

Algorytmy Geometryczne

Sprawozdanie 1

Aga Patro
czw_13.30_A

1. Specyfikacja sprzętu i narzędzia wykorzystane w realizacji

System: Debian Linux Parrot OS x64

Procesor: AMD Ryzen 5 4500U, 6 rdzeni, 6 wątków, 4.00GHz

Pamięć RAM: 16 GB

Środowisko: Jupyter Notebook

Język: Python 3

Narzędzie pomocnicze: plik *geometria.ipynb* dostarczony z poleceniem, biblioteki *numPy*, *random* oraz *matplotlib*

2. Temat ćwiczenia

Porównać wyniki klasyfikacji położenia punktów względem odcinka w zależności od wybranej metody obliczania wyznacznika oraz tolerancji dla zera

3. Realizacja

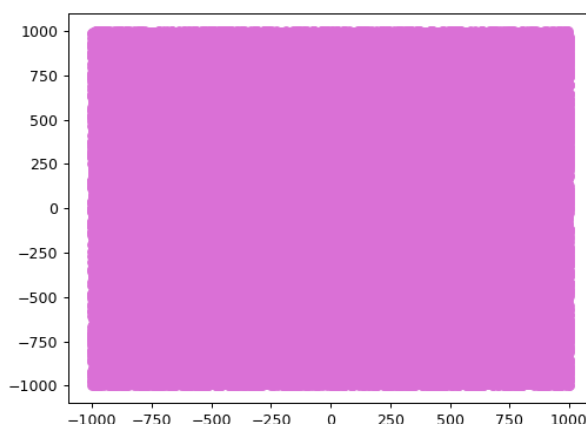
3.1. Generowanie i ilustrowanie punktów

By wygenerować punkty użyłam funkcji *randint()* z biblioteki *random*. Funkcja ta zwraca losową liczbę z przedziału podanego jako argument.

Dodatkowo, w podpunkcie 3 skorzystałam z funkcji *cos()* i *sin()* z biblioteki *math*, natomiast w podpunkcie 4 z podanych punktów wyliczyłam współczynniki prostej.

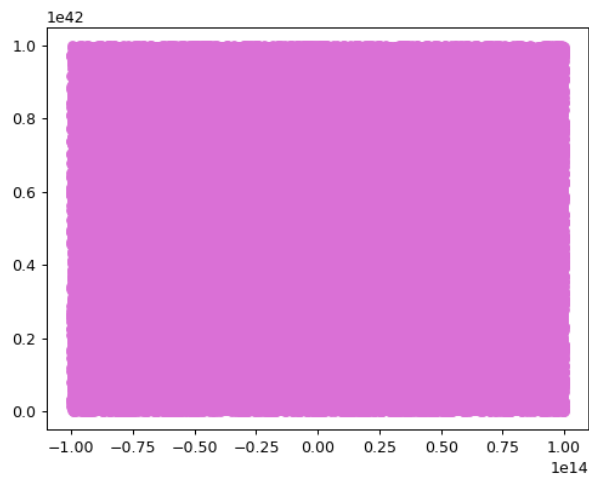
Ilustracje wszystkich zbiorów zostały zrealizowane za pomocą funkcji z pliku *geometria.ipynb* opartego o bibliotekę *matplotlib*

- 1) Zbiór 1 - 10^5 losowych punktów o współrzędnych z przedziału $[-1000, 1000]$



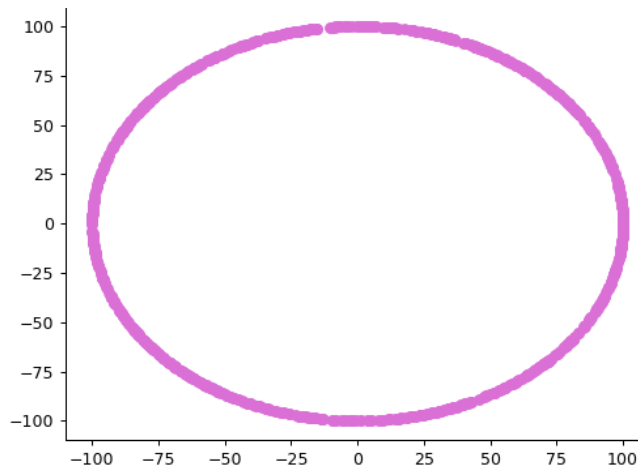
Wykres 3.1.1 Zbiór punktów 1

2) Zbiór 2 - 10^5 losowych punktów o współrzędnych z przedziału $[-10^{14}, 10^{14}]$



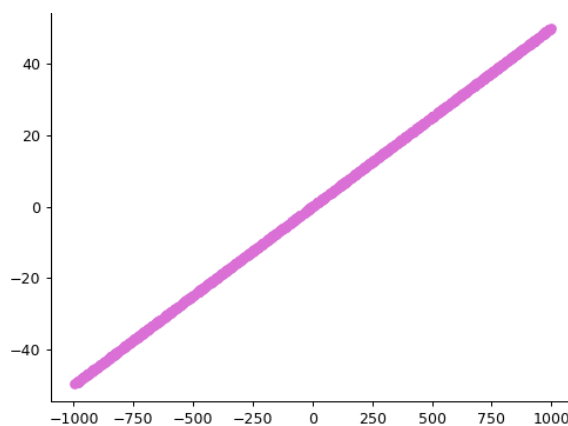
Wykres 3.1.2 Zbiór punktów 2

3) 1000 losowych punktów leżących na okręgu o środku (0,0) i promieniu $R=100$



Wykres 3.1.3 Zbiór punktów 3

4) 1000 losowych punktów o współrzędnych z przedziału $[-1000, 1000]$ leżących na prostej wyznaczonej przez wektor (a, b) , przyjmij $a = [-1.0, 0.0]$, $b = [1.0, 0.1]$



Wykres 3.1.4 Zbiór punktów 4

3.2. Obliczanie wyznacznika

By obliczyć wyznaczniki 2x2 i wyznaczniki 3x3 napisałam własne funkcje liczące oraz użyłam biblioteki numPy: `numpy.linalg.det()`

Nazwa	Metoda obliczania
Wyznacznik 2x2 z własnej implementacji	$\det(a, b, c) = \begin{vmatrix} a_x - c_x & a_y - c_y \\ b_x - c_x & b_y - c_y \end{vmatrix}$
Wyznacznik 2x2 z biblioteki numPy	funkcja <code>linalg.det()</code>
Wyznacznik 3x3 z własnej implementacji	$\det(a, b, c) = \begin{vmatrix} a_x & a_y & 1 \\ b_x & b_y & 1 \\ c_x & c_y & 1 \end{vmatrix}$
Wyznacznik 2x2 z biblioteki numPy	funkcja <code>linalg.det()</code>

Tabela 1. Zastosowane wyznaczniki i metody ich wyliczenia

a, b to punkty wyznaczające odcinek na podstawie którego dokonujemy klasyfikacji, c to sprawdzany punkt.

3.3. Tolerancje dla zera

Jako rozważane tolerancje dla zera przyjął:

- $10^{(-14)}$
- $10^{(-18)}$

3.4. Kategoryzowanie punktów

By kategoryzować punkty napisałam funkcję `points_classifier`. Stworzyłam tablicę list gdzie indexy 0 oznaczają miejsce po lewej stronie odcinka, 1 miejsce na odcinku a 2 miejsce po prawej stronie odcinka.

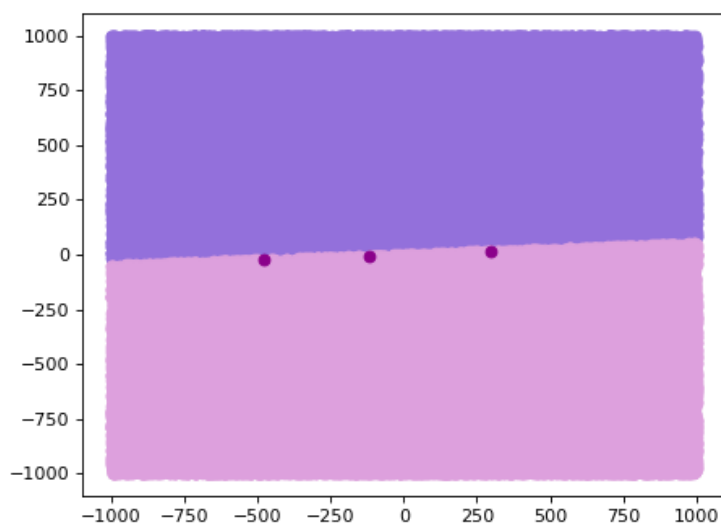
Następnie przechodziłam po punktach i dla każdego obliczałam wyznacznik a potem wrzucałam do odpowiedniej listy.

3.5. Wizualizacja

By zwizualizować wykresy napisałam funkcję `show_results`, która jest kombinacją funkcji z pliku `geometria.ipynb`.

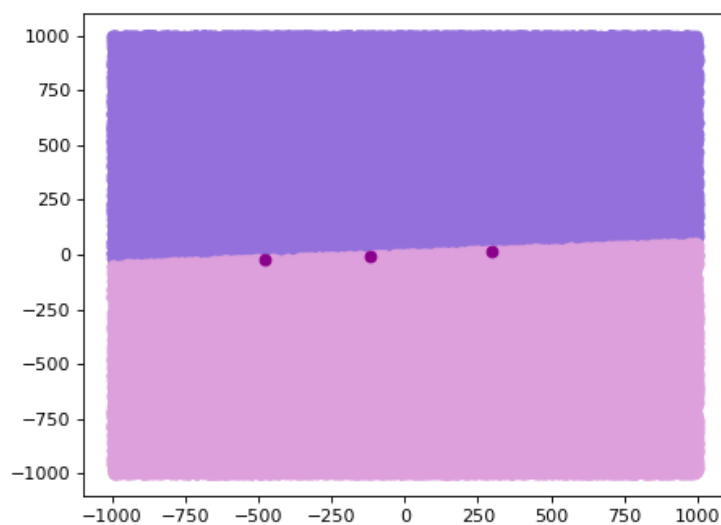
Kolor fioletowy oznacza że punkt został sklasyfikowany jako leżący po lewej stronie, kolor różowy jako leżący po prawej stronie, natomiast magenta oznacza punkt współliniowy z danym odcinkiem

1) Zestaw 1



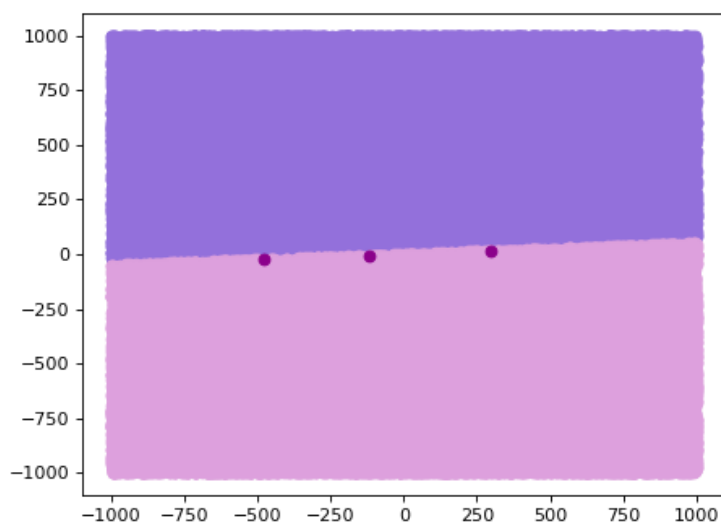
Left: 50105
Right: 49892
Collinear: 3

Wykres 3.5.1.1 Klasyfikacja punktów z zestawu 1, dla wyznacznika 2x2 liczonego za pomocą biblioteki NumPy przy tolerancji 10^{-14}



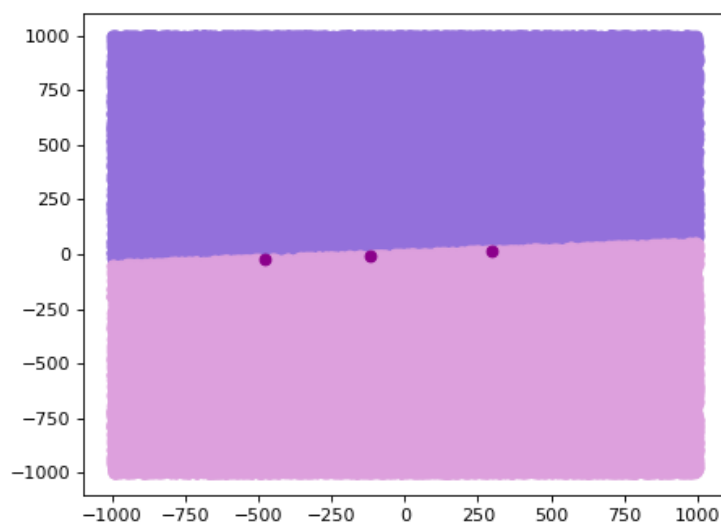
Left: 50105
Right: 49892
Collinear: 3

Wykres 3.5.1.2 Klasyfikacja punktów z zestawu 1, dla wyznacznika 2x2 liczonego za pomocą własnej funkcji przy tolerancji 10^{-14}



Left: 50105
Right: 49892
Collinear: 3

Wykres 3.5.1.3 Klasyfikacja punktów z zestawu 1, dla wyznacznika 3x3 liczonego za pomocą biblioteki NumPy przy tolerancji 10^{-14}

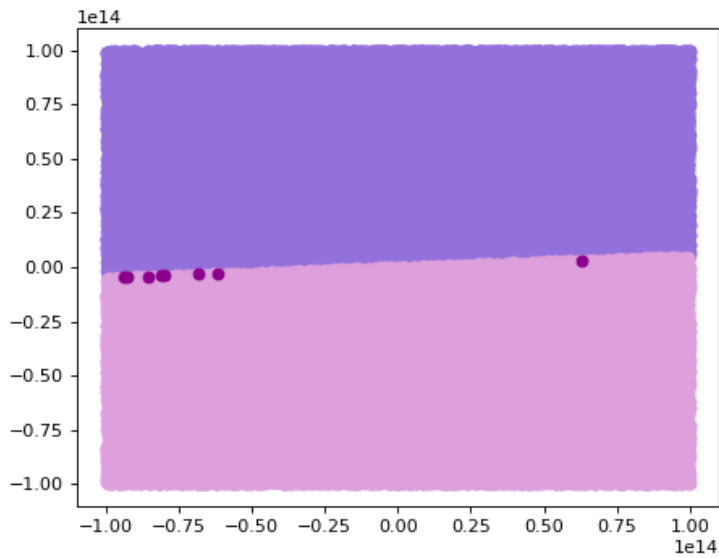


Left: 50105
Right: 49892
Collinear: 3

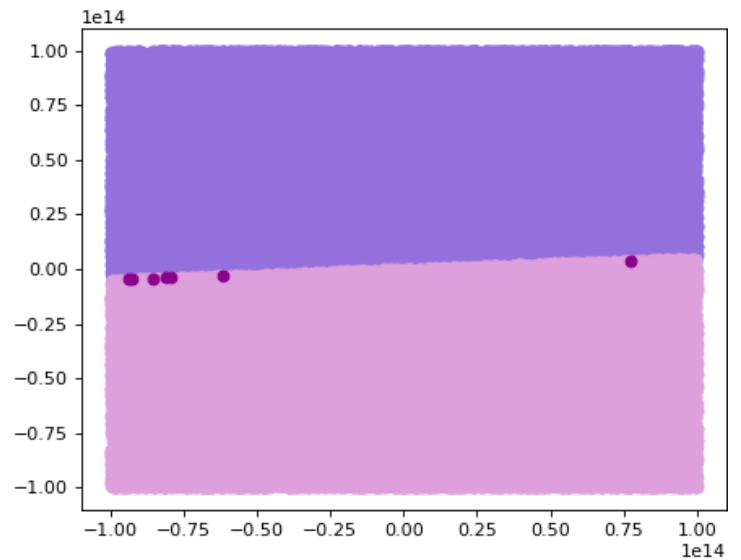
Wykres 3.5.1.4 Klasyfikacja punktów z zestawu 1, dla wyznacznika 3x3 liczonego za pomocą własnej funkcji przy tolerancji 10^{-14}

Jak widać, dla pierwszego zestawu wyniki danych dla każdego z wyznaczników były identyczne.

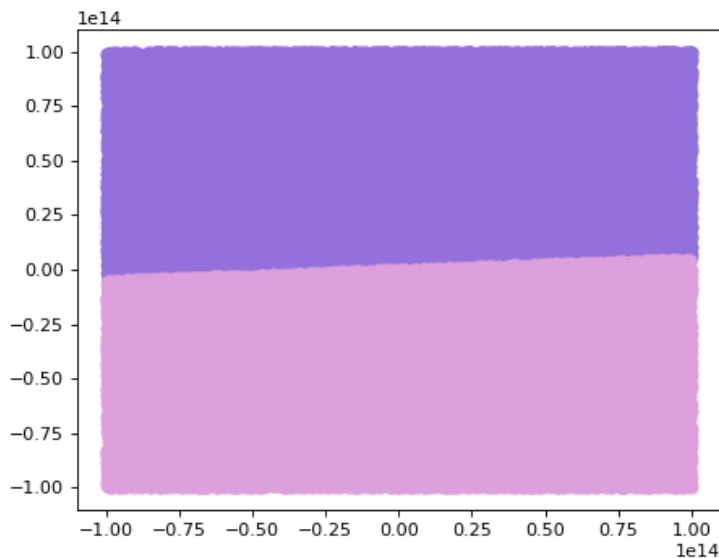
2) Zestaw 2



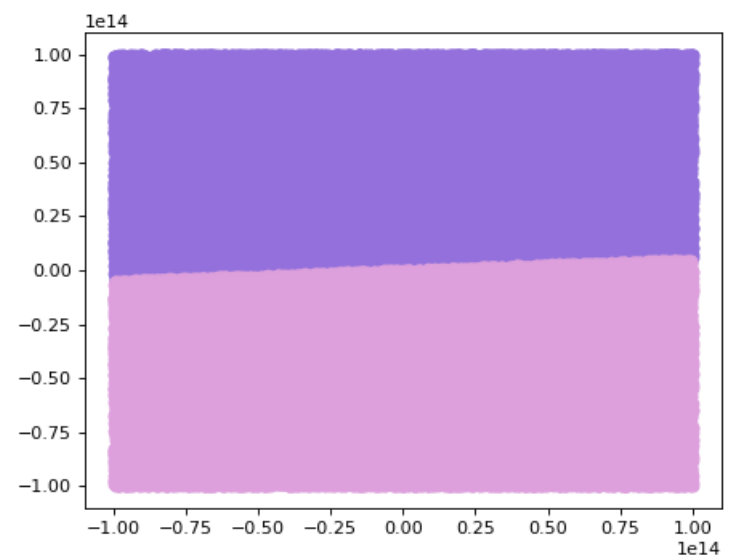
Wykres 3.5.2.1 Klasyfikacja punktów z zestawu 2, dla wyznacznika 2x2 liczonego za pomocą biblioteki NumPy przy tolerancji 10^{-14}



Wykres 3.5.2.2 Klasyfikacja punktów z zestawu 2, dla wyznacznika 2x2 liczonego za pomocą własnej funkcji przy tolerancji 10^{-14}



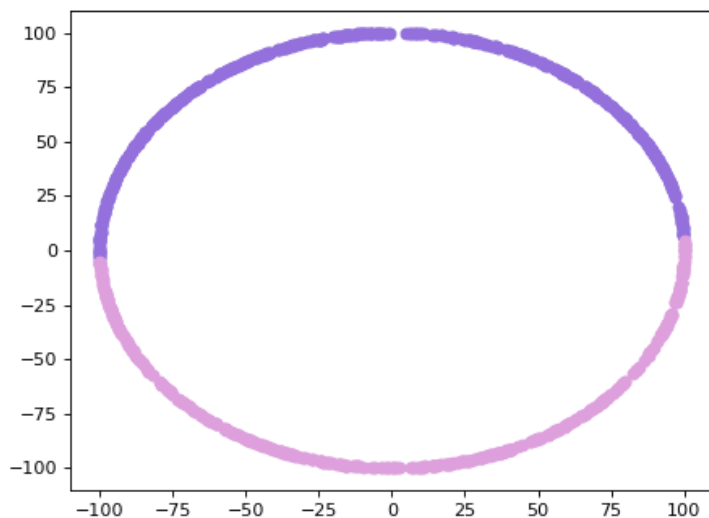
Wykres 3.5.2.3 Klasyfikacja punktów z zestawu 2, dla wyznacznika 3x3 liczonego za pomocą biblioteki NumPy przy tolerancji 10^{-14}



Wykres 3.5.2.4 Klasyfikacja punktów z zestawu 2, dla wyznacznika 3x3 liczonego za pomocą własnej funkcji przy tolerancji 10^{-14}

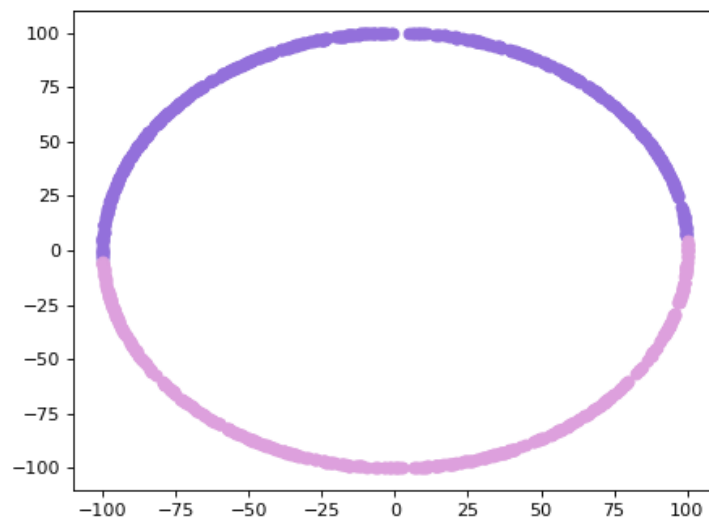
Dla wyznaczników 2x2 wyniki otrzymane różnymi sposobami liczenia są minimalnie różne.
Dla wyznaczników 3x3 otrzymane wyniki są takie same.

3) Zestaw 3



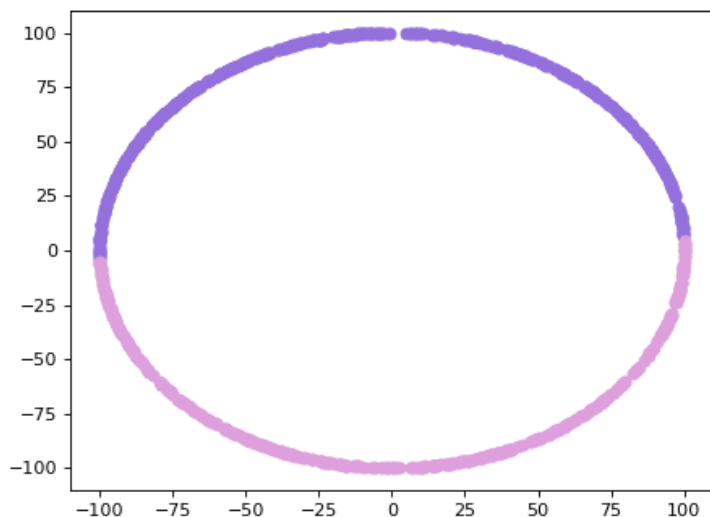
Left: 513
Right: 487
Collinear: 0

Wykres 3.5.3.1 Klasyfikacja punktów z zestawu 3, dla wyznacznika 2x2 liczonego za pomocą biblioteki NumPy przy tolerancji 10^{-14}



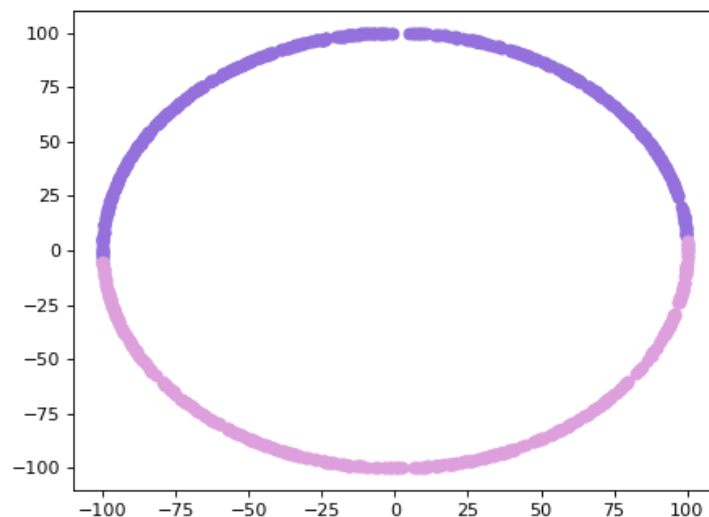
Left: 513
Right: 487
Collinear: 0

Wykres 3.5.3.2 Klasyfikacja punktów z zestawu 3, dla wyznacznika 2x2 liczonego za pomocą własnej funkcji przy tolerancji 10^{-14}



Left: 513
Right: 487
Collinear: 0

Wykres 3.5.3.3 Klasyfikacja punktów z zestawu 3, dla wyznacznika 3x3 liczonego za pomocą biblioteki NumPy przy tolerancji 10^{-14}

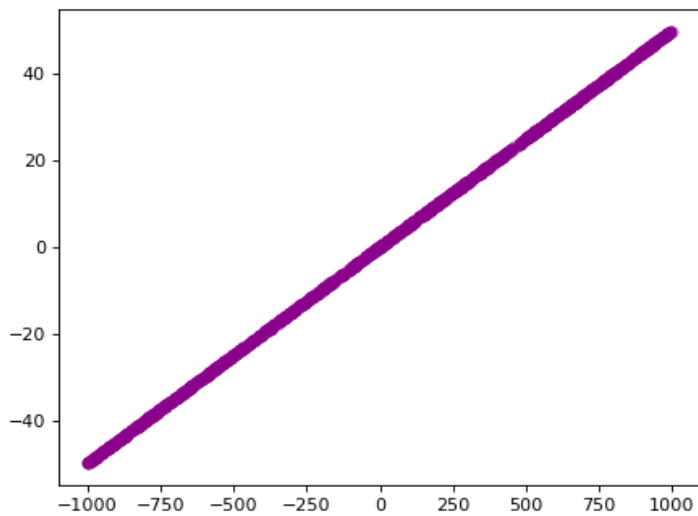


Left: 513
Right: 487
Collinear: 0

Wykres 3.5.3.4 Klasyfikacja punktów z zestawu 3, dla wyznacznika 3x3 liczonego za pomocą własnej funkcji przy tolerancji 10^{-14}

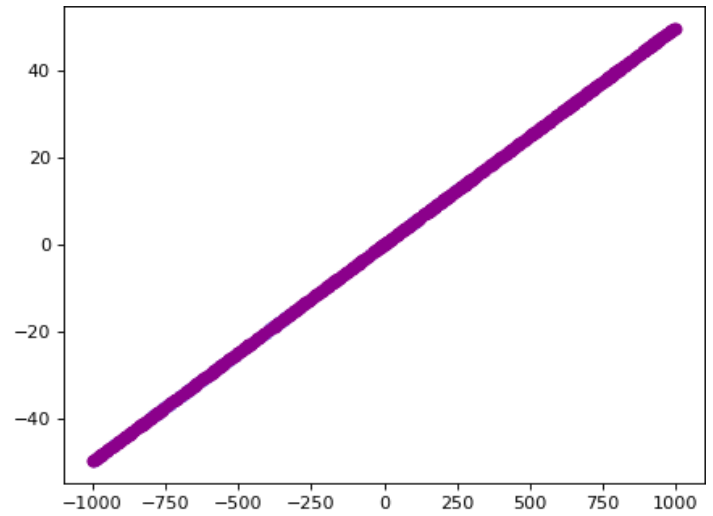
Jak w przypadku zestawu 1, wyniki danych dla każdego z wyznaczników identyczne.

4) Zestaw 4



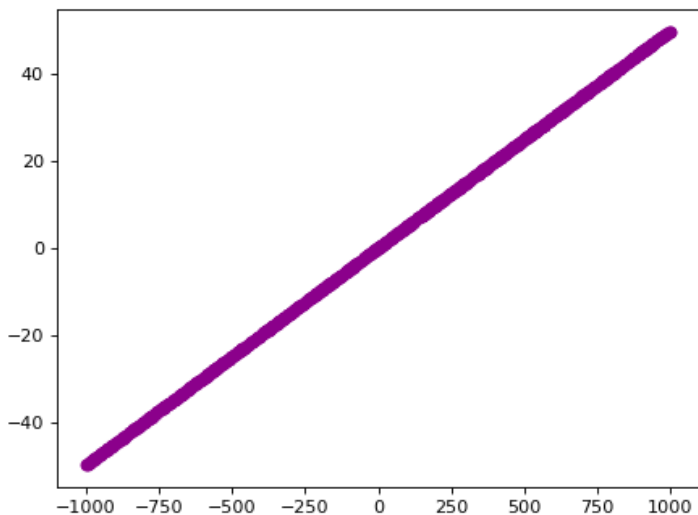
Left: 115
Right: 145
Collinear: 740

Wykres 3.5.4.1 Klasyfikacja punktów z zestawu 4, dla wyznacznika 2x2 liczonego za pomocą biblioteki NumPy przy tolerancji 10^{-14}



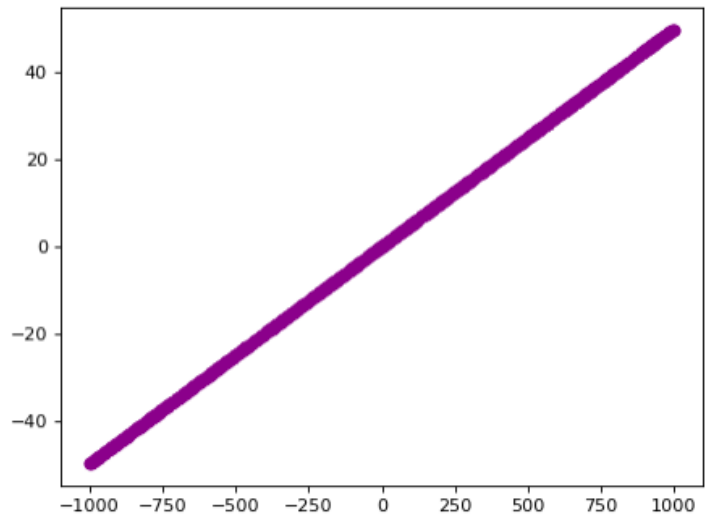
Left: 165
Right: 129
Collinear: 706

Wykres 3.5.4.2 Klasyfikacja punktów z zestawu 4, dla wyznacznika 2x2 liczonego za pomocą własnej funkcji przy tolerancji 10^{-14}



Left: 7
Right: 97
Collinear: 896

Wykres 3.5.4.3 Klasyfikacja punktów z zestawu 4, dla wyznacznika 3x3 liczonego za pomocą biblioteki NumPy przy tolerancji 10^{-14}



Left: 0
Right: 0
Collinear: 1000

Wykres 3.5.4.4 Klasyfikacja punktów z zestawu 4, dla wyznacznika 3x3 liczonego za pomocą własnej funkcji przy tolerancji 10^{-14}

Dla zestawu czwartego teoretycznie wszystkie punkty powinny zostać zaklasyfikowane jako współliniowe, jednak stało się tak tylko dla wyznacznika 3x3 liczonego własną funkcją przy

tolerancji 10^{-14} . Porównując wyniki otrzymane z różnych sposobów liczenia widzimy, że wyniki różnią się od siebie.

Błędną klasyfikację punktów powodują błędy związane ze skończoną precyzją obliczeń. Dlatego by to zniwelować, w dalszych krokach ćwiczenia będę stosować różne tolerancje dla zera (10^{-14} , 10^{-18}).

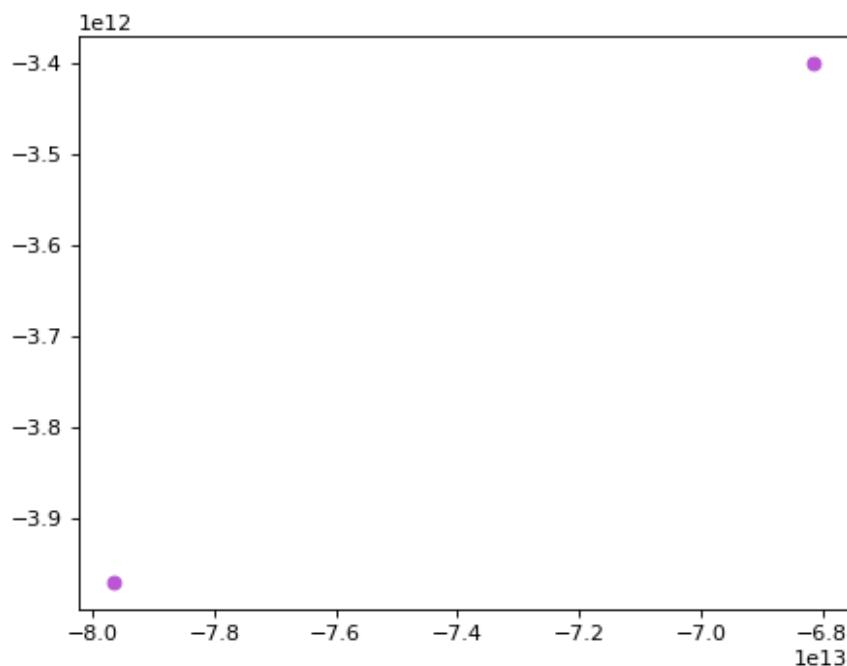
3.6. Porównanie metod liczenia

By znaleźć które punkty różnią się klasyfikacją, napisałam funkcję *find_differece*. Funkcja ta zwraca listę punktów które mają różną klasyfikację w zależności od metody liczenia. Dodatkowo funkcja rysuje wykres ukazujący te punkty oraz zwraca ile tych punktów jest.

Jako że dla zestawu 1 i zestawu 3 wyniki są takie same, to wykorzystałam tą funkcję by pokazać różnicę w zestawach 2 i 4.

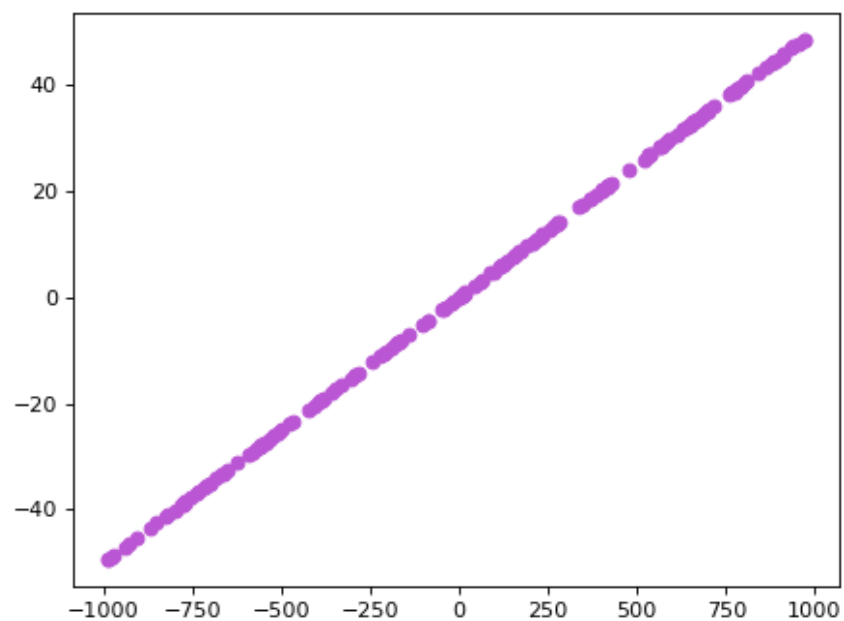
Dla zestawu 2, przy wyznacznikach 2x2 różnica wynosiła 2 punkty.

Dla zestawu 4, dla obu typów wyznaczników różnica wynosiła 170 punktów.



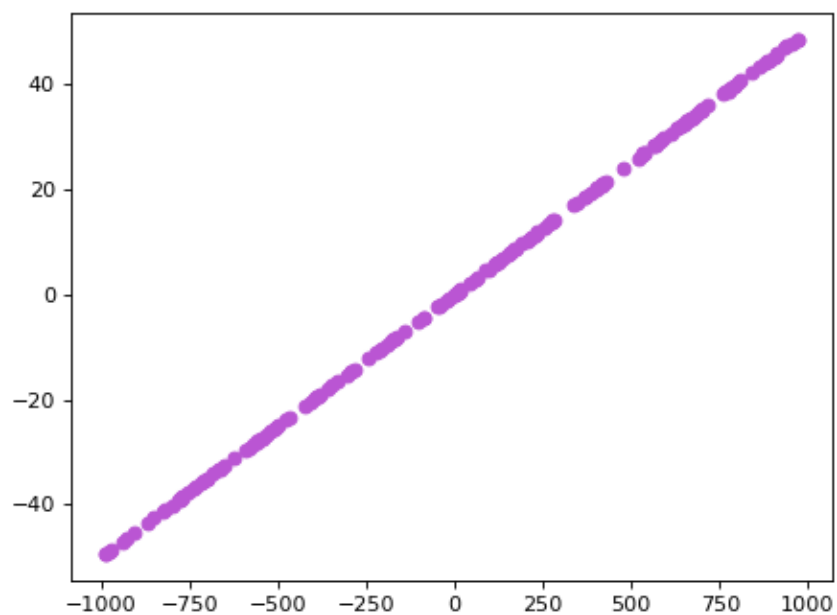
Number of differences: 2

**Wykres 3.6.1 Różnica punktów z zestawu 2,
dla wyznaczników 2x2 liczonych różnymi metodami za przy
tolerancji 10^{-14}**



Number of differences: 170

Wykres 3.6.2 Różnica punktów z zestawu 4,
dla wyznaczników 2x2 liczonych różnymi metodami za przy
tolerancji 10^{-14}



Number of differences: 170

Wykres 3.6.3 Różnica punktów z zestawu 4,
dla wyznaczników 3x3 liczonych różnymi metodami za przy
tolerancji 10^{-14}

3.7. Analiza wyników z uwzględnieniem wszystkich parametrów

Wnioski odnośnie analizy przedstawionych poniżej wyników znajdują się w ostatniej części sprawozdania.

Wyznacznik	Tolerancja dla zera	Po lewej	Współliniowe	Po prawej
2x2 z biblioteki numPy	10^{-14}	50105	3	49892
	10^{-18}	50105	3	49892
2x2 funkcja własna	10^{-14}	50105	3	49892
	10^{-18}	50105	3	49892
3x3 z biblioteki numPy	10^{-14}	50105	3	49892
	10^{-18}	50106	1	49893
3x3 funkcja własna	10^{-14}	50105	3	49892
	10^{-18}	50107	0	49893

Tabela 3.7.1. Ilość punktów w każdej klasyfikacji dla zestawu 1 w zależności od wyznacznika i tolerancji dla zera

Wyznacznik	Tolerancja dla zera	Po lewej	Współliniowe	Po prawej
2x2 z biblioteki numPy	10^{-14}	49909	8	50083
	10^{-18}	49909	8	50083
2x2 funkcja własna	10^{-14}	49909	7	50084
	10^{-18}	49909	7	50084
3x3 z biblioteki numPy	10^{-14}	49912	0	50088
	10^{-18}	49912	0	50088
3x3 funkcja własna	10^{-14}	49912	0	50088
	10^{-18}	49912	0	50088

Tabela 3.7.2. Ilość punktów w każdej klasyfikacji dla zestawu 2 w zależności od wyznacznika i tolerancji dla zera

Wyznacznik	Tolerancja dla zera	Po lewej	Współliniowe	Po prawej
2x2 z biblioteki numPy	10 ⁻¹⁴	513	0	487
	10 ⁻¹⁸	513	0	487
2x2 funkcja własna	10 ⁻¹⁴	513	0	487
	10 ⁻¹⁸	513	0	487
3x3 z biblioteki numPy	10 ⁻¹⁴	513	0	487
	10 ⁻¹⁸	513	0	487
3x3 funkcja własna	10 ⁻¹⁴	513	0	487
	10 ⁻¹⁸	513	0	487

Tabela 3.7.3. Ilość punktów w każdej klasyfikacji dla zestawu 3 w zależności od wyznacznika i tolerancji dla zera

Wyznacznik	Tolerancja dla zera	Po lewej	Współliniowe	Po prawej
2x2 z biblioteki numPy	10 ⁻¹⁴	115	740	145
	10 ⁻¹⁸	122	724	154
2x2 funkcja własna	10 ⁻¹⁴	165	706	129
	10 ⁻¹⁸	172	693	135
3x3 z biblioteki numPy	10 ⁻¹⁴	7	97	896
	10 ⁻¹⁸	372	215	413
3x3 funkcja własna	10 ⁻¹⁴	0	1000	0
	10 ⁻¹⁸	190	414	396

Tabela 3.7.4. Ilość punktów w każdej klasyfikacji dla zestawu 4 w zależności od wyznacznika i tolerancji dla zera

4. Wnioski

Jak widać na podstawie powyższych danych, różnice w klasyfikacji położenia punktu względem odcinka w zależności od metody obliczania wyznacznika są różne. Dla zbioru 4 różnice są znaczące, nie tylko dla tolerancji dla zera równej 10^{-14} rozważanej przez większą część ćwiczenia ale również dla tolerancji równej 10^{-18} . Natomiast dla pozostałych zbiorów różnice są niewielkie, również porównując wyniki z tej samej metody liczenia wyznacznika dla różnej tolerancji.

Ciekawe jest to, że w zestawie 4 teoretycznie wszystkie punkty powinny być oznaczone jako współliniowe z odcinkiem, jednak wcale tak nie jest, w zależności od metody liczenia dostajemy zupełnie inne wyniki. Mimo to, można powiedzieć, że w zestawie 4 najlepiej poradził sobie wyznacznik 3×3 liczony przez funkcję własną, przy tolerancji 10^{-14} .

Podsumowując, nie można wybrać najlepszej metody do takiej klasyfikacji. Wyznacznik należy wybrać w zależności od potrzeb i wymaganych tolerancji.