Inteligencia Artificial

Estado del Arte: Risk-constrained Cash-in-Transit Vehicle Routing Problem

Felipe Rojas Saavedra

September 27, 2023

Evaluación

Resumen (5%):	___________
Introducción (5%):	___________
Definición del Problema (10%):	___________
Estado del Arte (35%):	___________
Modelo Matemático (20%):	___________
Conclusiones (20%):	___________
Bibliografía (5%):	___________
Nota Final (100%):	___________

Abstract

En este documento se propone una solución factible al Risk-constrained Cash-in-Transit Vehicle Routing Problem, de ahora en adelante RCVRP, basada en la literatura existente. Dicha solución se desprenderá de un modelo matemático y dicha solución será puesta a prueba en distintas instancias para medir su efectividad.

Keywords: *Risk-constrained Cash-in-Transit Vehicle Routing Problem, Vehicle Routing Problem, solución factible, optimización, modelo, distancia*

1 Introducción

Para poder explicar de mejor forma el RCVRP, es necesario conocer primero su origen, el Vehicle Routing Problem, el cual se basa en encontrar la ruta óptima que deben seguir una serie de vehículos para abastecer a clientes dispersos geográficamente. Este problema busca minimizar la distancia recorrida [2]. El problema del que se trata este documento es una variante del VRP, hereda todas sus componentes y además agrega un elemento de riesgo, el cuál es índice calculado según factores como el valor transportado por el vehículo y el tiempo o distancia que debe recorrer [7]. El propósito de este documento es explorar más variantes y proponer un modelo matemÃ¡tico para darle una solución a esta variante en particular, analizar los resultados de la propuesta y finalmente concluir con respecto a los resultados de la literatura.

2 Definición del Problema

El RCVRP, a diferencia de un VRP común, utiliza un índice de riesgo el cual determina el actuar de un vehículo dependiendo de un límite establecido o*riesgo máximo*, este último es una constante. Dicho índice es proporcional al valor de los bienes transportados y la distancia o tiempo transcurridos, para efectos de este documento utilizaremos la distancia para el cálculo del riesgo. Esto hace que el problema a resolver se complejice, ya que agrega una restricción fuerte a este, haciendo que el cómputo sea más lento, por lo que a grandes escalas, el problema tomará una cantidad considerable de tiempo para encontrar una solución factible, finalmente encontrar una ruta que además de corta, minimice el riesgo es un problema aún mayor [1] [3].

El RCVRP sobre el cuál ahondaremos en este documento se encuentra modelado por una serie de constantes, variables y un objetivo que se explicarán brevemente en esta sección pero serán detallados más adelante con el respectivo lenguaje matemático. En cuanto a constantes tenemos la cantidad de clientes, cada uno de los cuales tiene una ubicación específica en el mapa y además demandan un producto, dicha demanda debe ser satisfecha, existe tambiÃ©n un riesgo mÃ¡ximo que los vehÃculos no deben superar. La variable en este caso es el orden en que la flota debe visitar a cada cliente, teniendo como objetivo el minimizar la distancia total recorrida teniendo en cuenta que cada vehículo posee un índice de riesgo que varía con cada cliente visitado, y este no debe sobrepasar el máximo. [8]

3 Estado del Arte

Como se expuso en un punto anterior, el RCVRP es un derivado del Vehicle Routing Problem, este último es un problema ya bastante conocido y bastamente estudiado, el cual se centra en la entrega o búsqueda de bienes a clientes esparcidos geográficamente mediante una serie de vehículos que son despachados desde una central. Esta definición de VRP cubre una serie de problemas de la vida real como lo pueden ser la entrega de correos desde una oficina postal, la entrega de bienes o incluso el recoger niños en un autobus escolar [2]. El objetivo del VRP clásico es encontrar la ruta para la cuál el tiempo o la distancia empleados por el vehículo son mínimos. La variante RCVRP nace cuando los vehículos transportan bienes con un valor muy elevado, como lo puede ser el dinero, y se centra en la seguridad que tendrá el vehículo al seguir su ruta, ya que los bienes que transporta son críticos para el negocio. Al hablar de la seguridad del vehículo se nos viene a la mente su blindaje, o la capacidad que tenga este de mitigar las posibilidades de un robo, pero la ruta que sigue el vehículo también incide directamente en su seguridad, tomando rutas poco predecibles por ejemplo [6].

Dada la complejidad del RCVRP, los métodos no exactos o técnicas incompletas son preferibles para buscar una solución, aún más cuando la dimensión del problema crece [7]. Debido a esto, el uso de heurísticas es muy popular, en [6] se describen cuatro en particular, las cuales son utilizadas para construir soluciones iniciales:

Clarke and Wright heuristic with greedy randomized selection mechanism (CWg), una heurística modificada para funcionar con el índice de riesgo, comienza con una solución auxiliar, en la que cada cliente será satisfecho por su propio vehículo, y sobre la cuál se itera combinando dos rutas en una de forma aleatoria pero se verifica que esta combinación cumpla con la restricción sobre el riesgo. La heurística revisa ambas direcciones y se queda con la que más ahorro genere

Nearest neighbour with greedy randomized selection mechanism (NNg), comienza con un nodo, el siguiente nodo se escoge de forma aleatoria desde una lista de nodos no visitados que cumplan con la condición sobre el riesgo.

Nearest neighbour with greedy randomized selection mechanism plus splitting (TNNg), similar a la anterior pero este no revisa la condición de riesgo, en cambio, crea un solo tour (Traveling Salesman Problem). Esta heurística itera una cantidad fija de veces, en donde el tour TSP más grande está sujeto a una variante del proceso de *splitting* descrito en [5]. Este algoritmo genético busca la mejor forma de hacer *split* a la ruta encontrando el camino más corto desde el nodo de inicio hasta un nodo específico en el grafo.

Lin-Kerrighan plus splitting (TLK), uno de los métodos más efectivos para generar soluciones óptimas para un TSP simétrico.

Las heurísticas nombradas anteriormente son utilizadas para encontrar una solución inicial, la cuál funciona como un input para operadores de búsqueda local como Or-opt Two-opt, Exchange external, Relocate external, Cross-exchange external, Two-opt external. Estas son utilizadas en combinación con las heurísticas para encontrar soluciones iniciales, y luego son calibradas ya que funcionan mejor para ciertos parámetros.

Información más detallada sobre las instancias utilizadas y como se trabajaron se incluye en [6].

Además de esto, Talarico en [7] profundiza sobre los resultados obtenidos anteriormente, y se desarrolla una nueva metaheurística llamada ACO-LNS, basada en el uso de una heurística de colonias de hormigas utilizada para resolver el TSP para generar una solución inicial en vez de una heurística Greedy, en la cuál la restricción sobre el riesgo se presenta de una forma relajada generando así una ruta TSP sobre la cuál se impone nuevamente la restricción sobre el riesgo igual al riesgo máximo, y las rutas se generan a través de una técnica de*splitting* similar a la propuesta por Prins [5]. Una vez obtenida la solución inicial, viene una etapa de intensificación la cuál utiliza una heurística VND, esta contiene un *Reverse-Operator*, un nuevo operador de búsqueda local y un *Relocate-operator*. Además de esto, la metaheurística planteada por Talarico en [7] también posee estrategias de diversificación, en concreto dos, *multi-start* y *perturbation.*

Existen otras variaciones del RCVRP, a los cuales se le pueden agregar restricciones dependiendo de las comodidades que se necesiten, como lo pueden ser los distintos horarios o la maximización del uso de un vehículo [8]. Un problema similar es el del transporte de materiales peligrosos [4] el cual habla sobre el riesgo que comprende transportar estos materiales sobre ciertas rutas teniendo en cuenta las consecuencias de un posible accidente.

4 Modelo Matemático

Constantes:

N = Cantidad de clientes

A = matriz de adyacencia n x n

C_{ij} = Distancia desde el desde el nodo i al j

D_i = Demanda del cliente i

V_i^r = valor que lleva el vehículo luego de pasar por el nodo i en la ruta r

R_i^r = riesgo del vehículo cuando llega al nodo i en la ruta r

T = riesgo máximo permitido

Variables:

X_{ij}^r = 1, si el vehículo recorre desde el nodo i al j

X_{ij}^r = 0 , en todo otro caso.

Función objetivo:

Minimizar la distancia total recorrida a través de las rutas:

$$min \sum_{r \in N} \sum_{(i,j) \in A} C_{ij} \cdot X_{ij}^r$$

Restricciones:

Cada ruta comienza y acaba en el depósito:

$$\sum_{j \in N} X_{sj}^r = \sum_{i \in N} X_{ie} r, \forall r \in N$$

La primera ruta, que comienza en el depósito, debe existir:

$$\sum_{j \in N} X_{sj}^1 = 1$$

La ruta r + 1 no puede existir si no existe antes la ruta r:

$$\sum_{i \in N} X_{ie}^r \geq \sum_{j \in N} X_{sj}^{r+1}, \forall r \in N \backslash \texttt{\{n\}}$$

Cada cliente es visitado una sola vez:

$$\sum_{r \in N} \sum_{j \in V \backslash \texttt{\{s\}}} X_{ij}^r = 1, \forall i \in N$$

Vehículo solo puede salir del cliente j solo si entró previamente:

$$\sum_{h \in V \backslash \texttt{\{e\}}} X_{hj}^r - \sum_{k \in V \backslash \texttt{\{s\}}} X_{jk}^r = 0, \forall j \in N; \forall \in N$$

Definen la demanda acumulativa para cada nodo i en la ruta r, M_1 es un número muy grande:

$$D_s^r = 0$$

$$D_j^r \geq D_i^r + d_j - (1 - X_{ij}^r) \cdot M_1 \forall (i,j) \in A; \forall r \in N$$

$$0 \leq D_i^r \leq M_1 \forall i \in V; \forall r \in N$$

Se aseguran de que el riesgo total de la ruta sea a lo más igual al riesgo máximo T, M_2 es un número muy grande:

$$R_s^r = 0 \forall r \in N$$

$$R_j^r \geq R_i^r + D_i^r \cdot C_{ij} - (1 - X_{ij}^r) \cdot M_2 \forall (i,j) \in N; \forall r \in N$$

$$0 \leq R_i^r \leq T \forall i \in V; \forall r \in N$$

Naturaleza de la variable:

$$X_{ij}^r \in 0, 1 \forall (i,j) \in A; \forall r \in N$$

Modelo planteado por Talarico [6].

5 Conclusiones

Teniendo en cuenta las técnicas planteadas por Talarico en [6] y [7] y los resultados que obtuvo, podemos ver que, bajo el mismo modelo matemático, existen diferentes combinaciones de heurísticas que nos pueden llevar a resolver el RCVRP. Teniendo en cuenta la escalabilidad del problema, los métodos directos o técnicas completas no son tan viables, por lo que se descartan para darle paso a técnicas incompletas combinadas con heurísticas, dando paso también a los algoritmos genéticos, estos últimos fueron los que presentaron los mejores resultados para las instancias formuladas, por lo que se presume que la metaheurística ACO-LNS es la más óptima para resolver el problema hasta ahora. Sin embargo, bien podrían existir otras combinaciones que logren tener mejor resultado, esto es un caso aún no estudiado pero interesante de abordar teniendo como punto de partida lo recopilado en este documento.

6 Bibliografía

References

[1] Pasquale Carotenuto, Stefano Giordani, and Salvatore Ricciardelli. Finding minimum and equitable risk routes for hazmat shipments. *Computers & Operations Research*, 34(5):1304–1327, 2007.

[2] Nicos Christofides. The vehicle routing problem. *Revue française d'automatique, informatique, recherche opérationnelle. Recherche opérationnelle*, 10(V1):55–70, 1976.

[3] Ram Gopalan, Rajan Batta, et al. The equity constrained shortest path problem. *Computers & Operations Research*, 17(3):297–307, 1990.

[4] P Leonelli, S Bonvicini, and G Spadoni. Hazardous materials transportation: a risk-analysis-based routing methodology. *Journal of hazardous Materials*, 71(1-3):283–300, 2000.

[5] Christian Prins. A simple and effective evolutionary algorithm for the vehicle routing problem. *Computers & operations research*, 31(12):1985–2002, 2004.

[6] Luca Talarico, Kenneth Sörensen, and Johan Springael. Metaheuristics for the risk-constrained cash-in-transit vehicle routing problem. *European Journal of operational research*, 244(2):457–470, 2015.

[7] Luca Talarico, Johan Springael, Kenneth Sörensen, and Fabio Talarico. A large neighbourhood metaheuristic for the risk-constrained cash-in-transit vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 78:547–556, 2017.

[8] Shangyao Yan, Sin-Siang Wang, and Ming-Wei Wu. A model with a solution algorithm for the cash transportation vehicle routing and scheduling problem. *Computers & Industrial Engineering*, 63(2):464–473, 2012.