

7. Korelacje i analiza regresji

1. Poniższa tabela przedstawia wyniki eksperymentu, w którym inżynier chce wyznaczyć relację między końcową wielkością produkcji środków chemicznych Y (w kg) w zależności od ilości zużytego surowca X (w litrach):

X	14	23	9	17	10	22	5	12	6	16
Y	68	105	40	79	81	95	31	72	45	93

- (a) Narysuj wykres punktowy przedstawiający zależność wielkości produkcji od ilości zużytego surowca (scatter plot).
- (b) Wyznacz i zinterpretuj kowariancję próbkową między ilością zużytego surowca a wielkością produkcji. 138,49
- (c) Wyznacz i zinterpretuj współczynnik korelacji. 0,895
- (d) Wyznacz ocenę prostej regresji między wielkością produkcji a ilością zużytego surowca. $y = 22,4 + 3,62x$
- (e) Dodaj do wykresu punktowego prostą regresji.
- (f) W jaki sposób zmieni się wielkość produkcji, jeśli ilość surowca wzrośnie o 1 litr? wzrośnie o 3,62 kg
- (g) Jaka będzie wielkość produkcji, jeśli zużyjemy do produkcji 20 litrów surowca? 95
- (h) Jaka będzie wielkość produkcji, jeśli zużyjemy do produkcji 15 litrów surowca? 77
- (i) Oceń dopasowanie prostej regresji do danych. 80%
- (j) Zweryfikuj test o istotności regresji. Przyjmij poziom istotności 5%. Zinterpretuj wynik.

$$F = 32,332; p\text{-}val = 0,0005; \text{odrzucaamy } H_0$$

2. Żywotność pewnego urządzenia (w miesiącach) zależy od liczby wyprodukowanych przez to urządzenie elementów (efektywność urządzenia). Dla próby 9 urządzeń tego samego typu otrzymano następujące wyniki:

Efektywność (X)	18	20	18	17	15	15	14	12	10
Żywotność (Y)	2	3	3	4	5	6	7	11	9

- (a) Narysuj wykres punktowy przedstawiający zależność żywotności od efektywności (scatter plot).
- (b) Oblicz i zinterpretuj kowariancję między żywotnością i efektywnością. -8,65
- (c) Oblicz i zinterpretuj współczynnik korelacji. -0,91
- (d) Wyznacz ocenę prostej regresji żywotności urządzenia od jego efektywności. $y = 18,88 - 0,86x$
- (e) Jak zmieni się żywotność urządzenia jeśli efektywność wzrośnie o 1 element? Zmaleje o 0,86 miesiąca
- (f) Oszacuj żywotność urządzenia przy efektywności 11 elementów. 9,4
- (g) Oszacuj żywotność urządzenia przy efektywności 19 elementów. 2,5
- (h) Oceń dopasowanie prostej regresji. 83%
- (i) Zweryfikuj test istotności regresji. Przyjmij poziom istotności 1%. Zinterpretuj otrzymany wynik.

$$F = 33,47; p\text{-}val = 0,0007; \text{odrzucaamy } H_0$$

3. Przeprowadzono proces usuwania arszeniku z wód gruntowych. Poniższa tabela przedstawia procentowe ilości usuniętego przez proces arszeniku w zależności od zakwaszenia (pH) gleby:

pH	7,01	7,11	7,12	7,24	7,94	7,94	8,04	8,05	8,07
% ilość arszeniku	60	67	66	52	50	45	52	48	40
pH	8,90	8,94	8,95	8,97	8,98	9,85	9,86	9,86	9,87
% ilość arszeniku	23	20	40	31	26	9	22	13	7

- (a) Narysuj diagram punktowy ilości usuniętego arszeniku w zależności od zakwaszenia gleby.
- (b) Oblicz i zinterpretuj kowariancję i współczynnik korelacji między zakwaszeniem gleby a ilością usuniętego arszeniku. -18,32; -0,95
- (c) Wyznacz prostą regresji zależności ilości usuniętego arszeniku i zakwaszenia gleby. $y = 190,27 - 18,03x$
- (d) W jaki sposób zmieni się ilość usuniętego przez proces arszeniku jeśli pH gleby wzrośnie o 1? maleje o 18,03 %
- (e) Ile arszeniku zostanie usunięte, jeśli pH gleby wyniesie 7,5? 55
- (f) Ile arszeniku zostanie usunięte, jeśli pH gleby wyniesie 9? 28
- (g) Jak dobra jest ocena liniowa regresji? 90%
- (h) Zweryfikuj test istotności regresji. Przyjmij poziom istotności 1%. $F = 149,7$; $p\text{-val}=0$; odrzucamy H_0