

中图分类号：F560

论文编号：1028707 12-S046

学科分类号：082303

# 硕士学位论文

## 飞机排班一体化优化模型与算法研究

研究生姓名 魏 星

学科、专业 交通运输规划与管理

研究方向 交通运输系统经济分析

指导教师 朱金福 教授

南京航空航天大学

研究生院 民航学院

二〇一二年三月

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics  
The Graduate School  
College of Civil Aviation

# **Research of Integrated Aircraft Scheduling optimization model and algorithm**

A Thesis in  
Transportation Engineering  
by  
Wei Xing  
Advised by  
Professor Zhu Jinfu  
Submitted in Partial Fulfillment  
of the Requirements  
for the Degree of  
Master of Engineering

March, 2012

## 承诺书

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师指导下，独立进行研究工作所取得的成果。尽我所知，除文中已经注明引用的内容外，本学位论文的研究成果不包含任何他人享有著作权的内容。对本论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明。

本人授权南京航空航天大学可以有权保留送交论文的复印件，允许论文被查阅和借阅，可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或其他复制手段保存论文。

(保密的学位论文在解密后适用本承诺书)

作者签名: \_\_\_\_\_

日期: \_\_\_\_\_

## 摘要

航线网络是世界上最复杂的网络之一。航空公司航班计划与飞机路线问题给研究人员提出了巨大的挑战。优化航班计划，提高飞机利用率，减少飞机维修成本等措施可大幅度地提高航空公司的资源管理能力、盈利能力和竞争地位。飞机排班是航班计划中一个重要的环节，目前国内航空公司飞机排班计划的制定仍然主要依赖手工和经验，效率低下并且缺乏科学性，已经成为影响航空公司成本高低的主要因素之一。

本文对航空公司飞机排班方法进行了一系列研究。首先，详细介绍了飞机排班的概念、制定过程以及基本规则，总结了典型的飞机排班模型，针对国内航空公司航班计划的特点，建立了基于多基地的航空公司飞机一体化排班模型，该模型以成本最小化为目标，加入了旅客溢出量，考虑了排班的网络效益，模型约束综合考虑了机型指派、维修基地选择、尾号指派等排班规则；其次，分析了飞机排班数学模型常用算法的优缺点，然后采用列生成算法作为模型的求解算法，将算法的主问题和子问题分别设计为飞机路线选择问题、基于连接网络的维修路线生成问题，在列生成限制主问题和子问题之间反复迭代。利用分枝定界法最终求得飞机一体化排班最优整数解。最后通过数值实验验证了该算法的有效性。本文的排班方法实现了资源利用的最大化，为航空公司航班计划的制定提供了理论与方法参考。

**关键词：**航班计划，飞机排班，列生成，约束编程，ILOG

## Abstract

Flight network is one of the world's most complex networks. Airline operation scheduling and network flow problem present a huge challenge to the researchers. Optimizing flight schedule, improving aircraft utilization, reducing aircraft maintenance costs and some other measures can greatly improve the airline's resource management, profitability and competitive position. However, facing such a complex network, optimizing the flight schedule is not an easy task for the airlines. Nowadays, airline flight scheduling relies mainly on manual and experience. This is less scientific and efficient and greatly affects the cost and revenue of domestic airlines.

This thesis conducts studies to the airline scheduling. The model is based on cost minimization, and adds capacity of the overflow passengers, considers the network efficiency. The model takes constraints model assignment, maintenance of base options, tail number assigned rules into account; Secondly, we analysis the advantages and disadvantages of commonly used algorithm of aircraft scheduling mathematical model, then use column generation algorithm as a model of the solution algorithm. The main question and sub questions are designed into the aircraft routing problem and service line generated problems based on connecting network, and iterative between the master problem and sub-problems repeatedly. Branch and bound method is used and finally obtain the optimal integer solution of the integrated aircraft scheduling. Finally, we verify the effectiveness of the algorithm through numerical experiments. This method of scheduling can maximize the utilization of resources, and provide decision support for the airlines.

**Keywords:** flight schedule, aircraft assignment, column generation, constraint programming, ILOG

# 目 录

第一章 绪论 .....	1
1.1 研究背景与目的.....	1
1.2 飞机排班问题概述.....	2
1.3 飞机排班问题研究现状.....	4
1.3.1 国外研究概况.....	4
1.3.2 国内研究概况.....	6
1.4 研究内容和方法.....	6
1.4.1 研究内容.....	6
1.4.2 研究方法.....	6
1.5 本文结构 .....	7
第二章 飞机排班问题分析.....	9
2.1 基本术语 .....	9
2.2 特殊网络描述.....	10
2.2.1 时空网络.....	10
2.2.2 连接网络.....	11
2.3 约束条件 .....	12
2.3.1 机型指派约束.....	12
2.3.2 飞机路线约束.....	13
2.3.3 扩展约束.....	15
2.4 优化目标 .....	15
2.5 本章小结 .....	15
第三章 飞机一体化排班模型.....	17
3.1 机型指派模型.....	17
3.2 飞机路线模型.....	19
3.3 飞机排班部分阶段综合优化模型.....	21
3.3.1 机型指派与飞机路线综合优化模型.....	21
3.3.2 综合航班时刻表的飞机排班模型.....	22
3.3.3 综合飞机维修计划的飞机排班模型.....	23

3.3.4 考虑乘客因素的飞机排班模型.....	23
3.4 飞机一体化排班问题的数学模型.....	25
3.4.1 飞机排班的线性一体化优化模型.....	25
3.4.2 经停航班的预处理.....	27
3.5 分阶段排班模型与一体化排班模型的比较.....	28
3.6 本章小结 .....	28
第四章 排班模型的算法研究.....	29
4.1 常用飞机排班算法概述.....	29
4.2 列生成算法简介.....	29
4.2.1 算法优点.....	29
4.2.2 列生成算法的基本原理与过程.....	30
4.3 飞机排班一体化模型的列生成算法.....	33
4.3.1 一体化飞机排班主问题.....	34
4.3.2 一体化飞机排班子问题.....	35
4.3.3 分枝定界法求飞机路线整数解.....	37
4.4 本章小结 .....	39
第五章 算法及飞机排班系统的实现.....	40
5.1 基于 ILOG 的飞机一体化排班算法实现 .....	40
5.1.1 ILOG OPL 软件介绍.....	40
5.1.2 限制主问题的 OPL 实现 .....	41
5.1.3 子问题模型的 OPL 实现 .....	41
5.2 基于 Oracle 数据库和 PowerBuilder 开发平台的飞机排班系统 .....	42
5.2.1 Oracle 数据库 .....	42
5.2.2 数据库前端开发工具 PowerBuilder.....	43
5.2.3 PowerBuilder 平台下飞机排班系统的实现.....	43
5.3 航空公司飞机排班算例分析.....	46
5.4 本章小结 .....	50
第六章 总结与展望 .....	51
6.1 本文总结 .....	51
6.2 研究展望 .....	52
参考文献 .....	53
致 谢 .....	56

在学期间参与的科研项目及发表的学术论文.....57

## 图表清单

图 1.1 飞机排班流程图.....	4
图 1.2 飞机排班的综合优化类型.....	5
图 2.1 时空网络示意图.....	11
图 2.2 连接网络示意图.....	12
图 3.1 一周飞机路线图（三架飞机、三个过夜机场）.....	19
图 4.1 列生成算法原理图.....	32
图 4.2 列生成算法流程图.....	33
图 4.3 连接网络（部分）示意图.....	36
图 4.4 分枝过程 .....	38
表 1.1 本文章节安排和主要内容.....	7
表 2.1 一天航班计划.....	13
表 3.1 经停航段示例.....	28
表 5.1 限制主问题 ILOG 语句.....	41
表 5.2 子问题约束条件 ILOG 语句 .....	42
表 5.3 某航空公司一周航班计划.....	46
表 5.4 机型数据表.....	47
表 5.5 顺序排班一周飞机路线.....	47
表 5.6 顺序排班飞机维修机会及路线成本.....	47
表 5.7 列生成算法目标函数和列集变化过程.....	48
表 5.8 各飞机的一周最优路线.....	49
表 5.9 各飞机每周维修机会及路线成本.....	49

# 第一章 绪论

随着我国国民经济的快速发展，国内民航业进入了一个高速发展时期。国内航空公司规模日益扩大，航空运输服务整体水平不断提升。近年来，民航业不断出现新的发展趋势，民航运输业行政垄断的打破，低成本航空和高速铁路的兴起，对外国民航企业开放程度的提高，都使得民航企业竞争日趋激烈。在这样的情况下，生产计划的重要性就越来越突出。飞机排班是航空公司对机队资源的优化配置，是运输生产过程中一项十分重要的生产计划。飞机的运行费用在总营运成本中占有相当大的比例，因此，如何合理运用机队资源是航空公司必须重视的问题。

## 1.1 研究背景与目的

运输业是国民经济的动脉，是国民经济和社会生活的纽带，离开它任何生产和生活活动都无法顺利进行。相对公路、铁路、水运等传统交通运输方式而言，航空运输出现的最晚，但发展速度最快。它作为最快捷的交通模式，在旅客运输中占据了很大比例。在西方一些发达国家，航空运输客运量达到了各种运输方式运输总量的50%以上<sup>[1]</sup>。自从20世纪70年代和80年代美国和欧洲相继放松航空管制以来，世界民航运输业经历了飞速的发展。

航空运输对国民经济的发展具有重要的推动作用。与其他交通方式相比，航空运输以最快的速度促进地区间交流，促进更高效生产方式的实现，提供更多的就业机会。航空运输业的发展为经济的发展创造了条件，因而促进了经济的发展。航空运输业是最受关注的国家基础产业部门，具有重要的经济地位<sup>[2]</sup>。

我国民航运输业起步较晚，但发展非常迅猛。改革开放30多年来，民航业成为了国民经济的重要基础产业，随着经济高速增长而迅速壮大，在中国运输市场中的重要性日益凸显。在2005年的全球航空运输总周转量排名报告中，我国由1985年的第32位迅速上升至第2位，超过德国，仅次于美国，成为世界第二航空运输大国。20几年来世界航空运输的平均增长率在10%左右，而我国则以每年平均20%左右的速度递增，我国民航平均增长速度高出世界民航平均水平两倍多<sup>[3]</sup>。2010年，国内航线完成运输周转量345.48亿吨公里，货邮运输量563.0万吨，旅客运输量2.68亿人次，分别比上年增长16.3%、16.1%和26.4%，‘十一五’期间五年平均分别增长了15.6%、14.1%和12.9%，航空运输旅客周转量在综合交通运输体系中的比重提升2.7个百分点<sup>[4]</sup>。

整个民航业的快速发展使得航空公司规模开始快速扩大，航线数量、航班数量、机队规模以及机组人员数量等都在成倍增长。截至2010年底，我国共有定期航班航线1880条，“十一五”

期间定期航班航线增加623条，年均增长8.4%；与其他国家或地区签订双边航空运输协定112个，“十一五”期间增加13个。其中：亚洲36个国家，非洲24个国家，欧洲40个国家，美洲8个国家，大洋洲4个国家；共有颁证运输机场175个；全国运输机场完成起降架次553.2万架次，年均增长14.3%，“十一五”期间年平均增长率12.6%；民航全行业运输飞机期末在册架数1597架，根据中国民用航空“十二五”规划，到2015年机队规模达到约2750架，运力年均增长11%<sup>[5]</sup>。

民航改革初期，由于国内客流量少，航线都集中在大城市与大城市之间，航班数量少，机队规模小，航空公司的飞机排班工作主要根据经验手工完成。2003年中国民航运输系统进行了第二次大改革，民航总局所属各企业之间进行了联合重组，民航企业成为市场主体。按照市场规律运作以后，航空运输业进入了一个快速发展的时期，航空公司的快速发展和联合重组使得自身的规模变得十分庞大，目前已经形成了国航、东航、南航、大新华四大航空集团公司。这对飞机排班工作提出了严峻的挑战。

过去飞机排班的手工排班方法虽然操作简单但是存在很多缺点。第一，由于航班量不断增长而造成工作量越来越大；第二，航空公司分阶段排班各部门间缺乏沟通，导致排班的灵活性、合理性降低；第三，排班结果的优劣依赖于航空公司工作人员的技能水平；第四，手工排班没有对飞机排班问题进行优化，得到的结果一般只是一个可行解，更没有从航班频率时刻，机型指派和飞机排班综合层次考虑，因而没能充分利用飞机这一宝贵资源为航空公司创造更多的利润。航空运输是一种高投入、高成本、高产出、低利润率的运输产业，在安全的基础上获得最大的收益是各大航空公司竞相追逐的目标。在激烈的行业竞争下，手工排班的这些不足对整体收益的影响是航空公司无法忍受的。在意识到科学化精益化规划的必要性之后，国内航空公司纷纷购买国外的成熟软件，2003年东航与美国SABRE公司签署合作协议，建立东航的运行控制系统。2006年国航也同美国SABRE公司签署了运行控制系统项目合同。但是国外的系统往往不能贴合国内航空公司实际的运营模式，导致国外系统在国内公司中产生“水土不服”的现象，这些花巨资引进的国外系统往往成为摆设，无法发挥很好的作用。中国航空公司航班计划的制定急需理论与方法支持。

为了改变航空公司手工排班的局限性，促进现有飞机排班方式的更新换代，实现航空公司飞机排班自动化的同时实现飞机资源利用最大化，本文提出一种飞机一体化排班方法，综合考虑机型指派、路线选择和飞机尾号指派规则，得到飞机排班问题的全局优化解，利用数学计算方法为航空公司解决手工排班很难解决的大规模计算问题，提高工作效率、提高收益。

## 1.2 飞机排班问题概述

飞机排班有狭义与广义之分。狭义的飞机排班只包含路线问题和尾号指派。本文研究的对象实际上是广义的飞机排班，指机型指派、飞机路线问题和尾号指派，即飞机一体化排班。

在国内大多数航空公司中，这3个计划分别由市场部、机务部负责制定，其中机型指派由市场部负责，飞机路线问题和尾号指派由机务维修部门负责。广义飞机排班计划的制定通常按照步骤按顺序完成，同时又必须环环相扣，在具体制定计划时，执行不同阶段排班计划的工作人员需要反复沟通交换意见，最终生成满意的航班计划。

由市场部门负责的与飞机排班相关的工作：

(1) 市场需求分析

在给定航线后，航班计划员通过市场分析预测一段时期内每条航线的旅客需求分布，若有充分的数据支持，则还可以预测出一天中不同时刻每个O-D流的旅客分布情况。

(2) 航班频率和航班时刻的确定 (Schedule Design)

在航空公司获取了航线旅客需求的前提下，航班计划员可以根据航线需求量和机队资源情况，对每条航线确定航班频率，然后结合航班管理部门航班时刻批准、机场时刻资源等，确定每条航线的航班时刻表。

(3) 机型指派 (Fleet Assignment)

机型指派是指这样一个过程：根据不同机型的载客数量、单位时间运行成本以及潜在收益，为定期航班指派不同的飞机机型。机型指派也叫机队指派，该决策依据上一步制定出的航班时刻表，为每个航班确定满足航班衔接约束的机型（并没有指定具体机号），使航班运行成本最小。

机务部门的飞机排班计划内容：

(1) 飞机路线问题(Aircraft Routing Problem)

在完成机型指派后，根据航空公司的航班时刻表，将本公司所有同一机型执行的一个周期内的航班连接成时间地点前后衔接的若干个串，称为航班串，或者飞机路线。一条飞机路线由一架飞机执行，每条飞机路线应当保证飞机在基地机场或者过夜机场过夜，并能正常衔接下一个周期的出发航班。

(2) 尾号指派问题 (Tail Assignment)

针对编制好的若干条飞机路线，根据不同飞机的维护工作安排、特殊航线要求等限制条件，对每一条飞机路线指派一架具体执行飞机，结果为每条飞机路线分配一个相应的机尾号。

总而言之，飞机排班的实质就是综合考虑航班时刻表要求、公司所拥有的机队运力、每架飞机的技术状况以及飞机维修调度指令等诸多约束条件，为每个航班指定一架具体执行的飞机。主要目的是为了使执行既定路线的每架飞机能够满足规定的维护维修需要，并且保持机队的利用率在较高的水平，使运营和维护成本尽可能地小，在保证航班正常运行的前提下实现效益最大化，这是一个复杂的组合优化问题。

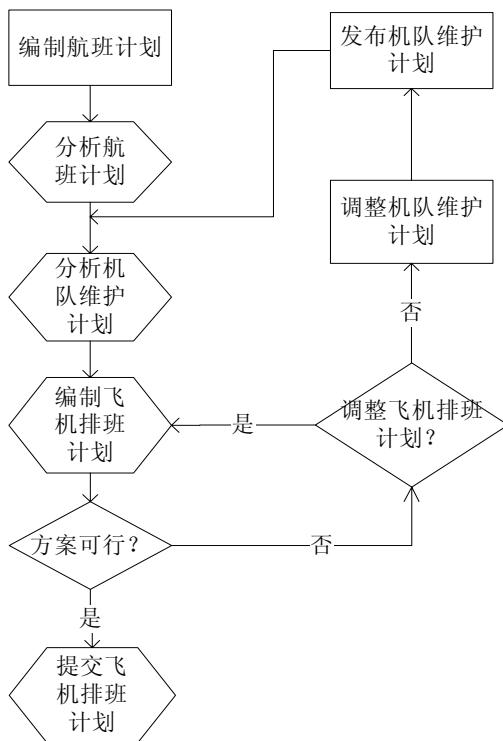


图1.1 飞机排班流程图

### 1.3 飞机排班问题研究现状

#### 1.3.1 国外研究概况

国外对飞机分阶段排班研究工作开展的较早同时也比较全面。

对机型指派方法的研究。Abara 在 1989 年为机型指派问题建立了基于连接网络的模型，该模型为整数规划问题<sup>[6]</sup>；Berge 在 1993 年提出时空网络的概念，该网络中的航班用连接弧表示，由机场和时间两个维度确定的时空点用节点表示<sup>[7]</sup>；Brian 等在机型指派基本模型里加入了航班时刻优化的因素，研究了带有时间窗的机型指派问题；Kniker 在成本中加入了旅客溢出成本，引进了 Pax MIX 模型，在机型指派问题基本模型中加入了旅客溢出的因素<sup>[8]</sup>。

对飞机路线生成方法的研究。Talluri 分析了 4 天以上飞机维护路线问题的算法复杂性和存在解的条件，并构造了一种“4-DMR”问题的启发式算法<sup>[9]</sup>；Clarke 将飞机路线问题转换为带有边约束的旅行商问题（TSP）并利用 Lagrangian 松弛算法求解<sup>[10]</sup>。

对机尾号指派方法的研究。Eling 等建立了基于约束编程的机尾号指派模型，于此同时使用了列生成算法<sup>[11]</sup>。

实际操作中，航班计划的制定过程通常按照既定的顺序分阶段进行，通过循环的反馈与修

改最终得到一个可行的计划。目前更多的研究开始关注于综合考虑航空公司排班计划中两个乃至多层次计划的问题，如将机型指派与航班频率的制定综合考虑，机型指派与飞机路线选择综合考虑以及飞机路线选择与机组排班综合考虑等<sup>[12]</sup>，常见的综合优化方式如图 1.2 所示。

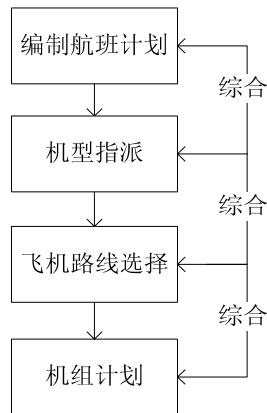


图1.2 飞机排班的综合优化类型

随着计算机性能与软件发展水平的提高，飞机排班的学术研究方向逐渐转向综合优化方向。

1997 年 Desaulniers, Desrosiers, Dumas 提出两个日航班计划综合优化模型：集合分割模型和带有时间约束的多商品流模型<sup>[13]</sup>；1998 年 Barnhart 在航班串的基础上提出了一个机型指派和飞机路线综合优化模型<sup>[14]</sup>。2000 年 Rexing 引入了衔接航班之间时间间隔的变化，构建了带时间窗的机型指派模型（FAMTW），该模型允许每次航班的起飞时间在一定范围内变化， $n$  等份给定时间窗，每等份点为一种可选出发时间方案，求解最优解时从  $n$  种方案中选取一种，与此同时完成机型指派。这样可以给航班计划一定的可变动性，使机型指派结果更有效，也使之后的飞机路线问题可行性得到了提高。Chang 构造了航班时刻优化及机型指派的综合模型<sup>[15]</sup>。在分析了旅客需求、航班计划的经济性和可操作性的基础上，分别建立了三种非线性规划的数学模型。Yan 和 Tseng 设计了一个基于旅客需求的航班计划与飞机排班综合模型<sup>[16]</sup>，该模型是一个 Lagrangian 松弛法与多商品网络流结合的模型，它可以帮助航空公司同时优化航班时刻和飞机排班结果。Kliewer 提出了一个综合飞机指派和需求预测的模型。此外，将飞机路线与机组排班结合，以及出现航班扰动后，综合考虑路线、机组、客流恢复也是目前学术研究的趋势<sup>[17,18]</sup>。

飞机排班综合优化问题学术研究的焦点除了模型的建立还有模型的复杂性和求解方法。

Ioachim et al. 和 Desaulniers et al. 为了求解飞机指派和路线选择综合问题，提出了一种基于分枝定界的 Dantzig-Wolfe 分解算法<sup>[19]</sup>。Daskin 和 Panayotopoulos 针对单枢纽机场航线网络提出了一个 Lagrangian 松弛算法，不过对于很多航空公司使用多种机型进行混合排班的情况不太适用<sup>[20]</sup>。Cordeau et al. 解决飞机路线和机组排班综合优化问题时，使用了 Bender's 分解实现了实

时求解，并且分析了一个3天500个航班规模的案例，结果与顺序计划比较，有显著的改进；Mercier et al.<sup>[21]</sup>改进了Cordeau et al.的模型，与Cordeau et al.相比使用机组配对问题代替飞机路线作为主要问题，使用Bender's分解算法，改善了收敛性，降低了计算时间<sup>[22,23,24]</sup>。

### 1.3.2 国内研究概况

国内关于飞机综合排班方法有过试探性研究，但是还不够成熟，多数限于局部综合，例如航班时刻表与机型指派、飞机路线选择和机尾号指派的综合优化。朱星辉等人<sup>[25]</sup>研究了分阶段多航空公司竞争下的航班频率确定问题，建立了周机型指派模型，该模型考虑了飞机舱位数量、运行成本、潜在收益以及飞机可用性，求解方法是一种特殊有序集分枝定界算法。李耀华等<sup>[26]</sup>建立了编制航班串的VRP模型，模型除了考虑航班时空衔接约束之外还考虑了客流量、维修基地机场的约束。并构造了一种自适应单亲遗传算法求解模型。肖东喜<sup>[27]</sup>等人建立了一周飞机路线的整数规划模型，该模型以飞机维修最大化为目标函数，采用列生成算法和Follow-on规则，编制满足三天维修要求的航班环。孙宏等<sup>[28]</sup>针对单枢纽航线网络的特点，以所需飞机数最少，航班在枢纽机场的过站衔接最紧凑为目标，提出了描述航班衔接问题的最小费用最大流网络模型。另外徐进<sup>[29]</sup>建立了航班频率、时刻优化模型以及固定航班时刻下的机型指派模型，这些模型按次序结合称为顺序优化模型，在此基础上提出基于时间窗的航班时刻及机型指派的综合优化模型，允许对航班出发到达时间的调整，以便于得到更灵活的飞机调度方案。李云<sup>[30]</sup>建立了排班周期为一天的飞机排班一体化模型，但是没有考虑到飞机路线的多基地维修问题。

## 1.4 研究内容和方法

### 1.4.1 研究内容

建立和求解飞机一体化排班模型是本文研究的主要内容。首先介绍航空公司飞机排班概念、前提及其规则，分析飞机排班经典模型的特点，建立综合考虑航空公司多个阶段计划的飞机一体化排班模型。其次针对模型设计合适的列生成算法，在ILOG平台上构建该模型，用约束编程代码实现动态列生成，然后利用Oracle数据库以及数据库开发工具实现一个小型飞机排班系统。最后使用航空公司小型实例验证。

### 1.4.2 研究方法

本文在大量收集和阅读相关的文献资料的基础上，充分借鉴国内外先进的学术研究成果，运用数学建模知识，通过分析航空公司成本、收益，运用经典优化技术与模型，按照提出问题、分析问题、建立数学模型、设计求解算法、开发数据库系统、分析运行结果的思路，对飞机一

体化排班优化模型与算法进行了探索性研究。在研究多枢纽航线网络飞机维修路线的生成方法时，主要运用了约束编程的思想。利用运筹学中的列生成算法求解本文中的大规模整数规划，模型求解软件应用 ILOG 软件及其组件。利用 ILOG 与 Oracle 数据库的 ODBC 连接方式，使用数据库开发工具 PowerBuilder 实现排班系统界面。用小型算例对排班模型和算法有效性进行了分析。

## 1.5 本文结构

本文用六个章节对上述研究内容进行详细论述，具体安排见表 1.1。

表 1.1 本文章节安排和主要内容

章	节	主要内容
第一章 绪论	1.1 研究背景和目的 1.2 飞机排班问题概述 1.3 飞机排班问题研究现状 1.4 研究内容与方法 1.5 本文结构	分析了本文的研究背景和目的，对飞机排班工作的概念和制定过程作出了概述，综述了一体化飞机排班学术研究的现状，简要说明了本文的研究内容、方法以及本文结构。
第二章 飞机排班问 题分析	2.1 基本术语 2.2 特殊网络描述 2.3 约束条件 2.4 优化目标 2.5 本章小结	介绍了用于飞机一体化排班问题的基本术语和特殊网络；深入探讨了飞机一体化排班过程中需要用到的基本规则和目标。
第三章 飞机一体 化排班模 型	3.1 机型指派模型 3.2 飞机路线模型 3.3 飞机排班部分阶段综合优化模型 3.4 飞机一体化排班问题的数学模型 3.5 分阶段排班模型与一体化排班模 型的比较 3.6 本章小结	通过对飞机分阶段排班的一系列典型数学模型的详细分析，构造了基于多维修基地的航空公司飞机一体化排班问题的数学模型。
第四章 排班模型的 算法研究	4.1 常用飞机排班算法概述 4.2 列生成算法简介 4.3 飞机排班一体化模型的列生成算 法	对飞机排班常用算法进行分析，为飞机一体化排班模型设计列生成算法，构建了合适的主问题模型和子问题模型。

	4.4 本章小结	
第五章 算法及飞机 排班系统的 实现	5.1 基于 ILOG 的飞机一体化排班算 法实现 5.2 基于 Oracle 数据库和 PowerBuilder 开发平台的飞机排班系 统 5.3 航空公司飞机排班算例分析 5.4 本章小结	使用 ILOG 编程语言实现飞机一体化 排班列生成算法，并开发了基于 Oracle 数据库和 PowerBuilder 开发平 台的小型飞机排班系统，并使用算例 验证。
第六章 总结与展望	6.1 本文总结 6.2 研究展望	总结本文的研究工作，提出未来可以 研究的内容与方向。

## 第二章 飞机排班问题分析

航空公司生产计划的制定过程实质是对各生产要素的优化配置过程，因为生产计划的质量和效率不仅关系到运输生产能否顺利进行，而且从根本上决定了企业的市场竞争能力。合理有效地按照市场需求、自身资源等进行生产排班是保证航空公司日常生产运行及运营效益的一个重要环节。本章主要分析飞机排班基本问题。

### 2.1 基本术语

飞机排班计划和航班计划紧密相连，包含了航空公司正常运营过程中很多十分复杂的概念。为了使叙述问题更加方便，将飞机排班问题中的相关基本术语做出如下解释：

**机型 (Fleet):** 执行不同的航班要求飞机具备不同的飞行性能，按照性能分为不同飞机型号，简称机型。性能包括最远航程、耗油量、爬升能力、起飞最大全重、升限等。

**航班 (Flight Segment):** 由同一架飞机（尾号相同）一次执行的，具有同一航班号（可以包含多个航段，也可以只有一个航段）的飞行任务，一个航班可有多个起降。

**班次 (Frequency):** 指在同一条航线市场上，航空公司一个周期内（一个星期或一天）安排的航班次数，也称为航班频率。

**航段 (Leg):** 飞机执行的一次飞行任务，一次任务只完成一次起降，也叫做航节。

**班期 (Shift):** 一星期中某航班的具体执行时间，如航班班期如果为 2.4.6.7 则表示该航班在一星期中的周二、周四、周六和周日执行。

**最小过站时间 (Minimum Connection Time, MCT):** 航班飞机着陆后要执行包括添加燃料、飞机仪表检查、旅客下机及登机等必要操作，这些操作必须在飞机着陆到下一个航班起飞之间完成，按照不同的机场和飞机，会有不同最小过站时间。

**航班串 (Flight String):** 前一航班到达时间在后一航班的出发时间之前，并且该两航班之间的时间差满足最小过站时间的限制条件，或者衔接时间大于最小过站时间 (MCT)，则称航班在时间上连续；前一航班的到达机场与后一航班的出发机场相同，则称航班在空间上连续。航班串是将同时满足时间和空间连续的多个航班，按时间顺序组合起来而形成的一串航班。本文讨论的航班串是指，一架飞机在一天中完成的满足时空衔接的航班序列。

**过夜机场 (Overnight Airport):** 一般是航空公司的基地，具体是指航空公司可供夜间停放飞机的基地机场。

**维修基地（Maintenance Base）：**通常是航空公司主基地，航空公司能够在这些基地机场对飞机进行定检维修。这种基地不仅用于夜间停放飞机，还能提供飞机进行定检维修的各种设备。

**航班环（Flight Loop）：**满足飞机定检维修要求的、若干天内的多个航班串的集合，这些集合满足起终点是相同机场（一般指基地）的要求。本文规定所讨论的航班环是由 2 个或 3 个航班串所构成，即指定航班环的周期为 2 天或 3 天。

### 飞机路线（Aircraft Routing）

航空公司基本运营过程中有一项十分繁杂的工作，即安排飞机路线。

为了保证可用飞机数量不少于航班计划人员排出的航班计划，在制定航班计划时，一般将一天航班时刻表中满足时空衔接的航班连起来，得到航班连线，实质上就是航班串，它是指将同时满足时间衔接和空间连续的多个航班，按时间顺序组合起来而形成的一串航班。然后将满足飞机定检维修要求的、若干天内的航班串（该串的起终点都是本航空公司的维修基地），连接起来就成了航班环。航班环按照维修基地分类，分为广义航班环和狭义航班环两种。

- 1) 广义航班环只要求起点和终点是本航空公司的维修基地；
- 2) 狹义航班环还要求起点和终点必须是本公司两个相同的维修基地。

现在国内一些大的航空公司往往设置了多个维修基地，可以维护多种机型的飞机。在维修基地的设置方面来讲，各大航空公司的基地设置分为两种情况：单维修基地及多维修基地。但从机型分类来讲，仍然是同一机型的飞机只能在一个维修基地进行维修，即机型基地多数还是采用单维修基地。

执行周期为三天的航班环，它的执行飞机每隔三天即可得到一次维修机会。本文的研究前提是同机型飞机在同一基地维修，即基于狭义航班环；航班环的延续天数为三天，即满足三天维修规则。航班环与飞机路线有密不可分的关系，一个这样的航班连线和一架飞机即可组成一条飞机路线。飞机执行该航班环要满足飞机运行约束，包括飞机的航线预指派约束、维修基地约束等。旅客溢出成本、飞机运行成本、座位虚耗成本构成了一条飞机路线的总成本。

## 2.2 特殊网络描述

时空网络和连接网络是描述飞机排班问题的两种常见网络类型。

### 2.2.1 时空网络

和一般网络一样，时空网络也由节点和有向边组成，但节点含有时间和空间两维坐标。首先以机场为纵坐标轴（离散），以时间为横坐标轴（连续，根据航班时刻表进行离散化），节点之间的弧线表示活动，可以将不同航班的出发或者到达节点合并以降低网络规模<sup>[31,32]</sup>。

如果涉及到的机场很多，时空网络将规模很大，难于分析和处理。此时可以将一个机场的

时间轴抽出，包括到达该机场的航班边和从该机场出发的航班边，这样得到的图叫做时间线（Time Line）。有了这条时间线，可以为该机场的各节点建立飞机流平衡条件。如果给每个机场都绘制了时间线，就可以给时空网络的所有节点建立飞机流平衡条件了。图 2.1 是根据表 2.1 航班计划得到的时空网络，虚线表示停场边，到达 A 机场的航班 MU100 与航班 MU101 可以聚集为一个节点。

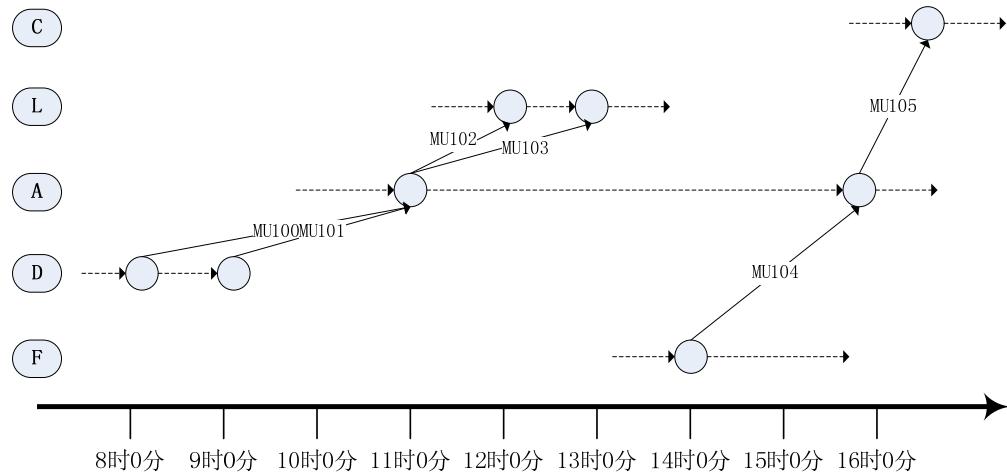


图 2.1 时空网络示意图

## 2.2.2 连接网络

在应用时空网络为机型指派问题建模时，只考虑飞机在每个节点的流平衡，并没有考虑飞机的衔接问题。在解决飞机路线问题时，则需要考虑同一架飞机的前后两个航班的衔接问题。此时时空网络不能解决该问题，需要使用连接网络。航班连接网络的构成描述如下：

### (1) 节点

连接网络共有五类节点：源节点、始发机场节点、航班节点、终止机场节点和汇节点，每个连接网络有一个源节点和一个汇节点，它们是虚拟的节点，只表示网络的发散之源和汇聚之处，始发机场和终止机场一般是航空公司的过夜机场（包括基地机场），分别是一个周期的开端时航班出发机场和周期结束时航班到达机场。该周期中每个航班对应连接网络的一个航班节点。设有  $p$  个始发机场、 $q$  个终止机场和  $n$  个航班，则连接网络有  $(p+q+n+2)$  个节点。

### (2) 有向边

连接网络的有向边也分五类：源发边、始发边、衔接边、到达边和终止边。一个始发机场可以有若干始发航班，因此一个始发机场节点可以有许多条始发边，同样一个终止机场节点可以有许多条到达边。对于一个航班节点来说，满足航班衔接条件的后续航班可能也不止一个，

因此在连接网络中，航班节点的出度可能比较大，这将会增加连接网络的复杂度。

连接网络中任一条从源节点到汇节点的路径都是一条可能的飞机路线。一般可以采用深度优先搜索算法或者广度优先搜索算法搜索连接网络，寻找从源到汇的可能路径<sup>[33]</sup>。表 2.1 为航空公司机场 A 的部分航班时刻表，假设最小过站时间为 30 分钟，连接网络如图 2.2。

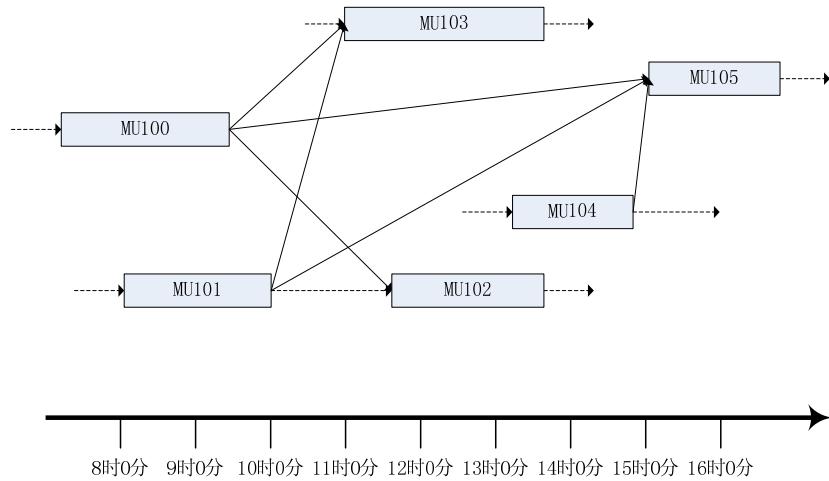


图2.2 连接网络示意图

## 2.3 约束条件

本文研究对象是飞机一体化排班，考虑的飞机排班问题基于多维修基地，涉及到机型指派、飞机路线（维修基地）选择和尾号指派，是一个在生成了航班时刻表的前提下为每个航班指定一架具体飞机的过程。这个过程中需要考虑如何在满足各种约束的前提下使得飞机排班方案总成本最小。飞机排班的目标可以根据排班目标自主制定，一般有三种：排班总耗费最小、飞机资源使用均衡以及飞机使用数最少。这些约束包括：

- a) 基本约束
  - (1) 机型指派约束：航班覆盖唯一性约束、飞机使用唯一性约束、飞机总数约束等
  - (2) 飞机路线约束：航班时空衔接约束、维修基地约束等
  - (3) 尾号指派约束：预指派约束
- b) 扩展约束

扩展约束指除基本约束外的约束，可以根据现实需要添加。

### 2.3.1 机型指派约束

鉴于机型指派问题的重要性和复杂性，这里首先简单介绍机型指派问题的基本约束条件，特殊约束条件将在扩展约束里介绍。基本约束条件包括以下几条：

飞机资源约束，各机型飞机总架数不超过航空公司机型资源数；

飞机唯一性约束，指每架飞机在同一时段最多只能执行一个航班；

航班覆盖约束，指对于航班时刻表中的每个航班，能且只能安排一架飞机执行。

后两条规则也被称为唯一性原则。但也有研究要求排班方案覆盖尽可能多的航班，此时没有被覆盖的航班班次意味着被取消。不过这种做法在国内并不常见，国内航空公司只有在一些不得已的条件下（如天气、机械故障等），才考虑取消航班，在计划阶段一般不会考虑取消航班。

### 2.3.2 飞机路线约束

#### 2.3.2.1 航班衔接约束

航班衔接约束是飞机排班约束中最基本的约束。

航班时刻表中已经给出了各航班的起飞到达机场、起飞到达时刻，这就要求同一架飞机所执行的前后两个航班需要满足时间和机场衔接要求，意思是该飞机在衔接机场起飞时刻应在前一航班到达时刻之后，并且后一航班的起飞航站应与前一航班的到达航站相同。前后两航班间的时间间隔不得低于所使用飞机完成一次地面过站作业所需的最短时间，称为最小过站时间（Minimize Connect Time，MCT）。过站时间内，飞机进行加油、清洁、货物装卸。更换机组、旅客登机等活动也在该时间段内进行。在大型机场，飞机还会在过站时间内更换登机桥或航站楼。另外，过站时间长短与航班类型、机型有关，通常国内航班过站时间较国际航班短，小型飞机过站时间较大型飞机短。

表 2.1 一天航班计划

航班号	出发机场	到达机场	出发时间	到达时间
MU100	D	A	8:00	9:30
MU101	D	A	9:00	10:30
MU102	A	L	11:00	12:00
MU103	A	L	12:30	13:30
MU104	F	A	14:00	15:15
MU105	A	C	15:45	16:25

#### 2.3.2.2 维修约束

飞机维修是维护和修理的统称，其中维护是指为了保持并发挥飞机固有的技术性能而采取的技术措施；修理是指当飞机出现性能衰减、部件发生故障或失效时，为恢复其正常状态而采

取的技术措施。为了保证飞机处于良好的可用状态，使飞机满足我国航空器适航管理法规，保证航空运输的安全，航空公司需要安排好飞机维修计划。

维修计划决定了在排班周期内能否为待排航班提供足够的运力。若按照维修计划某架飞机需要停场检修，则不能给该飞机指定停场期间执行的航班，此时飞机为不可用状态。飞机不同于其他的交通工具，其运营费用较为昂贵，这就决定了飞机调度不能如同汽车一样，随意安排检修时间、随意的更换或停班。为了同时保证飞机运营的安全性和实现航空公司利益的最大化，在排班过程中必须时刻考虑到停厂维修的时间安排和飞机的运营成本。

在我国，飞机维修工作主要包括航线维护和飞机定检（字母检查）<sup>[34,35]</sup>。

### 1、航线维护

航线维护基本能够在较短时间内完成，不需要停场。航线维护包括航前和后检查。航前检查：按照飞机当时实际情况做例行的勤务工作，例如添加润滑油或燃油、机内清洁工作、排故等，检查飞机各种设备是否工作正常，内外是否有明显损伤、缺件、渗漏。以上工作都是在停机坪上进行的，需要在飞机放行前完成。航后检查：或称过夜检查（Layover），每二十四小时必须对运营中的飞机执行一次航后检查。航后检查包括所有航前项目，并按照适航要求进行机内清洁和机外清洁，排除保留故障以及即时故障。

### 2、定检

定检是指在飞机维修基地，在固定的时间间隔内对飞机的零部件做出检查和维护的工作。按检修级别可以分为各种级别的 A 检和 C 检。在各类检查的飞行间隔时间主要因机型而定。A 检是指目视检查飞机表面缺损，测试电子操纵系统、电气系统等工作，检测一般在基地机场航后夜间进行，不需要专门的飞行日来作停场维修。所以 A 检只对飞机路线产生影响，不影响飞机的可用性；C 检的主要内容涉及所有电子电气仪表拆下测试，受力构件的疲劳损伤，地板的腐蚀性检查等。C 检需要停场进行，所以会影响可用飞机的架数。

飞机的 A 检是安排日常飞机路线时需要考虑的主要的维修问题。A 检安排在航后的夜间进行。根据 A 检的每 50~60 飞行小时安排一次的要求，可以将它转化为“三天维修规则”，即每架飞机在经历三天的连续飞行时，至少有一天晚上安排其在维修基地过夜。

### 2.3.2.3 航线限制约束

某些航线必须由规定机型、甚至规定飞机来执行飞行任务，这就产生了航线限制类型的约束。许多跨海航线、高原航线等航线对飞机有特殊要求，例如拉萨航线需要完成氧气系统和动力系统特殊改造的机型才可以执飞。有些航线起降机场的运行条件（如机场高度温度、跑道长宽及坡度等）对机型有要求。另外，有些飞机由于载油量、机载娱乐系统等限制而不能执行远

程航班。

### 2.3.3 扩展约束

除了上述机型约束和飞机路线约束等基本约束以外，飞机排班还可以受到其他一些扩展约束的限制。主要有以下几种：

- 1) 机场对飞机着陆次数的限制。
- 2) 为了保证飞机的飞行时间或者着陆次数均衡，可以设置飞机使用均衡限制。通常一架飞机的日飞行时间在 8-12 小时之间，起落次数在 4-6 次；长距离国际航线的日起落次数为 1-2 次。
- 3) 飞机利用率约束。因为飞机是一种特别昂贵的资源，所以必须使飞机保持较高的利用率。这也是航空公司降低运行成本、提高收益的有效措施之一。
- 4) 飞机路线与机组时间匹配约束，即飞机最小过站时间满足所用机组类型的换班时间。
- 5) 经停航班约束：在国内航班计划中，中转航班比例不高，一次经停航班的比例较高。经停是指为了弥补起止机场间的客源不足，从飞机使用经济性角度考虑，在始发地至目的地的途中，作一次或多次停留，在中途机场补充乘客。一个一次经停航班由两个单独航段组成，例如深圳-上海-北京，在上海经停，两个飞行航段使用同一个航班号。经停约束是指对一个航班号的多个航段指派同一架尾号的飞机。

## 2.4 优化目标

在飞机排班的研究中，优化目标一般有运行成本最小化或者飞机维修机会最大化。

- 1) 运行成本包含飞机执行航班的固定成本、由于机型选择所产生的空耗成本或者旅客溢出成本、路线衔接成本等等。
- 2) 飞机维修机会是指飞机一个排班周期内在维修基地过夜的总次数。维修机会是否充足是影响飞机安全运营的一个重要方面。

为了保证航空公司收益最大化，飞机排班部门会考虑保证飞机维修机会的同时尽量最小化运行成本，在满足运行规则的前提下，安排紧凑的飞机路线并选择合适机型执行该路线。

## 2.5 本章小结

本章介绍了飞机排班的基本术语，以及用于飞机排班问题的特殊网络，包括时空网络和连接网络，分析了它们的优缺点。详细分析了飞机一体化排班过程中需要用到的基本约束，包括机型指派约束飞机路线约束和一些扩展约束，同时分析了飞机排班的优化目标，为后文的研究

打好基础。

### 第三章 飞机一体化排班模型

航空公司飞机排班数学模型是根据航班计划编制过程中所观察到的规则及特点，利用数学的概念、方法和理论对飞机排班工作进行深入的分析和研究，归结成的一组反映飞机排班过程中不同影响因素数量关系的数学公式。将数学理论与排班问题相结合，可以为飞机排班工作提供精确的数据或可靠的指导。所以本文解决飞机排班这个现实问题的重点之一就是抽象出问题的数学模型。

第二章已经讨论过，在研究飞机排班方案时要考虑到不同阶段的诸多限制因素，根据不同的影响因素可以抽象出不同的飞机排班数学模型。为了得出飞机一体化排班模型，这里首先讨论飞机分阶段排班的模型。

#### 3.1 机型指派模型

机型指派约束包含航班覆盖唯一性约束、飞机使用唯一性约束、飞机总数约束以及一些扩展约束。本节将围绕这些机型指派规则，讨论一个周机型指派 0-1 整数规划模型。

设周机型指派时空网络为  $G(N^k, A^k)$ ，节点  $N^k$  表示机场与时间轴的二维时空点，弧  $A^k$  表示航班段；模型符号和参数具体说明如下：

$F$ : 表示实际航班段集合，一个航班段( $i \in F$ )包含的信息有出发时间( $i.depT$ )和到达时间( $i.arrT$ )、出发航站( $i.depA$ )和到达航站( $i.arrA$ )，预计旅客量( $i.pax$ )和平均票价( $i.price$ )等。

$K$ : 表示机型集合， $k \in K$ ;

$S$ : 表示航站集合， $s \in S$ ;

$S_k$ : 表示机型  $k$  能飞的航站集合，有  $S_k \subseteq S$ ;

$F^k$ : 表示机型  $k$  能飞的航班段集合，有  $F^k \subseteq F$ ;

$K^i$ : 表示能飞航班段  $i$ ( $i \in F$ )的机型集合，有  $K^i \subseteq K$ ;

$F^-$ : 表示与源节点 Source 连接的伪出发航班段集;

$F^+$ : 表示与终节点 Sink 连接的伪到达航班段集;

$n_k$ : 表示机型  $k$  的飞机架次;

$s_k$ : 表示机型  $k$  的座位数;

$t_k$ : 表示机型  $k$  的最小过站时间;

$u_k$ : 表示机型  $k$  的最大日利用率;

$P_i^k$ : 表示机型  $k$  执行航节  $i$  的收益, 它是航班段  $i$  旅客量 ( $i.pax$ )、平均票价 ( $i.price$ ) 以及机型  $k$  座位数 ( $s_k$ ) 的函数。当航班段  $i$  的旅客量大于机型  $k$  的座位数时, 表示有旅客溢出, 则机型  $k$  执行航班段  $i$  的收益为机型  $k$  座位数与航班段  $i$  平均票价的乘积, 即  $P_i^k = s_k \times i.price$ ; 当航班段  $i$  的旅客量小于等于机型  $k$  的座位数时, 没有旅客溢出, 则机型  $k$  执行航班段  $i$  的收益为航班段  $i$  旅客量与航班段  $i$  平均票价的乘积, 即  $P_i^k = i.pax \times i.price$ ;

$C_i^k$ : 表示机型  $k$  执行航班段  $i$  的总成本;

$OC_i^k$ : 表示机型  $k$  执行航班段  $i$  的运行成本, 有  $OC_i^k = a_k + b_k * T_i * s_k$ , 其中:  $a_k$ ,  $b_k$  分别为机型  $k$  的固定成本和可变成本系数,  $T_i$  为航节  $i$  的轮档时间, 即  $i.arrT - i.depT$ ;

$SC_i^k$ : 表示机型  $k$  执行航班段  $i$  的旅客溢出成本, 它也是航班段  $i$  旅客量 ( $i.pax$ )、平均票价 ( $i.price$ ) 以及机型  $k$  座位数 ( $s_k$ ) 的函数; 当航班段  $i$  的旅客量小于等于机型  $k$  的座位数时, 没有旅客溢出, 则机型  $k$  执行航班段  $i$  的旅客溢出成本为 0, 即  $SC_i^k = 0$ ; 当航班段  $i$  的旅客量大于机型  $k$  的座位数时, 有旅客溢出, 则机型  $k$  执行航班段  $i$  的旅客溢出成本为旅客溢出量与航班段  $i$  平均票价的乘积, 即  $SC_i^k = (i.pax - s_k) \times i.price$ ; 机型  $k$  执行航班段  $i$  的总成本包括运行成本  $OC_i^k$  和旅客溢出成本  $SC_i^k$ , 即  $C_i^k = OC_i^k + SC_i^k$ ;

$X_i^k$ : 表示决策变量, 当指派机型  $k$  给航班段  $i$  时取值 1, 否则为 0;

根据上述参数及变量描述, 以利润最大化为目标函数建立周机型指派模型如下:

$$\max \sum_{i \in F} \sum_{k \in K} P_i^k X_i^k - \sum_{i \in F} \sum_{k \in K} C_i^k X_i^k \quad (3.1)$$

$$\text{s.t. } \sum_{k \in K^l} X_i^k = 1 \quad \forall i \in F \quad (3.2)$$

$$\sum_{e \in F^-} X_e^k - \sum_{v \in F^+} X_v^k = 0 \quad \forall k \in K \quad (3.3)$$

$$\sum_{i \in F^-} X_i^k \leq n_k, \sum_{i \in F^+} X_i^k \leq n_k \quad \forall k \in K \quad (3.4)$$

$$\sum_{i \in G} X_i^k - \sum_{i \in H} X_i^k \geq X_j^k \quad \forall k \in K, j \in F^k \cup F^+ \quad (3.5)$$

$$\text{其中: } G = \left\{ i \mid i.arrA = j.depA \& i.arrT + t_k \leq j.depT, \forall i, j \in F^k \right\}$$

$$H = \left\{ i \mid i.depA = j.depA \& i.depT \leq j.depT \& i \neq j, \forall i, j \in F^k \right\}$$

$$\sum_{i \in F^k} T_i * X_i^k \leq 7 * u_k * n_k \quad \forall k \in K \quad (3.6)$$

$$\sum_{k \in K^i} s_k * X_i^k \geq i.pax * (1 - i.spill) \quad \forall i \in F \quad (3.7)$$

式(3.1)为利润最大化目标函数,即收益减去总成本;式(3.2)为航班覆盖约束,要求每个航班段指派一种且只有一种机型;式(3.3)为飞机守恒约束,要求周期结束时各机型在各航站飞机数分布与周期开始时一样;式(3.4)为机队规模约束,即飞机架次限制;式(3.5)表示飞机可用性约束,即如果  $X_j^k=1$ ,则保证在航班段  $j$  离港时至少有一架  $k$  机型飞机在机场待命;式(3.6)为飞机利用率约束;式(3.7)为飞机的座位数约束,即如果航班段  $i$  的旅客量  $i.pax=100$ ,最大旅客溢出量  $i.spill=0.1$ ,则要求指派给航班段  $i$  的机型座位数  $s_k \geq 90$ 。

该模型考虑了航班覆盖唯一性约束、飞机使用唯一性约束、飞机总数约束这些机型指派基本约束,还考虑了一些扩展约束,如机型航线限制约束、机型日利用率约束、机型座位数约束。

### 3.2 飞机路线模型

第二章第三节分析的飞机路线约束包括:航班时空衔接约束、维修基地约束、航线限制约束等。数学模型需要满足这些约束。下面列举一个模型。

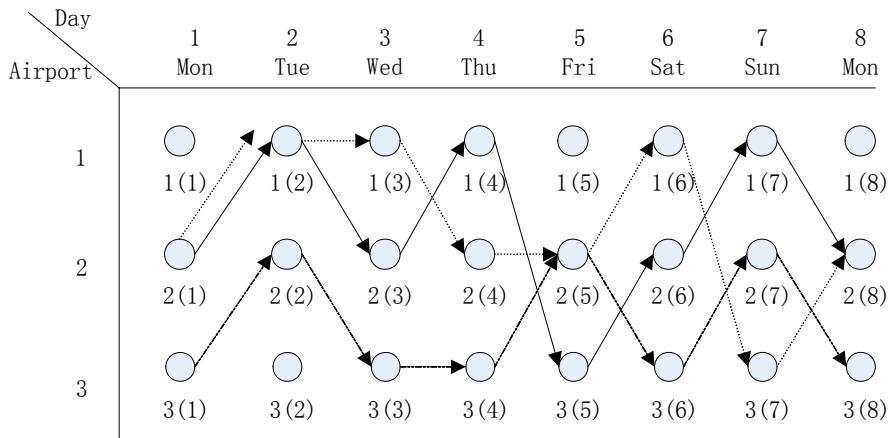


图3.1 一周飞机路线图 (三架飞机、三个过夜机场)

定义  $n_d$  为飞机路线的周期,  $n_c$  为过夜机场的数量, 则飞机路线图中包含节点  $n_d \cdot n_c$  个。前后两个过夜机场节点之间的有向边由航班衔接结果确定, 实际执行时每个航班只能由一架飞机执飞, 因此当飞机数量为  $n_p$  时, 飞机路线图中包含有向边  $n_d \cdot n_p$  条。图 3.1 为一个 3 架飞机、3 个过夜机场 (机场 2 为维修基地) 的一周飞机路线图。

飞机路线问题的一般模型是一个多商品流模型, 模型中参数和变量的说明如下:

$F$  为航班计划表中所有航班的集合;

$P$  为所有飞机集合;

$M$ : 表示维修基地集合, 令  $|M|$  表示维修基地数量, 则有  $|M| \leq n_c$ ;

$E$ : 表示飞机路线图中的航班衔接集合;

$f$ : 航班下标,  $f \in F$ , 其中  $n_f$  为航班数;

$i$ : 飞机下标,  $i \in P$ ,  $n_p$  为飞机数;

$j, k$ : 过夜机场下标,  $j, k = 1, 2, \dots, n_c$ ;

$d$ : 日期下标,  $d = 1, 2, \dots, n_d$ ;

$j(d)$ : 表示第  $d$  天晚上的过夜机场  $j$ ;

$c_{fj(d)k(d+1)}$ : 示性算子, 当航班衔接( $j(d), k(d+1)$ )覆盖航班  $f$  时为 1, 否则为 0;

$y_{id}$ : 表示飞机  $i$  距离下一次 A 检剩余的天数, 采用“三天维修规则”时, 这里  $0 \leq y_{id} \leq 2$ , 且为整数;

$x_{ij(d)k(d+1)}$ : 决策变量, 当飞机  $i$  第  $d$  天晚上在机场  $j$  过夜, 第  $d+1$  天晚上在机场  $k$  过夜时为 1, 否则为 0;

$w_{ij(d)}$ : 决策变量, 当飞机  $i$  第  $d$  天晚上在机场  $j$  进行 A 检时为 1, 否则为 0;

根据上述参数及变量描述, 以飞机维修机会最大化为目标函数建立一个周期内的飞机路线一般模型如下:

$$\max \sum_{j \in M} \sum_{i=1}^{n_p} \sum_{d=1}^{n_c} w_{ij(d)} \quad (3.8)$$

$$\text{s.t. } \sum_{j(d-1)} x_{ij(d-1)k(d)} - \sum_{j(d+1)} x_{ik(d)j(d+1)} = 0 \quad \forall i, k(d) \quad (3.9)$$

$$\sum_{i=1}^{n_p} \sum_{j(d), k(d+1) \in E} c_{fj(d)k(d+1)} x_{ij(d)k(d+1)} = 1 \quad \forall f, d \quad (3.10)$$

$$w_{ij(d)} - \sum_{k(d-1)} x_{ik(d-1)j(d)} \leq 0 \quad \forall i, j(d) \quad (3.11)$$

$$y_{i,d+1} - y_{i,d} - 3 \sum_{j(d)} w_{ij(d)} \leq -1 \quad \forall i, d \quad (3.12)$$

$$x_{ij(d)k(d+1)}, w_{ij(d)} = 0, 1 \quad \forall i, j, k, d \quad (3.13)$$

$$0 \leq y_{id} \leq 2, \text{且为整数}, \quad \forall i, d \quad (3.14)$$

式 (3.8) 为目标函数, 要求一个周期内的飞机维修机会最大化; 式 (3.9) 为流平衡约束, 要求每个节点 (过夜机场) 的流入量等于流出量; 式 (3.10) 为航班覆盖约束, 要求一天中的一个航班只能在一条飞机路线中; 式 (3.11) 为飞机维修的可行性约束, 当安排飞机  $i$  第  $d$  天晚上在维修基地  $j$  进行维修时, 必须保证当天晚上飞机  $i$  在维修基地  $j$ ; 式 (3.12) 为飞机定检的时间间隔约束, 要求每架飞机在连续三天的飞行过程中, 至少去维修基地进行一次 A 检。该模型考虑了飞机路线基本约束, 包括航班衔接约束、维修基地约束, 还考虑了一个扩展约束, 即定检时间间隔约束。模型的目标函数是维修机会最大, 在使用此模型安排飞机路线时, 可根据实际情况决定是否选择式 (3.8) 这一目标函数, 原因是航空公司日常安排飞机路线时, 为了能够快速得到一组飞机路线, 只需找到一个满足飞机路线约束的可行解即可。

### 3.3 飞机排班部分阶段综合优化模型

第二章介绍了飞机分阶段排班和飞机综合排班的关系, 综合排班就是把航班时刻表、机型指派、飞机路线这些阶段工作两两综合进行。下面详细分析几个不同情况下的飞机排班综合模型。

#### 3.3.1 机型指派与飞机路线综合优化模型

本节讨论机型指派和飞机路线的综合模型。该飞机排班综合模型的必需信息如下: 航班时刻表中规定的每个航班的航班号、出发机场和到达机场、出发时刻和到达时刻, 飞机的机尾号、机型、载客量、使用此机型的成本等, 现对它们作如下定义:

$F$  为航班计划表中所有航班的集合,  $f \in F$  ;

$P$  为所有飞机集合,  $p \in P$  ;

$A_{ij}$  为用飞机  $i$  执行航班  $j$  的排班方案;

$A$  为符合约束的所有排班方案的集合;

$c_{pf}$  为用飞机  $p$  执行航班  $f$  的成本;

$T$  为飞机的最短过站时间;

$stime$  为航班起飞时刻;

$dtime$  为航班到达时刻;

$x_{pf}$  为决策变量 (如果用飞机  $p$  执行航班  $f$ , 其值为 1, 否则为 0)。

以下是飞机排班基本模型:

$$\min(\sum_{p \in P} \sum_{f \in F} c_{pf} x_{pf}) \quad (3.15)$$

$$\text{s.t. } \sum_{f \in F} x_{pf} = 1 \quad \forall p \in P \quad (3.16)$$

$$\sum_{p \in P} x_{pf} \leq 1 \quad \forall f \in F \quad (3.17)$$

$$A_{ij}.dtime + T \leq A_{i(j+1)}.stime \quad \forall i \in F, \quad \forall j \in P \quad (3.18)$$

$$x_{pf} = 0, 1 \quad \forall p \in P, \quad \forall f \in F \quad (3.19)$$

该模型的目标函数为式 (3.15), 目的是使航空公司的运行成本最小化。式 (3.16)、(3.17) 和 (3.18) 是模型的约束条件。其中式 (3.16) 是航班覆盖唯一性约束, 指每架飞机在同一时段最多只能执行一个航班; 式 (3.17) 是飞机唯一性约束, 指对于航班时刻表中的每个航班, 同一时间内最多只能安排一架飞机执行; 式 (3.18) 是飞机时间衔接约束, 是指使用同一架飞机的前后两航班之间的时间间隔大于该机型的最短过站时间。该模型的约束有唯一性约束和时间衔接约束, 包含了机型指派和飞机路线的一些最基本的约束条件。

上述模型实际上是一种忽略了很多次要约束的理想化模型, 在应用上有一定的局限性。从第二章的讨论可以发现, 飞机排班时还要考虑到很多其他现实的影响因素, 例如航班计划表、维修路线选择、飞机指派等。这些业务环节相互影响, 环环相扣。编制航班计划表的同时要考虑到飞机维修路线是否有解, 同时, 也要考虑到飞机预指派指令的限制, 相同机型的飞机, 也会有不同的飞行区域限制条件。

由此看出, 如果分阶段对各个过程分别进行优化, 各环节优化结果必定会对其他的业务模块产生影响, 从而影响整个排班的最终结果。所以, 为了得出飞机一体化排班模型, 下面先讨论几个不同限制因素下的综合排班模型。

### 3.3.2 综合航班时刻表的飞机排班模型

在飞机排班过程中加入部分航班计划的制定工作, 考虑备选飞行路径  $i$  如果不能覆盖航班带来的损失<sup>[35]</sup>, 就得到了考虑航班时刻表的飞机排班模型:

$W$ : 备选的飞行路径集合,  $i \in W$ ;

$W_p$  是用飞机  $p$  执行飞行路径  $i$  的排班方案集合;

$r_i$ : 指路径  $i$  不覆盖航班所导致的损失; 模型的其他参数定义与基本模型相同;

$z_i$ : 决策变量, 若飞机排班方案包含路径  $i$ , 决策值为 1, 否则为 0。

下列公式是考虑了航班时刻表的飞机排班模型:

$$\min\left(\sum_{p \in P} \sum_{f \in F} c_{pf} x_{pf} + \sum_{i \in W} r_i(1 - z_i)\right) \quad (3.20)$$

$$\text{s.t. } \sum_{f \in F} x_{pf} = 1 \quad \forall p \in P \quad (3.21)$$

$$\sum_{p \in P} x_{pf} \leq 1 \quad \forall f \in F \quad (3.22)$$

$$z_i - \sum_{f \in F} x_{pf} \leq 0 \quad \forall i \in W_p, p \in P \quad (3.23)$$

$$A_{ij}.dtime + T \leq A_{i(j+1)}.stime \quad \forall i \in F, \forall j \in P \quad (3.24)$$

该模型与飞机排班基本模型的区别在于, 在进行飞机排班时加入了航空公司运行成本受上一环节航班计划制定结果的影响。在这个模型中, 我们将航空公司航线效益较好但是在现实中并没有安排对应航班的这个损失按一定的平均值进行量化, 在基本模型的基础上考虑航班时刻表的部分优化过程。

### 3.3.3 综合飞机维修计划的飞机排班模型

在飞机排班过程中, 为了能够让飞机在指定的维修基地按照计划完成维修任务<sup>[36]</sup>, 将飞机排班与部分维修计划集成, 可以得到考虑了飞机维修计划的排班模型。

如何将飞机的维修任务加入飞机的排班计划是此模型的重点。可以采取将每个飞机维修任务处理成一个飞行任务的方法, 将该任务航段的飞行时间设置成维修任务所需时间, 起点机场和终点机场相同。用这种方式在航班计划中加入维修计划, 然后使用飞机排班基本模型对加入了飞机维修计划的航班计划进行排班。此时考虑维修活动的飞机排班数学模型类似于飞机排班基本模型的形式。

### 3.3.4 考虑乘客因素的飞机排班模型

客座率低的航班可能因为被指派了大机型从而增加飞机的空耗成本, 客座率高的航班也可能因为被指派了小机型从而造成航空公司客源流失。由此看出能否制定与乘客量大小合适的飞行排班计划会对航空公司的运营成本产生很大影响<sup>[37]</sup>。因为乘客量大小与飞机排班方案相互作

用的结果会影响航空公司的经营利润，所以下面讨论考虑乘客量的飞机排班数学模型。模型参数定义如下：

$L$ : 可行飞行路线集合,  $L_f$  ( $f \in F$ ) 是包含了航班  $f$  的飞机路线;

$F_l$ : 飞机路线  $l$  中的航班集合;

$fare_i$ : 航段  $i$  的成本, 是根据经验和历史数据确定的平均费用值;

$b_i^j$ : 航段  $i$  的乘客转到航段  $j$  的概率;

$Cap_i$ : 航段  $i$  的预测乘客量;

$t_i^j$ : 航段  $i$  转到航段  $j$  的乘客数量;

$t_i^-$ : 由航段  $i$  转移出来但未进入任何其他航段的乘客数量;

$\mu_i$ : 航段  $i$  上乘客的需求量。

考虑乘客量的飞机排班数学模型如下:

$$\min \left( \sum_{p \in P} \sum_{f \in F} c_{pf} x_{pf} + \sum_{i \in F} [fare_i t_i^- + \sum_{j \in F; j \neq i} (fare_i - b_j^i fare_j) t_j^i] \right) \quad (3.25)$$

$$\text{s.t. } \sum_{f \in F} Cap_f x_{fl} + \sum_{i \in F_l} (t_i^- + \sum_{j \in F; j \neq i} t_j^i) - \sum_{i \in F} \sum_{j \in F; j \neq i} b_j^i t_j^i \geq \sum_{i \in F_l} \mu_i \quad \forall f \in F \quad (3.26)$$

$$t_i^- + \sum_{j \in F; j \neq i} t_j^i \leq \mu_i \quad \forall i \in F \quad (3.27)$$

$$\sum_{f \in F} x_{pf} = 1 \quad \forall p \in P \quad (3.28)$$

$$\sum_{p \in P} x_{pf} \leq 1 \quad \forall f \in F \quad (3.29)$$

$$A_{ij}.dtime + T \leq A_{i(j+1)}.stime \quad \forall i \in F, \quad \forall j \in P \quad (3.30)$$

上述模型的目标函数共由三部分组成:  $\sum_{p \in P} \sum_{f \in F} c_{pf} x_{pf}$  表示用飞机  $p$  执行航班  $f$  的固定成本;

$\sum_{i \in F} (fare_i t_i^- + \sum_{j \in F; j \neq i} fare_j t_j^i)$  表示因为机型过小载客量不足, 导致乘客流失所引起的损失;

$\sum_{i \in F} \sum_{j \in F; j \neq i} b_j^i fare_j t_j^i$  表示本次航班因为部分乘客从其他航班转移过来而获得的收益。在式 (3.26)

中,  $\sum_{i \in F_l} (t_i^- + \sum_{j \in F, j \neq i} t_j^j)$  表示由于机型载客量不足, 航班  $i$  所损失的那部分已预订的乘客数量;  $\sum_{i \in F} \sum_{j \in F, j \neq i} b_j^i t_j^i$  表示从其他航班转移过来的乘客总数。式 (3.27) 限制了改乘其他航班的乘客数量不大于当前航班的乘客需求量。

### 3.4 飞机一体化排班问题的数学模型

上一节详细分析了几种情况下的飞机排班局部综合模型。由讨论看出, 飞机排班过程中结合收益情况的航线选取、结合乘客量的机型指派、结合维修基地的维修路线选择以及飞机预指派等业务环节环环相扣, 在设计飞机排班模型的同时要考虑很多互相渗透的、符合现实情况的限制条件。

所以, 下文将建立飞机一体化排班综合模型。

#### 3.4.1 飞机排班的线性一体化优化模型

要设计线性模型, 首先需要设计出合适的决策变量。本模型将使用基于飞机路线的决策变量, 将航班信息隐藏于飞机路线中。即对于具体的一架飞机, 首先构建满足航班衔接、维护、预指派、一次经停、旅客溢出等要求的三天航班环, 将三天航班环优化组合成一周飞机路线, 将该飞机路线作为决策变量待选值。

模型变量定义如下:

$A$ : 代表飞机的集合,  $a \in A$ ;

$F$ : 代表航班的集合,  $f \in F$ , 航班的属性包含出发机场 ( $f.depA$ ), 到达机场 ( $f.arrA$ ), 出发时刻 ( $f.depT$ ), 到达时刻 ( $f.arrT$ ), 预测航班乘客需求 ( $f.pax$ ), 航距 ( $f.dist$ ), 班期 ( $f.day$ ) 和航班历史平均票价( $f.fare$ );

$L$ : 代表可行飞行路线的集合。 $L^a$  ( $a \in A$ ) 是尾号为  $a$  的飞机的可行飞行路线集合 (满足“三天维修规则”且从维修基地出发),  $l \in L^a \subseteq L$ 。对航班集合进行 *ordered by depT*, 即按照航班出发时刻对航班排序,  $head(l)$  表示飞机路线  $l$  的首航班,  $tail(l)$  表示尾航班;

$c_l$ : 代表执行飞机路线  $l$  的成本, 包括该飞机路线的运行成本  $C^{ope}_l$  和旅客溢出 (座位虚耗)

成本  $c^{spi}_l$ 。这里， $c^{ope}_l$  为机型单位时间运行成本与所有航班总飞行时间乘积， $c^{spi}_l$  为所有航班旅客溢出（座位虚耗）成本之和；

$$a_{fl} = \begin{cases} 1 & \text{飞机路线 } l \text{ 覆盖航班 } f \\ 0 & \text{飞机路线 } l \text{ 不覆盖航班 } f \end{cases};$$

$$b_{ml} = \begin{cases} 1 & \text{飞机路线 } l \text{ 包含一周中第 } m \text{ 天的航班串} \\ 0 & \text{飞机路线 } l \text{ 不包含一周中第 } m \text{ 天的航班串} \end{cases};$$

$K$ : 代表机型集合， $\forall a \in A, k(a) \in K$ ， $k(a)$  表示尾号为  $a$  的飞机的机型。机型属性有机型座位数 ( $k.seat$ )，基地机场  $b(k)$ ，最小过站时间 ( $k.turnround$ )，单位时间运行成本 ( $k.costph$ )，适合飞行距离 ( $k.dist$ )，日最大起降次数 ( $k.Maxduty$ )；

$B$ : 代表航空公司基地机场的集合， $\forall a \in A, b(k(a)) \in B$ ；

$P_a$ : 代表预先指定必须由飞机  $a$  执行的航班集合，即航班预指派；

$R_a$ : 代表预先指定不能由飞机  $a$  执行的航班集合，即航班限制；

$d_l$ : 代表飞机路线  $l$  一周在维修基地过夜的天数；

$$x_l: 0-1 \text{ 型决策变量}, x_l = \begin{cases} 1 & \text{飞机路线 } l \text{ 被选中} \\ 0 & \text{飞机路线 } l \text{ 未被选中} \end{cases};$$

飞机一体化排班线性模型：

$$\min Z = \sum_{a \in A} \sum_{l \in L^a} c_l x_l \quad (3.31)$$

$$\text{s.t. } \sum_{l \in L^a} a_{fl} x_l = 1, \forall f \in F \quad (3.32)$$

$$\sum_{l \in L^a} b_{ml} x_l \leq 1, \forall m = 1, 2, \dots, 7 \quad (3.33)$$

$$\sum_{l \in L^a} a_{fl} b_{ml} x_l = 1, \forall f \in P_a, \forall m = 1, 2, \dots, 7 \quad (3.34)$$

$$\sum_{l \in L^a} a_{fl} b_{ml} x_l = 0, \forall f \in R_a, \forall m = 1, 2, \dots, 7 \quad (3.35)$$

$$\sum_{f \in F} a_{fl} b_{ml} x_l \leq k(a).Maxduty, \forall a \in A, l \in L^a, \forall m = 1, 2, \dots, 7 \quad (3.36)$$

$$\sum_{s_1 \in S} a_{s_1 l} x_l = \sum_{s_2 \in S} a_{s_2 l} x_l, \forall a \in A, l \in L^a, \forall s \in S \quad (3.37)$$

$$\sum_{l \in L^a} k(a).seat * a_{fl} x_l \geq f.pax * (1 - f.spill), \forall f \in F \quad (3.38)$$

对于  $\forall a \in A, l \in L^a$  有：

$$l = \{(a, i) | i, j \in F, ordered by (depT), i.arrA = j.depA \& i.arrT + k(a).turnround \leq j.depT,$$

$$d_l \geq (\sum_{t=1}^{n_r} y_t x_l) / 3, \forall l \in L^a, head(l).depA = tail(l).arrA \in b(k(a)) \quad (3.39)$$

式 (3.31) 为成本最小化目标函数。式 (3.32) 为航班覆盖约束，要求每个航班仅指派一架飞机。式 (3.33) 为飞机数目约束，一架飞机某一天至多只能执行一条路线，要求所需飞机架数不超过飞机总数。式 (3.34) 与 (3.35) 为飞机限制约束。飞机运行限制是指在不同时期，飞机不同运行状态引发的一些运行限制。例如，APU 故障导致飞机不可以飞高原机场、不可以飞结冰航路、限重限高、不可延程飞行、要求沿途机场有电气源车等，飞机影音系统故障导致飞机不可以飞重要航线或有 VIP 的航线等。式 (3.36) 为资源约束，指一架飞机每天执行的航班总数不能超过该机型日起降最大次数。式 (3.37) 是航班经停约束，要求使用相同飞机执行经停航班的不同航段。式 (3.38) 是机型载客量约束，即如果航班  $i$  的乘客量  $i.pax = 200$ ，最大乘客溢出量  $i.spill = 0.1$ ，则需要指派给该航班载客量不小于 180 的机型。式 (3.39) 为对于每架飞机的路线限制要求，满足最小过站时间要求，航班空间衔接要求，满足 3 天维修要求，飞机路线的出发机场为维修基地，最后一个航班的到达机场与第一个航班出发机场相同。

### 3.4.2 经停航班的预处理

国内中型以上航空公司一周的航班可达到几千个，这大大增加了一体化飞机排班模型的规模。因此为了缩小问题的规模，本文对航班时刻表的航线网络结构进行预处理。因为经停航班两航段一般使用同一飞机，所以可以合并经停航段。

如表 3.1 中，经停航班 GS7581：天津 → 太原、太原 → 西安，可以合并成新航班 GS7581：天津 → 西安。

表 3.1 经停航段示例

航班号	起飞机场	到达机场	起飞时间	到达时间	旅客量
GS7581	TSN/天津	TYN/太原	15:20	16:20	98
GS7581	TYN/太原	XIY/西安	17:00	18:00	83

新航班的航班号不变，令起飞时刻为前一航段的起飞时刻 15:20，到达时刻为后一航段的到达时刻 18:00，将两个航段的三个 OD 旅客需求（天津→太原、太原→西安、天津→西安）分别设为  $pax_1$ 、 $pax_2$ 、 $pax_3$ ，因为两个航段使用同一架飞机，为了描述最大旅客量不能超出机型容量的约束，令合并后航班旅客量取  $pax_1 + pax_3$ 、 $pax_2 + pax_3$  中较大的一个。由于近年来国内航班经停航段增多，有些航空公司的航班计划经停航段占比已经达到了 50%，所以在飞机排班里将经停航班段合并成一个新航班，可以大大减小航班时刻表的长度，加快模型的求解速度。

### 3.5 分阶段排班模型与一体化排班模型的比较

由飞机排班阶段模型和一体化模型可以看出，阶段模型的优点是可以全面、细致地描述机型指派、飞机路线等阶段的约束；缺点是需要将飞机排班模型拆解成几个模型，只能得到局部最优解，而且需要处理好模型之间的接口，否则可能会导致数据不兼容，同时也增加了数据冗余，需要额外的存储空间。

而一体化模型由于其高度聚合性，缺点是不能用一个模型描述机型指派、飞机路线等阶段所有的约束条件，只能针对不同现实问题设计出包含尽可能多的约束条件的模型；优点是可以将飞机排班各环节的约束和目标放在一个模型中考虑，减少数据冗余的同时，可以得出各环节约束的共同最优目标值，即可以获得飞机排班的全局最优解。

### 3.6 本章小结

本章通过分析飞机排班的约束和目标，详细讨论了分阶段飞机排班优化模型。在此基础上，总结了飞机一体化排班问题的非线性模型。并进一步综合考虑机型指派、路线生成、航班限制等约束，构造了以星期为排班周期的、考虑了维修机会的飞机一体化排班 0-1 整数优化模型。

## 第四章 排班模型的算法研究

### 4.1 常用飞机排班算法概述

飞机排班问题属于大规模的组合优化问题，是著名的 NP 问题。为了得到飞机排班模型的解，如何使用高效的算法成了求解模型必须要解决的一个关键问题。自二十世纪末以来，先后有研究使用精确算法或者近似算法解决飞机排班问题，并且其中一些取得了不错的成果。

求解大规模组合优化问题的常见算法有如下分类：

- (1) 精确算法：如单纯形法、整型规划的割平面法<sup>[39]</sup>、动态规划法<sup>[40]</sup>等。精确算法在理论和应用方面已经发展的很成熟，不过它的缺点在于，对于组合优化问题，有些精确算法计算时间会随着变量与约束的增多呈指数增长，甚至因为时间过长而不能求得最优解。
- (2) 近似算法：如内点法、非线性规划问题的梯度法等。近似算法使用误差控制的方法逼近精确解。
- (3) 启发式算法：如 Tabu 算法、蚂蚁算法<sup>[41]</sup>、模拟退火算法<sup>[42]</sup>、粒子群算法<sup>[43]</sup>、遗传算法<sup>[44]</sup>等。近年来，一些人工智能算法越来越多的被用来求解组合优化问题，但是启发式算法不能进行精度控制，不能保证得到最优解。

此外，自从上个世纪六十年代以来，研究发现列生成算法(column generation)在求解大规模组合优化问题方面体现出卓越的性能，列生成算法属于精确算法范畴，该算法将主问题与子问题交替迭代求解，为变量数多的大规模线性规划问题提供了很好的解决方法。因此，列生成算法已得到重视并已被成功应用于求解大规模组合优化问题。

### 4.2 列生成算法简介

#### 4.2.1 算法优点

由上一节的分析可以看出，在飞机排班领域主要使用三种算法：精确算法、近似算法和启发式算法。精确算法在理论和应用方面已经发展的很成熟，不过对于求解大规模问题有一定的

困难；近似算法只能逼近精确解，解的精确性不能得以保证；同时，近年来启发式算法也已经经常被引入到组合优化问题的求解中，但是启发式算法不能进行精度控制，不能保证得到最优解。

列生成算法(column generation) 将主问题与子问题交替迭代求解，为变量数多的大规模线性规划问题提供了很好的解决方法，在求解大规模组合优化问题方面体现出卓越的性能，弥补了经典精确算法不能求解大规模优化问题的不足，可以得到近似算法得不到的精确解，也能避免启发式算法有可能得不到最优解的问题。因此，本文将用列生成算法求解第三章得到的飞机排班数学模型。

#### 4.2.2 列生成算法的基本原理与过程

在提出飞机排班问题的列生成算法之前，本节先概括了列生成算法的基本思想与原理。

首先讨论列生成算法之所以能解决大规模问题的原理。

列生成算法(Column Generation Algorithm)的基本出发点是研究这样一类大规模线性规划问题，该线性规划的决策变量的个数  $n$  远远超过了约束条件的个数  $m$ ：

$$\begin{aligned} \min z &= c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \cdots + c_nx_n \\ \text{s.t. } & a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{in}x_n = b_i \\ & i = 1, 2, \dots, m \\ & j = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \tag{4.1}$$

它的矩阵表示为：

$$\begin{aligned} \min & \quad cx \\ \text{s.t. } & \quad Ax = b \\ & \quad x \geq 0 \end{aligned} \tag{4.2}$$

其中， $c$ ,  $A$ ,  $b$  是有合适维数的矩阵。

假设我们有问题 (4.1) 的基本可行解，令  $\pi$  为相应的单纯形乘子 (Simplex Multiplier)。计算相对价格因子  $\sigma_j = c_j - \pi P_j$ ，其中  $P_j = (a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{mj})^T$ 。分两种情况考虑：

- (1) 如果存在某个  $j$ ，使得  $c_j - \pi P_j < 0$ ，则现行解不是最优解。选择一个进基列  $P_s$ ，只满足条件： $\sigma_s = \min(c_j - \pi P_j)$ ；

(2) 如果对于所有的  $c_j - \pi P_j \geq 0$ ，则现行解就是最优解。

但是由于 (4.1) 中的  $n$  的数值特别大，我们甚至不能将 (4.1) 的约束变量对应的矩阵完全存放在计算机中用于确定哪列矢量应为入基矢量。

则有下面这样一种求解思路：在求解过程中，只有需要的时候才去产生相应的列。这就是列生成法的思想。假定变量  $x_{j+1}, x_{j+2}, \dots, x_n$  为非基变量，并将其值设为 0。从而得到问题 (4.1) 的一个缩小问题：

$$\begin{aligned} \min z &= c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 + \cdots + c_j x_j \\ \text{s.t. } & a_{i1} x_1 + a_{i2} x_2 + \cdots + a_{ij} x_j = b_i \\ & i = 1, 2, \dots, m \\ & j = 1, 2, \dots, J \end{aligned} \quad (4.3)$$

问题 (4.3) 的矩阵表示为：

$$\begin{aligned} \min & \quad c^J x^J \\ \text{s.t. } & \quad A^J x^J = b \\ & \quad x^J \geq 0 \end{aligned} \quad (4.4)$$

假设列生成算法产生新列  $P_s$ ，在单纯形的下一个迭代里，得到问题

$$\begin{aligned} \min & \quad (c^J, c_s) \begin{pmatrix} x^J \\ x_s \end{pmatrix} \\ \text{s.t. } & \quad (A^J, P_s) \begin{pmatrix} x^J \\ x_s \end{pmatrix} = b \\ & \quad \begin{pmatrix} x^J \\ x_s \end{pmatrix} \geq 0 \end{aligned} \quad (4.5)$$

根据问题 (4.4) 的最优解，同时令  $x_s = 0$ ，很容易就可以得到问题 (4.5) 的一个可行解。于是可以将  $P_s = 0$  进基，继续单纯形算法的迭代过程。由于问题 (4.4) 只包含原问题约束矩阵的一个子集，因此我们称它为限制性主问题(Restricted MasterProblem, RMP)。如何求解进基列的问题，我们称之为子问题(Sub Problem, SP)。子问题目标函数如式 (4.6)，通过求解子问题的最优值得到进基列。

$$P_s: c_s - \pi P_s = \min(c_j - \pi P_j) \quad (4.6)$$

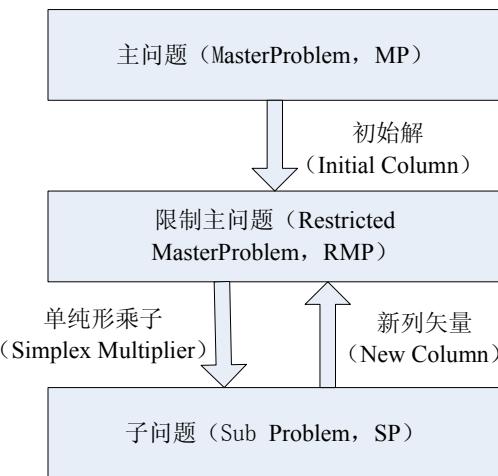


图4.1 列生成算法原理图

图 4.1 为以上过程的原理图。事实上，由于在线性规划问题的最优解中，解变量的非零值数（基变量数）一定不会大于约束条件的数目  $m$ ，因此求原问题最优解时可以使用较少的列，而只有当需要的时候才临时生成其它的列。所以我们不能用运筹学常规算法（如单纯形算法）对大规模问题的原问题直接求解，而列生成算法却能用于这种大规模问题的直接求解。

下面讨论算法过程。

假设用某种方法已经得到了模型的一个初始解，就可以仅用这些列构造出原问题的限制主问题( $RMP$ ) $A^J x = b$ 。单纯形乘子  $\pi = (\pi_1, \dots, \pi_m)$  需要通过求解该  $RMP$  问题获得。用  $RMP$  的求解结果判断原问题是否已经得到最优解。若子问题生成的列的全部判别数都满足下列公式：

$$\sigma_j = c_j - \sum_{i=1}^m \pi_i a_{ij} \geq 0, j = 1, \dots, n, \text{ 则说明原问题已获得最优解; 若某列 } s \text{ 的 } \sigma_s < 0 \text{ (最小化问题),}$$

则需要将列  $s$  加入  $RMP$  重新执行优化操作。反复进行这个过程直到原问题获得最优解。一般情况下，用这种方法只需有限步迭代即可使原问题得到最优解。

列生成算法的一般步骤为：

Step1：初始化。用精确算法或启发式算法生成初始列。

Step2：求解限制主问题 (4.4)，求得单纯形乘子  $\pi$ 。如果问题 (4.4) 有无界解，则原问题的解也无界，算法停止；

Step3：解子问题 (4.6)，如果问题 (4.6) 有解则转 Step4。如果问题 (4.6) 无解，则原问题也无解，算法停止；

Step4: 单纯形的最优性检验。

1) 如果最小简约成本(reduced cost)  $\min \sigma_j = \min(c_j - \sum_{i=1}^m \pi_i a_{ij}) \geq 0$ , 那么问题

(4.4) 的当前解就是问题 (4.1) 的最优解, 算法停止。

2) 如果最小简约成本  $\min \sigma_j = \min(c_j - \sum_{i=1}^m \pi_i a_{ij}) < 0$ , 则问题 (4.4) 的当前解

并非问题 (4.1) 的最优解。生成添加列, 把列( $P_s$ , 1)加到 (4.4), 转 (Step2)。

总的来说, 主问题具有优良的组合结构, 能够为解空间降维, 子问题可以确定最优解的搜索方向。主问题和子问题相互迭代, 直至得到最优解。列生成算法框架如图 4.2 所示。

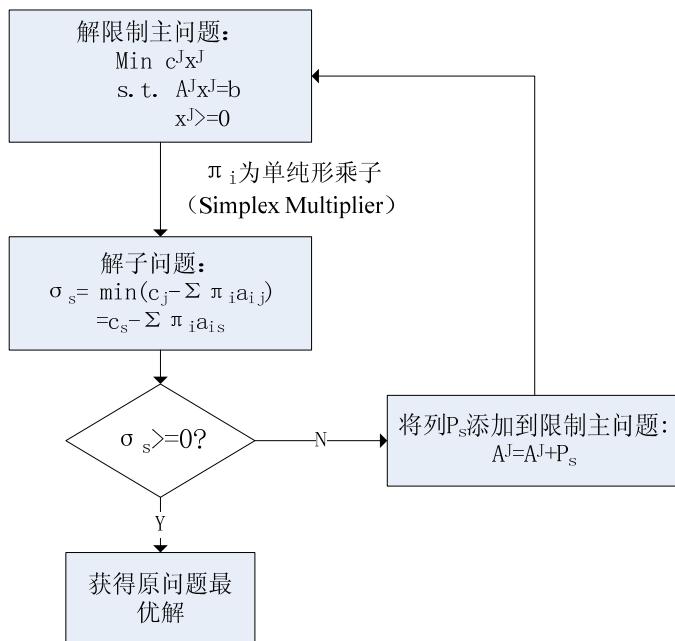


图4.2 列生成算法流程图

### 4.3 飞机排班一体化模型的列生成算法

通过上一节对列生成概念与步骤的讨论, 可以得出一体化模型的算法过程: 首先产生飞机路线初始方案, 然后在这个基础上利用一体化飞机排班模型缩小问题的解变量与模型子问题生成的飞机路线不断迭代的方式, 对一体化排班的解进行优化, 从而得到最优化的飞机排班方案。

### 4.3.1 一体化飞机排班主问题

#### 4.3.1.1 限制主问题模型

路径模型主要有两种约束：

第一种：对飞机路线合法性的约束，包括预指派（3.34），飞机运行限制约束（3.35）最大起飞架次（3.36），一次经停约束（3.37）、旅客溢出约束（3.38），以及航班衔接与维修约束（3.39），约束中的参数只与所用飞机及其机型相关，称 CP 约束。第二种：对最优飞机排班方案通解的约束。包括航班覆盖约束（3.32）和飞机资源约束（3.33），称为 LP 约束。

模型约束（3.31）~（3.33）已具备列生成算法主问题应有的特点，令主问题(MP)为如下松弛线性规划问题(LP)。选择满足 CP 约束的可行飞机路线的子集，用部分可行飞机路线构建一体化模型的限制主问题(RMP)。

飞机路线主问题( MP):

$$\min \quad Z = \sum_{a \in A} \sum_{l \in L^a} c_l x_l \quad (4.7)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{l \in L^a} a_{fl} x_l = 1, \forall f \in F \quad (4.8)$$

$$\sum_{l \in L^a} b_{ml} x_l \leq 1, \forall m = 1, 2, \dots, 7 \quad (4.9)$$

$$0 \leq x_l \leq 1 \quad (4.10)$$

#### 4.3.1.2 限制主问题的初始解

模型考虑的航班计划是以星期为周期的，并且模型的飞机路线满足“三天维修规则”的定检要求，所以构建初始飞机路线时首先需要构建一天航班环、两天航班环、三天航班环这三种类型的航班环。然后使用深度优先搜索算法在航班环集合中搜索出飞机路线初始解。

在 ILOG OPL 中，使用 ILOG Solver 提供的深度优先搜索算法构造限制主问题的初始飞机路线集合。ILOG 平台能够在搜索过程中，集中利用航班时空衔接、飞机维护、航线预指派、航班一次经停、航线机型旅客溢出等约束，计算并传播每个决策点的结果，及时检测，删除不可行的飞机路线。

### 4.3.2 一体化飞机排班子问题

#### 4.3.2.1 子问题模型

在飞机排班问题中，限制主问题(RMP) 中的每一列对应一条飞机路线，即由某架飞机执行一系列航班的集合，满足航班衔接、维修约束、飞机预指派、飞机运行限制、一次经停、旅客溢出等 CP 约束。在子问题中需要根据列生成的简约成本更新路线子集。

列  $l$  的简约成本  $RPL_l$  为：

$$RPL_l = c_l - \sum_{f \in F} a_{fl} \partial_f - \sum_{m=1}^7 b_{ml} \beta_m \quad (4.11)$$

其中： $\partial_f$  表示 RMP 中航班约束(11)的航班  $f$  对应覆盖约束的对偶变量值； $\beta_m$  表示 RMP 中飞机资源约束(12)的第  $m$  天的飞机数量约束对应的对偶变量值。本文飞机路线限制主问题 (RMP) 目标函数求最小，子问题(SP)需选出  $RPL_l$  最小的一列加入到限制主问题中。

飞机路线子问题( SP)模型：

$$\text{obj} = \min_{l \in L^a} RPL_l \quad (4.12)$$

$$\text{s.t. } \sum_{l \in L^a} a_{fl} b_{ml} x_l = 1, \forall f \in P_a, \forall m = 1, 2 \dots, 7 \quad (4.13)$$

$$\sum_{l \in L^a} a_{fl} b_{ml} x_l = 0, \forall f \in R_a, \forall m = 1, 2 \dots, 7 \quad (4.14)$$

$$\sum_{f \in F} a_{fl} b_{ml} x_l \leq k(a).Maxduty, \forall a \in A, l \in L^a, \forall m = 1, 2 \dots, 7 \quad (4.15)$$

$$\sum_{l \in L^a} k(a).seat * a_{fl} x_l \geq f.pax * (1 - f.spill), \forall f \in F \quad (4.16)$$

对于  $\forall a \in A, l \in L^a$  有：

$$l = \{(a, i) | i, j \in F, ordered by (depT), i.arrA = j.depA \& i.arrT + k(a).turnround \leq j.depT,$$

$$d_l \geq (\sum_{t=1}^{n_r} y_t x_l) / 3, \forall l \in L^a, head(l).depA = tail(l).arrA \in b(k(a))\} \quad (4.17)$$

#### 4.3.2.2 子问题的最优路线生成方法

子问题的列是由一架飞机连续执行且首个机场和终止机场为同一机场的一周飞机路线。

列的生成首先需要构造一周的航班连接网络  $W$ 。网络中有两种集合，第一种集合  $F$  代表航班活动， $F = \{f_n^m \mid n=1, 2, \dots, q, m=1, 2, \dots, 7\}$ ，其中  $q$  为航班集合  $F$  中的航班总数， $m$  代表该航班活动是一星期中第几天的活动。第二种集合是有向边集合  $W$ ，每条有向边  $(f_i^m, f_j^m)$  表示航班  $f_i^m$  与航班  $f_j^m$  之间的合法连接，即该边满足航班的时间、空间连接约束。 $w_{ij}$  表示有向边  $(f_i^m, f_j^m)$  的长度，代表该连接在飞机路线中简约成本的增加值  $\Delta RPL_i = c_f - a_{fi} \partial_f - b_{mi} \beta_m$ 。某航空公司的航班时刻表（部分）连接网络  $W$  如图 4.3。

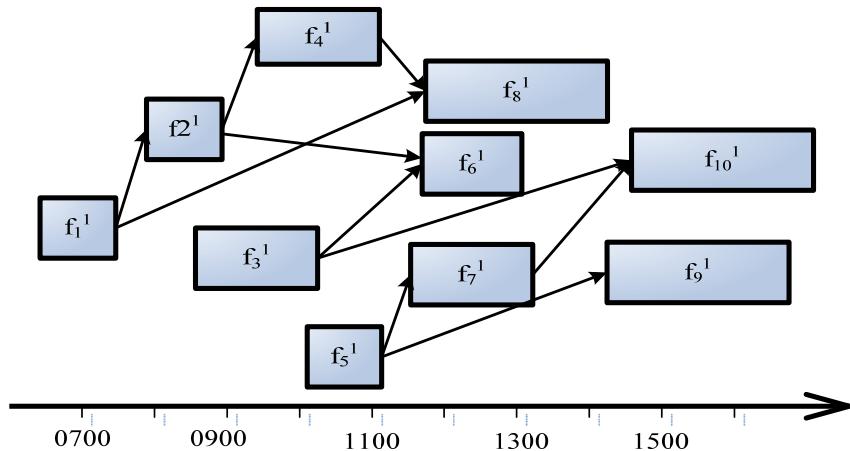


图4.3 连接网络（部分）示意图

子问题最优飞机路线采用最短路思想生成。

首先根据一周的航班计划，生成每架飞机的初始航班连接网络  $W^a$ 。该初始网络中各航班活动的连接已经满足约束（4.17）中的航班时空衔接约束。使用深度优先搜索算法，搜索初始航班连接网络，将不满足飞机预指派约束（4.13-4.14）、日起降次数约束（4.15）、旅客溢出约束（4.16）的连接进行标记，对该飞机的初始航班连接网络进行修正，得到修正的航班连接网络  $\overline{W^a}$ 。继续采用深度优先搜索算法，在  $\overline{W^a}$  中生成出发到达机场均为该飞机基地机场的一天航班环集合  $R^{(1)}$ 、两天航班环集合  $R^{(2)}$ 、三天航班环集合  $R^{(3)}$ ，使得每架飞机至少三天就能得到一次在基地机场维修的机会，满足模型约束（4.17）中的飞机三天维修约束，令集合  $R = R^{(1)} \cup R^{(2)} \cup R^{(3)}$ ，用  $n_r$  表示集合  $R$  中航班环的总数。生成航班环时动态加入有向边

$(f_i^m, f_j^m)$  的权  $w_{ij} = \Delta RPL_t = c_f - a_f \partial_f - b_m \beta_m$ ，生成每个环的简约成本

$$RPL_r = \sum_{(f_i, f_j) \in r} w_{ij}, \forall r \in R.$$

用线性规划模型将  $n_r$  个航班环  $R_i$  ( $i=1, 2, \dots, n_r$ ) 组合成简约成本最小的一周飞机路线。

$$\min Z = \sum_{t=1}^{n_r} RPL_t y_t \quad (4.18)$$

$$s.t. \quad \sum_{t=1}^{n_r} r_{tm} y_t = 1, \forall m = 1, 2, \dots, 7 \quad (4.19)$$

模型变量说明如下：

$RPL_t$ ：表示航班环  $t$  的简约成本；

$$r_{tm} = \begin{cases} 1 & \text{航班环 } t \text{ 覆盖一周中的第 } m \text{ 天航班串} \\ 0 & \text{航班环 } t \text{ 不覆盖一周中的第 } m \text{ 天航班串} \end{cases};$$

$$y_t : 0-1 \text{ 型决策变量, } y_t = \begin{cases} 1 & \text{航班环 } t \text{ 被选中} \\ 0 & \text{航班环 } t \text{ 未被选中} \end{cases};$$

式 (4.18) 为目标函数, 求简约成本最小的航班环组合方案。式 (4.19) 为约束条件, 表示

每天的飞机路线只由一个航班环覆盖。 $\sum_{t=1}^{n_r} y_t$  表示子问题最优飞机路线的维修机会。

此时的最优航班环组合的简约成本值之和  $\sum_{t=1}^{n_r} RPL_t y_t$  就等于子问题目标函数

$obj = \min_{l \in L^a} RPL_l$  的值。

该模型最优解对应的航班环组合即为当前飞机的最优一周路线  $L$ 。 $L$  覆盖的航班序列作为子问题生成的列加入到限制主问题中, 重新求解限制主问题。

#### 4.3.3 分枝定界法求飞机路线整数解

无法继续生成负简约成本的列的时候, 生成算法结束, 此时得到松弛线性主问题最优解。

本文的飞机排班模型是0-1整数规划问题, 在列生成停止后用分枝定界法 (branch and bound) 求解线性整数规划问题。

分枝定界法是二十世纪六十年代初由Land Doig和Dakin等人提出的。由于这方法灵活且便于用计算机求解，所以现在它是整数规划的重要方法。

该算法的基本思路是：先不考虑整数限制，求出相应的线性规划的最优解，若此解不符合整数要求，则去掉不包含整数解的部分可行域，将可行域D分成 $D_1$ 、 $D_2$ 两部分（分枝），然后分别求解这两部分可行域对应的线性规划，如果它们的解仍不是整数解，则继续去掉不包含整数解的部分可行域，将可行域 $D_1$ 或 $D_2$ 分成 $D_3$ 与 $D_4$ 两部分，再求解 $D_3$ 与 $D_4$ 对应的线性规划，在计算中若已得到一个整数可行解 $X^0$ ，则以该解的目标函数值 $Z_0$ 作为分枝的界限，如果某一线性规划的目标值 $Z \leq Z_0$ ，就没有必要继续分枝，因为分枝（增加约束）的结果所得的最优解只能比 $Z_0$ 更差。反之若 $Z > Z_0$ ，则该线性规划分枝后，有可能产生比 $Z_0$ 更好的整数解，一旦真的产生了一个更好的整数解，则以这个更好的整数解目标值作为新的界限，继续进行分枝，直至产生不出更好的整数解为止。

因为变量 $x$ 为0-1型，所以对每个节点分为 $x_i = 0$  和  $x_i = 1$  两枝。如图4.4。

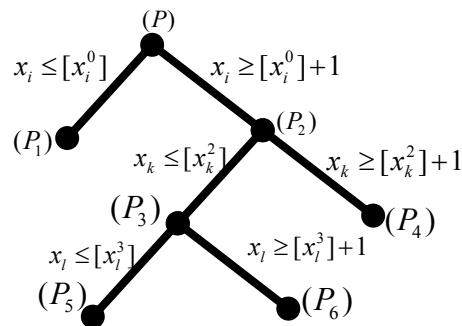


图4.4 分枝过程

它的搜索策略是：

- 1) 生成当前扩展解结点的全部子结点；
- 2) 在产生的子结点中，去除产生不了可行解的结点；
- 3) 将剩下的子结点添加进活结点表；
- 4) 在活结点表内选择新的活结点作为下一个扩展结点。

反复执行以上过程，直到求得问题的可行解（最优解）结点或活结点表为空。

用这种方式搜索整个解空间树，搜索结果即为飞机一体化排班优化模型原问题的整数解。

## 4.4 本章小结

本章针对基于多维修基地，以星期为排班周期，并考虑了飞机维修机会的一体化飞机排班线性规划模型，分析了常见的求解算法，提出一种针对大规模线性规划问题列生成算法，通过对列生成算法原理的分析，设计了合理的主问题模型与子问题模型，使用连接网络描述子问题并在构建三天航班环的基础上解决子问题飞机维修路线生成问题，用经过预处理的缩小的航班网络集合求解飞机排班一体化模型。并将列生成算法与分枝定界法结合，得到飞机一体化排班模型的最优整数解。

## 第五章 算法及飞机排班系统的实现

### 5.1 基于 ILOG 的飞机一体化排班算法实现

本文实现第四章所论述的飞机一体化排班列生成算法使用 ILOG OPL Development Studio 软件。

#### 5.1.1 ILOG OPL 软件介绍

运筹优化工具 ILOG OPL Development Studio（简称 OPL）是一种快速开发工具，由 ILOG 公司开发并且基于多种高性能优化引擎如 ILOG Solver 和 ILOG CPLEX，该工具主要被用于建模、求解与规划第三代代数模型系统。

其中 ILOG Solver 用于约束规划问题，为其提供运算法则框架和启发式解决方案，而 ILOG CPLEX 用于解决线性和证书规划问题，同时 ILOG Scheduler 提供了专业运算发展解禁额运作活动的问题。由于存在上述引擎，OPL 可以通过运算服务器解决复杂的优化问题

OPL 是基于解释、描述特征的建模语言，不同于 C++ 等面向对象的高级语言，它是用一个简单的语言来表示优化问题。OPL 程序中主要由优化模型与输入的数据组成。其中，优化模型包含在 mod 文件之后，而输入数据可直接写在 dat 文件中或者从数据库中读取。优化模型主要由数据定义、目标函数、决策变量和约束这四个部分构成对数学优化模型、优化问题的程序描述。

利用 OPL 开发工具可以很快地找到优化问题的相应解决方案，从而快速得出如何才能高效分配资源，提高职员、设备、资金、设施、车辆等一切资源的利用率，降低人为因素干预制定计划与安排，为每项任务分配最合理的时间和资源，以获取最高的操作效率。OPL 在许多行业及部门已经广泛应用，例如物流运输业、金融证券业、能源开发业、生产制造业、后勤服务业、公用设施业、零售业、电讯业及国家防御部门、政府机关部门等。从目前国内外对 OPL 应用的情况来看，实施优化系统往往可以在较短的时间范围内降低成本、增强服务水平、提升客户满意度、从而提高了利润，为企业或部分带来可观的经济效益。例如英特尔公司上海芯片封装与测试工厂针对半导体制造过程中产品种类很多、工艺流程复杂、配套设备加工复杂等问题，使用了基于 OPL 平台的中短期生产计划和智能化芯片生产线规划系统。系统采用了优化资源、设备等生产要素的数学规划模型作为核心模型。该优化系统缩短了计划时间，降低了机器设备的使用量，提高了人力资源使用效率，并降低了在生产计划环节中出现人为因素错误率。目前，

已经超过 1000 家企业和高等院校使用 ILOG 优化软件进行研究，其中，使用 OPL 所占比例相当高。

### 5.1.2 限制主问题的 OPL 实现

用 ILOG OPL 语言实现限制主问题(RMP)时，首先定义模型文件 linpair.mod，在文件中定义限制主问题目标与约束如下：

表 5.1 限制主问题 ILOG 语句

1	minimize      sum (i in Columns) item(pairCst,i).v*pair[i];
2	subject to {forall (f in Flights : Org[f] != Dst[f]) cvr[f]: sum (t in pairIdx2[f]) pair[t.v] = 1; forall (a in Aircrafts) caf[a]: sum (s in pairCst2[a])pair[s.j] <= 1; };

上述代码中决策变量被定义为松弛型：var int pair[Columns] in 0..1，路线变量的航班衔接信息、成本值等由 pairIdx 和 pairCst 两个数组引入，这两个数组的初始解由 cvrpair.mod 文件计算得出。

在该模型文件中还可以求出限制主问题最优解对应的对偶变量值，由 ILOG OPL 里的约束变量自带函数.dual 实现。

```
execute FillDuals {  
    for(var j in Flights) { cvrDuals[j] = cvr[j].dual; }  
    for(var i in Aircrafts) { cafDuals[i] = caf[i].dual; }  
}
```

### 5.1.3 子问题模型的 OPL 实现

用ILOG OPL语言实现飞机排班子问题模型时，定义子问题模型文件subpair.mod。ILOG OPL子问题中，路线生成约束条件的航班、飞机、机型等数据由如下这些数据文件赋值：“CrewScheduling.dat”，“Aircraft.dat”，“Base.dat”，“City.dat”，“Flights.dat”，“Destin.dat”，“Origin.dat”，“Depart.dat”，“Arrive.dat”，“coverFlt.dat”，“cst.dat”。在模型文件subpair.mod中将子问题目标函数的定义为：

maximize sum (i in fltRng) cvrDuals[fltSeq[i]]-cafDuals[coverAir] – flightcst

其中 $cvrDuals[fltSeq[i]]$  和 $cafDuals[coverAir]$ 表示航班f对应覆盖约束的对偶变量值和第m天的飞机数量约束对应的对偶变量值，具体值由限制主问题模型linpair.mod得到。

子问题具体约束条件表示如下：

表 5.2 子问题约束条件 ILOG 语句

1	forall (i in fltRng : i > 1) (Dep[fltSeq[i]] > Arr[fltSeq[i-1]] + minStop)   (citySeq[i] == citySeq[i-1]);
2	citySeq[0] == citySeq[nSeq]; citySeq[0] == Base[coverAir];
3	sum (i in fltRng) (fltSeq[i] == coverFlt) == 1;
4	pax[coverAir]>=sum(i in fltRng) spill[fltSeq[i]];;

约束表达式1满足飞机路线中航班衔接最小过站时间要求以及出发到达机场一致性要求，约束表达式2满足飞机路线首航班从基地出发，尾航班到达机场与首航班出发机场一致，满足3天维修要求。约束表达式3为航班限制约束，应用于某航班有指定机型的情况。约束表达式4是指派飞机的座位容量不能超过旅客溢出最大值的约束。

另外，由于航班串变量的定义形式为数组 $fltSeq[i]$ ，数组的下标范围隐含了当前机型日起降最大次数限制，所以起降资源约束可以不用另行定义。因为使用的航班时刻表是经过经停航段预处理的，所有一次经停航班的两个航段已经被合并成一个单航段，使用的飞机自然是同一架，所以航班经停约束也不用再定义。

使用判断语句 $case(Dep[fltSeq[nSeq]]/1440 = 2->2; Dep[fltSeq[nSeq]]/1440 =3->3;1)$ 确定生成的航班环是一天航班环、两天航班环还是三天航班环。将这三种类型的航班环按照“1-3-3”、“2-2-3”的规则组合，得到的组合用集合pcweek表示，集合内的数据的结构定义如下：tuple pcweek\_T{int i; int j; int v;}，其中i，j，v分别表示航班环号、组合号、组合的负简约成本。求出pcweek中负简约成本最大的组合即作为最优飞机路线加入到限制主问题中。

## 5.2 基于 Oracle 数据库和 PowerBuilder 开发平台的飞机排班系统

### 5.2.1 Oracle 数据库

Oracle 数据库是一种大型数据库系统，它的功能很强大，能够处理大批量的数据，一般应用于商业，政府部门。

Oracle提供了很多与第三代高级语言软件的平台接口，如本文用于实现列生成算法的优化软件ILOG OPL就可以支持Oracle（8, 8.1, 9）的管理服务器，ILOG的程序库ILOG DB Link 是42

一组lightweight库，可以提供访问相关和对象相关数据的快捷和可靠的方式，我们能够用它向Oracle数据库直接发送和接收数据，对飞机排班数据库中的数据进行操作。Oracle还有很多优秀的前台开发工具如POWER BUILD、VISIA BASIC 、SQL\*FORMS等，可以快速开发生成基于客户端PC 平台的应用程序，而且具有良好的可移植性。所以本文选择Oracle数据库作为飞机一体化排班系统的数据库。

### 5.2.2 数据库前端开发工具 PowerBuilder

PowerBuilder 是 Sybase 公司开发的一种新型、快速、集成化的开发工具。它使用在客户机中，作为数据库应用程序的开发工具而存在。PowerBuilder 有如下优点：它有面向对象的可扩展的编程语言 PowerScript、有易操作的图形界面、还提供与 Oracle、SQLServer、Sybase 等主流的大型数据库的专用接口，并通过 ODBC 与单机数据库相连。在众多数据库开发工具当中，PowerBuilder 具有非常突出的性能，所以可以利用它开发管理飞机一体化排班系统的数据库。

### 5.2.3 PowerBuilder 平台上飞机排班系统的实现

#### 5.2.3.1 ILOG 与 Oracle 数据库的连接

OPL 关键字 DBconnection 可以建立一个与数据库的命名连接。它需要两个参数：希望使用的数据库客户端；连接字符串。第一个参数是它所使用的数据库。第二个参数连接字符串必须遵循目标数据库所支持的格式。例如，用关键字 DBconnection 将 ILOG 与 Oracle 数据库连接的指令：DBconnection ASconnex("Oracle8", "Username/password@dbInstance")，建立了一个 ILOG 与 Oracle 的 dbInstance 数据源连接，连接名为 ASconnex。

可以对数据库进行操作的关键字有 DBread、DBexecute、DBupdate 等。

DBread 关键字可以从一个数据库中读数据。DBread 的语法是：gasData from DBread(db, "SELECT \* FROM GasData"); DBexecute 关键字可以向一个数据库中写数据。例如执行写数据或创建一个表。DBexecute 的语法是：DBexecute (<connection\_name>, <command\_string>)。其中，<connection\_name>是传递给 dbConnection 所连接数据库的名称，<command\_string>表示需要执行的活动(例如，SQL 命令)和它们的值。

例如，DBexecute(db, "create table PERSONS(NAME string, EMAIL string, AGE integer, DEPT string)")这个代码在数据库 db 中创建一个表，表头为 PERSONS。这个表有 4 列，3 个标识为 NAME，EMAIL，DEPT，它们的具有数据串类型的数据，还有一列标识为 AGE，它具

有整数型数据。

### 5.2.3.2 PowerBuilder 与 Oracle 数据库的连接

PowerBuilder 提供了两种连接后台数据库的方式，第一种方式通过 ODBC 标准接口访问后台数据库，第二种方式通过专用的接口访问后台数据库。

第一种方式，用微软公司提出的 ODBC 标准接口的方式连接。它是一种常用的数据库连接标准。创建数据源是用 ODBC 标准接口连接数据库的首要步骤，创建驱动某种数据库的数据源的通道为，控制面板中的“32 BIT ODBC”选项。定义好的数据源以后，后台数据库中的数据就可以在本地计算机中很方便地存取了。

第二种方式，使用专用接口的方式连接。该连接方法存取数据的速度会比 ODBC 标准方式速度快一些，因为这种接口是专门为某种类型的后台数据库而设计的。

为了简便起见，本文使用 ODBC 标准接口方式将 PowerBuilder 与 Oracle 数据库相连。核心连接语句如下：

```
SQLCA.DBParm = "ConnectionString='DSN=OracleDB;UID="+_LogID+";PWD="+_LogPass+"'"  
SQLCA.DBMS = "ODBC"  
Connect Using SQLCA;
```

连接了数据库以后就可以将飞机一体化排班系统所需要的数据从后台数据库全部导入 Power Builder，从而使用这一优秀的数据库管理系统为数据库的操作提供方便。

### 5.2.3.2 PowerBuilder 下的飞机排班系统界面设计

使用Power Builder实现飞机一体化排班系统的主界面如图5.1。

在这个主界面中，左上方提供了航班信息、飞机信息、机型信息的快速查询通道。界面中下部是查询结果显示区域。右上方的信息管理区共包含了4类模块：航班管理模块、机型管理模块、机队管理模块、飞机排班结果查询模块。前面三个模块可以分别对存放在数据库中的航班、机型、机队的数据信息做出添加、删除、修改等操作，统称为飞机排班数据信息管理模块；最后一个模块用于查询飞机排班的详细结果。



图5.1 飞机一体化排班系统主界面

下面以航班管理模块的界面为例，介绍飞机排班数据信息管理模块界面。

航班号	航班名	出发地	到达地	出发时间	到达时间
101	HNL_OGG_302	HNL	OGG	2011/01/01 05:15:00	2011/01/01 05:49:00
102	HNL_ITO_40	HNL	ITO	2011/01/01 05:20:00	2011/01/01 06:09:00
103	HNL_KOA_80	HNL	KOA	2011/01/01 05:20:00	2011/01/01 06:01:00
104	HNL_LIH_201	HNL	LIH	2011/01/01 05:30:00	2011/01/01 06:05:00
105	HNL_LIH_205	HNL	LIH	2011/01/01 06:10:00	2011/01/01 06:46:00
106	OGG_HNL_33	OGG	HNL	2011/01/01 06:12:00	2011/01/01 06:45:00
107	HNL_KOA_82	HNL	KOA	2011/01/01 06:20:00	2011/01/01 07:00:00
108	HNL_OGG_110	HNL	OGG	2011/01/01 06:20:00	2011/01/01 06:55:00
109	HNL_ITO_404	HNL	ITO	2011/01/01 06:25:00	2011/01/01 07:14:00
110	KOA_HNL_81	KOA	HNL	2011/01/01 06:25:00	2011/01/01 07:04:00
111	LIH_HNL_272	LIH	HNL	2011/01/01 06:30:00	2011/01/01 07:00:00
112	ITO_HNL_41	ITO	HNL	2011/01/01 06:32:00	2011/01/01 07:20:00
113	HNL_LIH_33	HNL	LIH	2011/01/01 07:10:00	2011/01/01 07:45:00
114	LIH_HNL_266	LIH	HNL	2011/01/01 07:10:00	2011/01/01 07:39:00

图5.2 航班管理模块

从图 5.2 可以看出，数据信息管理模块的界面分为显示区和功能键区两个区域。左侧为显示区，用来显示所要管理的航班信息的详情，包括航班号、出发机场、到达机场、出发时间、

到达时间、预计乘客量等信息；右侧为功能键区，作为对航班信息作增加删除修改操作的入口。

图 5.3 为飞机排班结果查询模块的界面：

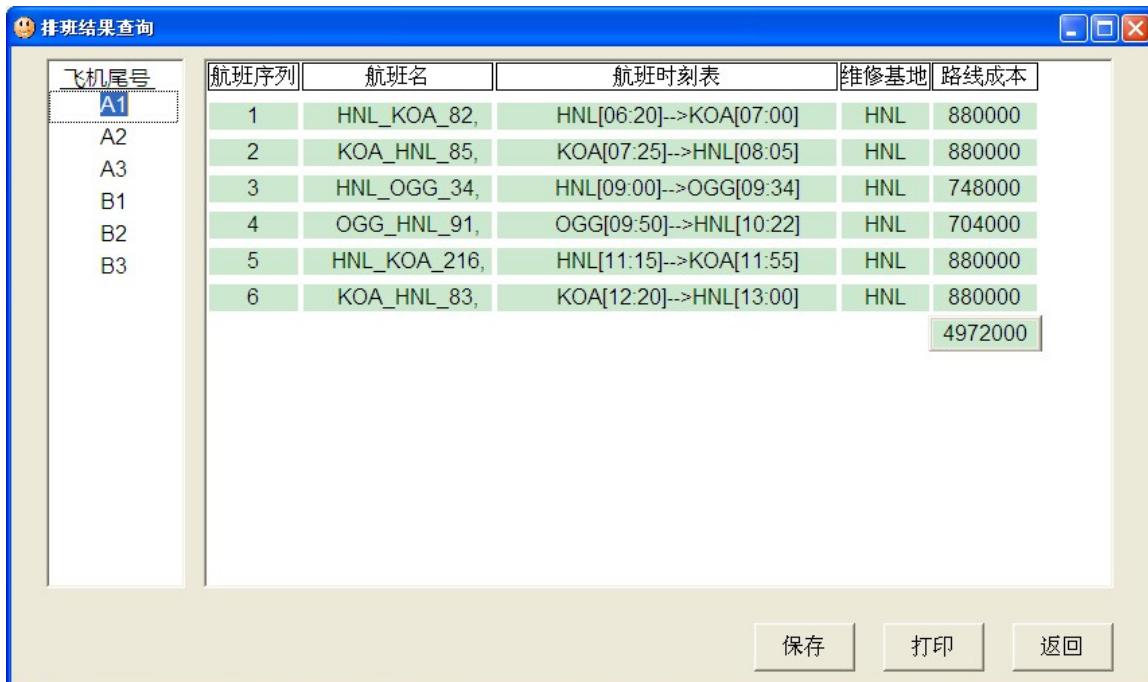


图5.3 飞机排班结果查询打印

图中上部的显示区显示了飞机一体化排班的结果，结果为经过优化的每架飞机的飞行路径，按照时间顺序依次列出了飞机路线中每个航段的名称、出发到达时间、出发到达机场、航段飞行成本，路线总成本，以及飞机的维修基地与维修机会。下部的功能键可以将排班结果保存至本地，或者传送到打印机。

### 5.3 航空公司飞机排班算例分析

某航空公司有2种机型，6架飞机，一周执行99个航班(表5.3)，2个维修基地机场。根据各机型(见表5.4)实际运行成本与航班客座率及平均票价，计算各航班对应不同机型的成本。航班出发机场、到达机场、出发时间、到达时间由该航空公司航班时刻表读取。

表 5.3 某航空公司一周航班计划

航班号	班期	出发机场	出发时刻	到达机场	到达时刻
101	1234567	1	6:25	4	7:25
102	1234567	4	7:55	5	8:55
103	1234567	3	8:30	2	10:30

104	1234567	5	9:00	4	11:00
105	1234567	3	10:10	1	11:10
106	1234567	2	11:30	3	13:00
107	1. 34. 67	1	11:30	2	13:30
108	1234567	4	11:50	1	14:20
109	1. 34. 6	1	12:30	5	15:00
110	1. 34. 67	2	13:10	1	15:40
111	1234567	3	14:30	1	16:30
112	1. 34. 6	5	15:00	1	17:30
113	1234567	1	15:10	3	18:10
114	123456	1	18:05	2	20:35
115	1234567	1	18:10	3	21:10
116	123456	2	18:40	1	21:40

表 5.4 机型数据表

机型	架次 (架)	座位数 (座)	过站时间 (分)	运行成本 (元/小时)	最大起降次数	基地机场	预指派航班
K1	3	164	40	22000	4	1	112
K2	3	175	50	30000	5	3	107

航空公司顺序排班方法得出的飞机排班方案为：

表 5.5 顺序排班一周飞机路线

	周一	周二	周三	周四	周五	周六	周日
A1	f111-f114-f116	f107-f110-f115	f103-f106	f111-f114-f116	f110-f115	f103-f106	f111-f115
A2	f105-f109-f112	f101-f102	f108-f113	f109-f112	f101-f102-f104	f108-f113	f105-f113
A3	f101-f108-f113	f105-f109-f112	f101-f102-f104	f108-f113	f112	f105-f109-f112	f101-f108
B1	f102-f104	f108-f113	f112	f101-f102-f104	f108-f113	f102-f104	f102-f104
B2	f103-f106	f114-f116	f107-f110-f115	f103-f106	f111-f114-f116	f110-f115	f103-f106
B3	f107-f110-f115	f103-f106	f111-f114-f116	f110-f115	f103-f106	f114-f116	f107-f110

表 5.6 顺序排班飞机维修机会及路线成本

机尾号	A1	A2	A3	B1	B2	B3
维修机会	2	2	3	1	3	2

路线成本	308000	308000	198000	120000	495000	525000
------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

使用本文第四章的列生成算法在ILOG OPL Development软件平台上编码运行，根据经过经停航班预处理的航班时刻表以及每架飞机的机型座位数、过站时间、维修基地、最大起降次数、预指派航班等信息，子问题编制出每架飞机的一天航班环、两天航班环、三天航班环。将优化模型给出的航班环进行组合，得到简约成本最小的飞机路线。加入到限制主问题中。

经过 5 次限制主问题与子问题之间的迭代简约成本收敛到 0 附近，迭代过程中简约成本的变化趋势如下图：

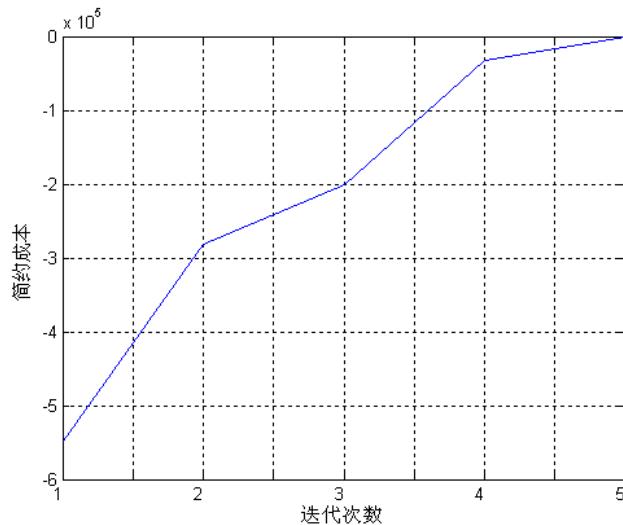


图5.4 简约成本迭代的变化趋势

表 5.7 列生成算法目标函数和列集变化过程

	主问题	子问题		时间 (秒)
	目标值	最优路线负简约成本	更新列集数	
迭代 0			126	5.548
迭代 1	3023500	548500	12	6.005
迭代 2	2311500	281000	5	8.281
迭代 3	2185000	201600	5	10.642
迭代 4	2051000	32000	3	13.281
迭代 5	1954000	0	0	14.642

路线生成模型初始共生成飞机路线 126 条，经过 5 次主问题与子问题之间迭代，更新 23 条飞机路线，最优路线简约成本等于 0 的时候，算法停止，整个求解过程运行时间为 58.18 秒 (CPU: P4 2.66, 内存: 512M)。本算例中 SP 共生成航班环 67 个，其中一天航班环 0 个，两

天航班环9个，三天航班环58个，此时的最优解为小数。利用分枝定界算法求得最优整数解中包含航班环19个，其中一天航班环1个，两天航班环4个，三天航班环14个。最后得出最优飞机路线：

表5.8 各飞机的一周最优路线

	周一	周二	周三	周四	周五	周六	周日
A1	f101-f102-f104	f108-f113	f105-f109-f112	f101-f102-f104	f108-f113	f105-f109-f112	f101-f108
A2	f105-f109-f112	f101-f102-f104	f108-f113	f105-f109-f112	f101-f102-f104	f108-f113	f105-f113
A3	f111-f114-f116	f115	f103-f106	f111-f114-f116	f115	f103-f106	f111-f115
B1	f108-f113	f105	f101-f102-f104	f108-f113	f105	f101-f102-f104	f102-f104
B2	f103-f106	f111-f114-f116	f107-f110-f115	f103-f106	f111-f114-f116	f107-f110-f115	f103-f106
B3	f107-f110-f115	f103-f106	f111-f114-f116	f107-f110-f115	f103-f106	f111-f114-f116	f107-f110

一周内各飞机在基地机场的过夜次数均能满足A检维修要求：

表5.9 各飞机每周维修机会及路线成本

机尾号	A1	A2	A3	B1	B2	B3
维修机会	3	3	5	3	5	5
路线成本	331000	32500	199000	146000	497000	523000

由各飞机路线成本可以求出，该飞机排班方案的总目标值为：1728500。与该航空公司6架飞机顺序排班结果成本1861000比较，优化后的飞机排班方案节约了7.66%的经营成本。

另外，将顺序排班结果和一体化排班结果进行对比，我们可以看到：顺序排班一周实际执行的航班只有96个，比一体化排班的99个航班少了3%的航班量，时间衔接不够紧凑，飞机利用率较低；若要提高飞机利用率，只能强制加入遗漏航班，此时需要采取调机的方式，这又会额外增加空飞成本；顺序排班的结果中，航班f107没有按照航线的机型要求，而是使用了座位数较少的K1机型执飞，机型不能完全满足航线预指派要求，而且增加了旅客溢出成本；维修机会不够充足。一体化排班方案能更好地满足既定约束，在以上这些方面比顺序排班有更好的表现。

利用一体化排班算法求解飞机排班问题，减少了排班工作量，降低了操作复杂性；同时能保证飞机路线的维修机会、规定机型预指派航线、旅客溢出量与机型容量、经停航段使用的飞机等达到公司计划要求，更科学有效地满足了航空公司飞机排班的优化要求。

## 5.4 本章小结

本章使用ILOG优化软件实现了第四章的飞机一体化排班列生成算法，利用ILOG与Oracle数据库的ODBC连接方式，使用数据库开发工具PowerBuilder实现排班系统界面。用小型算例对排班模型和算法有效性进行了分析。通过数值实验证明了该算法结果比手工分阶段排班结果更优。本文的排班方法实现了资源利用的最大化，为航空公司提供了决策支持。

## 第六章 总结与展望

近年来，航空运输市场飞速发展，民航业不断出现新的发展趋势，使得民航企业竞争日趋激烈。航空公司科学有效地制定合理的飞机排班计划，对于顺利完成整个航空运输生产计划以及降低公司运行成本提高收益有着非常重要的意义。

飞机排班问题涉及的内容十分广泛，包括机型指派、路线生成和飞机指派等，为了实现航空公司飞机排班自动化，同时实现飞机资源利用最大化，本文提出一种飞机排班一体化方法，将机型指派、路线生成以及飞机指派综合考虑，进行探索性研究，希望能对航空公司提高工作效率、提高收益有所帮助。

### 6.1 本文总结

本文的主要研究对象为综合了机型指派、维修路线、机尾号指派的基于飞机路线的一体化排班，系统分析了航空公司飞机排班的目标和约束，建立了成本最小化的，综合考虑了机型指派、路线选择、航班限制等约束的飞机排班一体化模型，建立了基于航班环的飞机路线模型，对飞机排班优化这一大规划整数规划问题进行了深入的研究。本文的具体研究工作归纳如下：

- 1、充分借鉴国内外先进的学术研究成果，对国内外有关飞机综合排班的研究现状从多种研究角度和研究方法进行了综述。
- 2、基于多维修基地的飞机一体化排班数学模型的建立。分析了分阶段排班方法的不足。通过分析经典优化模型，结合航空公司成本与收益，讨论了飞机一体化排班约束和目标，综合考虑机型指派、路线生成、航班限制等约束，运用数学建模的相关理论，构造了以星期为排班周期的、考虑了维修机会的飞机排班一体化模型。
- 3、提出针对飞机一体化排班整数规划模型的列生成算法。基于连接网络建模，设计主问题和子问题模型，子问题研究了满足三天维修规则的一周飞机路线生成方法，通过简约成本控制主子问题的迭代步骤，动态控制列集的更新，降低大规模问题的难解度。
- 4、利用 ILOG OPL Development Studio 优化软件编写了主问题和子问题程序代码，实现了飞机一体化排班模型的列生成算法。使用数据库管理软件 Power Builder 开发了基于 Oracle 数据库的飞机一体化排班系统。用小型算例验证算法的可用性。

## 6.2 研究展望

飞机一体化排班的研究角度各不相同，研究方法种类繁多。本文仅从综合机型指派和飞机路线指派层次进行了一些探讨，还有很多问题有待今后解决，这些问题主要有：

1、在飞机一体化排班模型建立方面，对于乘客量只使用了需求期望值，今后应该考虑机型是旅客选择的一种因素，两者会互相影响；针对飞机维修约束，本文仅考虑了飞机的维修机会，没有利用飞机累计飞行时间对是否进行检修操作进行判断。今后可以进一步讨论飞机排班计划与飞机维修计划的综合。

2、在飞机排班的算法设计方面，子问题飞机路线的生成使用了约束编程的深度优先搜索算法，这不能与大规模计算需求完美匹配，进一步的研究可以考虑在计算一周飞机路线生成过程中使用启发式算法，加速模型的求解。

3、飞机一体化排班系统只是一个雏形。系统人机界面的友好性，功能的完善性等方面仍需在深入调研的基础上进行功能与界面设计。

## 参考文献

- [1] 刘得一. 民航概论(修订版) [M]. 北京: 中国民航出版社, 2006.
- [2] 朱金福. 航空运输规划[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2009.
- [3] 中国民用航空局. 中国民航行业运行概况. <http://www.caac.gov.cn/> 2007.12.
- [4] 中国民用航空发展第十二个五年规划. [http://www.caac.gov.cn/I1/I2/201105/t20110509\\_39615.html](http://www.caac.gov.cn/I1/I2/201105/t20110509_39615.html) 2011.
- [5] 2010年民航行业发展统计公报. [http://www.caac.gov.cn/I1/K3/201105/t20110504\\_39489.html](http://www.caac.gov.cn/I1/K3/201105/t20110504_39489.html) 2011.
- [6] Abara, J. Applying Integer Linear Programming to the Fleet Assignment Problem[J]. *Interfaces*, 19, 1989, July-August.
- [7] M E.Berge, C A. Hopperstad. Demand Driven Dispatch: A Method for Dynamic Aircraft Capacity Assignment, Models and Algorithms[J]. *Operational Research*, 1993, 41(8): 153~170.
- [8] C.A.Hane, C. Barnhart. The Fleet Assignment problem[J]. *Interfaces* 19(4)1989,20~28.
- [9] K T. Talluri. The Four-Day Aircraft Maintenance Routing Problem[J]. *Thransportation Science*, 1998,31(1):43~48.
- [10] Clarke R, Johnson E, Nemhauser G, et al. The Aircraft Rotation Problem[J]. *Annals of Operations Research*, 1997, 69: 33-46.
- [11] G. Erling, D.Rosin. Tail Assignment With Maintenance Restrictions: A Constraint Programming Approach[博士学位论文]. Gothenburg, Sweden, Chalmers University of Technology,2002.
- [12] Rainer Hoffmann. Dynamic Airline Fleet Assignment and Integrated Modeling. *Operations Research Proceedings*, 2011, 20: 635-640.
- [13] Desaulniers G, Desrosiers J, Dumas Y, et al. Daily Aircraft Routing and Scheduling [J]. *Management Science*, 1997, 43(6): 841~855.
- [14] Cynthia Barnhart, Ellis L.Johnson, George L.Nemhauser. Branch-and-Price: Column Generation For Solving Huge Integer Programs[J]. *Operations Research*, 1998, 46(3):316~329.
- [15] S.Chang. An Integrated Approach To Flight Scheduling and Fleet Assignment[博士学位论文]. University of Maryland ( at College Park), 2001.
- [16] S. Yan and C.-H. Tseng. A Passenger Demand Model for Airline Flight Scheduling and Fleet[J].

- Transportation Science, 2002,18(3):20~220.
- [17] G. Desaulniers, J. Desrosiers, and M. M. Solomon. Accelerating Strategiesin Column Generation Methods for Vehicle Routing and Crew Scheduling Problems[J]. Les Cahiers du GERAD G-99~36, GERAD, August 1999.
- [18] C.Barnhart. Flight String Models for Aircraft Fleeting and Routing[J].Transportation Science, 1998, 32: 208~220.
- [19] I.Ioachim,J. Desrosiers, F.Soumis, and N.B'elanger. Fleet Assignment and Routing with schedule synchronization constraints[J]. European Journal of Operational Research,1999,119:20~26.
- [20] DaskinM S, PanayotopoulosN D.A lagrangian relaxation approach to assigning aircraft to routes in hub and spoke network [J].Transportation Science, 1989, 23(2): 91~99.
- [21] A. Mercier, J.F. Cordeau, and F. Soumis. A Computational Study of Benders Decomposition for the Integrated Aircraft Routing and Crew Scheduling Problem[J]. Les Cahiers du GERAD, 2003,9: 26, 219.
- [22] G. Desaulniers, J. Desrosiers, Y. Dumas, M. M. Solomon, and F. Soumis. Daily Aircraft Routing and Scheduling[J]. Management Science, 1997,43(6): 21, 24, 26, 31, 42.
- [23] R. K.Ahuja, J.Goodstein, A. Mukherjee, J. B. Orlin, and D. Sharma. A Very Large-Scale Neighborhood Search Algorithm for the Combined Through and Fleet Assignment Model[博士学位论文]. MIT Sloan School of Management, Cambridge, MA, USA, 2001: 21, 24, 26, 27, 40.
- [24] J.F. Cordeau, G. Stojković, F. Soumis, and J. Desrosiers. Benders Decomposition for Simultaneous Aircraft Routing and Crew Scheduling[J]. Transportation Science, 2001,35(4): 24, 26,42, 219.
- [25] 朱星辉.航空公司航班计划优化设计研究 [博士学位论文].南京,南京航空航天大学,2007.
- [26] 李耀华, 秦如如. 基于混合遗传算法的航班串优化模型研究 [J]. 中国民航大学学报. 2010.
- [27] 肖东喜. 飞机排班问题中航班环的构建方法研究 [硕士学位论文]. 南京, 南京航空航天大学, 2008.
- [28] 孙宏, 文军, 徐杰. 基于均衡使用要求的飞机排班算法[J], 西南交通大学学报, 2004, 39(5): 569~572
- [29] 徐进. 航空公司航班计划的优化方法研究[硕士学位论文]. 南京, 南京航空航天大学, 2007.
- [30] 李云. 飞机一体化排班研究[硕士学位论文]. 南京, 南京航空航天大学, 2010.
- [31] L. W. Clarke, E. L. Johnson, G. L. Nemhauser, and Z. Zhu. The Aircraft Rotation Problem[J]. Annals of Operations Research, 69:33~46, 1997.
- [32] M. D. D. Clarke and G. Laporte. The Airline Schedule Recovery Problem.Techical report, 54

- International Center for Air Transportation 33-212, MIT, Cambridge, MA, USA and Centre de recherche sur les transports, Université de Montréal, Canada, 1997: 26
- [33] Laporte, G., Nobert, Y., Desrochers, M. Optimal routing under capacity and distance restrictions. *Operations Research*, 1985, 33, 33 :1050~1073 .
- [34] 张永生. 民用航空维修工程管理概论[M]. 北京: 中国民航出版社, 1999.
- [35] R. K. Ahuja, T. L. Magnanti, and J. B. Orlin. Network Flows.[博士学位论文] PrenticeHall, 1993: 49, 50, 52, 55, 56, 62, 68, 95.
- [36] Rexing, Barnhart. Airline fleet assignment with time windows[J], *Transportation Science*, 2000, 34(7): 1~20
- [37] Clarke , Hane , Johnson , Nemhauser . Maintenance and crew considerations in fleet assignment[J], *Transportation Science*, 1996, 30: 249~260
- [38] Barnhart, Kniker, Lohatepanont. Itinerary-based airline fleet assignment[J], *Transportation Science*, 2002, 36(2): 199~217
- [39] Jeph Abara. Applying Integer Linear Programming to the Fleet Assignment Problem[J], *American Airlines Decision Technologies*, 1989: 21~32
- [40] Walid El Moudani, Felix Mora-Camino. A dynamic approach for aircraft assignment and maintenance scheduling by airlines[J], *Air Transport Management*, Germany, 2000: 233~237
- [41] 郑芸. 航空公司小规模机群飞机排班问题的数学模型和算法分析 [硕士学位论文]. 天津, 中国民用航空学院, 2006.
- [42] 孙宏, 杜文, 徐杰. 最小费用最大流模型在航班衔接问题中的应用[J]. 南京航空航天大学学报, 2001, 33(5): 478~481.
- [43] 于海波. 飞机排班算法的研究与实现 [硕士学位论文]. 南京, 南京航空航天大学, 2007.
- [44] Tae-Cheol Jung, Joon Chung, Airline Fleet Assignment using Genetic Algorithm[C], GECCO, 2002: 255~262

## 致 谢

转眼之间我在南京航空航天大学的七年的即将画上句点。这七年承载着我最美好的青春年华，母校的校园里浓缩了我所经历的师生之情、朋友之谊、手足之义，记载着我的学习与生活。在举笔即将写这篇致谢的时候，我猛然发觉自己即将离开校园，人生又将写下新的篇章。在这离别之际，尽管依依不舍，但值得欣慰的是这段美好时光将永远珍藏在我的记忆深处，在我的生命中有那么多可信可敬可爱的人值得感激。

首先，向我的导师朱金福教授表达心底最深处的感恩。本人读研期间，恩师在学习、科研和生活等很多方面都给了我极大的帮助和支持。朱老师的治学经验、学术知识以及人格魅力深深的感染着我，他严谨细致、严以律己的作风一直是我科研、学习中的榜样；他循循善诱的教导和博学多闻的开阔思路给予我无尽的启迪。在科研和学术方面，朱老师的鼓励是我克服各种困难，完成学习和研究工作的不竭动力。我硕士论文的顺利完成得益于恩师的悉心指导，从帮助选题到指导研究方法再到对我论文的耐心修改，他都既热情又严格地提出意见和建议，感谢这个过程中导师付出的巨大心血和辛劳。在朱老师的指导下，我完成了硕士生的研究和学习生活，开拓了人生中的新天地，所学到的一切都将令我终身受益。

感谢南京航空航天大学民航学院软科学研究所的唐小卫老师、朱星辉老师、杨文东副教授、吴薇薇副教授、白杨副教授、彭怡副教授、徐月芳副教授、许俐副教授，谢谢你们两年来对我的关心，你们的建议与指导对我的毕业论文的顺利完成给予了十分大的帮助。

感谢民航学院软科学研究所的吴小欢博士和张璟博士，以及毛曼、陶婧婧、张晓光、罗咪、刘鹏、尹国栋、王伟和其他各位师兄师姐对我各方面的鼓励和帮助，感谢两年多的同窗王婷，周寅艳，徐琪，吕萌，朱博，杨年，王雷，顾广辉，史彦飞，何敏，几年来我们互相勉励，共同进步。感谢我的大学同学们，在我迷茫无措时陪我度过难熬的时光。感谢关珊珊、赵延慧，你们的真挚情谊我将永远珍藏在心底。

感谢含辛茹苦培养我长大的父母，在我学习的道路上默默地给我强有力的支持，让我在遇到困难的时候能有栖息的港湾。感谢陪伴我成长的姐姐，在我遇到挫折的时候能够与我耐心沟通，在我收获成绩的时候与我一起分享。我深爱着你们，希望你们身体健康、生活美满。

最后，再次感谢在我读研期间以各种方式给予我帮助、支持与关心的人，祝愿他们事业成功、永远幸福！

## 在学期间参与的科研项目及发表的学术论文

### 攻读硕士学位期间发表（录用）论文情况

- 1、 魏星，朱金福，交通网络最大流问题的 Matlab 与 Poem 平台实现，交通信息与安全，2012。  
(已录用)
- 2、 魏星，朱金福，航空公司一体化飞机排班研究，武汉理工大学学报（信息与管理工程版），  
2012。(已录用)

### 攻读硕士学位期间参加科研项目情况

中国民用航空总局民航科技项目“不正常航班恢复技术和系统的研发”。