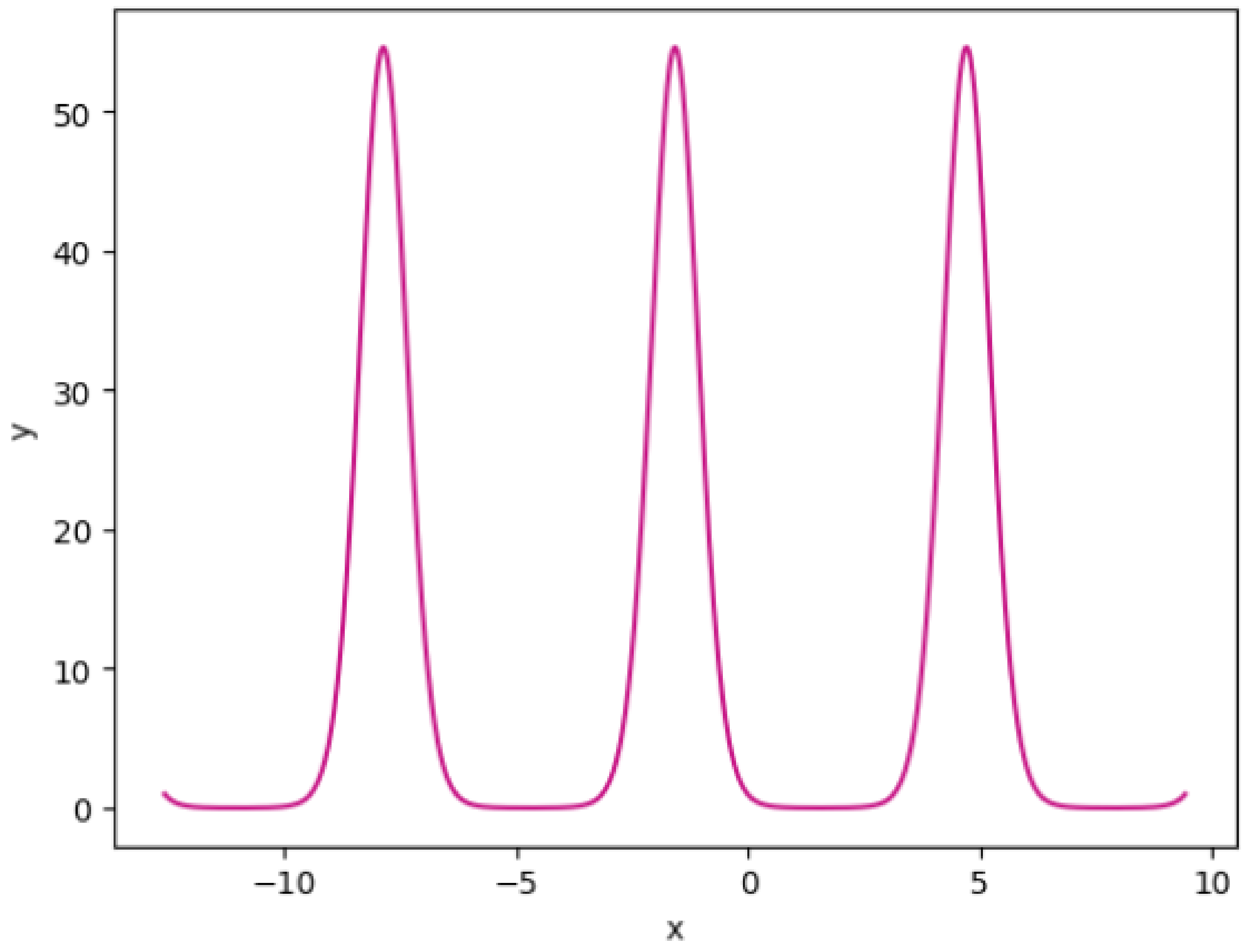
Porównanie sposobów Interpolacji oraz Aproksymacji

Aga Patro

Zadana funkcja

$$e^{-4sin(x)}$$

na przedziale -4pi do 3pi



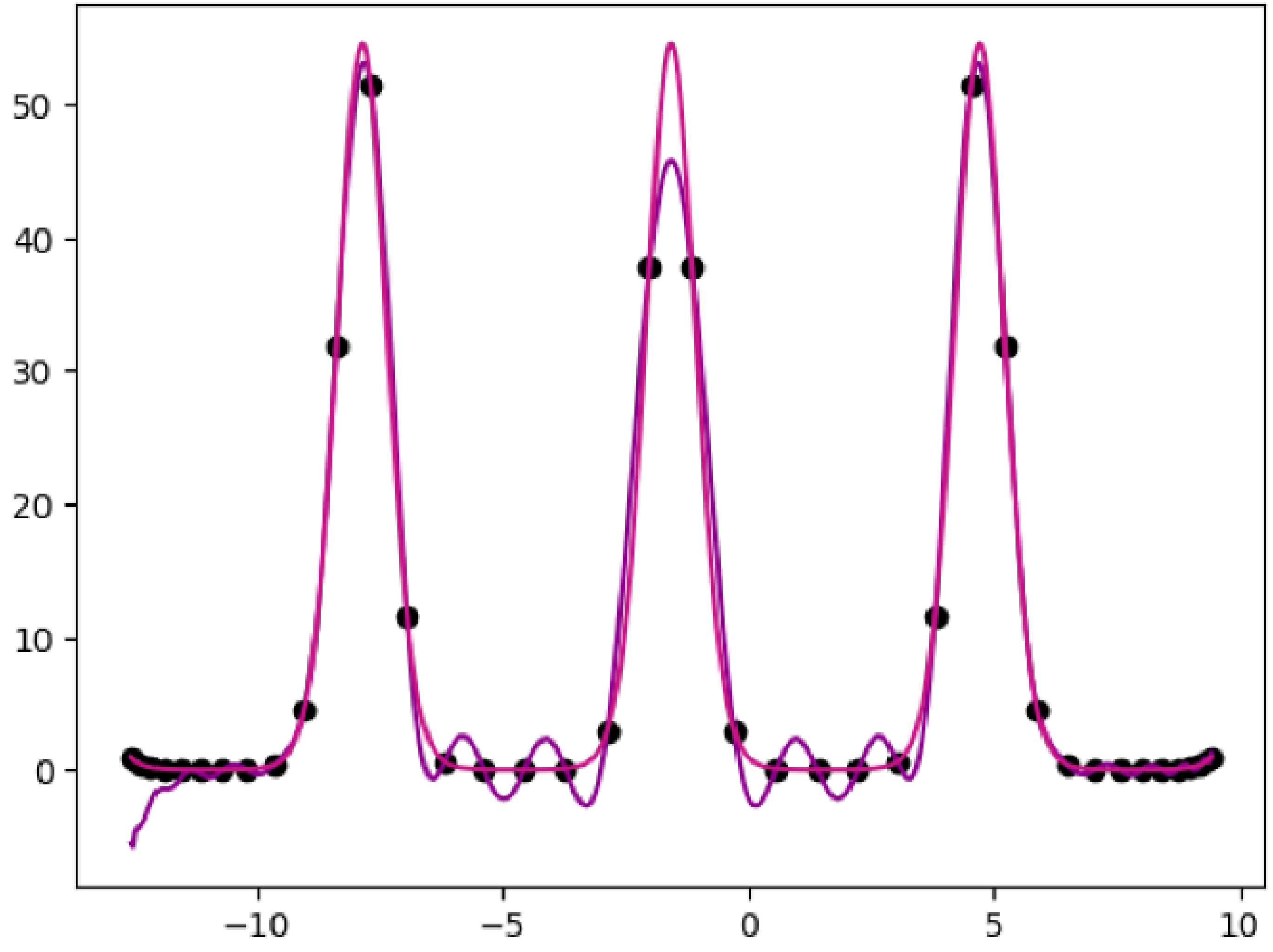
Interpolacja

Zagadnienie Lagrange'a:
Wielomian interpolujący
w postaci Lagrange'a

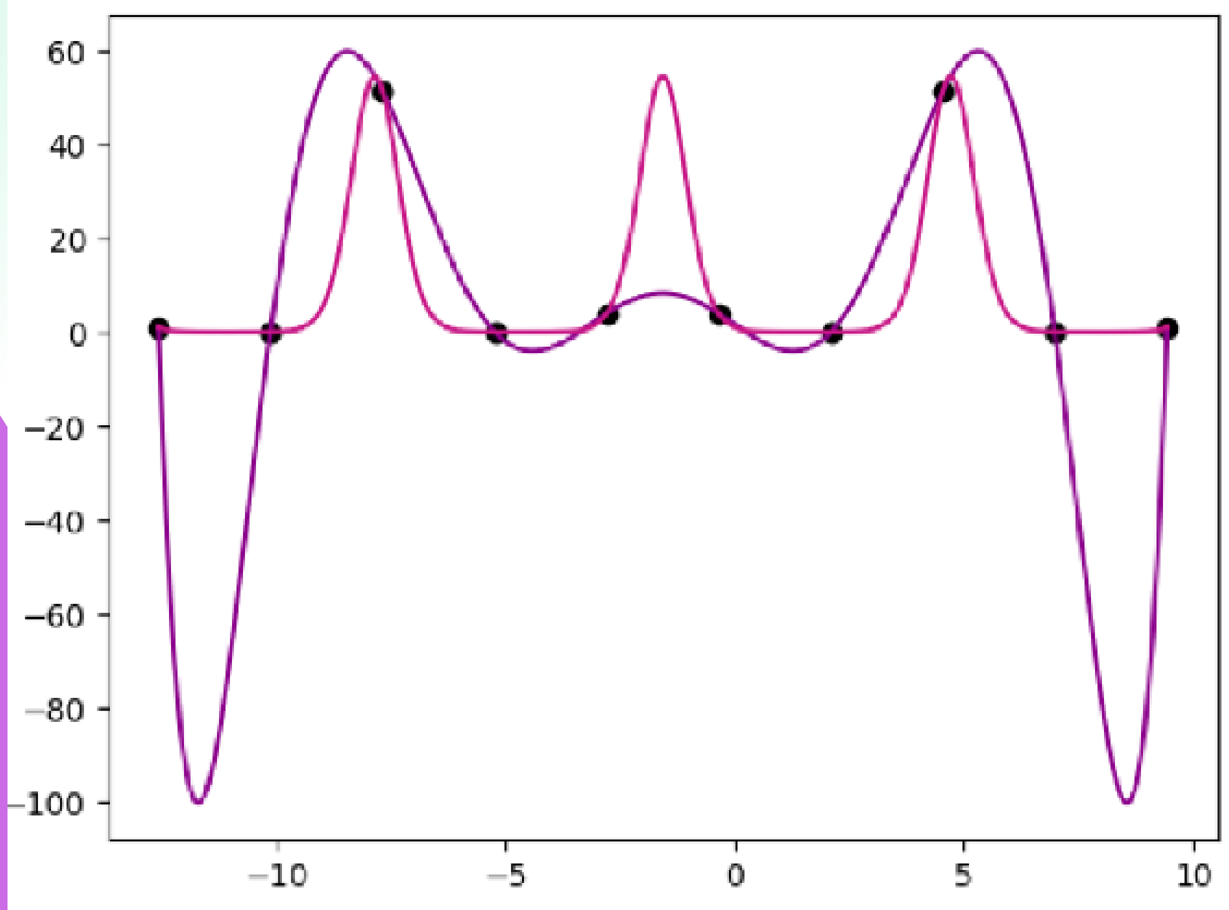
Najmniejszy błąd maksymalny otrzymałam dla 40 węzłów o rozłożeniu Czebyszewa: 8.7484

Widoczny efekt Rungego pojawia się dla 10 węzłów przy rozmiesczeniu równoległym

Wraz ze wzrostem liczby węzłów rosną wartości błędów



Wykres dla najmniejszego błędu maksymalnego



Wykres przedstawiający efekt Rungego

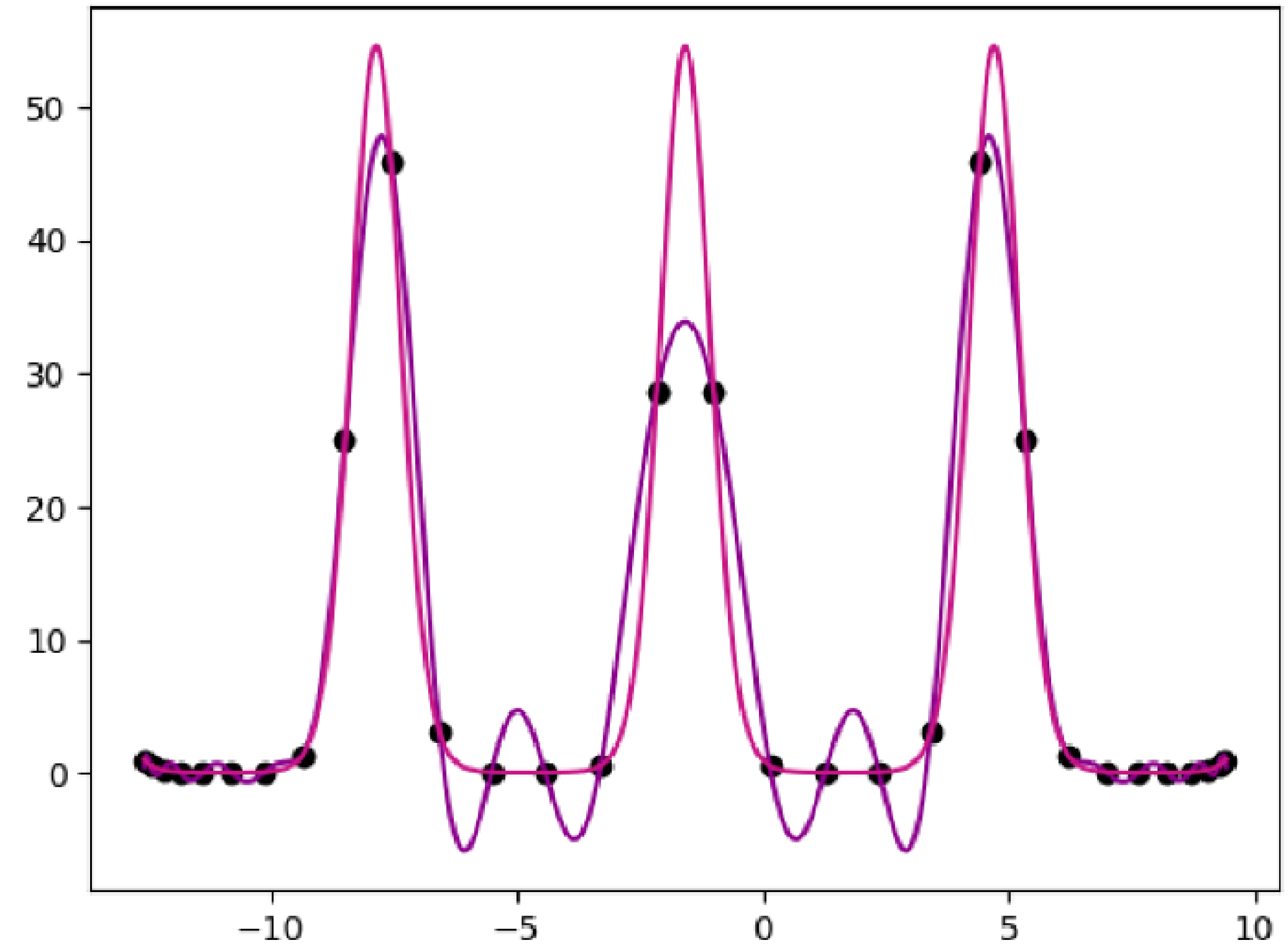
Interpolacja

Zagadnienie Lagrange'a:
Wielomian interpolujący w postaci Newtona

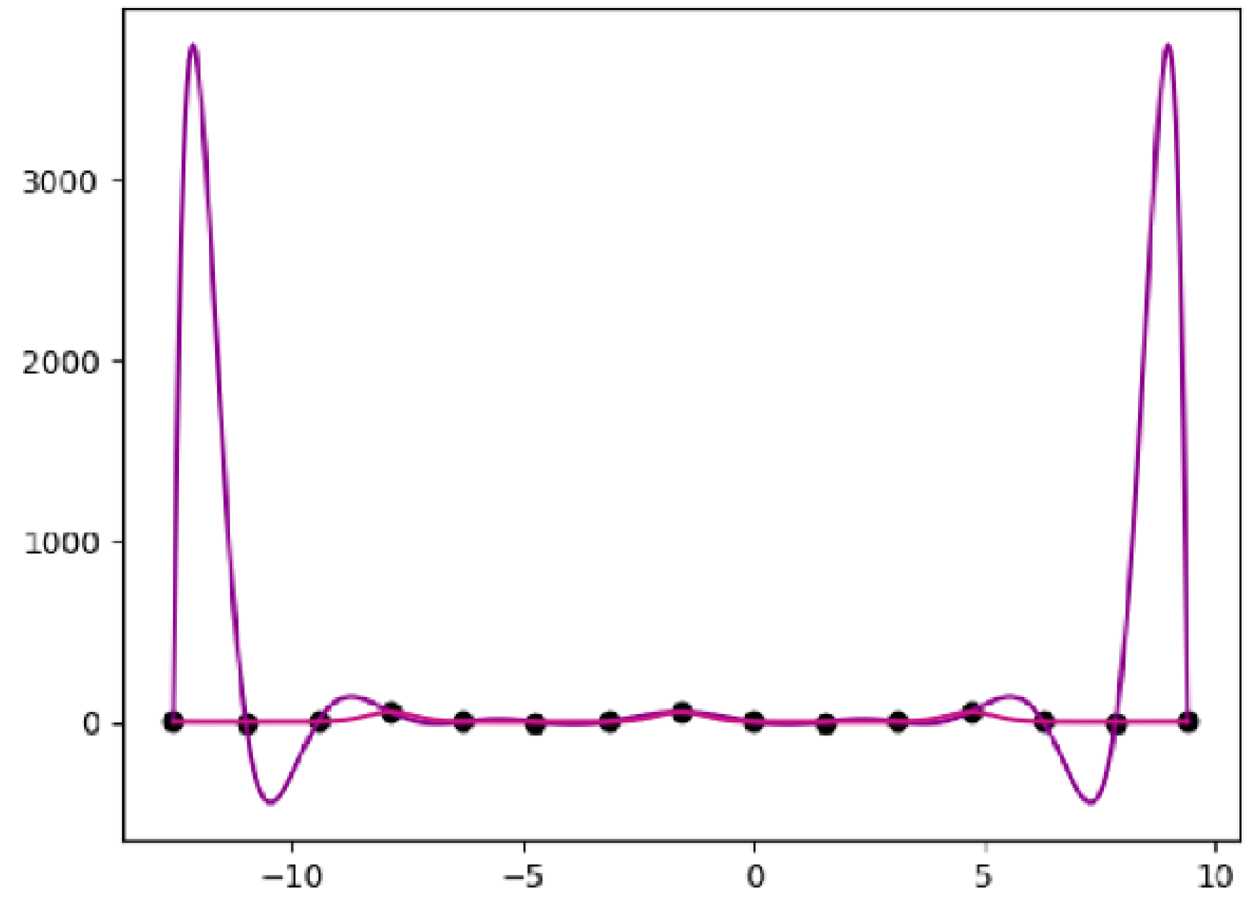
Najmniejszy błąd maksymalny otrzymałam dla 30 węzłów o rozłożeniu Czebyszewa: 20.6808

Widoczny efekt Rungego pojawia się dla 15 węzłów przy rozmiesczeniu równoległym

Wraz ze wzrostem liczby węzłów rosną wartości błędów

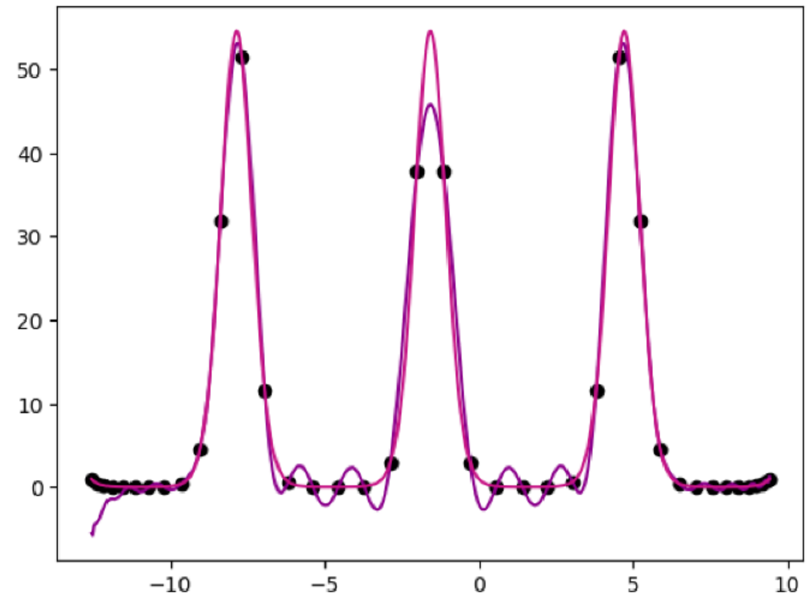
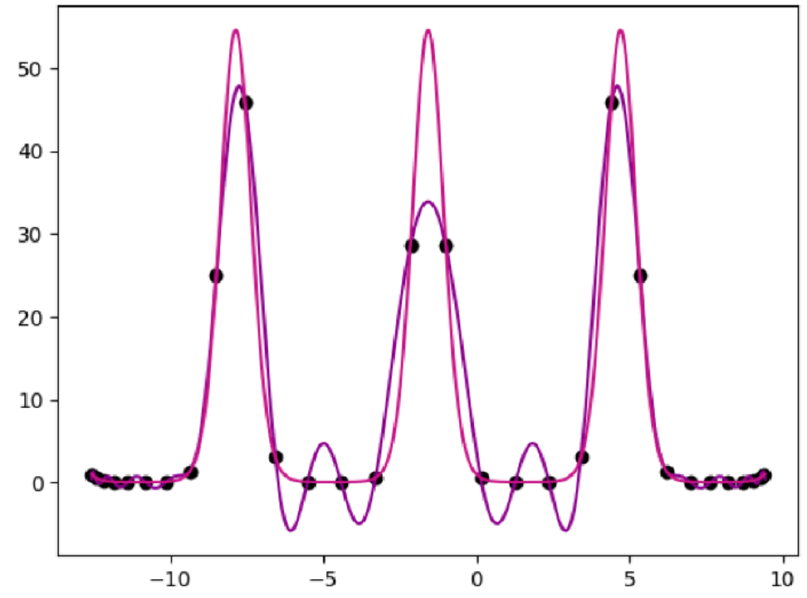


Wykres dla najmniejszego błędu maksymalnego



Wykres przedstawiający efekt Rungego

Zagadnienie Lagrange'a
postać Lagrange vs Newton

	Lagrange	Newton
najmniejszy błąd maksymalny	8.7484	20.6808
liczba węzłów dla najmniejszego błędu	40	30
efekt Rungego dla	10	15
wykres na najmniejszego błędu maksymalnego		

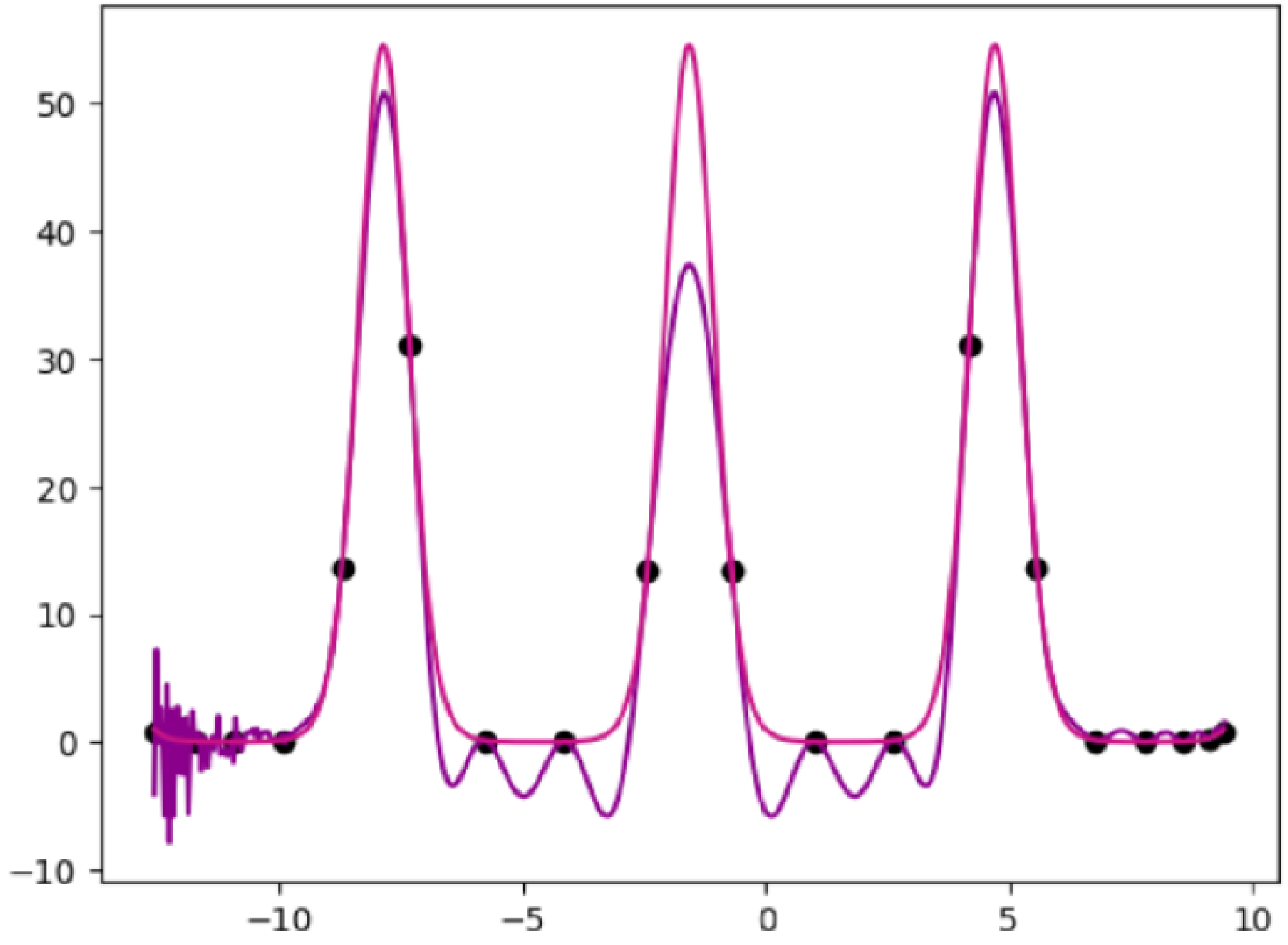
Wniosek: Dla zagadnienia Lagrange'a,
zalecany jest wybór interpolacji Newtona

Interpolacja

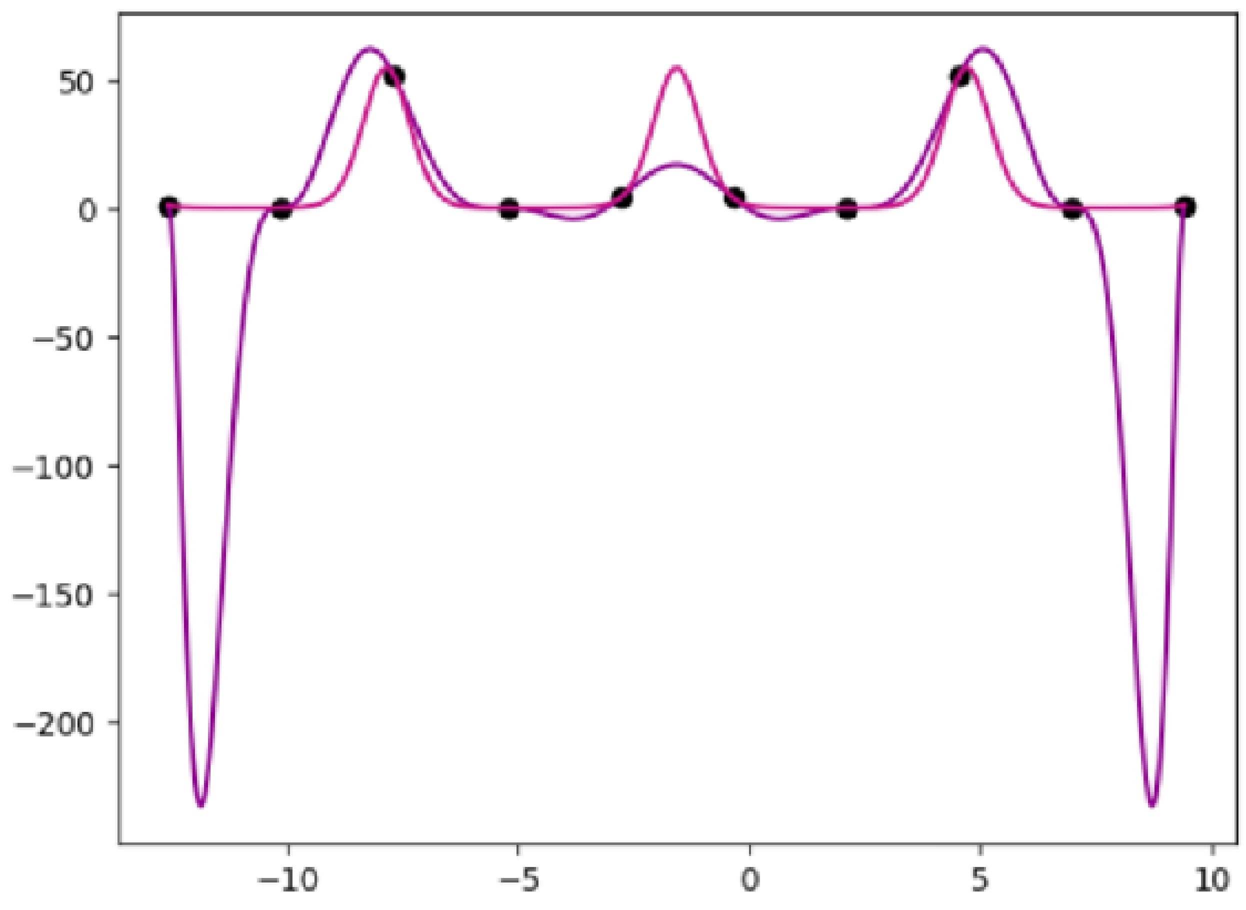
Zagadnienie Hermite'a:
Wielomian interpolujący w postaci Newtona

Najmniejszy błąd maksymalny otrzymałam dla 20 węzłów o rozłożeniu Czebyszewa: 17.2075

Widoczny efekt Rungego pojawia się dla 10 węzłów przy rozmiesczeniu równoległym

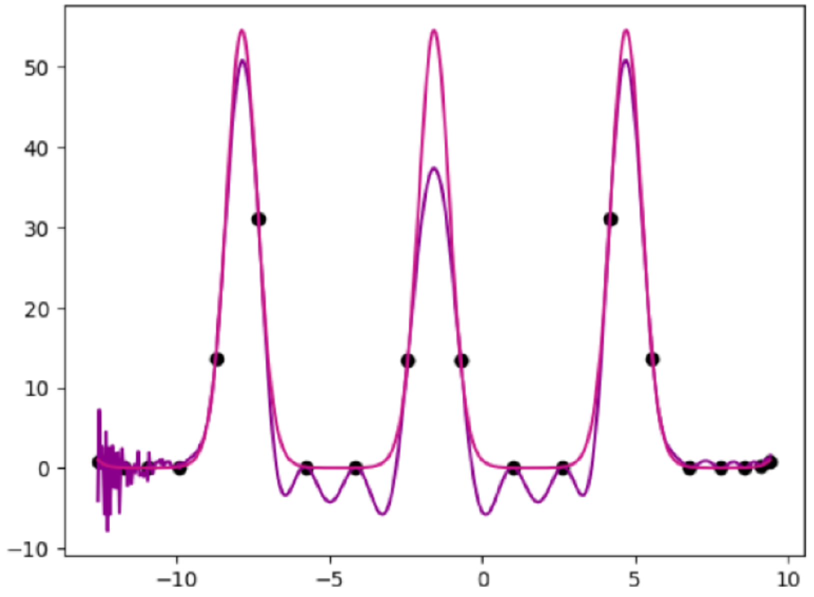
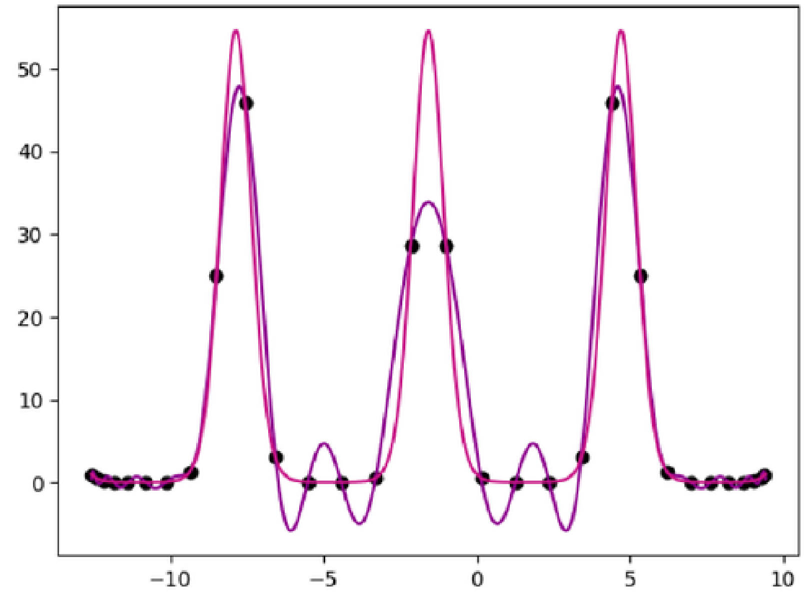


Wykres dla najmniejszego błędu maksymalnego



Wykres przedstawiający efekt Rungego

Postać Newtona
zagadnienie Lagrange vs Hermite'a

	Hermite	Lagrange
najmniejszy błąd maksymalny	17.2075	20.6808
liczba węzłów dla najmniejszego błędu	20	30
efekt Rungego dla	10	15
wykres na najmniejszego błędu maksymalnego		

Wniosek: Dla interpolacji Newtona, zalecany jest wybór zagadnienia Lagrange'a (z powodu braku błędów komputerowych)

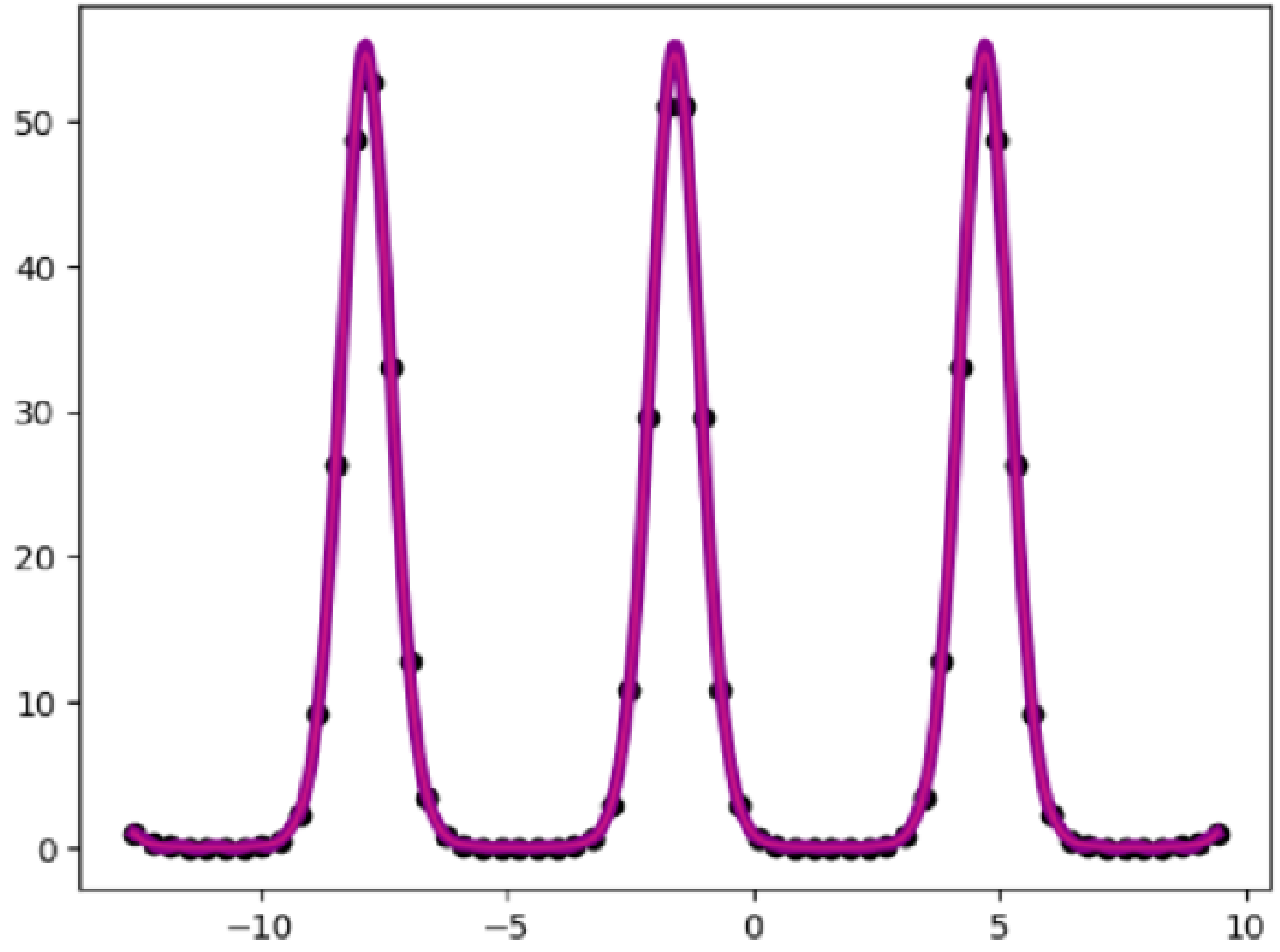
Interpolacja

Funkcje sklejane: drugiego stopnia

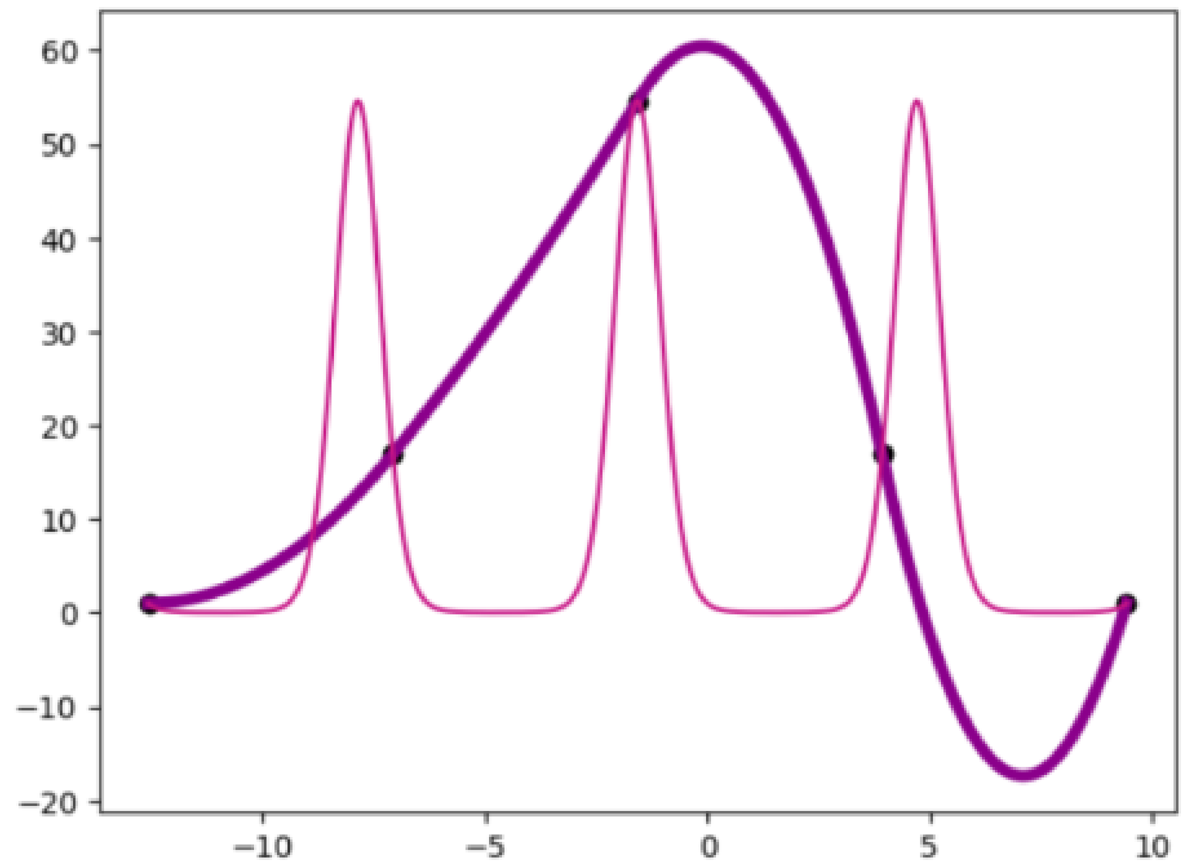
Przyjęte warunki brzegowe:
1) S_1'(x_1) = 0
2) S_1'(x_1) = f_1'(x_1)

Dla względnie małej liczby węzłów (< 60) najmniejszy błąd maksymalny otrzymałam dla 60 dla warunku 2): 0.7250

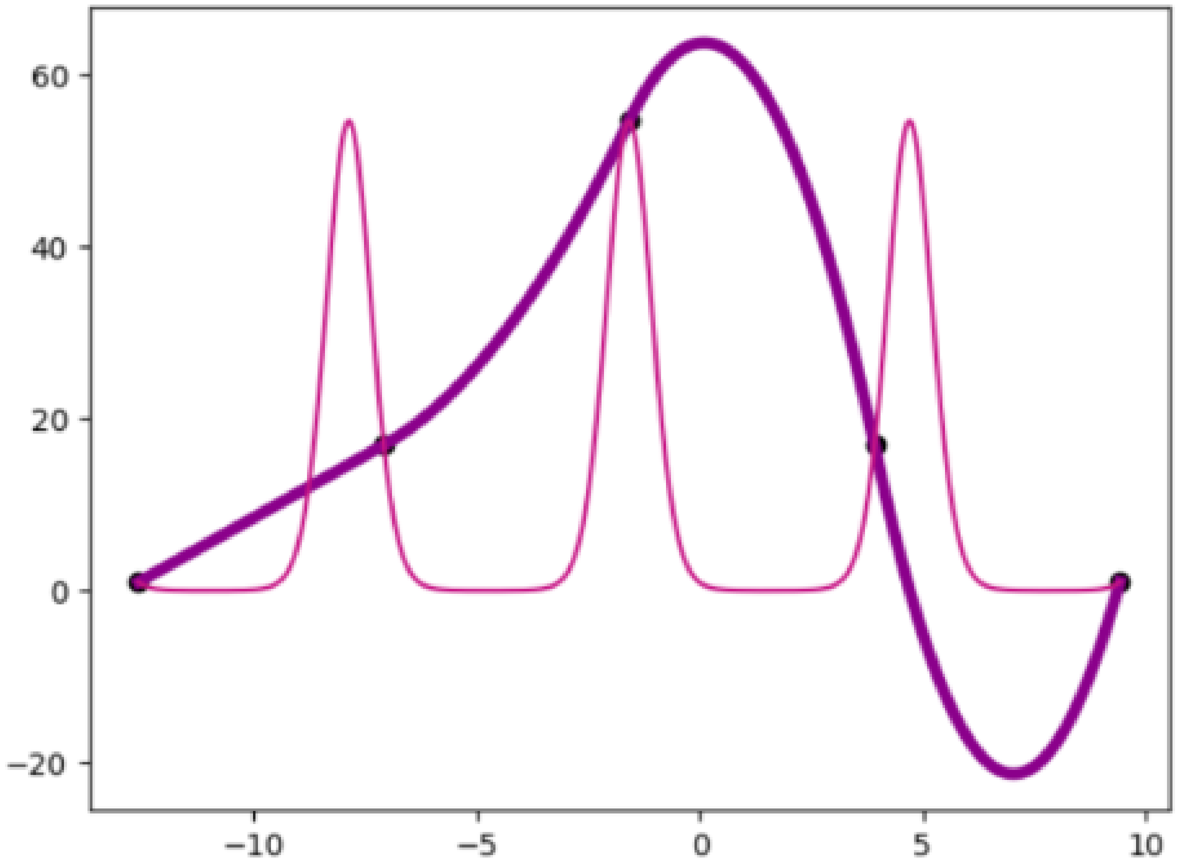
Im wyższa liczba węzłów, tym mniejsze wartości błędów



Wykres dla najmniejszego błędu maksymalnego



Wykres dla warunku 1)



Wykres dla warunku 2)

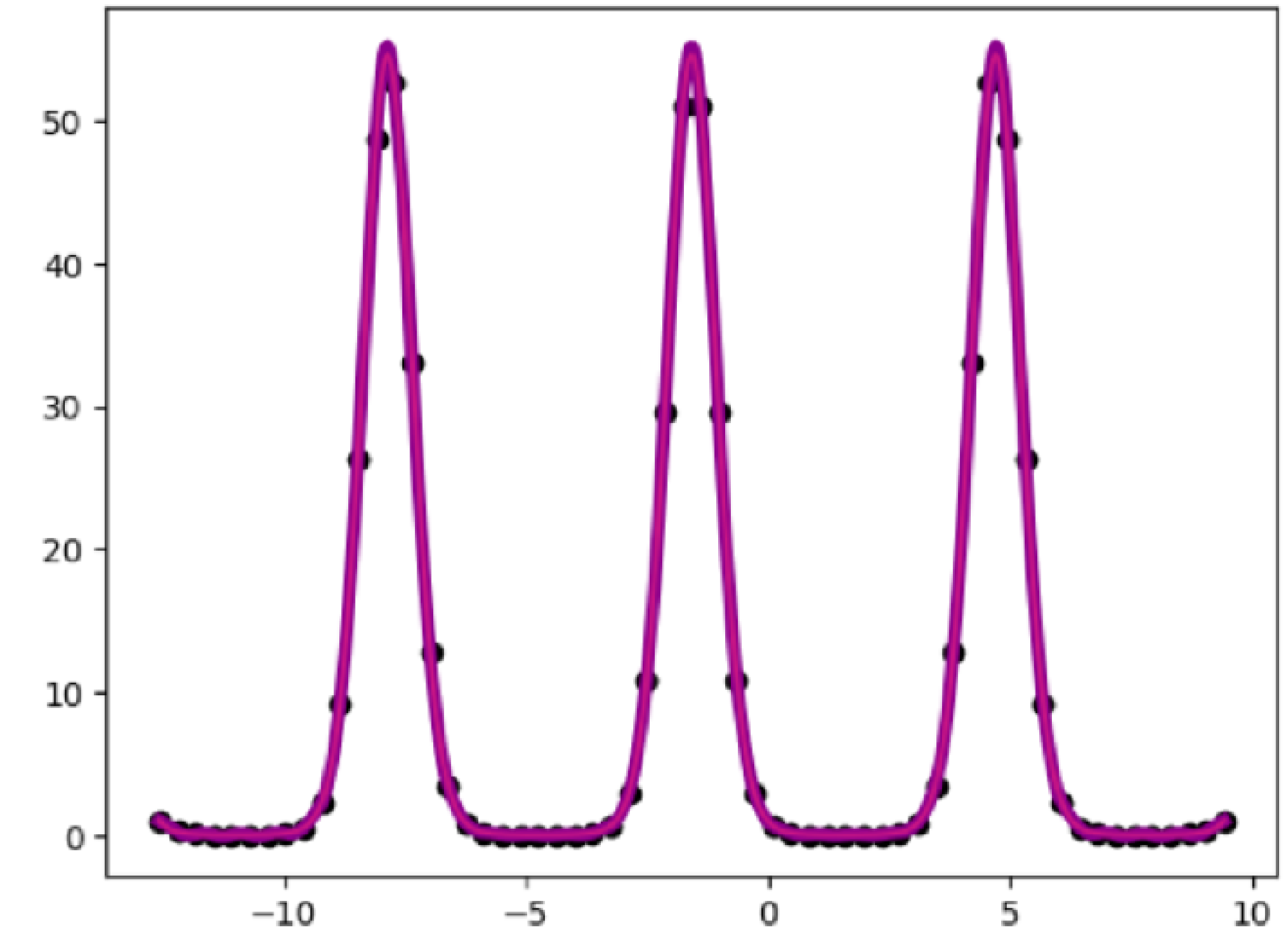
Interpolacja

Funkcje sklejane: trzeciego stopnia

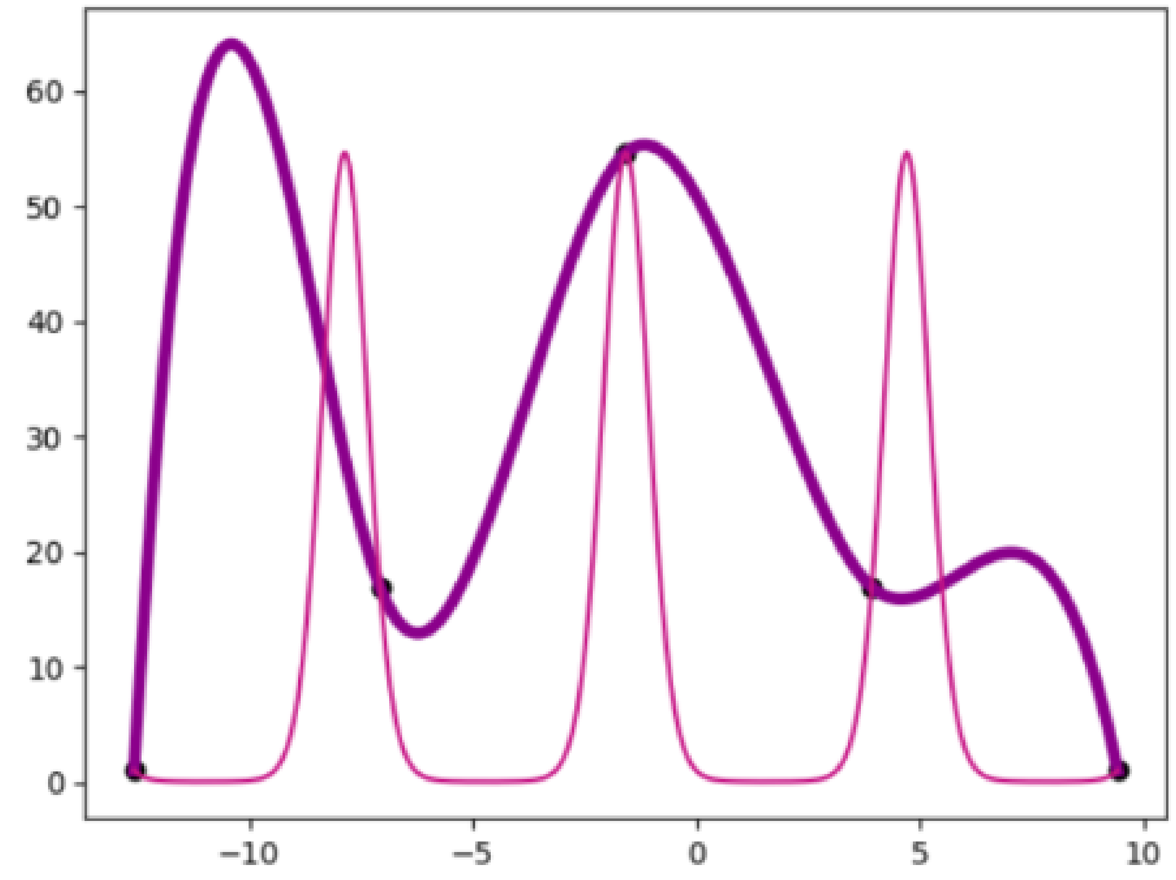
Przyjęte warunki brzegowe:
1) S''(x_1) = S''(x_n) = 0
2) S'''(x_1) = C_1'''(x_1) i
   S'''(x_n) = C_n'''(x_n)

Dla względnie małej liczby węzłów (< 60) najmniejszy błąd maksymalny otrzymałam dla 60 węzłów dla warunku 2): 0.2836

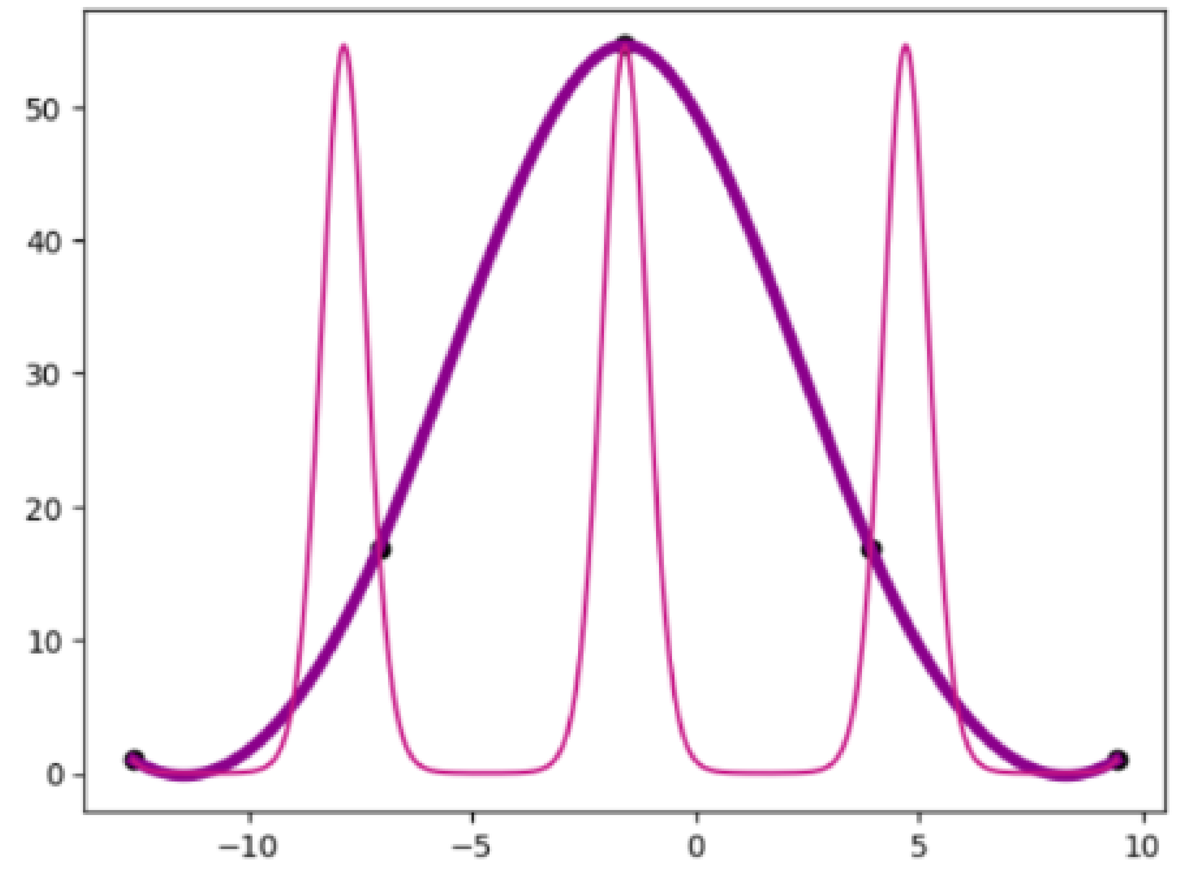
Im wyższa liczba węzłów, tym mniejsze wartości błędów



Wykres dla najmniejszego błędu maksymalnego

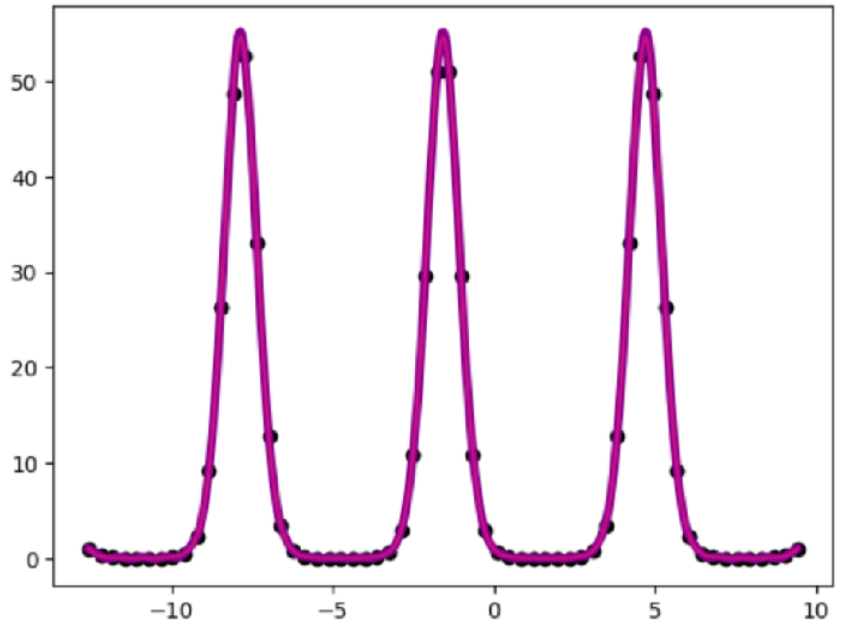
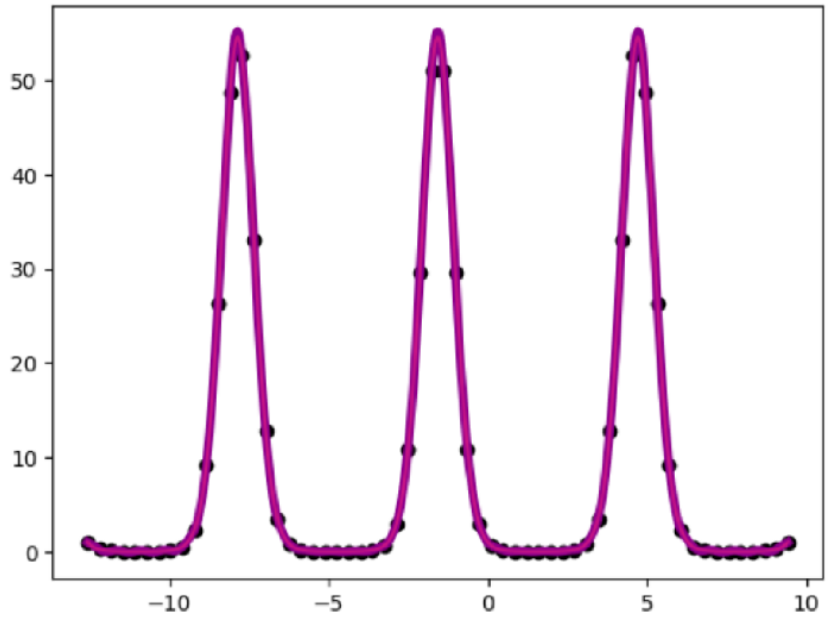


Wykres dla warunku 2) dla 5 węzłów



Wykres dla warunku 1) dla 5 węzłów

Funkcje sklejane drugi stopień vs trzeci stopień

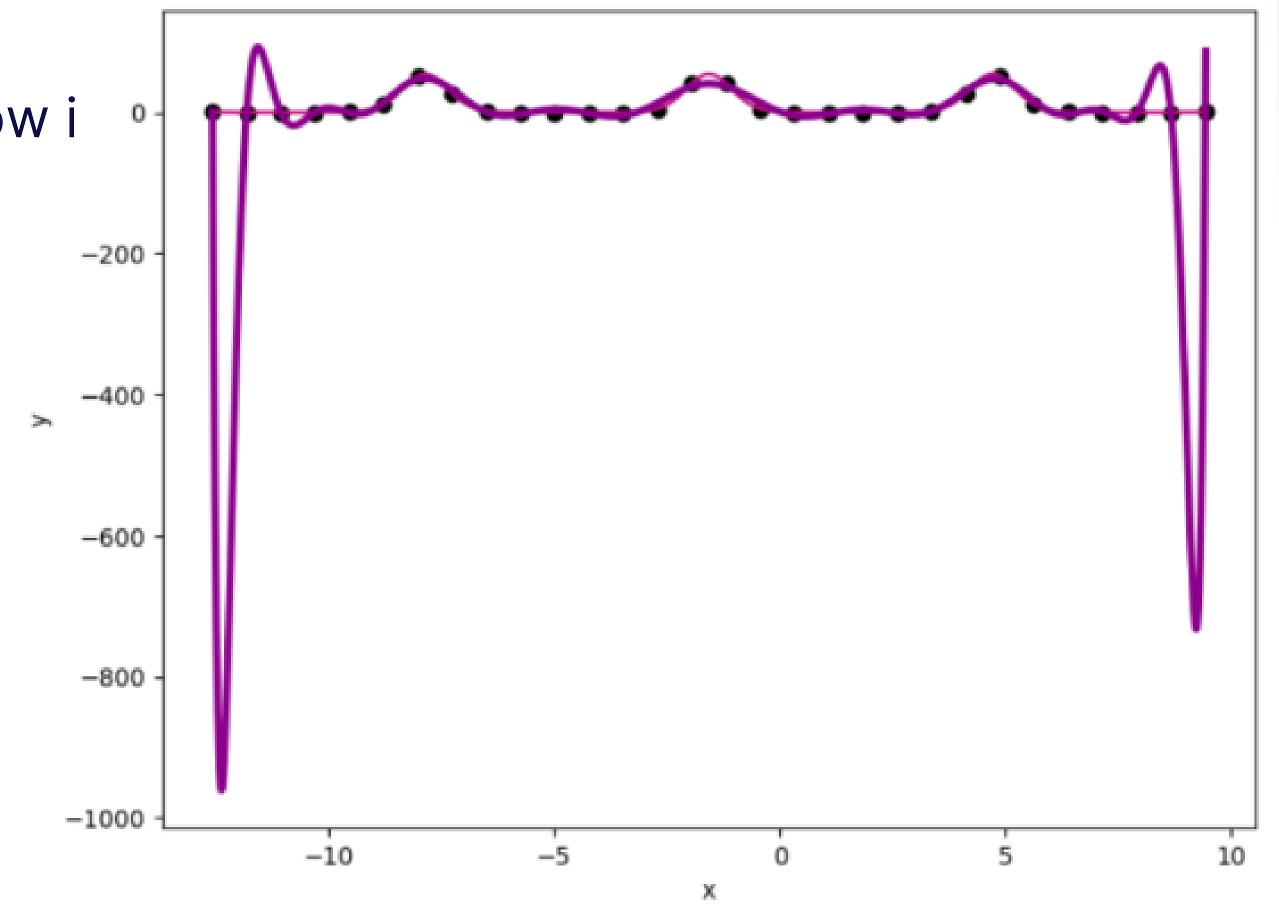
	2gi stopień	3ci stopień
najmniejszy błąd maksymalny	0.7250	0.2836
liczba węzłów dla najmniejszego błędu	60	60
efekt Rungego dla	brak	brak
wykres na najmniejszego błędu maksymalnego		

Wniosek: Mimo, że dla funkcji sklejanej trzeciego stopnia błąd maksymalny jest niższy, obie metody są efektywne i spełniają swoje zadanie

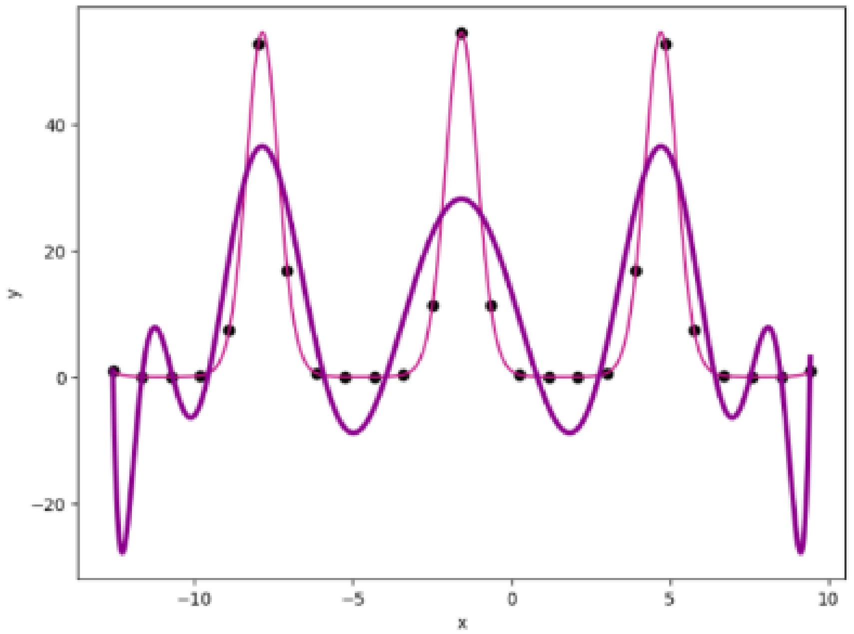
Aproksymacja średniokwadratowa wielomianami algebraicznymi

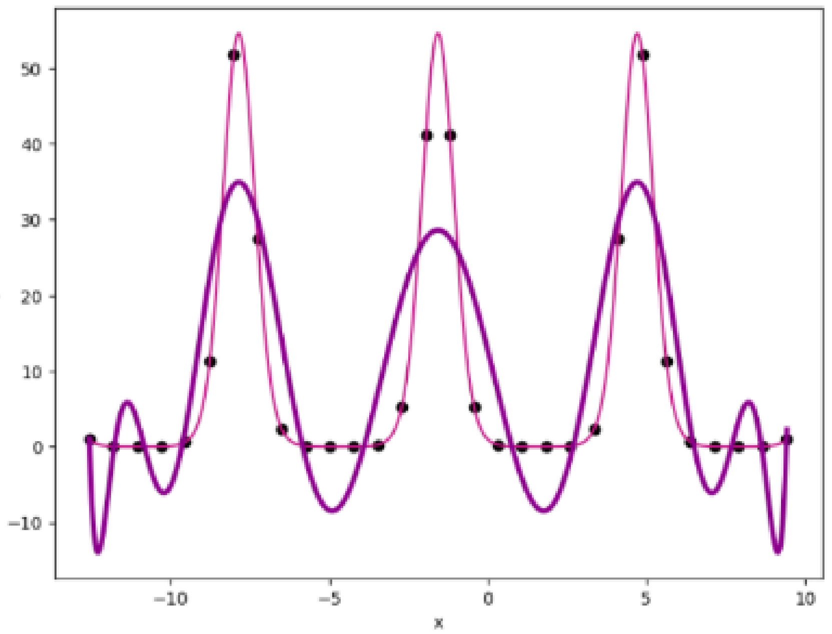
Max stopień	Liczba punktów					
	10	15	20	25	30	35
3	54.32	200.91	69.40	81.91	54.33	83.16
5	124.92	103.19	50.04	680.87	185.72	510.71
6	62.76	62.69	70.62	1423.52	115.46	112.41
8	53.59	53.59	53.6	53.59	53.66	53.59
11	86.56	2899.91	822.42	13686.15	47129.54	173429.17
15	34.55	3745.47	4705.08	90360.0	311106.19	968759.89
20	41.10	133.46	1106.45	1476.99	36070.17	64623.76
25	39.78	28.1	1138.59	15933.52	7982.44	3244.46
30	40.07	25.95	214.0	961.45	4686.68	5319.0
35	40.02	25.5	83.72	636.5	7062.6	4106.23

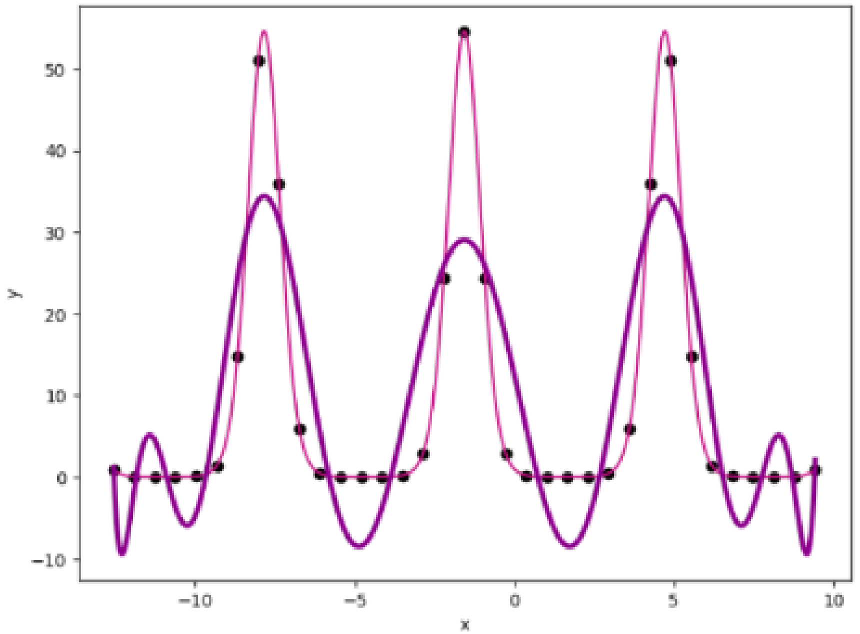
Wykres dla 30 punktów i 25 wielomianów bazowych



Wykresy dla różnej liczby punktów dyskretyzacji:



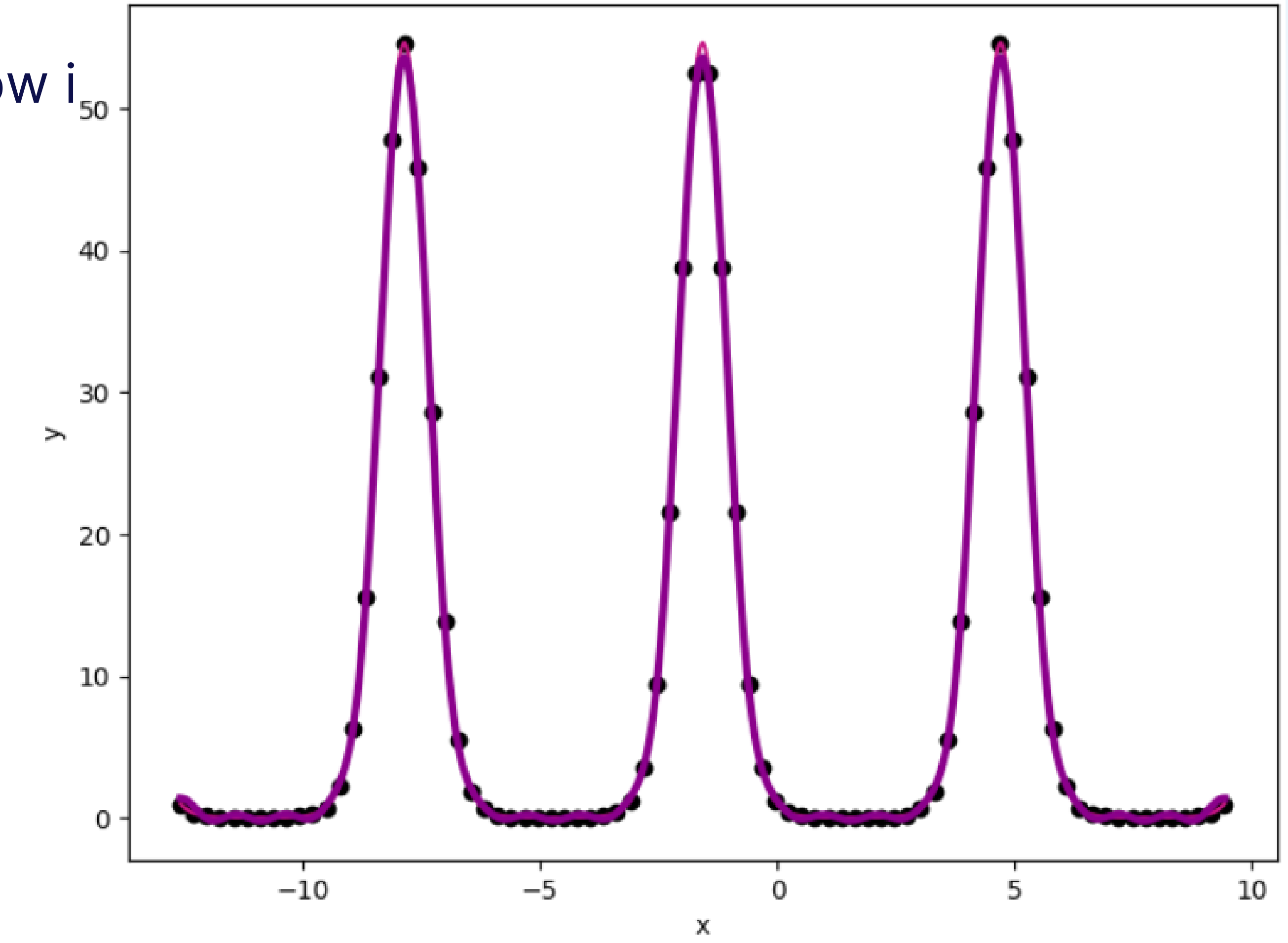




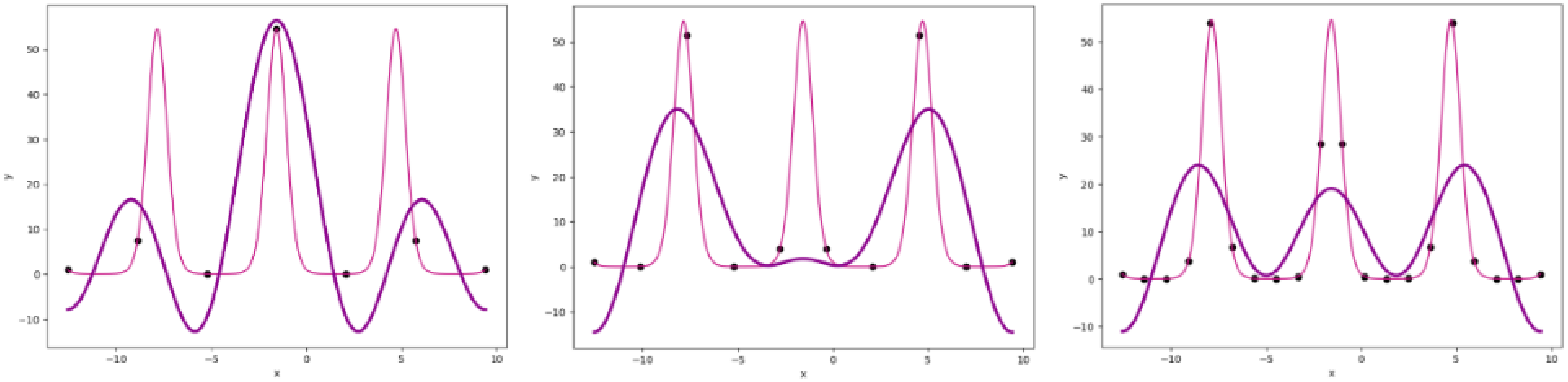
Aproksymacja średniokwadratowa wielomianami trygonometrycznymi

Max stopień	Liczba punktów							
	5	7	10	20	30	50	80	100
2	47.39	36.41	27.81	14.73	14.18	14.5	14.68	14.72
3	—	55.64	33.15	22.29	22.75	23.33	23.53	23.63
5	—	—	—	33.86	30.74	31.58	32.07	32.06
10	—	—	—	—	45.78	45.31	46.64	47.10
14	—	—	—	—	—	47.94	52.32	52.34
20	—	—	—	—	—	48.37	53.49	53.45
24	—	—	—	—	—	—	53.82	53.76

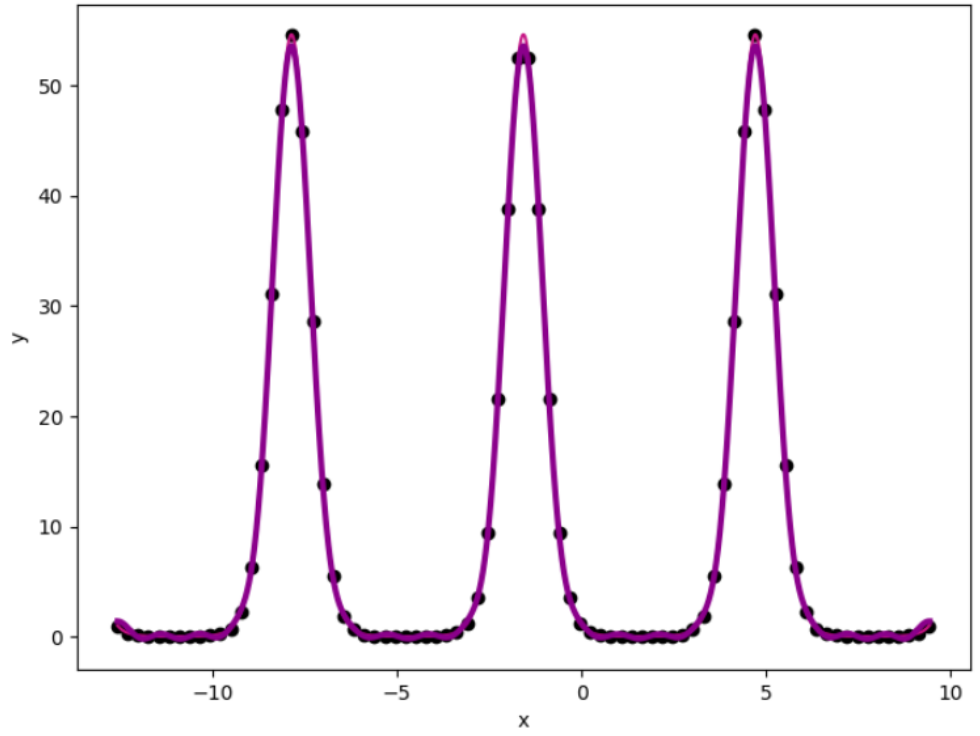
Wykres dla 80 punktów i 20 wielomianów bazowych



Wykresy dla różnej liczby punktów dyskretyzacji: od lewej 7, 10, 20



Aproksymacja średniokwadratowa algebraiczne vs trygonometryczne

	algebraiczne	trygonometryczne
Czy otrzymujemy funkcję podobną do aproksymowanej?	nie	tak 

Wniosek: Do aproksymacji, zaleca się użycie wielomianów trygonometrycznych