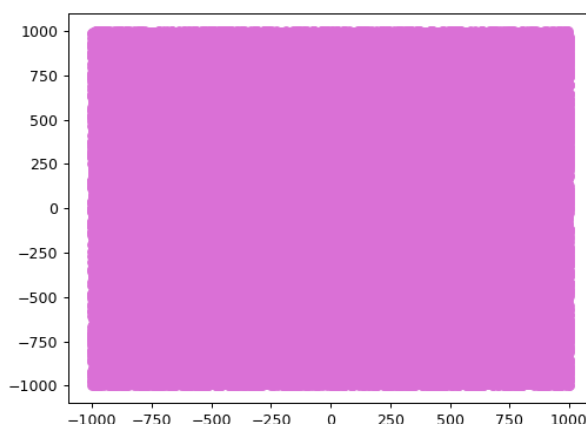
### 3.1. Generowanie i ilustrowanie punktów

By wygenerować punkty użyłam funkcji *randint()* z biblioteki *random*. Funkcja ta zwraca losową liczbę z przedziału podanego jako argument.

Dodatkowo, w podpunkcie 3 skorzystałam z funkcji *cos()* i *sin()* z biblioteki *math*, natomiast w podpunkcie 4 z podanych punktów wyliczyłam współczynniki prostej.

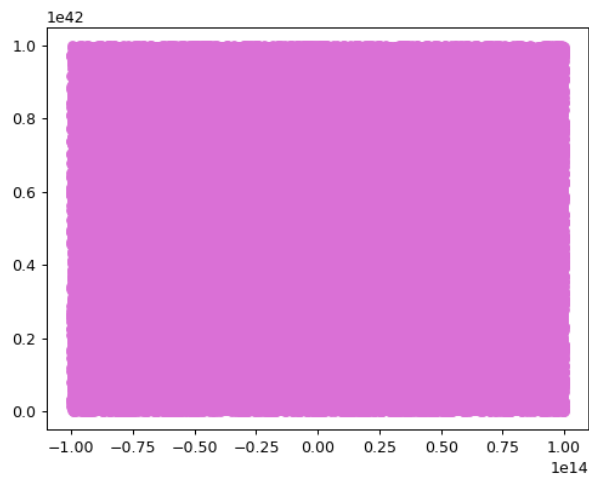
Ilustracje wszystkich zbiorów zostały zrealizowane za pomocą funkcji z pliku *geometria.ipynb* opartego o bibliotekę *matplotlib*

- 1) Zbiór 1 -  $10^5$  losowych punktów o współrzędnych z przedziału  $[-1000, 1000]$



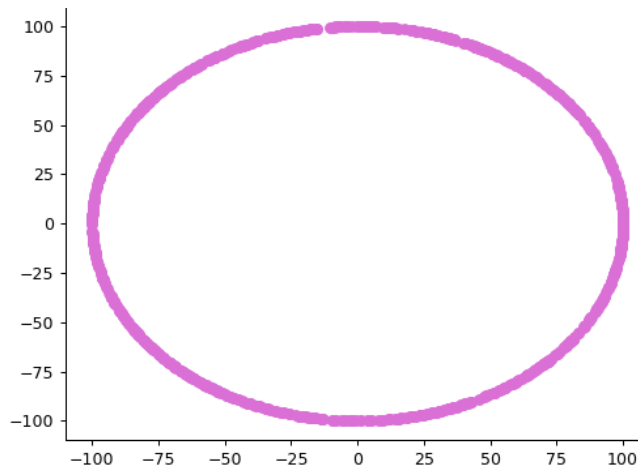
Wykres 3.1.1 Zbiór punktów 1

2) Zbiór 2 -  $10^5$  losowych punktów o współrzędnych z przedziału  $[-10^{14}, 10^{14}]$



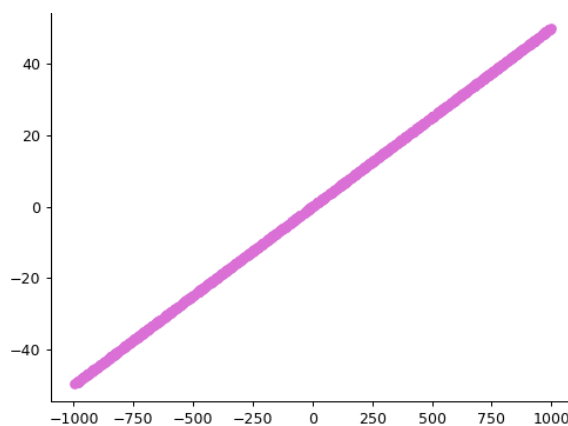
Wykres 3.1.2 Zbiór punktów 2

3) 1000 losowych punktów leżących na okręgu o środku (0,0) i promieniu  $R=100$



Wykres 3.1.3 Zbiór punktów 3

4) 1000 losowych punktów o współrzędnych z przedziału  $[-1000, 1000]$  leżących na prostej wyznaczonej przez wektor  $(a, b)$ , przyjmij  $a = [-1.0, 0.0]$ ,  $b = [1.0, 0.1]$



Wykres 3.1.4 Zbiór punktów 4

### 3.2. Obliczanie wyznacznika

By obliczyć wyznaczniki 2x2 i wyznaczniki 3x3 napisałam własne funkcje liczące oraz użyłam biblioteki numPy: `numpy.linalg.det()`

Nazwa	Metoda obliczania
Wyznacznik 2x2 z własnej implementacji	$\det(a, b, c) = \begin{vmatrix} a_x - c_x & a_y - c_y \\ b_x - c_x & b_y - c_y \end{vmatrix}$
Wyznacznik 2x2 z biblioteki numPy	funkcja <code>linalg.det()</code>
Wyznacznik 3x3 z własnej implementacji	$\det(a, b, c) = \begin{vmatrix} a_x & a_y & 1 \\ b_x & b_y & 1 \\ c_x & c_y & 1 \end{vmatrix}$
Wyznacznik 2x2 z biblioteki numPy	funkcja <code>linalg.det()</code>

Tabela 1. Zastosowane wyznaczniki i metody ich wyliczenia

a, b to punkty wyznaczające odcinek na podstawie którego dokonujemy klasyfikacji, c to sprawdzany punkt.

### 3.3. Tolerancje dla zera

Jako rozważane tolerancje dla zera przyjął:

- $10^{(-14)}$
- $10^{(-18)}$

### 3.4. Kategoryzowanie punktów

By kategoryzować punkty napisałam funkcję `points_classifier`. Stworzyłam tablicę list gdzie indeksy 0 oznaczają miejsce po lewej stronie odcinka, 1 miejsce na odcinku a 2 miejsce po prawej stronie odcinka.

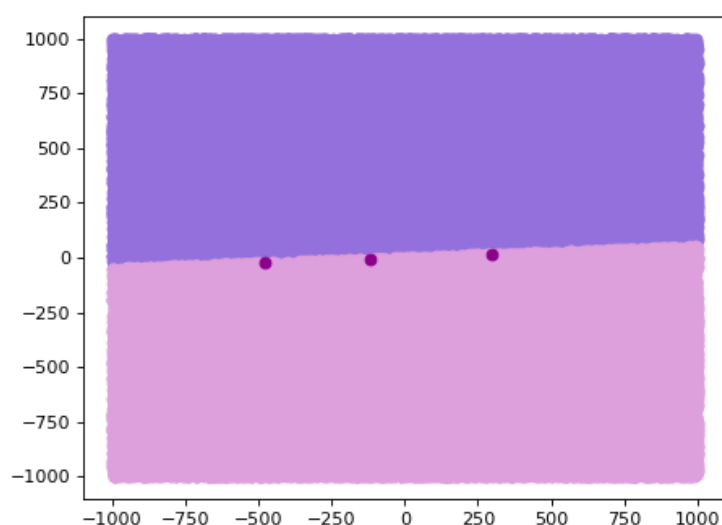
Następnie przechodziłam po punktach i dla każdego obliczałam wyznacznik a potem dodawałam go do odpowiedniej listy.

### 3.5. Wizualizacja

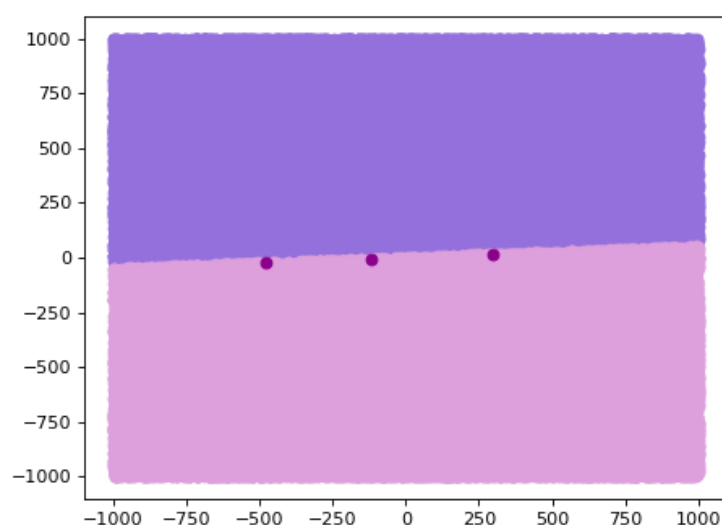
By zwizualizować wykresy napisałam funkcję `show_results`, która jest kombinacją funkcji z pliku `geometria.ipynb`.

Kolor fioletowy oznacza że punkt został sklasyfikowany jako leżący po lewej stronie, kolor różowy jako leżący po prawej stronie, natomiast magenta oznacza punkt współliniowy z danym odcinkiem.

# 1) Zestaw 1



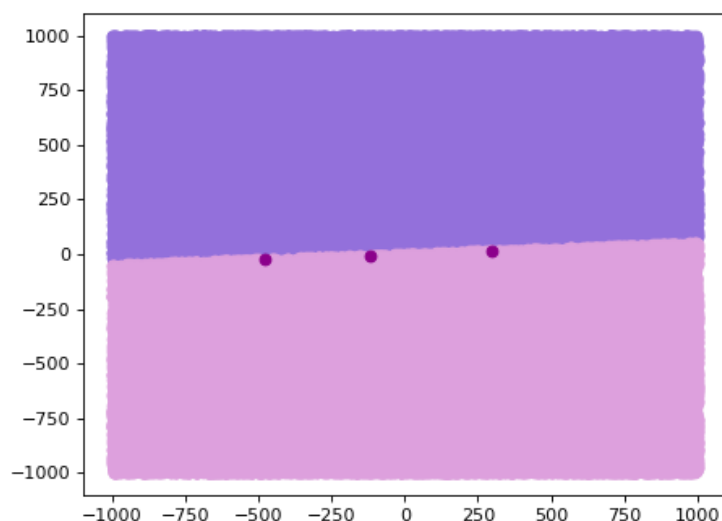
lewa: 50105    prawa: 49892    współliniowo: 3



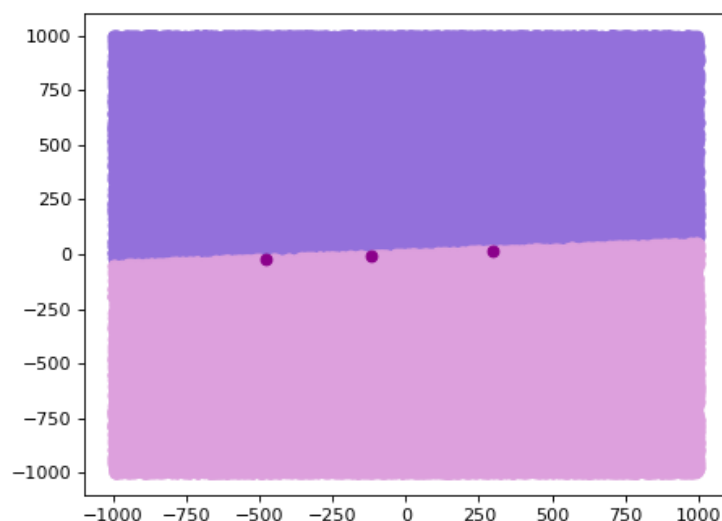
lewa: 50105    prawa: 49892    współliniowo: 3

**Wykres 3.5.1.1** Klasyfikacja punktów z zestawu 1, dla wyznacznika 2x2 liczonego za pomocą biblioteki NumPy przy tolerancji  $10^{-14}$

**Wykres 3.5.1.2** Klasyfikacja punktów z zestawu 1, dla wyznacznika 2x2 liczonego za pomocą własnej funkcji przy tolerancji  $10^{-14}$



lewa: 50105    prawa: 49892    współliniowo: 3



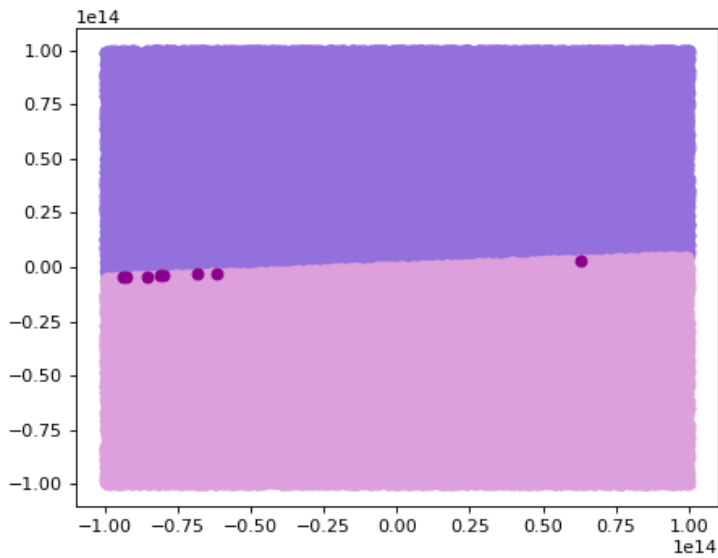
lewa: 50105    prawa: 49892    współliniowo: 3

**Wykres 3.5.1.3** Klasyfikacja punktów z zestawu 1, dla wyznacznika 3x3 liczonego za pomocą biblioteki NumPy przy tolerancji  $10^{-14}$

**Wykres 3.5.1.4** Klasyfikacja punktów z zestawu 1, dla wyznacznika 3x3 liczonego za pomocą własnej funkcji przy tolerancji  $10^{-14}$

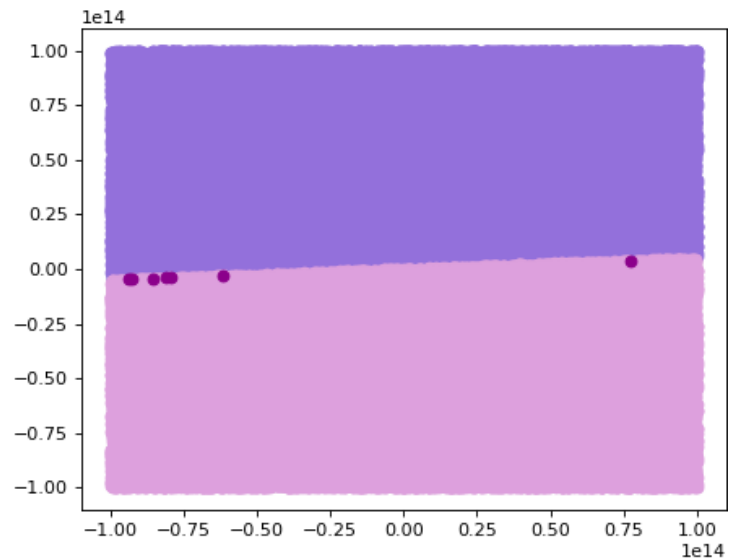
Jak widać, dla pierwszego zestawu wyniki danych dla każdego z wyznaczników były identyczne. Dla tego zestawu wygenerowałam ponownie zbiór punktów by sprawdzić ich współliniowość klasyfikację. Za pierwszym ponownym razem otrzymałam 5 punktów współliniowych, za drugim 3 punkty współliniowe a za trzecim razem 1 punkt współliniowy.

## 2) Zestaw 2



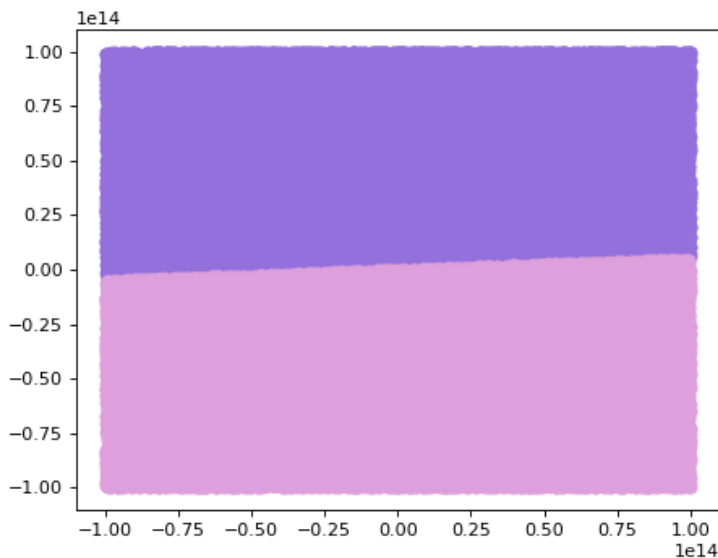
lewa: 49909    prawa: 50083    współliniowo: 8

**Wykres 3.5.2.1** Klasyfikacja punktów z zestawu 2, dla wyznacznika 2x2 liczonego za pomocą biblioteki NumPy przy tolerancji  $10^{-14}$



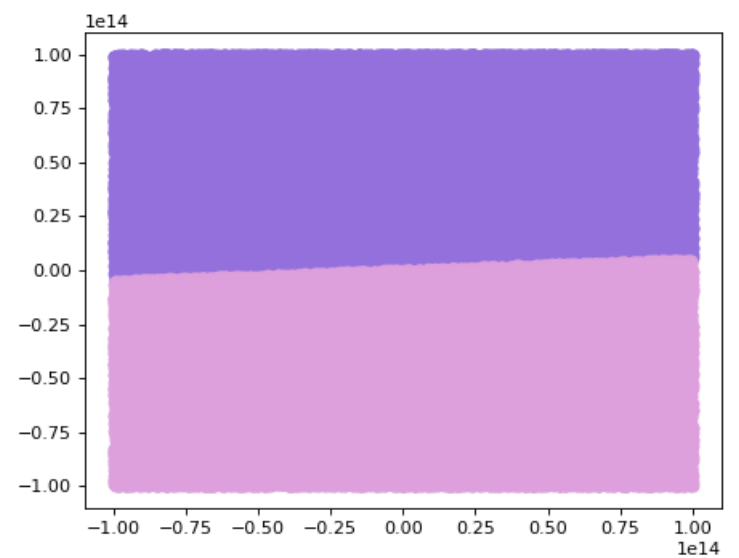
lewa: 49909    prawa: 50084    współliniowo: 7

**Wykres 3.5.2.2** Klasyfikacja punktów z zestawu 2, dla wyznacznika 2x2 liczonego za pomocą własnej funkcji przy tolerancji  $10^{-14}$



lewa: 49912    prawa: 50088    współliniowo: 0

**Wykres 3.5.2.3** Klasyfikacja punktów z zestawu 2, dla wyznacznika 3x3 liczonego za pomocą biblioteki NumPy przy tolerancji  $10^{-14}$

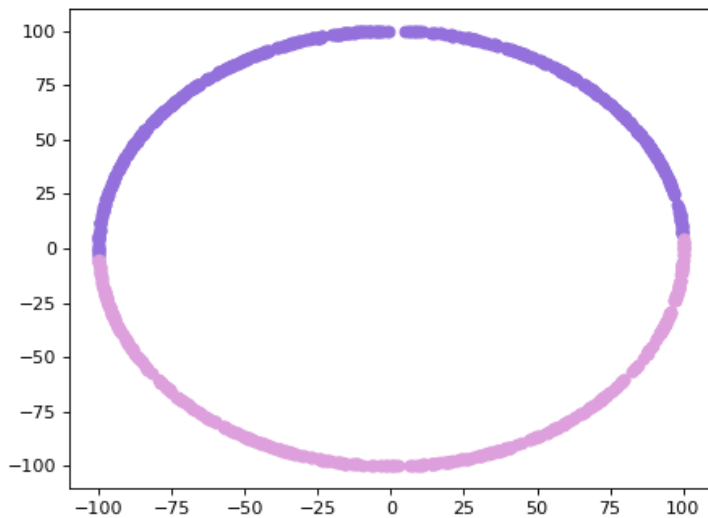


lewa: 49912    prawa: 50088    współliniowo: 0

**Wykres 3.5.2.4** Klasyfikacja punktów z zestawu 2, dla wyznacznika 3x3 liczonego za pomocą własnej funkcji przy tolerancji  $10^{-14}$

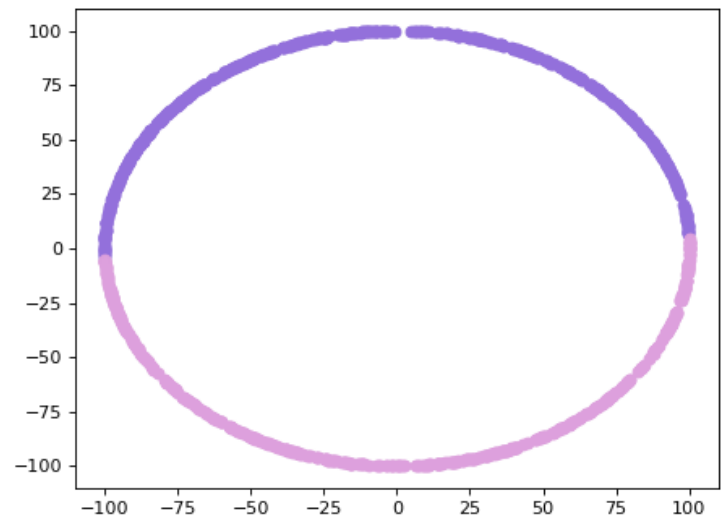
Dla wyznaczników 2x2 wyniki otrzymane różnymi sposobami liczenia są minimalnie różne.  
Dla wyznaczników 3x3 otrzymane wyniki są takie same.

### 3) Zestaw 3



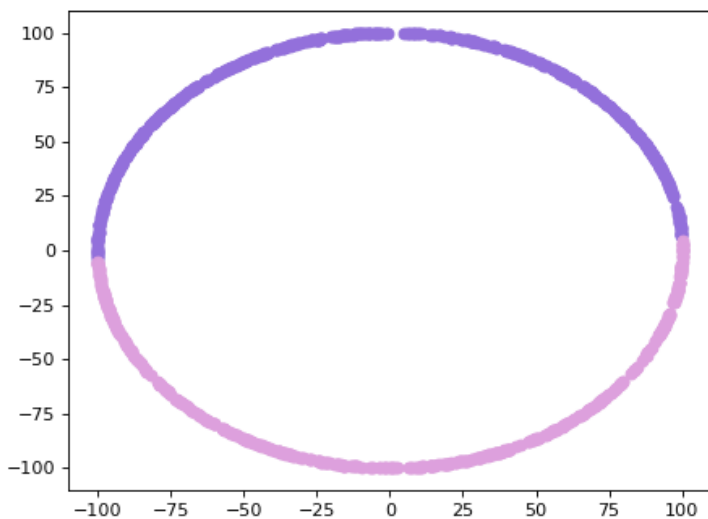
lewa: 513    prawa: 487    współliniowo: 0

**Wykres 3.5.3.1** Klasyfikacja punktów z zestawu 3, dla wyznacznika 2x2 liczonego za pomocą biblioteki NumPy przy tolerancji  $10^{-14}$



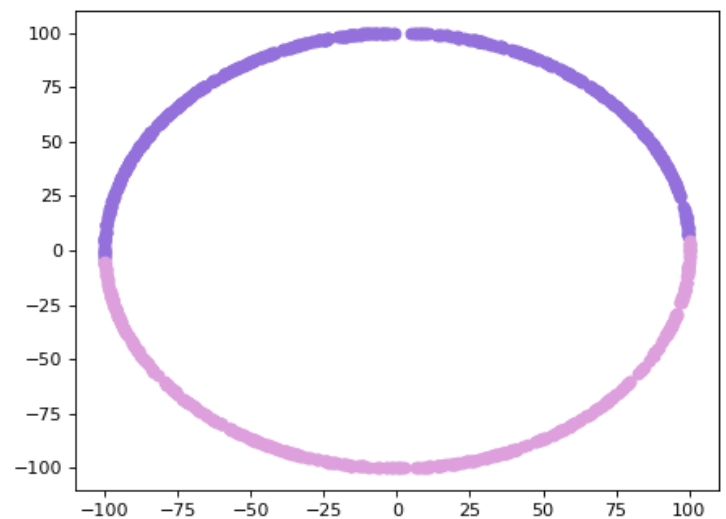
lewa: 513    prawa: 487    współliniowo: 0

**Wykres 3.5.3.2** Klasyfikacja punktów z zestawu 3, dla wyznacznika 2x2 liczonego za pomocą własnej funkcji przy tolerancji  $10^{-14}$



lewa: 513    prawa: 487    współliniowo: 0

**Wykres 3.5.3.3** Klasyfikacja punktów z zestawu 3, dla wyznacznika 3x3 liczonego za pomocą biblioteki NumPy przy tolerancji  $10^{-14}$

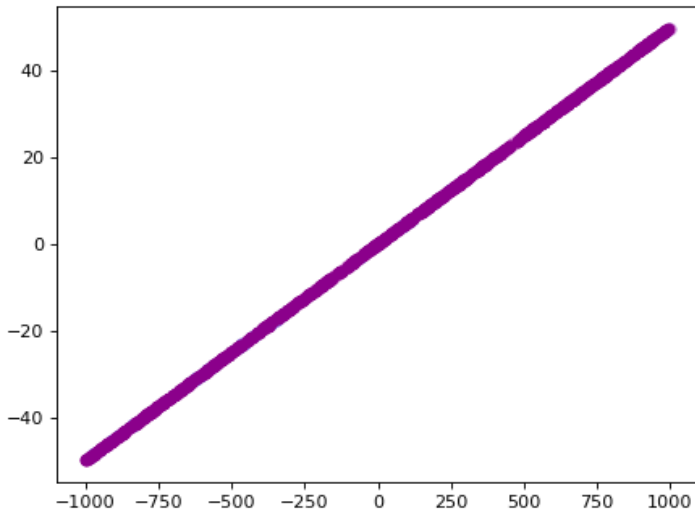


lewa: 513    prawa: 487    współliniowo: 0

**Wykres 3.5.3.4** Klasyfikacja punktów z zestawu 3, dla wyznacznika 3x3 liczonego za pomocą własnej funkcji przy tolerancji  $10^{-14}$

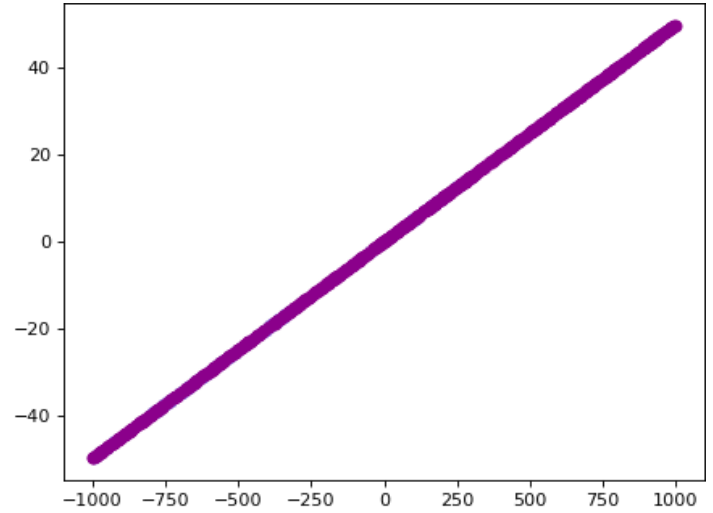
Jak w przypadku zestawu 1, wyniki danych dla każdego z wyznaczników identyczne.

#### 4) Zestaw 4



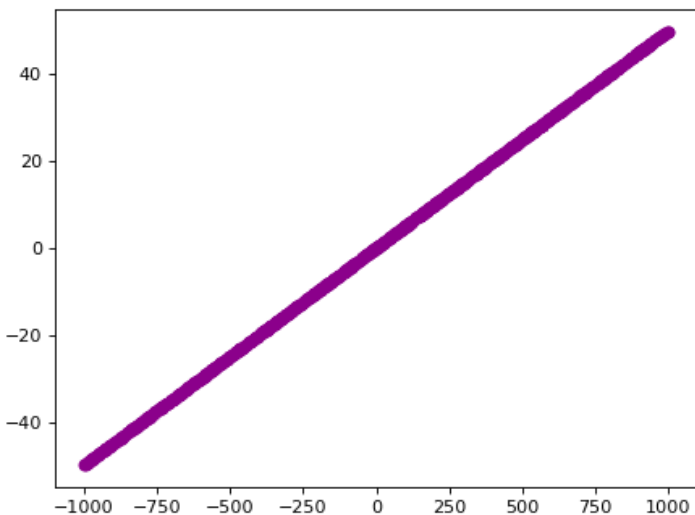
lewa: 115      prawa: 145      współliniowo: 740

**Wykres 3.5.4.1** Klasyfikacja punktów z zestawu 4, dla wyznacznika 2x2 liczonego za pomocą biblioteki NumPy przy tolerancji  $10^{-14}$



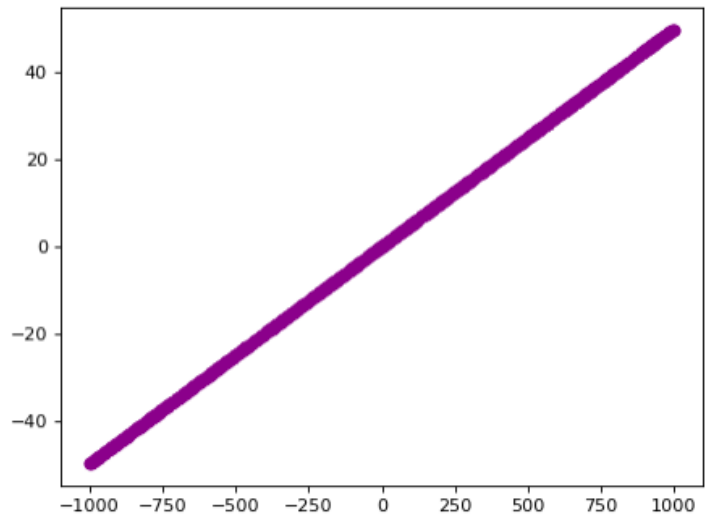
lewa: 165      prawa: 129      współliniowo: 706

**Wykres 3.5.4.2** Klasyfikacja punktów z zestawu 4, dla wyznacznika 2x2 liczonego za pomocą własnej funkcji przy tolerancji  $10^{-14}$



lewa: 7      prawa: 896      współliniowo: 97

**Wykres 3.5.4.3** Klasyfikacja punktów z zestawu 4, dla wyznacznika 3x3 liczonego za pomocą biblioteki NumPy przy tolerancji  $10^{-14}$



lewa: 0      prawa: 1000      współliniowo: 0

**Wykres 3.5.4.4** Klasyfikacja punktów z zestawu 4, dla wyznacznika 3x3 liczonego za pomocą własnej funkcji przy tolerancji  $10^{-14}$

Dla zestawu czwartego teoretycznie wszystkie punkty powinny zostać zaklasyfikowane jako współliniowe, jednak stało się tak tylko dla wyznacznika 3x3 liczonego własną funkcją przy



tolerancji  $10^{-14}$ . Porównując wyniki otrzymane z różnych sposobów liczenia widzimy, że wyniki różnią się od siebie.

Błędną klasyfikację punktów powodują błędy związane ze skończoną precyzją obliczeń. Dlatego by to zniwelować, w dalszych krokach ćwiczenia będę stosować różne tolerancje dla zera ( $10^{-14}$ ,  $10^{-18}$ ).

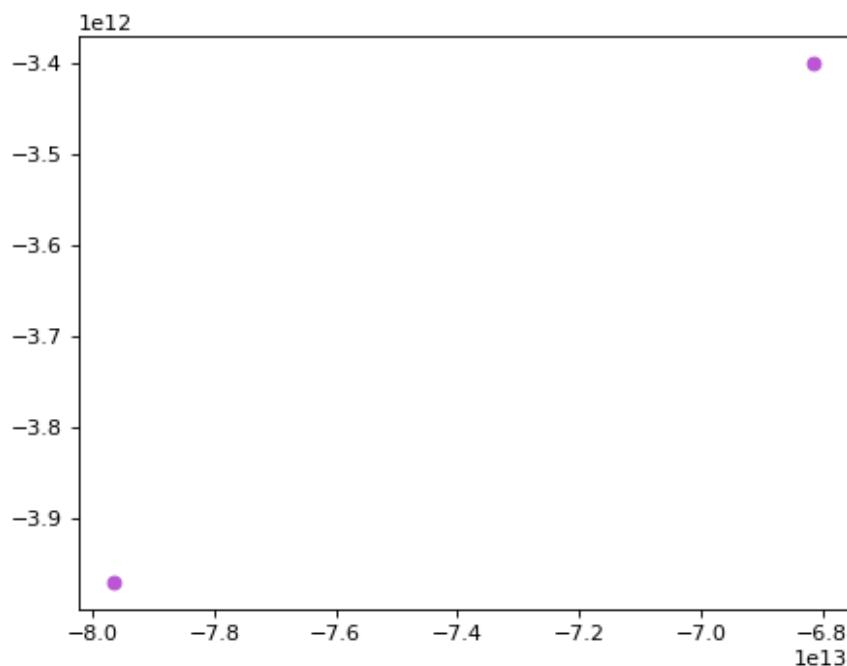
### 3.6. Porównanie metod liczenia

By znaleźć które punkty różnią się klasyfikacją, napisałam funkcję *find\_differece*. Funkcja ta zwraca listę punktów które mają różną klasyfikację w zależności od metody liczenia. Dodatkowo funkcja rysuje wykres ukazujący punkty oraz zwraca ich ilość.

Jako że dla zestawu 1 i zestawu 3 wyniki są takie same, to wykorzystałam tą funkcję by pokazać różnicę w zestawach 2 i 4.

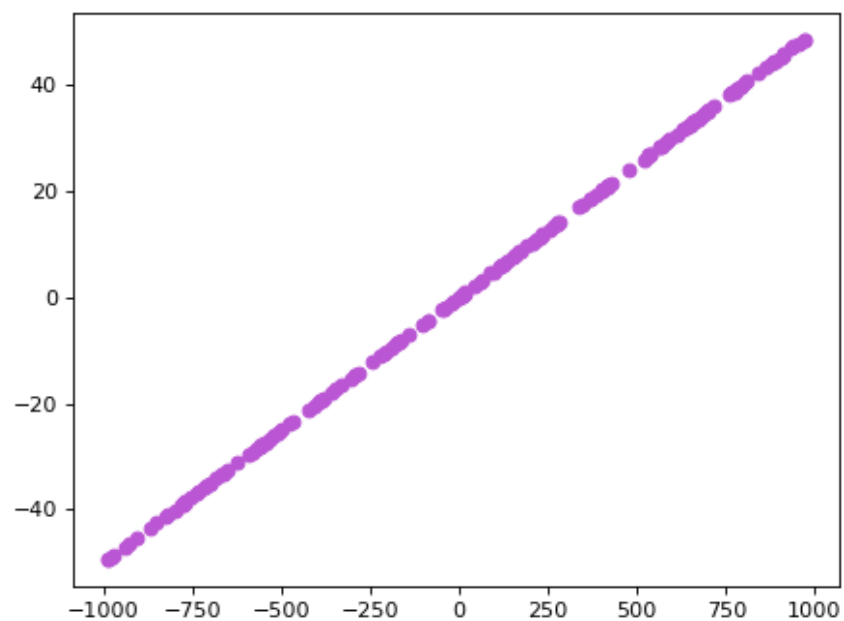
Dla zestawu 2, przy wyznacznikach 2x2 różnica wynosiła 2 punkty.

Dla zestawu 4, dla obu typów wyznaczników różnica wynosiła 170 punktów.



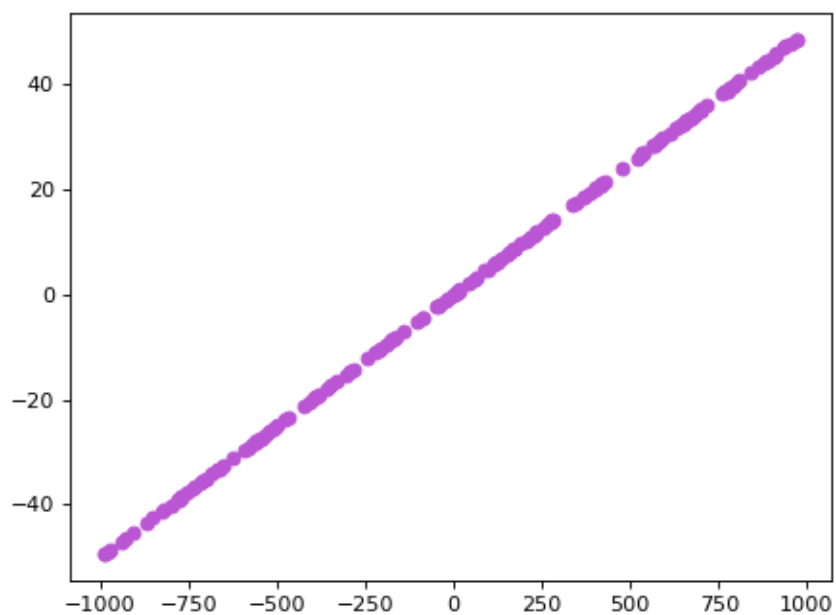
Ilość różnych punktów: 2

Wykres 3.6.1 Różnica punktów z zestawu 2,  
dla wyznaczników 2x2 liczonych różnymi metodami za przy  
tolerancji  $10^{-14}$



Ilość różnych punktów: 170

**Wykres 3.6.2** Różnica punktów z zestawu 4,  
dla wyznaczników 2x2 liczonych różnymi metodami za przy  
tolerancji  $10^{-14}$



Ilość różnych punktów: 170

**Wykres 3.6.3** Różnica punktów z zestawu 4,  
dla wyznaczników 3x3 liczonych różnymi metodami za przy  
tolerancji  $10^{-14}$

### 3.7. Analiza wyników z uwzględnieniem wszystkich parametrów

Wyznacznik	Tolerancja dla zera	Po lewej	Współliniowe	Po prawej
2x2 z biblioteki numPy	$10^{-14}$	50105	3	49892
	$10^{-18}$	50105	3	49892
2x2 funkcja własna	$10^{-14}$	50105	3	49892
	$10^{-18}$	50105	3	49892
3x3 z biblioteki numPy	$10^{-14}$	50105	3	49892
	$10^{-18}$	50106	1	49893
3x3 funkcja własna	$10^{-14}$	50105	3	49892
	$10^{-18}$	50107	0	49893

**Tabela 3.7.1. Ilość punktów w każdej klasyfikacji dla zestawu 1 w zależności od wyznacznika i tolerancji dla zera**

Wyznacznik	Tolerancja dla zera	Po lewej	Współliniowe	Po prawej
2x2 z biblioteki numPy	$10^{-14}$	49909	8	50083
	$10^{-18}$	49909	8	50083
2x2 funkcja własna	$10^{-14}$	49909	7	50084
	$10^{-18}$	49909	7	50084
3x3 z biblioteki numPy	$10^{-14}$	49912	0	50088
	$10^{-18}$	49912	0	50088
3x3 funkcja własna	$10^{-14}$	49912	0	50088
	$10^{-18}$	49912	0	50088

**Tabela 3.7.2. Ilość punktów w każdej klasyfikacji dla zestawu 2 w zależności od wyznacznika i tolerancji dla zera**

Wyznacznik	Tolerancja dla zera	Po lewej	Współliniowe	Po prawej
2x2 z biblioteki numPy	$10^{-14}$	513	0	487
	$10^{-18}$	513	0	487
2x2 funkcja własna	$10^{-14}$	513	0	487
	$10^{-18}$	513	0	487
3x3 z biblioteki numPy	$10^{-14}$	513	0	487
	$10^{-18}$	513	0	487
3x3 funkcja własna	$10^{-14}$	513	0	487
	$10^{-18}$	513	0	487

**Tabela 3.7.3. Ilość punktów w każdej klasyfikacji dla zestawu 3 w zależności od wyznacznika i tolerancji dla zera**

Wyznacznik	Tolerancja dla zera	Po lewej	Współliniowe	Po prawej
2x2 z biblioteki numPy	$10^{-14}$	115	740	145
	$10^{-18}$	122	724	154
2x2 funkcja własna	$10^{-14}$	165	706	129
	$10^{-18}$	172	693	135
3x3 z biblioteki numPy	$10^{-14}$	7	97	896
	$10^{-18}$	372	215	413
3x3 funkcja własna	$10^{-14}$	0	1000	0
	$10^{-18}$	190	414	396

**Tabela 3.7.4. Ilość punktów w każdej klasyfikacji dla zestawu 4 w zależności od wyznacznika i tolerancji dla zera**

## 4. Wnioski

Jak widać na podstawie powyższych danych, różnice w klasyfikacji położenia punktu względem odcinka w zależności od metody obliczania wyznacznika są różne. Dla zbioru 4 różnice są znaczące, nie tylko dla tolerancji dla zera równej  $10^{-14}$  rozważanej przez większą część ćwiczenia ale również dla tolerancji równej  $10^{-18}$ . Natomiast dla pozostałych zbiorów różnice są niewielkie, również porównując wyniki z tej samej metody liczenia wyznacznika dla różnej tolerancji.

Ciekawe jest to, że w zestawie 4 teoretycznie wszystkie punkty powinny być oznaczone jako współliniowe z odcinkiem, jednak wcale tak nie jest, w zależności od metody liczenia dostajemy zupełnie inne wyniki. Mimo to, można powiedzieć, że w zestawie 4 najlepiej poradził sobie wyznacznik  $3 \times 3$  liczony przez funkcję własną, przy tolerancji  $10^{-14}$ .

Podsumowując, nie można wybrać najlepszej metody do takiej klasyfikacji. Wyznacznik należy wybrać w zależności od potrzeb i wymaganych tolerancji.