

Laboratoria Algorytmów i Struktur Danych  
Prowadzący: Dominik Piotr Witczak

## Algorytmy z powracaniem

Autorzy:  
Julia Kardasz 160204  
Paweł Spychała 160157

Laboratoria: piątek 9:45  
Grupa: Lab9  
Informatyka WliT

## Spis treści

1	Wprowadzenie	1
2	Generowanie i wizualizacja grafów	2
2.1	Generowanie . . . . .	2
2.2	Wizualizacja . . . . .	3
3	Złożoność czasowa algorytmów	4
3.1	Szukanie cyklu Eulera . . . . .	5
3.2	Szukanie cyklu Hamiltona . . . . .	5
4	Podsumowanie	5

## 1 | Wprowadzenie

W ramach czwartego projektu mieliśmy za zadanie utworzyć program, który wygeneruje graf zawierający lub niezawierający cyklu Hamiltona i szukać w nim cykl Eulera lub cyklu Hamiltona. Projekt zrealizowany jest w języku C++.

Cykl Hamiltona jest to ścieżka, która dokładnie raz przechodzi przez każdy **wierzchołek** grafu, kończąc w wierzchołku początkowym (jest zamkniętą ścieżką Hamiltona, która zaczyna i kończy się w tym samym wierzchołku). Cykl Eulera jest to zaś zamknięta ścieżka Eulera, która przechodzi przez każdą **krawędź** grafu dokładnie raz.

W sprawozdaniu chcielibyśmy zaprezentować nasze wykonanie generowania losowego grafu hamiltonowskiego (choć dokładnie to hamiltonowsko-eulerowskiego) o nasyceniu 30% lub 70% i niehamiltonowskiego o nasyceniu 50%, a także porównanie wykonywania czasów wyszukiwania cykli dla obu typów grafów w zależności od ilości wierzchołków i nasycenia.

Reprezentacją struktury grafu, którą wybraliśmy do zrealizowania tego zadania była lista następników. Wybór ten motywowany był oszczędnością pamięci oraz czytelnością tej reprezentacji.

## 2 | Generowanie i wizualizacja grafów

### 2.1 | Generowanie

Poniżej znajdują się zrzuty ekranu przedstawiające nasz program generujący dane typy grafów i wypisujący je w postaci listy następników.

```
○ pawluk@pwlk-hp:~/corridor/put/aisd/p4_grafy_2/src$ ./a.out --hamilton
14 30
nodes> 14
saturation> 30

automatic> Hamiltonian graph generation

The hamiltonian graph has been generated.

Actions
Enter the action:
Print

action> Print
0: 5 8 4 3 11 9
1: 3 7
2: 10 11
3: 9 1 0 4 7 10
4: 12 13 0 3
5: 11 0
6: 7 12
7: 1 6 9 13 3 10
8: 0 9
9: 3 8 7 13 11 0
10: 13 2 7 3
11: 2 5 0 9
12: 6 4
13: 4 10 9 7
```

(a) generowanie grafu hamiltonowskiego o 14 wierzchołkach i nasyceniu 30%

```
○ pawluk@pwlk-hp:~/corridor/put/aisd/p4_grafy_2/src$ ./a.out --non-hamilton
14
nodes> 14

automatic> Non-hamiltonian graph generation

The non-hamiltonian graph has been generated.

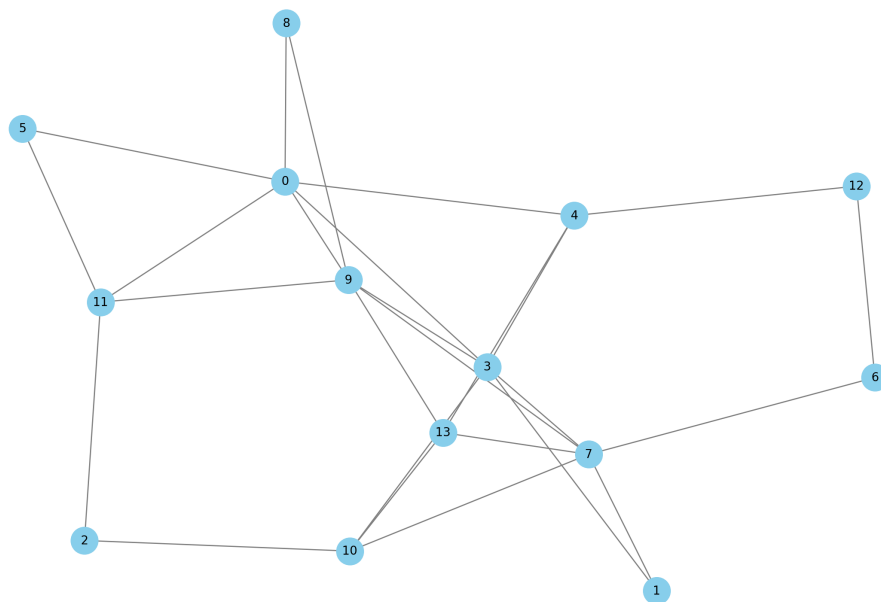
Actions
Enter the action:
Print

action> Print
0: 6 1 3 4 10 12
1: 0 10 11 9 7 6 4 5
2: 5 13 9 10 3 5
3: 10 2 0 4 5 6 12 11
4: 6 0 3 10 13 1 5
5: 10 2 12 13 2 6 3 1 4
6: 4 0 13 11 5 3
7: 11 9 1 10
8:
9: 2 13 7 1
10: 5 3 2 4 13 0 12 11 1 7
11: 7 13 6 10 1 3 12
12: 10 0 5 13 11
13: 2 9 4 10 5 12 6 11
```

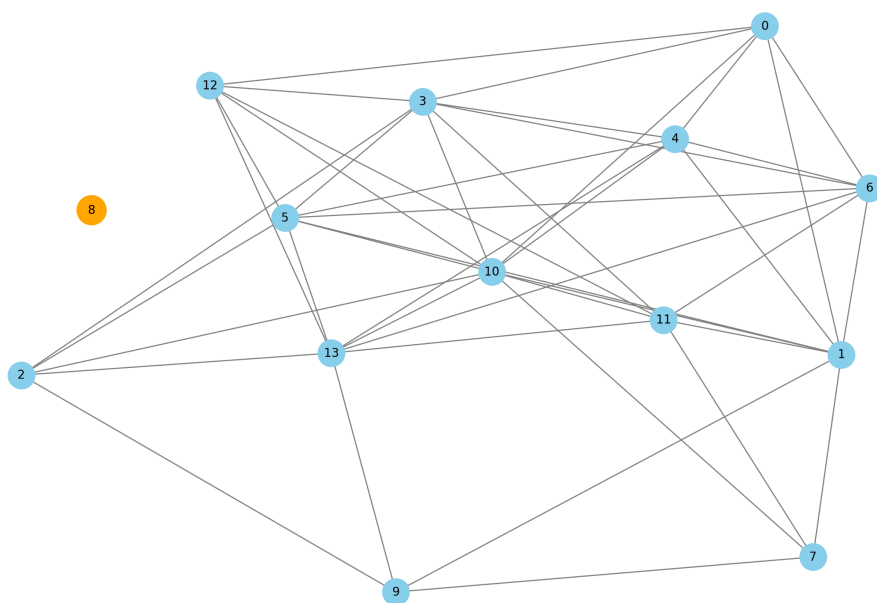
(b) generowanie grafu niehamiltonowskiego o 14 wierzchołkach i nasyceniu 50%

## 2.2 | Wizualizacja

Tutaj znajdują wizualizacje wygenerowanych wcześniej wykresów.



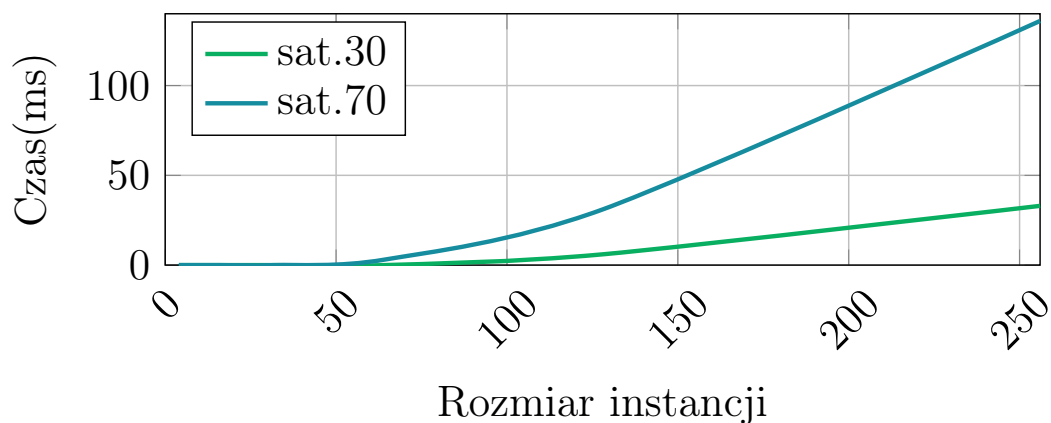
(a) rysunek wygenerowanego grafu hamiltonowskiego



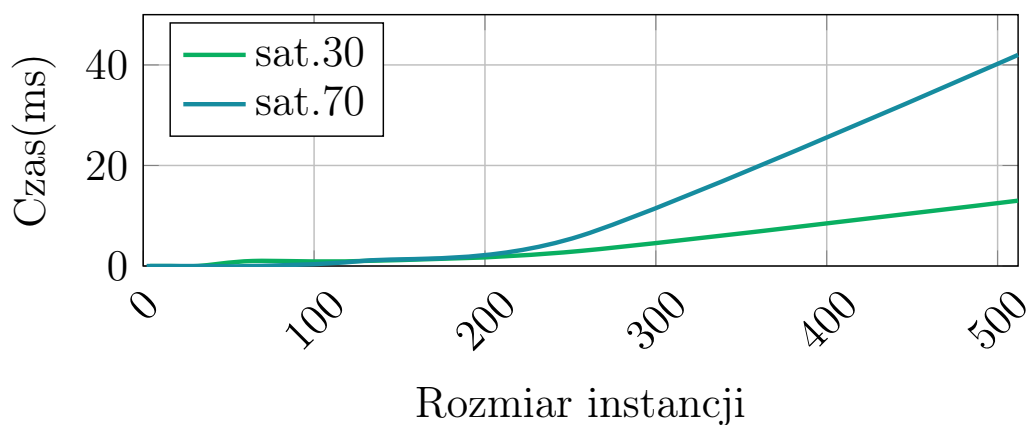
(b) rysunek wygenerowanego grafu niehamiltonowskiego

### 3 | Złożoność czasowa algorytmów

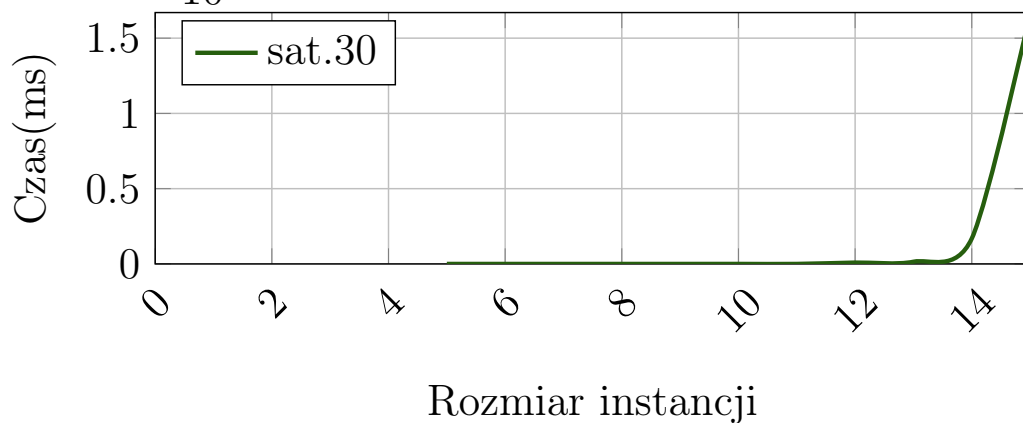
#### Wyszukiwanie cyklu Eulera



#### Wyszukiwanie cyklu Hamiltona w grafie hamiltonowskim



#### Wyszukiwanie cyklu Hamiltona w grafie niehamiltonowskim



Rysunek 1: Porównanie algorytmów z powracaniem

### 3.1 | Szukanie cyklu Eulera

Cykli Eulera szukaliśmy tylko w grafach hamiltonowskich o saturacji 30% i 70%. W przypadku grafów o większej saturacji algorytm wykonywał się ponad dwukrotnie dłużej.

Złożoność algorytmu Fleury’ego z wyszukiwaniem mostów metodą Tarjana wynosi  $O(|E|)^2$ , więc zależy od ilości krawędzi.

### 3.2 | Szukanie cyklu Hamiltona

Z kolei cykli Hamiltona szukaliśmy zarówno w grafach hamiltonowskich, jak i niehamiltonowskich. Wykorzystaliśmy algorytm Robertsa-Floresa poznany na wykładzie z Algorytmów i Struktur Danych. Szukanie w grafach niehamiltonowskich miało na celu sprawdzenie, jak długo zajmie przejście wszystkich możliwych ścieżek (metoda *brute force*), aby stwierdzić, że taki cykl nie istnieje. Szukanie cyklu Hamiltona jest problemem *NP-trudnym* o złożoności  $O(!n)$ . Jeśli w grafie nie ma cyklu, to przeszukanie wszystkich możliwych ścieżek jest bardzo czasochłonne (niepraktyczne dla grafu z liczbą wierzchołków powyżej 30). Z tego powodu dla grafu hamiltonowskiego testowaliśmy algorytm na grafach o nawet 512 wierzchołkach, a w przypadku grafu niehamiltonowskiego było to maksymalnie 15 wierzchołków.

## 4 | Podsumowanie

Podczas wykonywania zadania dowiedzieliśmy się, jak działają algorytmy z powracaniem (szukanie cyklu Hamiltona i cyklu Eulera). Mogliśmy zobaczyć, jak sprawność działania algorytmów różni się w zależności od danych i typu grafu.

Grafy są wykorzystywane w praktycznie każdej dziedzinie informatyki i stanowią jedną z podstawowych struktur, dlatego zgłębienie wiedzy na ich temat z pewnością przyda nam się zarówno w dalszej nauce jak i w przyszłej pracy.