

Metody obliczeniowe w nauce i technice

Aproksymacja średniokwadratowa wielomianami algebraicznymi

Aga Patro

pt_15:00

1. Specyfikacja sprzętu i narzędzia wykorzystane w realizacji.....	2
2. Temat ćwiczenia.....	2
3. Dane.....	2
4. Realizacja i wyniki ćwiczenia.....	3
4.1 Wyniki.....	3
5. Wnioski.....	6
6. Bibliografia.....	6

1. Specyfikacja sprzętu i narzędzia wykorzystane w realizacji

System: Debian Linux Parrot OS x64

Procesor: AMD Ryzen 5 4500U, 6 rdzeni, 6 wątków, 4.00GHz

Pamięć RAM: 16 GB

Środowisko: Jupyter Notebook

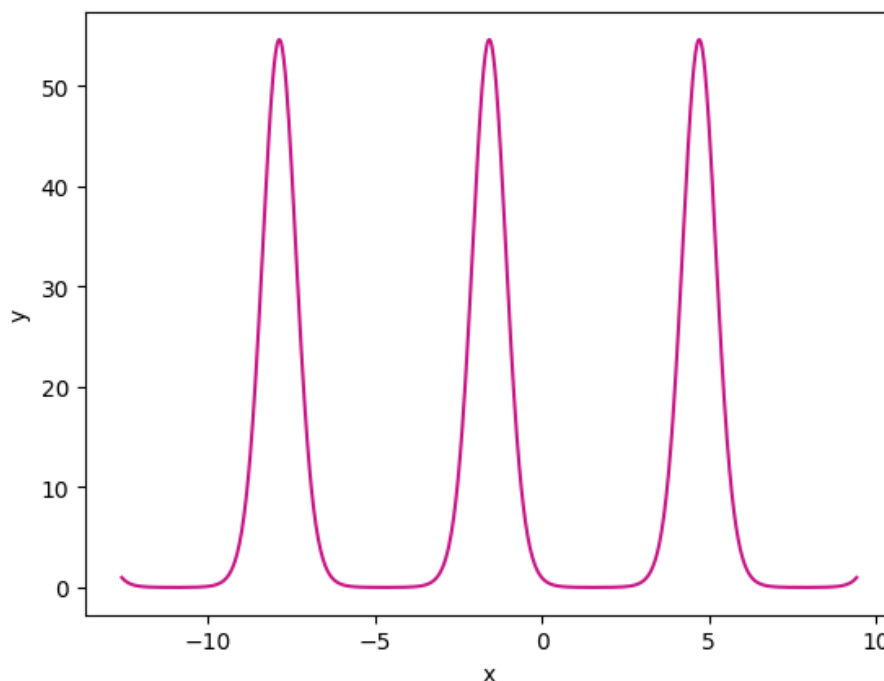
Język: Python 3

2. Temat ćwiczenia

Celem ćwiczenia było, by dla zadanej funkcji $e^{-4\sin(x)}$ na przedziale od -4π do 3π wyznaczyć jej wartości w n dyskretnych punktach. Następnie w oparciu o te punkty wyznaczyć przybliżenie funkcji wykorzystując aproksymację średniokwadratową wielomianami algebraicznymi. Wykonać eksperymenty numeryczne dla różnej liczby punktów dyskretyzacji oraz układów funkcji bazowych zawierających różną liczbę funkcji. Oszacować błędy przybliżenia. Graficznie zilustrować interesujące przypadki.

3. Dane

Mamy zadaną funkcję $e^{-4\sin(x)}$ na przedziale od -4π do 3π .



Wykres 3.1. Wykres funkcji $e^{(-4\sin(x))}$

4. Realizacja i wyniki ćwiczenia

4.1 Wyniki

Max stopień	Liczba punktów					
	10	15	20	25	30	35
3	54.32	200.91	69.40	81.91	54.33	83.16
5	124.92	103.19	50.04	680.87	185.72	510.71
6	62.76	62.69	70.62	1423.52	115.46	112.41
8	53.59	53.59	53.6	53.59	53.66	53.59
11	86.56	2899.91	822.42	13686.15	47129.54	173429.17
15	34.55	3745.47	4705.08	90360.0	311106.19	968759.89
20	41.10	133.46	1106.45	1476.99	36070.17	64623.76
25	39.78	28.1	1138.59	15933.52	7982.44	3244.46
30	40.07	25.95	214.0	961.45	4686.68	5319.0
35	40.02	25.5	83.72	636.5	7062.6	4106.23

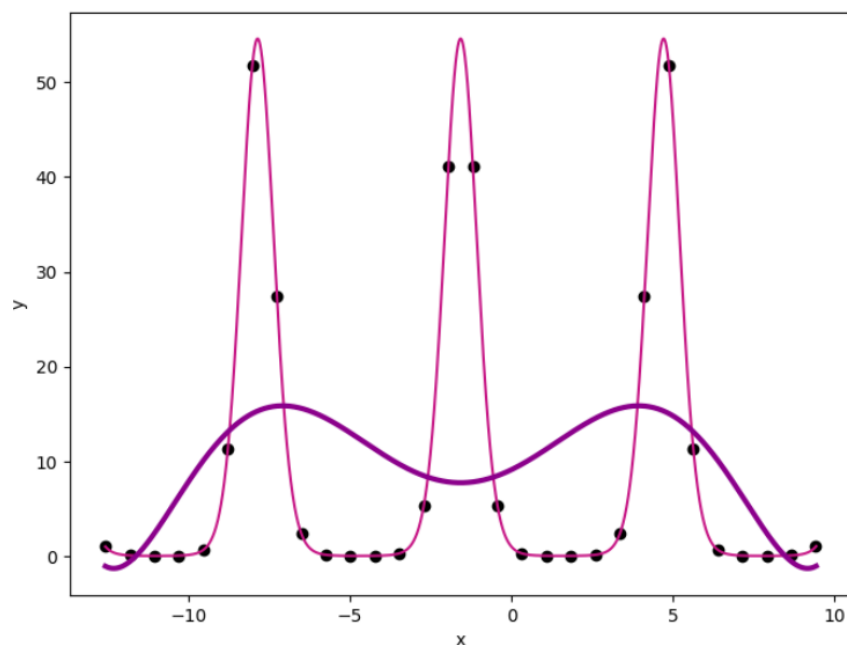
Tabela 4.1.1 Tabela błędów maksymalnych otrzymanych dla funkcji aproksymującej w zależności od liczby punktów oraz stopnia wielomianu

Max stopień	Liczba punktów					
	10	15	20	25	30	35
3	1.04e06	1.25e07	1.72e06	2.06e06	1.48e06	2.47e06
5	2.27e06	2.68e06	8.68e05	3.75e07	3.45e06	1.89e07
6	8.02e05	8.26e05	1.31e06	1.39e08	1.97e06	1.7e06
8	3.47e05	3.47e05	3.47e05	3.47e05	3.48e05	3.47e05
11	1.08e06	4.56e08	3.64e07	7.07e09	8.81e10	1.02e12
15	2.42e05	8.59e08	7.49e08	2.2e11	2.36e12	2.36e13
20	2.09e05	9.41e05	4.8e07	4.32e07	2.56e10	8.3e10
25	2.07e05	1.11e05	3.24e07	5.20e09	1.31e09	3.06e08
30	2.06e05	8.83e04	1.18e06	2.08e07	3.18e08	4.13e08
35	2.05e05	8.49e04	2.19e05	5.43e06	6.06e08	2.01e08

Tabela 4.1.2 Tabela błędów średniokwadratowych otrzymanych dla funkcji aproksymującej w zależności od liczby punktów oraz stopnia wielomianu

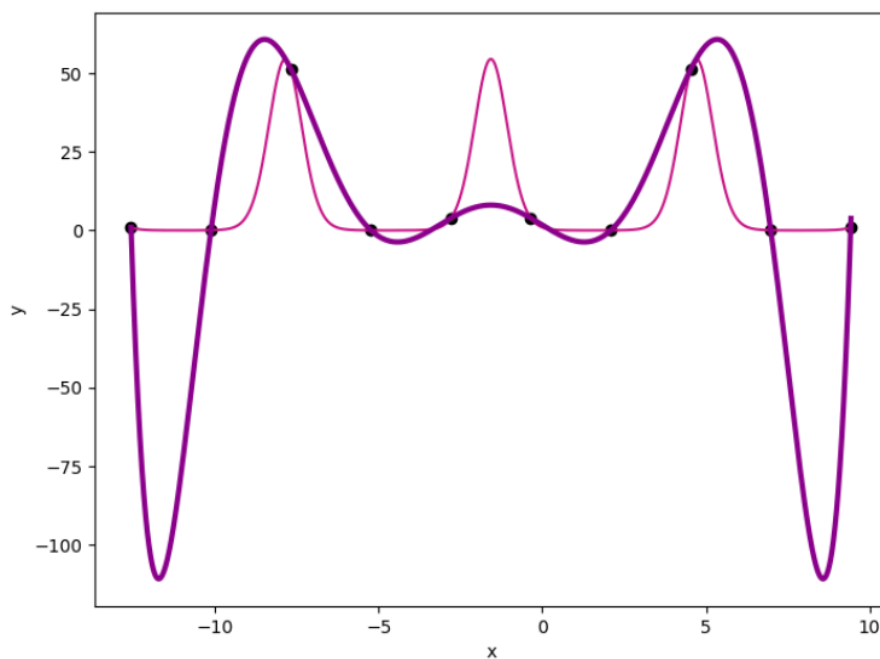
Analizując powyższe tabele możemy zauważyć, że wartość błędów wzrastają wraz ze wzrostem liczby punktów. Ponadto dla małego maksymalnego stopnia wielomianu wartość błędu zwiększa się nieznacznie.

Dla maksymalnego stopnia wielomianu równego 8, wartości błędów (Tabela 4.1.1) w zależności od liczby punktów praktycznie się nie różnią.



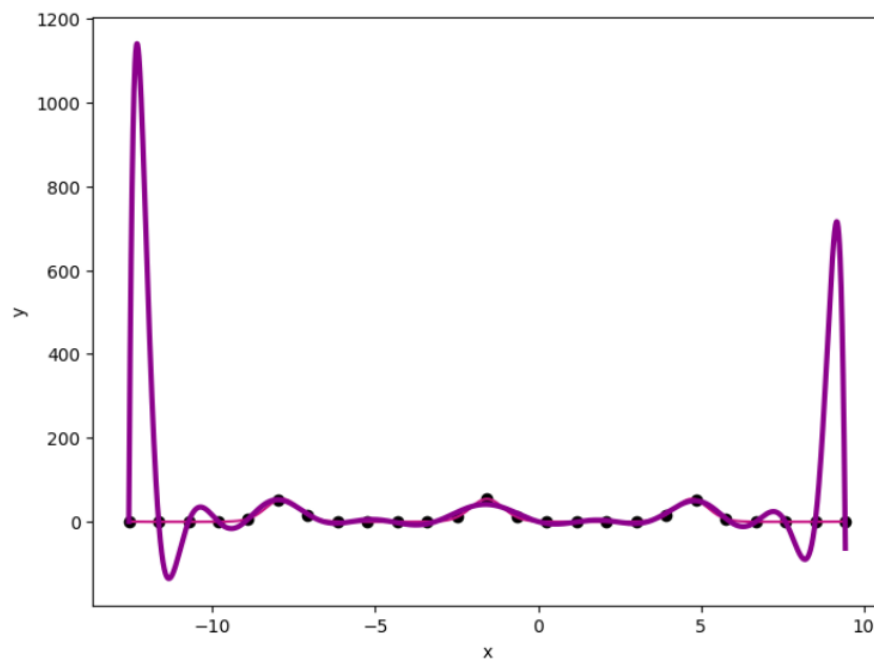
Wykres 4.1.1 Wykres dla 30 punktów i stopnia 8 wielomianu

Efekt Rungego dla małej ilości obu czynników pojawia się dla 10 punktów i wielomianu 11-ego stopnia.



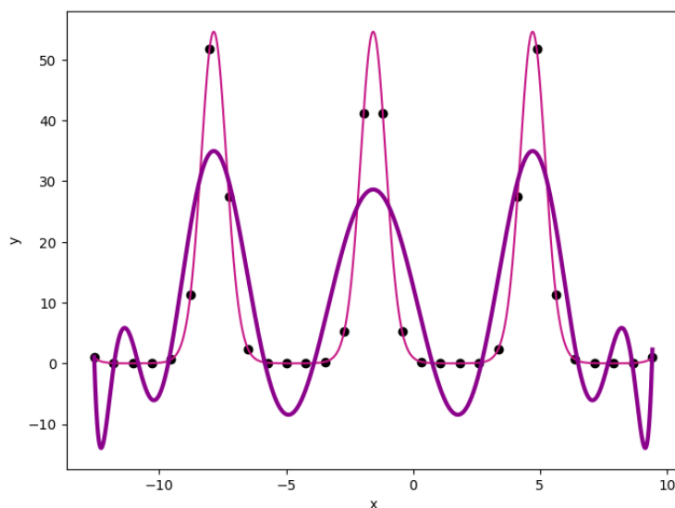
Wykres 4.1.2 Wykres dla 10 punktów i stopnia 11 wielomianu

Wykres funkcji najbardziej dopasowanej do oryginalnej funkcji (pomimo bardzo widocznego efektu Rungego na końcach przedziałów) otrzymamy dla wielomianu 20 stopnia i 25 punktów.

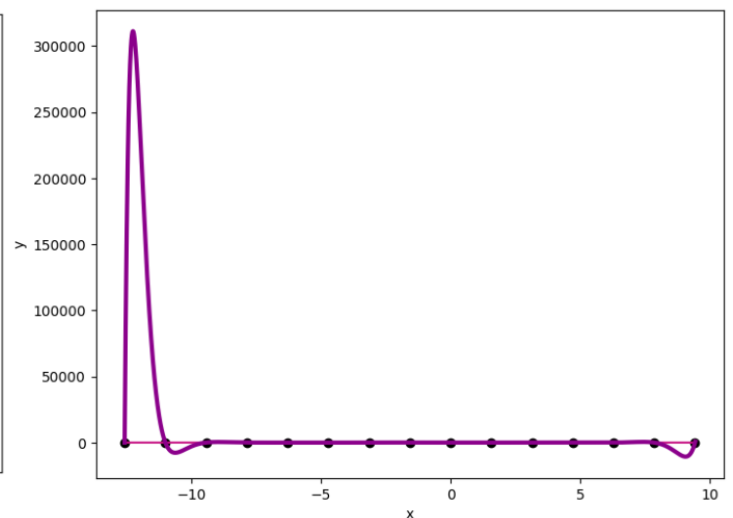


Wykres 4.1.3 Wykres dla 25 punktów i stopnia 20 wielomianu

Natomiast na poniższych wykresach możemy zauważyć, że stosunek liczby węzłów do stopnia wielomianu ma wpływ na użyteczność funkcji.



Wykres 4.1.4 Wykres dla 30 punktów i stopnia 15 wielomianu



Wykres 4.1.5 Wykres dla 15 punktów i stopnia 30 wielomianu

5. Wnioski

Dla liczby węzłów mniejszej niż 8, funkcja ma bardzo słabą dokładność i nie ma sensu jej używać.

Kiedy maksymalny stopień wielomianu jest większy od liczby węzłów aproksymacji to funkcja aproksymująca nie spełnia swojej roli. (Wykresy 4.1.4 i 4.1.5)

Aby przybliżenie stało się dokładne, to liczba punktów musi być większa od liczby funkcji bazowych.

6. Bibliografia

- [1] Wykłady dr Katarzyny Rycerz z przedmiotu "Metody Obliczeniowe w Nauce i Technice"
- [2] Aproksymacja wielomianowa, Wikipedia
https://pl.wikipedia.org/wiki/Aproksymacja_wielomianowa