

INFORMATYKA

3. Zmienna losowa

1. Z badania zanieczyszczenia wody pitnej wynika, że 30% wszystkich studni w mieście jest zanieczyszczonych. Wybrano losowo pięć studni i sprawdzono jakość wody. Niech zmienna losowa S oznacza liczbę zanieczyszczonych studni spośród wybranych.
 - (a) Jaki jest rozkład prawdopodobieństwa zmiennej losowej S ? Podaj jego nazwę i przedstaw w formie tabeli a następnie narysuj wykres prawdopodobieństwa.
 - (b) Korzystając z funkcji dostępnych w R oblicz prawdopodobieństwo, że:
 - (i) dokładnie 3 studnie są zanieczyszczone,
 - (ii) co najmniej 3 studnie są zanieczyszczone,
 - (iii) mniej niż 3 studnie są zanieczyszczone.
2. Prawdopodobieństwo, że żarówka danego typu świeci przez przynajmniej 500 godzin wynosi 0,9. Niech B oznacza liczbę żarówek wśród 8 wylosowanych, których żywotność przekracza 500 godzin. Podaj rozkład prawdopodobieństwa zmiennej losowej B i oblicz:
 - (a) $P(B=8)$;
 - (b) $P(B=7)$;
 - (c) $P(B>5)$;
 - (d) $E(B)$;
 - (e) $SD(B)$.Zinterpretuj (d) i (e).
3. Czas (w dniach) między awariami ogniów zasilających w satelicie jest zmienną losową o rozkładzie wykładniczym z $\lambda = 0,01$. Obecnie funkcjonują tylko 2 ogniwa. Są one ułożone równolegle i mają niezależne życie, dzięki czemu satelita może funkcjonować tak długo, jak działa co najmniej 1 ogniwo energetyczne. Narysuj funkcję gęstości czasu między awariami pojedynczego ogniwa korzystając z funkcji `curve` i `dexp` (dobierz odpowiednio przedział argumentów, aby zobaczyć kształt rozkładu wykładniczego). Zastosuj funkcję `pexp` aby wyznaczyć prawdopodobieństwo, że pojedyncze ogniwo:
 - (a) przeżyje co najmniej 200 dni,
 - (b) ulegnie awarii przed upływem 100,
 - (c) ulegnie awarii przed upływem 500 dni.
4. Siłę trzęsień ziemi (mierzoną w skali Richtera) zarejestrowanych w regionie Ameryki Północnej można modelować za pomocą rozkładu wykładniczego ze średnią 2,4 stopnia. Narysuj funkcję gęstości (dobierz odpowiednio przedział argumentów, aby zobaczyć kształt rozkładu wykładniczego). Oblicz prawdopodobieństwo, że nastąpi następne trzęsienie ziemi, które nawiedzi ten region
 - (a) przekracza 3 stopnie w skali Richtera,
 - (b) mieści się w przedziale od 2 do 3 stopnie w skali Richtera.Sprawdź, czy wartość oczekiwana wyliczona z definicji (za pomocą całki) jest równa 2,4.
5. Przewody elektryczne przeznaczone do zastosowania w pewnym systemie komputerowym powinny mieć opór (rezystancję) pomiędzy 0,12 i 0,14 oma. Rezystancja przewodów produkowanych przez pewną firmę jest zmienną losową o rozkładzie normalnym ze średnią 0,13 oma i odchyleniem standardowym 0,005 oma. Narysuj wykres funkcji gęstości rezystancji produkowanych przewodów (dobierz odpowiednio przedział argumentów funkcji, aby zobaczyć kształt rozkładu normalnego). Jakie jest prawdopodobieństwo, że losowo wybrany przewód produkowany przez tę firmę A spełnia wymagania stawiane przez system?
6. Czas schnięcia farby pewnego typu jest zmienną losową o rozkładzie normalnym z wartością oczekiwaną 2 godziny i odchyleniem standardowym 15 minut. Narysuj wykres funkcji gęstości czasu schnięcia badanej farby. Wyznacz prawdopodobieństwo, że farba schnie między 1h 51min i 2h 15 min.

7. Motorowery (małe motocykle o pojemności silnika poniżej 50cm^3) cieszą się w Europie dużą popularnością ze względu na ich mobilność, łatwość obsługi i niski koszt. W pewnym specjalistycznym czasopiśmie opisano badanie przeprowadzone na stanowisku rolkowym mające na celu określenie maksymalnej prędkości pojazdu. Wywnioskowano, że maksymalna prędkość jest zmienną losową o rozkładzie normalnym z wartością oczekiwaną $46,8\text{ km/h}$ i odchyleniem standardowym $1,75\text{ km/h}$.
- Rozważmy losowy wybór jednego takiego motoroweru. Oblicz prawdopodobieństwo, że jego maksymalna prędkość
- (a) wynosi co najwyżej 50 km/h ,
 - (b) wynosi co najmniej 48 km/h .
8. Załóżmy, że 25% wszystkich studentów dużej uczelni publicznej otrzymuje stypendium. Niech X będzie liczbą studentów w losowej próbie o wielkości 100, którzy ubiegali się o przyznanie stypendium. Korzystając z rozkładu dokładnego zmiennej losowej X oraz jego przybliżenia rozkładem normalnym oblicz prawdopodobieństwo, że pomoc otrzyma co najwyżej 15 studentów.
9. Rezystancja przewodników danego typu jest zmienną losową o rozkładzie normalnym ze średnią 200 omów i odchyleniem standardowym 10 omów. W obwodzie użytych zostało 25 przewodników. Wyznacz prawdopodobieństwo, że
- (a) średnia rezystancja wszystkich 25 przewodników zawiera się między 199 i 202 omów;
 - (b) całkowita rezystancja wszystkich 25 przewodników nie przekracza 5100 omów.
10. Poziom cholesterolu we krwi pracowników pewnej firmy jest zmienną losową, dla której średnia to 202 mg/dl, a odchylenie standardowe to 14 mg/dl (dl=decylitr). Oblicz prawdopodobieństwo, że średni poziom cholesterolu 64 wylosowanych do badania pracowników będzie zawierał się w przedziale między 198 a 206 mg/dl?
11. Wytrzymałość nici jest zmienną losową o średniej 0,5 kg i odchyleniu standardowym 0,2 kg. Załóżmy, że lina spleciona została ze 100 nici. Oblicz prawdopodobieństwo, że utrzyma ona ciężar 47 kg (Uwaga! Lina utrzyma ciężar, jeśli jej wytrzymałość jest od niego nie mniejsza).