

ALBERI AVL

SONO ALBERI BST MA CON UNA PROPRIETÀ IN PIÙ ↴

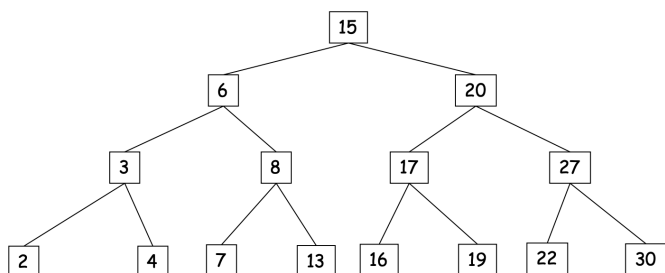
FATTORE DI BILANCIAMENTO $\beta(v)$ DI UN NODO $v \rightarrow$ ALTEZZA DEL SOTTOALBERO SX
- ALTEZZA DEL SOTTOALBERO DX.



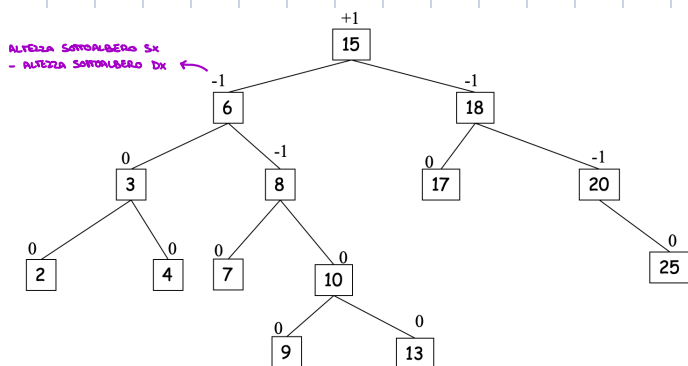
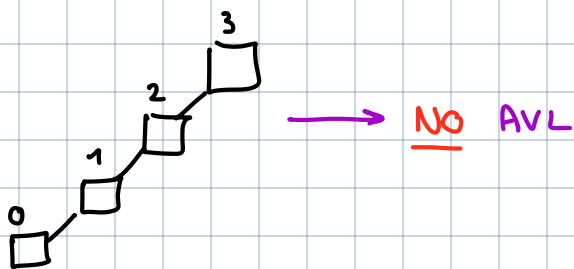
ALBERO BILANCIATO IN ALTEZZA \rightarrow SE OGNI NODO v HA FATTORE DI BILANCIAMENTO IN
VALORE ASSOLUTO ≤ 1 .
↳ (MODULO)



BASICAMENTE GLI ALBERI AVL SONO ALBERI BINARI DI RICERCA BILANCIATI IN ALTEZZA.



\rightarrow AVL TUTTI I NODI HANNO
FATTORE DI BILANCIAMENTO = 0

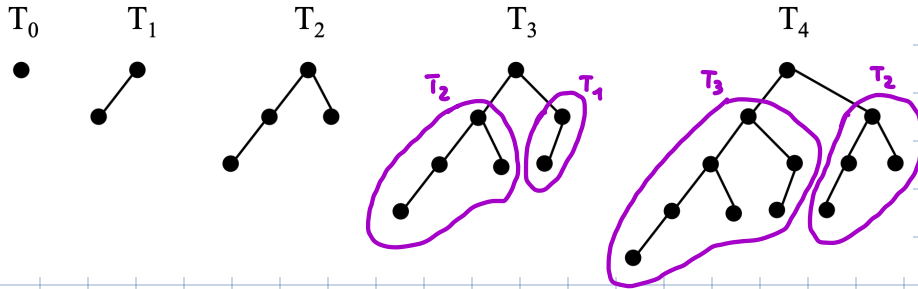


\rightarrow ALBERO AVL

ALBERI AVL DI FIBONACCI

ALBERI AVL DI FIBONACCI, NOTIAMO CHE OGNI ALBERO HA COME SOTTOALBERO SX L'ALBERO DI FIB. DI ALTEZZA $h-1$ E COME SOTTOALBERO DX $h-2$.

QUINDI L'ALBERO DI FIBONACCI $T_i = \text{RADICE} + \text{SOTTOALBERO SX } T_{i-1} + \text{SOTTOALBERO DX } T_{i-2}$
O VICEVERSA

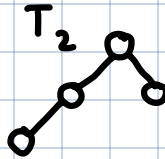


LEMMA

SIA T_h UN ALBERO AVL DI FIBONACCI, ALLORA IL NUMERO DI NODI m_h È PARI A:

$$m_h = F_{h+3} - 1$$

ESEMPIO \rightarrow



$$F_{2+3} - 1 = F_5 - 1 = 4$$

COROLLARIO

UN ALBERO AVL CON m NODI HA ALTEZZA $h = O(\log m)$

PRENDIAMO AD ESEMPIO UN QUALSIASI ALBERO AVL DI m NODI CON ALTEZZA h , POSSIAMO CONCLUDERE CHE SE PRENDIAMO UN ALBERO DI FIBONACCI CON LA STESSA ALTEZZA ABBIAMO CHE IL * DI NODI:

$$m_h \approx \Theta(\phi^k)$$

SAPPIAMO CHE GLI ALBERI DI FIB. HANNO IL MINIMO NUMERO DI NODI
QUINDI ABBIAMO CHE $m_h \leq m$

$$\downarrow$$
$$h = \Theta(\log m_h) = O(\log m)$$

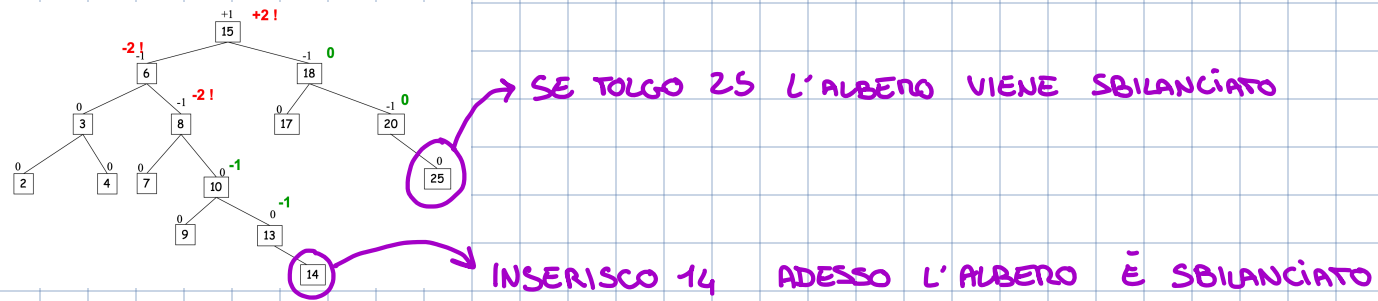
$$\downarrow$$
$$m_h \leq m$$



ALTEZZA DELL'ALBERO

DIZIONARI CON ALBERI AVL

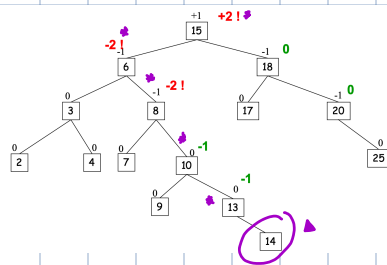
PROBLEMA → INSERIMENTO E CANCELAZIONE POSSONO SBILANCIARE L'ALBERO



DOMANDA:

QUANDO INSERISCO UN NODO, QUALI SONO I NODI CHE CAMBIANO IL FATTORE DI BILANCIAMENTO β ?

↓
GLI ANTENATI



▲ = NODO INSERITO

* = ANTENATI CHE CAMBIANO IL FATTORE BILANCIAM.

IL CAMBIAMENTO DI BILANCIAMENTO DOWTO AD UN INSERIMENTO/CANCELAZIONE PUÒ ESSERE $+/-1$, PUÒ ANCHE NON CAMBIARE IN ALCUNI CASI.

↓ TOGLIENDO O AGG. L'ALTEZZA CAMBIA DI 1 UNITÀ AL MASSIMO

TECNICA DI ROTAZIONE

UTILE PER RIBILANCIARE L'ALBERO, PORTIAMO NODI NELLA PARTE IN CUI SERVONO

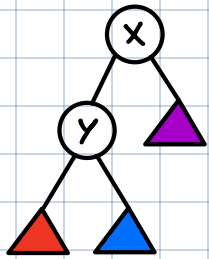
- MANTIENE LA PROPRIETÀ DI RICERCA
- RICHIEDE TEMPO $O(1)$

ALBERO PESANTE A SINISTRA:

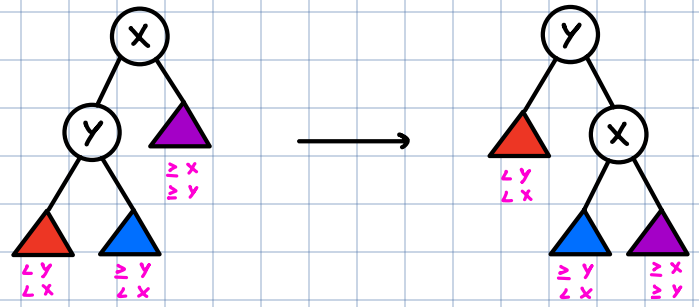
- ① DESTRA
- ② SINISTRA-DESTRA

ALBERO PESANTE A DESTRA:

- ① SINISTRA
- ② DESTRA-SINISTRA



ESEMPIO DI ROTAZIONE DESTRA



STESSE PROPRIETÀ

LEFT ROTATION

2 Squilibrio Destro-Destro (RR) → Rotazione Sinistra

Se un nodo viene inserito nella sottostruttura destra del sottoalbero destro, si verifica uno sbilanciamento a destra.

✓ Soluzione: Rotazione Sinistra (Left Rotation, LL)

◆ Esempio di squilibrio RR:

markdown

→ PONTO GIÙ A SX, SAVE IL 20

```

graph TD
    10 --> 20
    20 --> 30
  
```

Copia Modifica

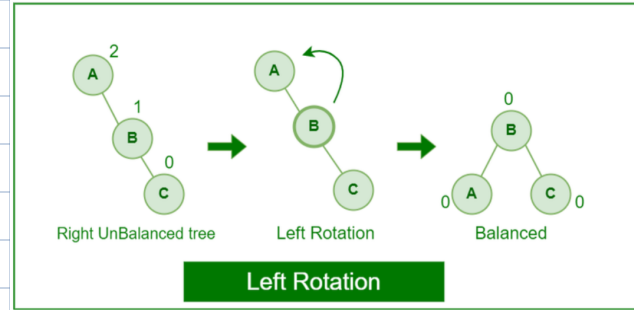
✓ Rotazione Sinistra attorno a 10:

markdown

```

graph TD
    20 --> 10
    20 --> 30
  
```

Copia Modifica



RIGHT ROTATION

1 Squilibrio Sinistro-Sinistro (LL) → Rotazione Destra

Se un nodo viene inserito nella sottostruttura sinistra del sottoalbero sinistro, si verifica uno sbilanciamento a sinistra.

✓ Soluzione: Rotazione Destra (Right Rotation, RR)

◆ Esempio di squilibrio LL:

markdown

→ PONTO GIÙ A DX E SAVE IL 20

```

graph TD
    30 --> 20
    20 --> 10
  
```

Copia Modifica

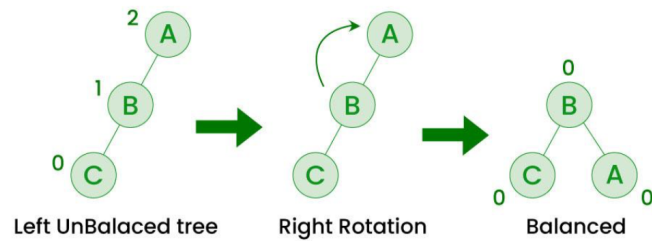
✓ Rotazione Destra attorno a 30:

markdown

```

graph TD
    20 --> 10
    20 --> 30
  
```

Copia Modifica



LEFT - RIGHT ROTATION

3 Squilibrio Sinistro-Destro (LR) → Rotazione Sinistra + Rotazione Destra

Se un nodo viene inserito nella **sottostruttura destra del sottoalbero sinistro**, si verifica uno **sbilanciamento sinistro-destro**.

✓ **Soluzione:**

1. Rotazione Sinistra sul sottoalbero sinistro
2. Rotazione Destra sul nodo radice

◆ Esempio di squilibrio LR:

Copia Modifica



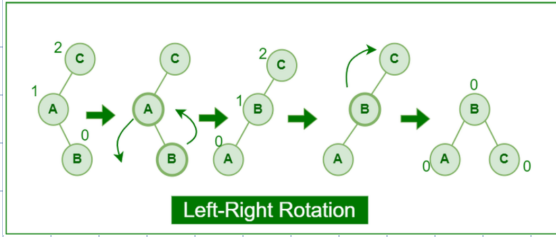
✓ **Passaggio 1: Rotazione Sinistra su 10**

Copia Modifica



✓ **Passaggio 2: Rotazione Destra su 30**

Copia Modifica



RIGHT-LEFT ROTATION

4 Squilibrio Destro-Sinistro (RL) → Rotazione Destra + Rotazione Sinistra

Se un nodo viene inserito nella **sottostruttura sinistra del sottoalbero destro**, si verifica uno **sbilanciamento destro-sinistro**.

✓ **Soluzione:**

1. Rotazione Destra sul sottoalbero destro
2. Rotazione Sinistra sul nodo radice

◆ Esempio di squilibrio RL:

Copia Modifica



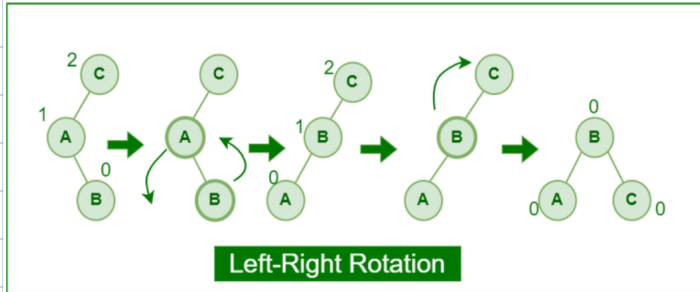
✓ **Passaggio 1: Rotazione Destra su 30**

Copia Modifica



✓ **Passaggio 2: Rotazione Sinistra su 10**

Copia Modifica



ALBERI AVL

↓ ALTEZZA $O(\log m)$

ROTAZIONI

→ COSTO COSTANTE