

# Laboratorium Podstaw Fizyki

## Ćwiczenie 20 „Skalowanie termopary i wyznaczanie temperatury krzepnięcia stopu”

Prowadzący: mgr Karolina Paradowska

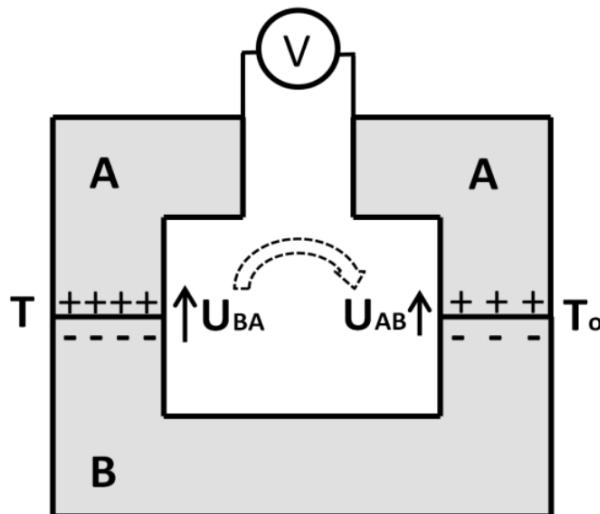
Imię i Nazwisko	Marcin Kotas
Nr indeksu	235098
Wydział	Elektroniki
Termin zajęć	14.11.2017, godz. 9.15
Numer grupy ćwiczeniowej	5
Data oddania sprawozdania	21.11.2017

# 1 Wstęp teoretyczny

Pierwszym celem ćwiczenia było poznanie zasady działania termopary - jej skalowanie oraz wyznaczanie jej współczynnika termoelektrycznego. Zależność napięcia od temperatury termopary opisana jest następującym wzorem:

$$U = \alpha(T - T_0) \quad (1)$$

gdzie:  $U$  - napięcie,  $\alpha$  - współczynnik termoelektryczny,  $T$  - temperatura badana,  $T_0$  - temperatura odniesienia (zwykle  $0^\circ C$ ).



Rysunek 1: Schemat przedstawiający zasadę działania termopary. Metal A posiada większą koncentrację elektronów swobodnych niż B, przez co powstaje kontaktowa różnica potencjałów  $U_{BA}$  - zależy ona od temperatury, więc jeśli  $T \neq T_0$  to w obwodzie tworzy się różnica napięć mierzona woltomierzem.

Drugim celem było badanie zjawiska krzepnięcia poprzez wyznaczanie temperatury krzepnięcia stopu Wooda. Dokładny opis przeprowadzenia pomiarów został opisany w sekcji 2.1 „Wykonanie pomiarów”.

## 2 Wyniki pomiarów

### 2.1 Wykonanie pomiarów

Najpierw przeprowadzone zostało skalowanie termopary. Jedno spojenie termopary umieszczone zostało w termosie z wodą z lodem o temp.  $\sim 0^\circ C$ , a drugie w garnku z wodą o temp.  $\sim 16^\circ C$ . Garnek z wodą był podgrzewany do osiągnięcia temp.  $90^\circ C$ . Napięcie na termoparze zapisywane było co  $2^\circ C$ . Wyniki pomiarów zostały umieszczone w Tabeli 1.

Następnie wyznaczona została temperatura krzepnięcia stopu Wooda. Rozgrzany do  $\sim 85^\circ C$  tygiel ze stopem metali został umieszczony na metalowej podstawce. Jedno spojenie termopary pozostało w termosie, a drugie umieszczone zostało w tyglu. Napięcie na termoparze zapisywane było co  $30s$  aż spadło do wartości odpowiadającej  $40^\circ C$ . Wyniki zostały umieszczone w Tabeli 2.

## 2.2 Obliczenia

### 2.2.1 Skalowanie termopary

Najpierw sporządzony został wykres cechowania termopary (Wykres 1). Dla kilku punktów narysowane zostały słupki błędów. Np. dla  $32^{\circ}C$   $u(T) = 0,8^{\circ}C$ ,  $u(U) = 0,002mV$ .

Dokładności pomiarów zostały obliczone korzystając ze specyfikacji termometru oraz woltomierza. Dla pomiarów w temperaturze  $30^{\circ}C$ :

$$\Delta T = \pm(0,75\%rdg + 1^{\circ}C) = 0,0075 \cdot 30 + 1 = 1,225[{}^{\circ}C]$$

$$\Delta U = \pm(0,05\%rdg + 0,01\%\text{pełnej skali}) = 0,0005 \cdot 1,499 + 0,0001 \cdot 10 = 1,7495 \times 10^{-3}[mV]$$

Niepewności tych pomiarów to niepewności typu B. Wyniki zostały zaokrąglone do rozdzielczości przyrządów pomiarowych:

$$u(T) = \frac{\Delta T}{\sqrt{3}} = \frac{1,225}{\sqrt{3}} = 0,70725408 \approx 0,8[{}^{\circ}C]$$

$$u(U) = \frac{\Delta U}{\sqrt{3}} = \frac{0,0017495}{\sqrt{3}} = 0,001010074 \approx 0,002[mV]$$

Następnie metodą regresji liniowej wyznaczony został współczynnik  $A$  prostej najlepiej dopasowanej do wykresu. Jest to jednocześnie współczynnik termoelektryczny  $\alpha$ :

$$\alpha = A = 0,05328[mV/{}^{\circ}C]$$

$$u(\alpha) = u(A) = 0,00012[mV/{}^{\circ}C]$$

### 2.2.2 Wyznaczenie temperatury krzepnięcia stopu Wooda

Najpierw sporządzony został wykres zależności napięcia od czasu schładzania stopu (Wykres 2). Napięcie krzepnięcia zostało wyznaczone jako średnia napięć w okresie od 5 do 12 minut:

$$U_k = \frac{\sum_{t=5}^{12} U_t}{15} = 3,4303[mV]$$

Niepewność standardowa typu A wyznaczonego napięcia wynosi:

$$\begin{aligned} u_A(U_k) &= \sqrt{\frac{\sum_{t=5}^{12} (U_t - U_k)^2}{15(15-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{(3,435 - 3,4303)^2 + (3,438 - 3,4303)^2 + \dots + (3,435 - 3,4303)^2}{210}} \\ &= 0,001713995 \approx 0,0018[mV] \end{aligned}$$

Niepewność standardowa typu B została obliczona jako wartość średnia niepewności napięć:

$$u_B(U_k) = \frac{\sum_{t=5}^{12} u(U_t)}{15} = 0,002[mV]$$

Końcowa niepewność została obliczona ze wzoru:

$$u(U_k) = \sqrt{u_A^2(U_k) + u_B^2(U_k)} = \sqrt{0,0018^2 + 0,002^2} \approx 0,0027[mV]$$

Temperaturę krzepnięcia można wyznaczyć dzieląc napięcie krzepnięcia przez współczynnik termoelektryczny:

$$T_k = \frac{U_k}{\alpha} = \frac{3,4303}{0,05328} \approx 64,38[{}^{\circ}C]$$

Niepewność wyznaczonej temperatury jest niepewnością złożoną:

$$\begin{aligned}
u_c(T_k) &= \sqrt{\left(\frac{\partial T_k}{\partial U_k}\right)^2 \cdot u^2(U_k) + \left(\frac{\partial T_k}{\partial \alpha}\right)^2 \cdot u^2(\alpha)} \\
&= \sqrt{\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 \cdot u^2(U_k) + \left(-\frac{U_k}{\alpha^2}\right)^2 \cdot u^2(\alpha)} \\
&= \sqrt{\left(\frac{1}{0,05328}\right)^2 \cdot 0,0027^2 + \left(-\frac{3,4303}{0,05328^2}\right)^2 \cdot 0,00012^2} \\
&= 0,14815138 \approx 0,15[^{\circ}C]
\end{aligned}$$

Wyliczona temperatura nie zgadza się z temperaturą odpowiadającą napięciu  $3,4303mV$  w Tabeli 1 - zgodnie z tabelą  $T_k \approx 66[^{\circ}C]$ . Błąd wynika z tego, że temperatura wody w termosie była nieco wyższa niż  $0[^{\circ}C]$  - przedłużenie wyznaczonej linii trendu przecina poziomą oś w punkcie  $T_0 \neq 0[^{\circ}C]$ . Temperaturę tę można obliczyć ze wzoru wyznaczonej linii trendu:

$$\begin{aligned}
0 &= A \cdot T_0 + B \\
T_0 &= \frac{-B}{A} = \frac{0,08327}{0,05328} = 1,5628 \approx 1,56[^{\circ}C]
\end{aligned}$$

Niepewność temperatury odniesienia to niepewność złożona:

$$\begin{aligned}
u(T_0) &= \sqrt{\left(\frac{\partial T_0}{\partial A}\right)^2 \cdot u^2(A) + \left(\frac{\partial T_0}{\partial B}\right)^2 \cdot u^2(B)} \\
&= \sqrt{\left(\frac{B}{A^2}\right)^2 \cdot u^2(A) + \left(-\frac{1}{A}\right)^2 \cdot u^2(B)} \\
&= \sqrt{\left(\frac{-0,08327}{0,05328^2}\right)^2 \cdot 0,00012^2 + \left(-\frac{1}{0,05328}\right)^2 \cdot 0,00655^2} \\
&= 0,122997 \approx 0,13[^{\circ}C]
\end{aligned}$$

Wynik należy uwzględnić w wyznaczaniu temperatury krzepnięcia poprzez przekształcenie wzoru (1):

$$\begin{aligned}
U &= \alpha(T - T_0) \\
T_k^+ &= \frac{U_k}{\alpha} + T_0 = T_k + T_0 \\
T_k^+ &= 64,38 + 1,56 = 65,94[^{\circ}C]
\end{aligned}$$

Niepewność temperatury z poprawką to niepewność złożona:

$$\begin{aligned}
u_c(T_k^+) &= \sqrt{\left(\frac{\partial T_k^+}{\partial T_k}\right)^2 \cdot u^2(T_k) + \left(\frac{\partial T_k^+}{\partial T_0}\right)^2 \cdot u^2(T_0)} \\
&= \sqrt{1^2 \cdot u^2(T_k) + 1^2 \cdot u^2(T_0)} = \sqrt{0,15^2 + 0,13^2} \\
&= 0,198494 \approx 0,20[^{\circ}C]
\end{aligned}$$

### 2.3 Tabele i wykresy

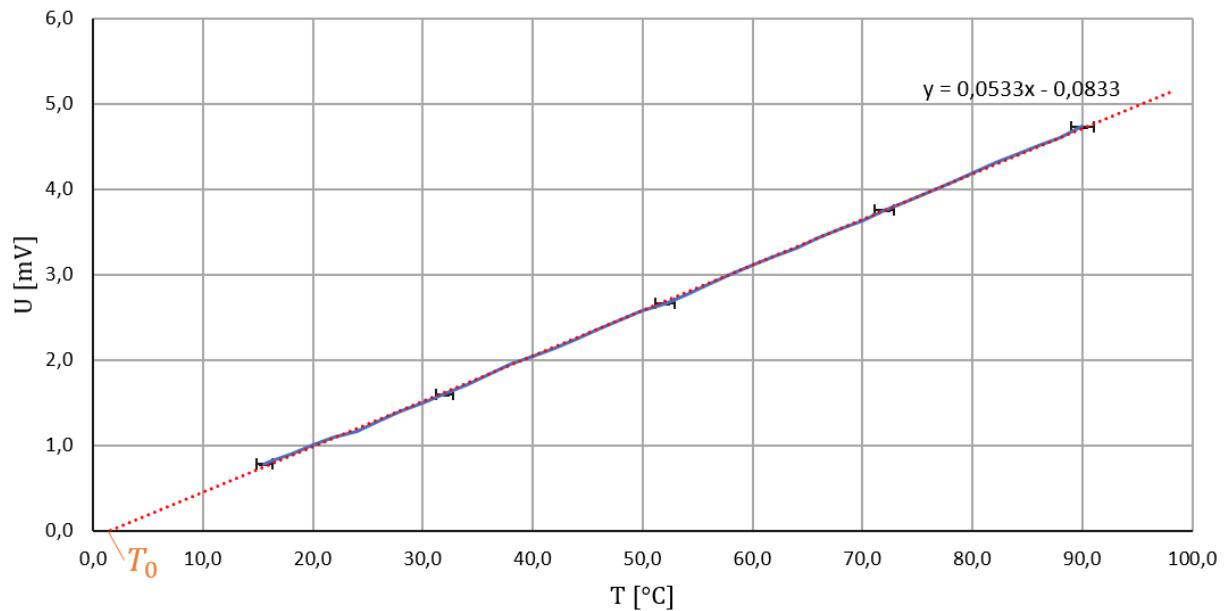
Tablica 1: Skalowanie termopary

$T$ [ $^{\circ}$ C]	$u(T)$ [ $^{\circ}$ C]	$U$ [mV]	$u(U)$ [mV]
15,6	0,7	0,784	0,001
16,0	0,7	0,811	0,001
18,0	0,7	0,904	0,001
20,0	0,7	1,006	0,001
22,0	0,7	1,094	0,001
24,0	0,7	1,172	0,001
26,0	0,7	1,290	0,001
28,1	0,7	1,409	0,001
30,0	0,8	1,499	0,002
32,0	0,8	1,602	0,002
34,0	0,8	1,716	0,002
36,0	0,8	1,832	0,002
38,0	0,8	1,947	0,002
40,0	0,8	2,049	0,002
42,0	0,8	2,143	0,002
44,0	0,8	2,245	0,002
46,0	0,8	2,360	0,002
48,0	0,8	2,470	0,002
50,0	0,8	2,578	0,002
52,0	0,9	2,664	0,002
54,0	0,9	2,771	0,002
56,0	0,9	2,890	0,002
58,0	0,9	3,003	0,002
60,0	0,9	3,112	0,002
62,0	0,9	3,216	0,002
64,0	0,9	3,312	0,002
66,0	0,9	3,426	0,002
68,0	0,9	3,537	0,002
70,0	0,9	3,636	0,002
72,0	0,9	3,756	0,002
74,0	0,9	3,856	0,002
76,0	1,0	3,972	0,002
78,0	1,0	4,072	0,002
80,0	1,0	4,189	0,002
82,1	1,0	4,314	0,002
84,0	1,0	4,408	0,002
86,0	1,0	4,510	0,002
88,0	1,0	4,610	0,002
90,0	1,0	4,736	0,002
$\alpha$	[mV/ $^{\circ}$ C]	0,05328	
$u(\alpha)$	[mV/ $^{\circ}$ C]	0,00012	
$\frac{u(\alpha)}{\alpha}$	[%]	0,23	

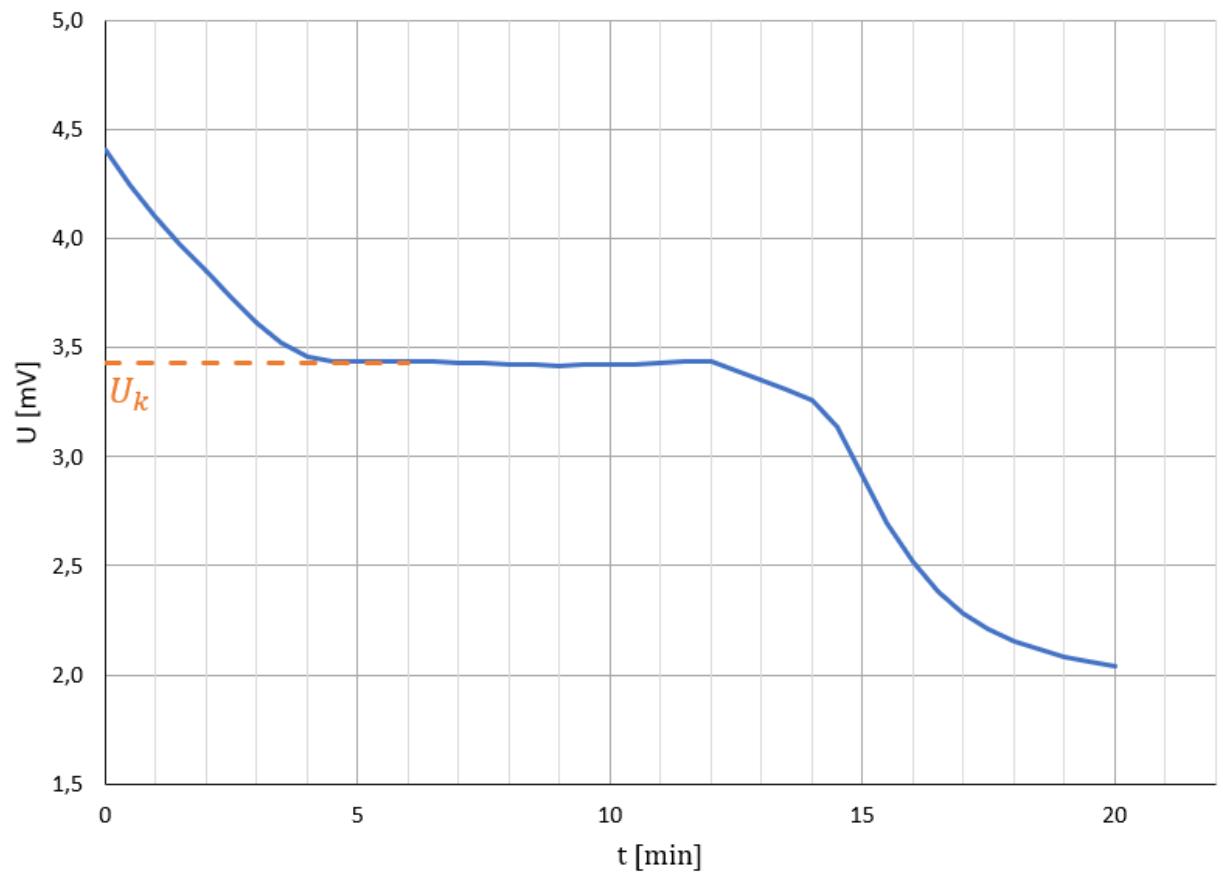
Tablica 2: Krzepnięcie stopu

$t$ [min]	$U$ [mV]	$u(U)$ [mV]
0,0	4,406	0,002
0,5	4,242	0,002
1,0	4,102	0,002
1,5	3,973	0,002
2,0	3,850	0,002
2,5	3,730	0,002
3,0	3,618	0,002
3,5	3,526	0,002
4,0	3,463	0,002
4,5	3,437	0,002
5,0	3,435	0,002
5,5	3,438	0,002
6,0	3,440	0,002
6,5	3,438	0,002
7,0	3,434	0,002
7,5	3,429	0,002
8,0	3,426	0,002
8,5	3,424	0,002
9,0	3,420	0,002
9,5	3,421	0,002
10,0	3,423	0,002
10,5	3,426	0,002
11,0	3,430	0,002
11,5	3,435	0,002
12,0	3,435	0,002
12,5	3,396	0,002
13,0	3,355	0,002
13,5	3,313	0,002
14,0	3,257	0,002
14,5	3,140	0,002
15,0	2,918	0,002
15,5	2,693	0,002
16,0	2,516	0,002
16,5	2,380	0,002
17,0	2,282	0,002
17,5	2,210	0,002
18,0	2,156	0,002
18,5	2,116	0,002
19,0	2,084	0,002
19,5	2,060	0,002
20,0	2,042	0,002
$U_k$	[mV]	3,4303
$u(U_k)$	[mV]	0,0027
$T_k^+$	[ $^{\circ}$ C]	65,94
$u_c(T_k^+)$	[ $^{\circ}$ C]	0,20
$\frac{u_c(T_k^+)}{T_k^+}$	[%]	0,30

Wykres 1: Skalowanie termopary



Wykres 2: Krzepnięcie stopu metali



### **3 Ostateczne wyniki**

Ostateczne wyniki wraz z zaokrągleniami:

**Współczynnik termoelektryczny:**  $(0,05328 \pm 0,00012)mV/^{\circ}C$

**Napięcie krzepnięcia:**  $(3,4303 \pm 0,0027)mV$

**Temperatura krzepnięcia:**  $(64,38 \pm 0,15)^{\circ}C$

**Temperatura krzepnięcia z poprawką:**  $(65,94 \pm 0,20)^{\circ}C$

### **4 Dyskusja i wnioski**

Współczynnik termoelektryczny został wyznaczony z wysoką dokładnością - błąd względny wyniósł 0,23%. Wynika to z dużej dokładności woltomierza oraz ze starannego i umiejętności wykonania pomiarów. Wyznaczenie temperatury krzepnięcia wymagało wprowadzenia poprawki. Powodem tego była niezerowa temperatura wody w termosie. Wynik uwzględniający poprawkę jest spójny z danymi w literaturze ( $66 - 70^{\circ}C$ ) Dokładność tego pomiaru również jest bardzo wysoka (błąd względny wynosi 0,30%).

### **5 Literatura**

[1] <http://delibra.bg.polsl.pl/dlibra/doccontent?id=17399>

[2] „Materials Handbook: A Concise Desktop Reference”, Francois Cardarelli, str. 210 (źródło: Google Książki )