

INFORMATYKA

4. Estymacja

UWAGA! Większość danych pojawiających się w poniższych zadaniach dostępna jest w pliku *dane_est_hip.csv*

- W celu oceny nowego procesu produkcji syntetycznych diamentów sprawdzono wagę [karaty] diamentów wyprodukowanych tą metodą uzyskując następujące wyniki:
0,46 0,61 0,52 0,48 0,57 0,54 0,47 0,63 0,51 0,49 0,58 0,55.
Przyjmijmy, że badana zmienna ma rozkład normalny.
 - Określ populację, próbę i badaną zmienną.
 - Wyznacz ocenę punktową średniej wagi diamentów produkowanych tą metodą.
0,534167
 - Oszacuj z 95% pewnością średnią wagę wszystkich syntetycznych diamentów produkowanych badaną metodą (skonstruuj własną funkcję i porównaj wynik z wynikami odpowiedniej funkcji dostępnej w R).
(0,498; 0,57)
 - Zwiększ ufność z jaką chcemy wnioskować i porównaj długości uzyskanych przedziałów ufności.
- Agencja Ochrony Środowiska jest zaniepokojona ilością PCB – toksycznej substancji chemicznej – w mleku matek karmiących piersią. W próbie 20 kobiet poziom PCB (w liczbie cząsteczek na milion) był następujący:
16, 0, 0, 2, 3, 6, 8, 2, 5, 0, 12, 10, 5, 7, 2, 3, 8, 17, 9, 1.
Założmy, że rozkład analizowanej zmiennej losowej jest normalny.
 - Zdefiniuj populację, próbkę i badaną zmienną.
 - Oblicz szacunkowy średni poziom PCB w mleku wszystkich matek karmiących piersią.
5.8
 - Oceń z ufnością 95% średni poziom PCB w mleku wszystkich matek karmiących piersią. Zinterpretuj wynik.
(3,42; 8,18)
- Aby oszacować średnią zawartość nikotyny w nowej marce papierosów, wybrano 15 paczek papierosów i zbadano w nich zawartość nikotyny otrzymując dane (w mg):
1,87 2,28 1,77 2,13 1,43 1,64 2,38 1,39 1,94 2,68 1,95 0,86 1,98 1,69 1,15.
Z wcześniejszych badań wiadomo, że rozkład zawartości nikotyny jest normalny z odchyleniem standardowym równym 0,7 mg.
 - Oceń z ufnością 95% średnią zawartości nikotyny we wszystkich papierosach?
(1,455; 2,164)
 - Jak duża próbka jest potrzebna, aby długość 95% przedziału ufności była nie większa niż 0,3 mg?
84
- Badacz zajmujący się możliwością zastosowania wodorostów do karmienia zwierząt badał zawartość białka w wodorostach. Wyniki 18 pomiarów z 50-kilogramowych próbek wodorostów przedstawiają się następująco:
4,28 3,3 4,22 2,77 2,75 2,93 3,86 3,05 4,12 2,88 3,94 4,99 2,08 4,35 2,7 4,09 2,81 2,82
Przyjmijmy, że zawartość białka w wodorostach ma rozkład normalny.
 - Oszacuj średnią
3,44
 - Oceń z ufnością 90% prawdziwą średnią zawartość białka w 50-kilogramowych porcjach wodorostów.
(3,115; 3,767)
- Założmy, że jeśli sygnał o natężeniu μ pochodzi z lokalizacji A, to natężenie zarejestrowane w lokalizacji B ma rozkład normalny ze średnią μ i odchyleniem standardowym 3. Oznacza to, że z powodu „szumu” zarejestrowane natężenie różni się od rzeczywistego natężenia sygnału o wielkość będącą zmienną losową o rozkładzie normalnym ze średnią 0 i odchyleniem standardowym 3. Aby zmniejszyć błąd, ten sam sygnał jest niezależnie rejestrowany 10 razy. Jeżeli kolejne zarejestrowane wartości to: 17, 21, 20, 18, 19, 22, 20, 21, 16, 19, oszacuj punktowo rzeczywiste natężenie sygnału μ , a następnie oceń je przedziałowo z ufnością 95%. Zinterpretuj wynik.
19.3; (17.44; 21.16)

INFORMATYKA

4. Estymacja

6. Inżynier chce ustalić wielkość próbki niezbędną do uzyskania zadanej precyzji w szacowaniu średniego czasu wiązania nowej mieszanki cementowej. Z dotychczasowych doświadczeń wiadomo, że czas wiązania mieszanki cementowej jest zmienną losową o rozkładzie normalnym i wariancji 25 (h^2). Jaka powinna być liczebność próby, aby uzyskać 95% pewność, że błąd estymacji średniego czasu wiązania mieszanki nie przekroczy 1? 97
7. Aby określić średni czas trwania połączenia telefonicznego realizowanego w godzinach południowych, operator telefoniczny wybrał losowo próbę 1200 takich połączeń. Obliczona średnia zmierzonego czasu trwania połączeń wynosi 4,7 minuty, a ich odchylenie standardowe to 2,2 minuty. Oszacuj z 95% ufnością średnią długość trwania wszystkich takich połączeń. Zinterpretuj wyniki. (4,57; 4,83)
8. Dla danych z zadań 1-3 znajdź punktowe oceny wariancji i odchyłeń standardowych. Następnie oszacuj dla danych z zadań 1-3 oraz 7 odchylenia standardowe z 95% pewnością. Zinterpretuj wyniki.
9. Zużycie wody w fabryce podlega losowym wahaniom w kolejnych dniach roku. Na podstawie 365 obserwacji stwierdzono, że średnie dzienne zużycie wynosi 102 hl, a wariancja 81 hl^2 .
- (a) Przyjmując współczynnik ufności 0,98 oceń przedziałowo średnie dzienne zużycie wody w fabryce. (100,9; 103,1)
- (b) W następnym roku cena wody ma wzrosnąć. Produkcja będzie musiała być ograniczona, jeżeli średnie dzienne zużycie wyniesie co najmniej 122 hl. Czy na podstawie uzyskanego wyniku jest to prawdopodobna sytuacja? nie
10. Z wcześniejszych doświadczeń wiadomo, że waga łososia hodowanego w wylęgarni komercyjnej jest zmienną losową o rozkładzie normalnym, przy czym średnia waga zmienia się w zależności od sezonu, ale odchylenie standardowe pozostaje stałe na poziomie 0,3 funta. Jeśli chcemy mieć 90% ufności, że oszacowana średnia waga łososia jest prawidłowa z dokładnością do $\pm 0,1$ funta, to jak dużą próbę należy pobrać? Jak zmieni się wynik, jeśli chcemy mieć 99% ufności? 25; 60
11. Automat dozujący w browarze wymaga regulacji, gdy proporcja p niedopełnionych puszek wynosi 1,5% lub więcej. Ponieważ skontrolowanie zawartości puszek powoduje jej zniszczenie, nie ma możliwości wyznaczenia prawdziwej proporcji wszystkich niedopełnionych puszek. Dlatego co jakiś czas wybiera się próbę 100 puszek i sprawdza się ich zawartość.
- W ostatnio pobranej próbie stwierdzono 4 niedopełnione puszki. Oceń z 95% ufnością rzeczywisty odsetek niedopełnionych puszek. Napisz własną funkcję wyznaczającą oceniającą proporcję niedopełnionych puszek, a następnie porównaj wynik z rezultatem funkcji `binom.test` i `prop.test` (z korektą na ciągłość) w R. Zinterpretuj wynik.
12. Asystent inżyniera przemysłowego przeprowadził 120 przypadkowych obserwacji zespołu monterów tapicerek w zakładzie montażu samochodów. W 24 przypadkach zaobserwował, że pracownicy układali materiały poza swoim stanowiskiem pracy (co może stwarzać niebezpieczeństwo dla innych pracowników zakładu, a więc jest niezgodne z przepisami BHP). Oceń z ufnością 90% prawdziwy odsetek monterów nie przestrzegających wspomnianych przepisów BHP. Zinterpretuj wynik.
13. Badacz zainteresowany jest oszacowaniem frakcji osób mających problemy ze wzrokiem w danej grupie wiekowej. Ile osób należy zbadać, aby na poziomie ufności 98% uzyskać błąd oszacowania $\pm 0,05$ jeżeli:
- (a) z wcześniejszych doświadczeń wiadomo, że p wynosi 0,3. 455
- (b) nic nie wiadomo o proporcji p . 541