

# Laboratorium Podstaw Fizyki

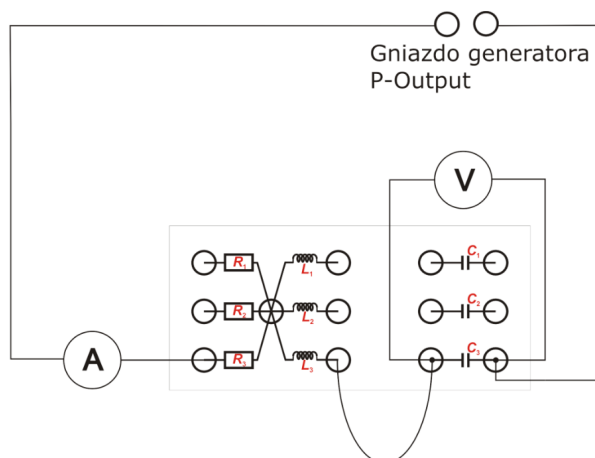
## Ćwiczenie 54 „Badanie zjawiska rezonansu elektromagnetycznego”

Prowadzący: mgr Karolina Paradowska

Imię i Nazwisko	Marcin Kotas
Nr indeksu	235098
Wydział	Elektroniki
Termin zajęć	21.11.2017, godz. 9.15
Numer grupy ćwiczeniowej	5
Data oddania sprawozdania	28.11.2017

# 1 Wstęp teoretyczny

Celem ćwiczenia było wykreślenie charakterystyki prąd-częstotliwość szeregowego obwodu RLC, wyznaczenie częstotliwości rezonansowej oraz współczynnika dobroci badanego obwodu. W tym celu użyty został następujący układ:



Schemat przedstawiający układ pomiarowy.  
Użyto opornika  $R_3$ , cewki  $L_3$ , oraz kondensatora  $C_3$ .

Pojemność kondensatora wyznacza się z następującego wzoru:

$$C = \frac{1}{(2\pi f_r)^2 L} \quad (1)$$

Dobroć obwodu wyznacza się na podstawie następującego wzoru:

$$Q = \frac{U_C}{U_0} = \frac{f_r}{\Delta f} \quad (2)$$

## 2 Wyniki pomiarów

### 2.1 Wykonanie pomiarów

Napięcie na generatorze ustawione zostało na wartość  $300mV_{rms}$ , co odpowiada napięciu wyjściowemu w układzie RLC  $U_0 = 3V$ . Układ został połączony z użyciem zestawu  $R_3, L_3, C_3$ . Pomiary zostały wykonane przy stałej wartości napięcia  $U_0$ .

Najpierw zmierzona została częstotliwość rezonansowa, która wyniosła  $f_r = 1,670kHz$ . Natężenie prądu dla tej częstotliwości wyniosło  $I_r = 9,44mA$ , a napięcie na kondensatorze  $U_C = 3,56V$ . Następnie zmierzona została cała charakterystyka prądowa układu dla częstotliwości od  $0,001kHz$  do  $30,0kHz$ .

Częstotliwość na generatorze zmieniana była tak, aby w pobliżu częstotliwości rezonansowej punkty pomiarowe były zagęszczone. Od  $1,2kHz$  do  $2,3kHz$  częstotliwość zmieniana była co  $20Hz$ , natomiast w pozostałych zakresach zmieniana była co  $50Hz$  lub  $100Hz$ . Powyżej  $4kHz$  wraz ze wzrostem częstotliwości odległości między pomiarami zwiększane były tak, aby uzyskać pełen obraz krzywej rezonansowej. Częstotliwość, dla której prąd zmalał do  $0,10mA$  wyniosła  $30kHz$ . Wyniki wszystkich pomiarów umieszczone zostały w Tabelach 1 i 2.

## 2.2 Obliczenia

### 2.2.1 Opracowanie wyników

Najpierw sporządzony został wykres całej krzywej rezonansowej (Wykres 1). Następnie w celu zwiększenia czytelności wykonany został wykres dla mniejszego zakresu częstotliwości (Wykres 2). Na tym wykresie zaznaczona została częstotliwość rezonansowa  $f_r$  oraz natężenie prądu  $I_r$ . Dla wybranych punktów zaznaczone zostały słupki błędów. Wykres 3 przedstawia przybliżenie wykresu w pobliżu częstotliwości rezonansowej z zaznaczonymi słupkami błędów. Wartości słupków błędów równe są błędom pomiarowym użytych przyrządów.

Błąd pomiarów częstotliwości obliczony został według wzoru  $(1\%rdg + 1dgt)^{[1]}$ , a natężenia prądu według wzoru  $(2,5\%rdg + 3dgt)$ . Na przykładzie pomiaru nr.43:

$$\Delta f = 0,01 \cdot 1,72 + 1 \cdot 10^{-6} = 0,017201[kHz]$$

$$\Delta I = 0,025 \cdot 8,13 + 0,03 = 0,23325[mA]$$

Indukcyjność cewki  $L_3 = (33,0 \pm 3,3)mH$ . Niepewność tych pomiarów to niepewność typu B:

$$u(f) = \frac{\Delta f}{\sqrt{3}} = \frac{0,017201}{\sqrt{3}} = 0,009931002 \approx 0,010[kHz]$$

$$u(I) = \frac{\Delta I}{\sqrt{3}} = \frac{0,23325}{\sqrt{3}} = 0,13466695 \approx 0,14[mA]$$

$$u(L) = \frac{\Delta L}{\sqrt{3}} = \frac{3,3}{\sqrt{3}} = 1,905255888 \approx 2,0[mH]$$

Pojemność kondensatora wyznaczona została ze wzoru (1). :

$$C = \frac{1}{(2\pi f_r)^2 L} = \frac{1}{(2\pi \cdot 1670)^2 \cdot 0,033} = 275,228486 \times 10^{-9} \approx 275[\mu F]$$

Niepewność wyznaczonej pojemności wyniosła:

$$u_c(C) = \frac{1}{2\pi^2} \sqrt{\left[\frac{u(L)}{2f_r^2 L^2}\right]^2 + \left[\frac{u(f_r)}{f_r^3 L}\right]^2} = \frac{1}{2\pi^2} \sqrt{\left[\frac{0,002}{2 \cdot 1670^2 \cdot 0,033^2}\right]^2 + \left[\frac{9,7}{1670^3 \cdot 0,033}\right]^2}$$

$$= 16,9841709 \times 10^{-9} \approx 17[\mu F]$$

Na podstawie napięć  $U_0$  oraz  $U_C$  obliczona została dobroć obwodu:

$$Q_U = \frac{U_C}{U_0} = \frac{3,56}{3,00} = 1,186667 \approx 1,187$$

Niepewność wartości Q to niepewność złożona:

$$u_c(Q_U) = \sqrt{\left[\frac{u(U_C)}{U_0}\right]^2 + \left[\frac{U_C}{U_0^2} u(U_0)\right]^2} = \sqrt{\left[\frac{0,05}{3,00}\right]^2 + \left[\frac{3,56}{3,00^2} \cdot 0,01\right]^2}$$

$$= 0,017129629 \approx 0,018$$

Wartość dobroci może również zostać oszacowana na podstawie wykresu  $I(f)$ , korzystając z zależności (2). Należy w tym celu wyznaczyć  $\Delta f = f_p - f_l$ . Jest to różnica częstotliwości, dla których energia drgań jest równa połowie energii maksymalnej występującej dla częstotliwości rezonansowej. Ponieważ częstotliwość  $f_p$  znajduje się pomiędzy  $2,55kHz$ , a  $2,60kHz$ ,

jej wartość została oszacowana - przyjęto, że zależność  $I(f)$  pomiędzy tymi punktami jest w przybliżeniu liniowa.

$$I_{r2} = I_r / \sqrt{2} = 6,675088014 \approx 6,675 [mA]$$

$$f_l \approx 1,1000 [kHz]$$

$$f_p = 2,55 + \frac{(6,75 - 6,675) \cdot (2,6 - 2,55)}{6,75 - 6,58} = 2,55 + \frac{0,075 \cdot 0,05}{0,17} = 2,55 + 0,022059 \approx 2,572 [kHz]$$

$$\Delta f = f_p - f_l = 2,572 - 1,1 = 1,472 [kHz]$$

Dobroć obwodu wyznaczona z częstotliwości wynosi:

$$Q_f = \frac{f_r}{\Delta f} = \frac{1,670}{1,472} = 1,13451087 \approx 1,135$$

Aby wyznaczyć dokładność tej wartości należy wpierw oszacować dokładność wyznaczonej  $\Delta f$ . Ponieważ dokładność  $u(I_r) = 0,16mA$ , za dokładność  $\Delta f$  przyjęto różnicę częstotliwości odpowiadającej zmianie natężenia prądu o  $0,16mA$  przy częstotliwości  $2,6kHz$ :

$$u(\Delta f) = \frac{0,16}{6,75 - 6,58} (2,6 - 2,55) = \frac{0,16}{0,17} \cdot 0,05 = 0,047059 \approx 0,048 [kHz]$$

$$\begin{aligned} u_c(Q_f) &= \sqrt{\left[ \frac{u(f_r)}{\Delta f} \right]^2 + \left[ \frac{f_r}{\Delta f^2} u(\Delta f) \right]^2} = \sqrt{\left[ \frac{9,7}{1472} \right]^2 + \left[ \frac{1670}{1472^2} \cdot 48 \right]^2} \\ &= 0,037577226 \approx 0,038 \end{aligned}$$

## 2.3 Tabele i wykresy

Tablica 1: Wyniki pomiarów cz.1

Lp	$f$ [kHz]	$u(f)$ [kHz]	$I$ [mA]	$u(I)$ [mA]	Lp	$f$ [kHz]	$u(f)$ [kHz]	$I$ [mA]	$u(I)$ [mA]
1	0,001 000	0,000 007	0,05	0,02	41	1,6800	0,0098	9,44	0,16
2	0,050 00	0,000 29	0,15	0,02	42	1,7000	0,0099	9,43	0,16
3	0,100 00	0,000 58	0,35	0,03	43	1,720	0,010	9,42	0,16
4	0,150 00	0,000 87	0,65	0,03	44	1,740	0,011	9,41	0,16
5	0,2000	0,0012	0,95	0,04	45	1,760	0,011	9,37	0,16
6	0,3000	0,0018	1,47	0,04	46	1,780	0,011	9,34	0,16
7	0,4000	0,0024	2,00	0,05	47	1,800	0,011	9,32	0,16
8	0,5000	0,0029	2,55	0,06	48	1,820	0,011	9,27	0,16
9	0,6000	0,0035	3,15	0,07	49	1,840	0,011	9,24	0,16
10	0,7000	0,0041	3,78	0,08	50	1,860	0,011	9,19	0,15
11	0,8000	0,0047	4,43	0,09	51	1,880	0,011	9,13	0,15
12	0,9000	0,0052	5,15	0,10	52	1,900	0,011	9,08	0,15
13	1,0000	0,0058	5,90	0,11	53	1,920	0,012	9,01	0,15
14	1,0500	0,0061	6,28	0,11	54	1,940	0,012	8,96	0,15
15	1,1000	0,0064	6,66	0,12	55	1,960	0,012	8,88	0,15
16	1,1500	0,0067	7,05	0,12	56	1,980	0,012	8,83	0,15
17	1,2000	0,0070	7,43	0,13	57	2,000	0,012	8,76	0,15
18	1,2200	0,0071	7,57	0,13	58	2,020	0,012	8,67	0,15
19	1,2400	0,0072	7,72	0,13	59	2,040	0,012	8,62	0,15
20	1,2600	0,0073	7,85	0,14	60	2,060	0,012	8,55	0,15
21	1,2800	0,0074	7,99	0,14	61	2,080	0,013	8,47	0,14
22	1,3000	0,0076	8,13	0,14	62	2,100	0,013	8,40	0,14
23	1,3200	0,0077	8,26	0,14	63	2,120	0,013	8,32	0,14
24	1,3400	0,0078	8,38	0,14	64	2,140	0,013	8,25	0,14
25	1,3600	0,0079	8,50	0,15	65	2,160	0,013	8,16	0,14
26	1,3800	0,0080	8,61	0,15	66	2,180	0,013	8,11	0,14
27	1,4000	0,0081	8,72	0,15	67	2,200	0,013	7,99	0,14
28	1,4200	0,0082	8,82	0,15	68	2,220	0,013	7,94	0,14
29	1,4400	0,0084	8,90	0,15	69	2,240	0,013	7,86	0,14
30	1,4600	0,0085	8,99	0,15	70	2,260	0,014	7,78	0,13
31	1,4800	0,0086	9,08	0,15	71	2,280	0,014	7,71	0,13
32	1,5000	0,0087	9,14	0,15	72	2,300	0,014	7,64	0,13
33	1,5200	0,0088	9,22	0,16	73	2,350	0,014	7,45	0,13
34	1,5400	0,0089	9,26	0,16	74	2,400	0,014	7,27	0,13
35	1,5600	0,0091	9,31	0,16	75	2,450	0,015	7,11	0,12
36	1,5800	0,0092	9,35	0,16	76	2,500	0,015	6,91	0,12
37	1,6000	0,0093	9,38	0,16	77	2,550	0,015	6,75	0,12
38	1,6200	0,0094	9,41	0,16	78	2,600	0,016	6,58	0,12
39	1,6400	0,0095	9,43	0,16	79	2,650	0,016	6,43	0,12
40	1,6600	0,0096	9,44	0,16	80	2,700	0,016	6,28	0,11

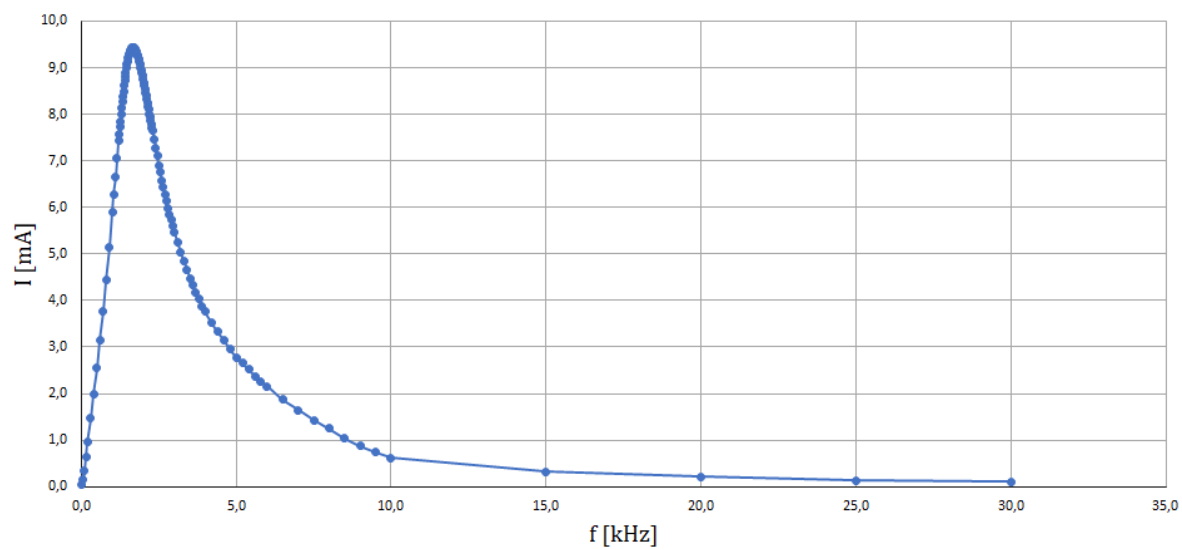
Tablica 2: Wyniki pomiarów cz.2

Lp	$f$ [kHz]	$u(f)$ [kHz]	$I$ [mA]	$u(I)$ [mA]
81	2,750	0,016	6,13	0,11
82	2,800	0,017	5,99	0,11
83	2,850	0,017	5,85	0,11
84	2,900	0,017	5,73	0,11
85	2,950	0,018	5,60	0,10
86	3,000	0,018	5,46	0,10
87	3,100	0,018	5,26	0,10
88	3,200	0,019	5,03	0,09
89	3,300	0,020	4,85	0,09
90	3,400	0,020	4,66	0,09
91	3,500	0,021	4,47	0,09
92	3,600	0,021	4,34	0,08
93	3,700	0,022	4,16	0,08
94	3,800	0,022	4,04	0,08
95	3,900	0,023	3,88	0,08
96	4,000	0,024	3,76	0,08
97	4,200	0,025	3,53	0,07
98	4,400	0,026	3,33	0,07
99	4,600	0,027	3,15	0,07
100	4,800	0,028	2,95	0,06
101	5,000	0,029	2,78	0,06
102	5,200	0,031	2,66	0,06
103	5,400	0,032	2,52	0,06
104	5,600	0,033	2,37	0,06
105	5,800	0,034	2,25	0,05
106	6,000	0,035	2,15	0,05
107	6,500	0,038	1,87	0,05
108	7,000	0,041	1,65	0,05
109	7,500	0,044	1,43	0,04
110	8,000	0,047	1,25	0,04
111	8,500	0,050	1,04	0,04
112	9,000	0,052	0,88	0,04
113	9,500	0,055	0,74	0,03
114	10,000	0,058	0,62	0,03
115	15,000	0,087	0,32	0,03
116	20,00	0,12	0,21	0,03
117	25,00	0,15	0,13	0,02
118	30,00	0,18	0,10	0,02

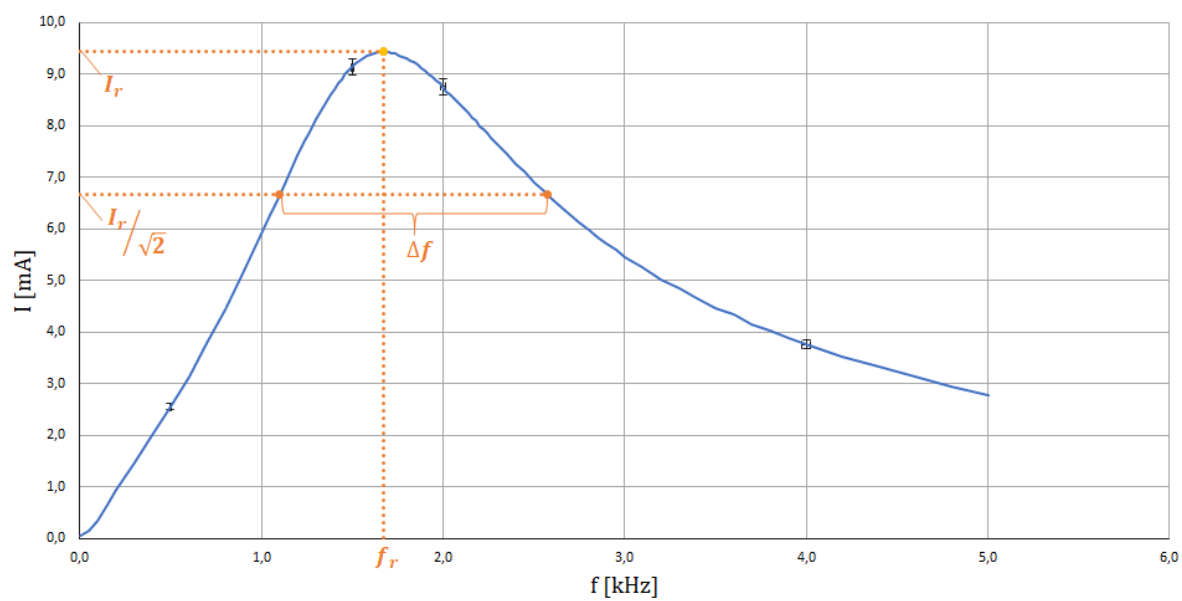
Tablica 3: Wyniki działań

	$x$	$u(x)$
$U_0[V]$	3,00	0,01
$f_r[kHz]$	1,6700	0,0097
$I_r[mA]$	9,44	0,16
$U_C[V]$	3,56	0,05
$L_3[mH]$	33,0	2,0
$C_3[\mu F]$	275	17
$Q_U$	1,187	0,018
$\Delta f[kHz]$	1,472	0,048
$Q_f$	1,135	0,038

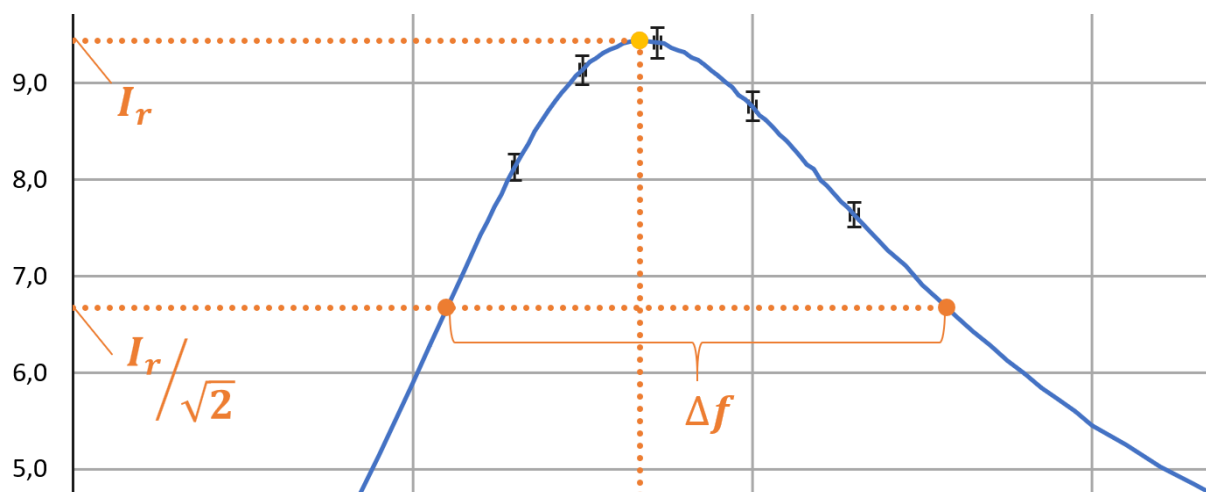
Wykres 1: Krzywa rezonansowa na całym zmierzonym zakresie



Wykres 2: Krzywa rezonansowa w zakresie  $(0 - 5) \text{ kHz}$



Wykres 3: Przybliżenie na słupki błędów przy częstotliwości rezonansowej



### 3 Ostateczne wyniki

Ostateczne wyniki wraz z zaokrągleniami:

**Częstotliwość rezonansowa:**  $(1,6700 \pm 0,0097) kHz$

**Pojemność kondensatora:**  $(275 \pm 17) \mu F$

**Dobroć obwodu wyliczona z napięć:**  $(1,187 \pm 0,018)$

**Dobroć obwodu wyliczona z częstotliwości:**  $(1,135 \pm 0,038)$

### 4 Dyskusja i wnioski

Celem ćwiczenia było wyznaczenie pojemności kondensatora, częstotliwości rezonansowej oraz współczynnika dobroci obwodu. Narysowany został wykres charakterystyki prądowej, na którym zaznaczona została częstotliwość rezonansowa. Niepewność wyznaczonej częstotliwości jest mniejsza niż 1%, co wynika z bardzo wysokiej dokładności przyrządu pomiarowego. Dobroć obwodu wyliczona z napięć jest dokładniejsza niż ta wyliczona na podstawie częstotliwości, ponieważ  $\Delta f$  musiało zostać oszacowane.

### 5 Literatura

- [1] „można wziąć tam nie wiem, 1% i będzie spoczko” - mgr Karolina Paradowska,  
źródło: <https://www.facebook.com/groups/1010700165711416/permalink/1518896528225108/>