

$$e_0^{-1} = -e_0$$

$$p = e_0 + p_1 e_1 + p_2 e_2 + p_3 e_3$$

$$q = q_1 e_1 + q_2 e_2 + q_3 e_3$$

$$r = r_1 e_1 + r_2 e_2 + r_3 e_3$$

$$q \wedge r = A = (q_1 r_2 - q_2 r_1) e_1 \wedge e_2 + (q_1 r_3 - q_3 r_1) e_1 \wedge e_3 + (q_2 r_3 - q_3 r_2) e_2 \wedge e_3$$

$$p \wedge A = X = (q_1 r_2 - q_2 r_1) e_0 \wedge e_1 \wedge e_2 + (q_1 r_3 - q_3 r_1) e_0 \wedge e_1 \wedge e_3 + (q_2 r_3 - q_3 r_2) e_0 \wedge e_2 \wedge e_3 + (p_1 q_2 r_3 - p_1 q_3 r_2 - p_2 q_1 r_3 + p_2 q_3 r_1 + p_3 q_1 r_2 - p_3 q_2 r_1) e_1 \wedge e_2 \wedge e_3$$

$$e_0^{-1} \lrcorner X = D = (q_1 r_2 - q_2 r_1) e_1 \wedge e_2 + (q_1 r_3 - q_3 r_1) e_1 \wedge e_3 + (q_2 r_3 - q_3 r_2) e_2 \wedge e_3$$

$$D^{-1} = + \frac{-q_1 r_2 + q_2 r_1}{(q_1)^2 (r_2)^2 + (q_1)^2 (r_3)^2 - 2q_1 q_2 r_1 r_2 - 2q_1 q_3 r_1 r_3 + (q_2)^2 (r_1)^2 + (q_2)^2 (r_3)^2 - 2q_2 q_3 r_2 r_3 + (q_3)^2 (r_1)^2 + (q_3)^2 (r_2)^2} e_1 \wedge e_2$$

$$+ \frac{-q_1 r_3 + q_3 r_1}{(q_1)^2 (r_2)^2 + (q_1)^2 (r_3)^2 - 2q_1 q_2 r_1 r_2 - 2q_1 q_3 r_1 r_3 + (q_2)^2 (r_1)^2 + (q_2)^2 (r_3)^2 - 2q_2 q_3 r_2 r_3 + (q_3)^2 (r_1)^2 + (q_3)^2 (r_2)^2} e_1 \wedge e_3$$

$$+ \frac{-q_2 r_3 + q_3 r_2}{(q_1)^2 (r_2)^2 + (q_1)^2 (r_3)^2 - 2q_1 q_2 r_1 r_2 - 2q_1 q_3 r_1 r_3 + (q_2)^2 (r_1)^2 + (q_2)^2 (r_3)^2 - 2q_2 q_3 r_2 r_3 + (q_3)^2 (r_1)^2 + (q_3)^2 (r_2)^2} e_2 \wedge e_3$$

$$DD^{-1} = 1$$

$$e_0^{-1} \lrcorner (e_0 \wedge X) = N (p_1 q_2 r_3 - p_1 q_3 r_2 - p_2 q_1 r_3 + p_2 q_3 r_1 + p_3 q_1 r_2 - p_3 q_2 r_1) e_1 \wedge e_2 \wedge e_3$$

$$\frac{p_1 (q_2)^2 (r_3)^2 - 2p_1 q_2 q_3 r_2 r_3 + p_1 (q_3)^2 (r_2)^2 - p_2 q_1 q_2 (r_3)^2 + p_2 q_1 q_3 r_2 r_3 + p_2 q_2 q_3 r_1 r_3 - p_2 (q_3)^2 r_1 r_2 + p_3 q_1 q_2 r_2 r_3 - p_3 q_1 q_3 (r_2)^2 - p_3 (q_2)^2 r_1 r_3 + p_3 q_2 q_3 r_1 r_2}{(q_1)^2 (r_2)^2 + (q_1)^2 (r_3)^2 - 2q_1 q_2 r_1 r_2 - 2q_1 q_3 r_1 r_3 + (q_2)^2 (r_1)^2 + (q_2)^2 (r_3)^2 - 2q_2 q_3 r_2 r_3 + (q_3)^2 (r_1)^2 + (q_3)^2 (r_2)^2} e_1$$

$$(e_0^{-1} \lrcorner (e_0 \wedge X)) D^{-1} = + \frac{-p_1 q_1 q_2 (r_3)^2 + p_1 q_1 q_3 r_2 r_3 + p_1 q_2 q_3 r_1 r_3 - p_1 (q_3)^2 r_1 r_2 + p_2 (q_1)^2 (r_3)^2 - 2p_2 q_1 q_3 r_1 r_3 + p_2 (q_3)^2 (r_1)^2 - p_3 (q_1)^2 r_2 r_3 + p_3 q_1 q_2 r_1 r_3 + p_3 q_1 q_3 r_1 r_2 - p_3 q_2 q_3 (r_1)^2}{(q_1)^2 (r_2)^2 + (q_1)^2 (r_3)^2 - 2q_1 q_2 r_1 r_2 - 2q_1 q_3 r_1 r_3 + (q_2)^2 (r_1)^2 + (q_2)^2 (r_3)^2 - 2q_2 q_3 r_2 r_3 + (q_3)^2 (r_1)^2 + (q_3)^2 (r_2)^2} e_2$$

$$+ \frac{p_1 q_1 q_2 r_2 r_3 - p_1 q_1 q_3 (r_2)^2 - p_1 (q_2)^2 r_1 r_3 + p_1 q_2 q_3 r_1 r_2 - p_2 (q_1)^2 r_2 r_3 + p_2 q_1 q_2 r_1 r_3 + p_2 q_1 q_3 r_1 r_2 - p_2 q_2 q_3 (r_1)^2 + p_3 (q_1)^2 (r_2)^2 - 2p_3 q_1 q_2 r_1 r_2 + p_3 (q_2)^2 (r_1)^2}{(q_1)^2 (r_2)^2 + (q_1)^2 (r_3)^2 - 2q_1 q_2 r_1 r_2 - 2q_1 q_3 r_1 r_3 + (q_2)^2 (r_1)^2 + (q_2)^2 (r_3)^2 - 2q_2 q_3 r_2 r_3 + (q_3)^2 (r_1)^2 + (q_3)^2 (r_2)^2} e_3$$

$$\frac{p_1 (q_2)^2 (r_3)^2 - 2p_1 q_2 q_3 r_2 r_3 + p_1 (q_3)^2 (r_2)^2 - p_2 q_1 q_2 (r_3)^2 + p_2 q_1 q_3 r_2 r_3 + p_2 q_2 q_3 r_1 r_3 - p_2 (q_3)^2 r_1 r_2 + p_3 q_1 q_2 r_2 r_3 - p_3 q_1 q_3 (r_2)^2 - p_3 (q_2)^2 r_1 r_3 + p_3 q_2 q_3 r_1 r_2}{(q_1)^2 (r_2)^2 + (q_1)^2 (r_3)^2 - 2q_1 q_2 r_1 r_2 - 2q_1 q_3 r_1 r_3 + (q_2)^2 (r_1)^2 + (q_2)^2 (r_3)^2 - 2q_2 q_3 r_2 r_3 + (q_3)^2 (r_1)^2 + (q_3)^2 (r_2)^2} e_1$$

$$N/D = + \frac{-p_1 q_1 q_2 (r_3)^2 + p_1 q_1 q_3 r_2 r_3 + p_1 q_2 q_3 r_1 r_3 - p_1 (q_3)^2 r_1 r_2 + p_2 (q_1)^2 (r_3)^2 - 2p_2 q_1 q_3 r_1 r_3 + p_2 (q_3)^2 (r_1)^2 - p_3 (q_1)^2 r_2 r_3 + p_3 q_1 q_2 r_1 r_3 + p_3 q_1 q_3 r_1 r_2 - p_3 q_2 q_3 (r_1)^2}{(q_1)^2 (r_2)^2 + (q_1)^2 (r_3)^2 - 2q_1 q_2 r_1 r_2 - 2q_1 q_3 r_1 r_3 + (q_2)^2 (r_1)^2 + (q_2)^2 (r_3)^2 - 2q_2 q_3 r_2 r_3 + (q_3)^2 (r_1)^2 + (q_3)^2 (r_2)^2} e_2$$

$$+ \frac{p_1 q_1 q_2 r_2 r_3 - p_1 q_1 q_3 (r_2)^2 - p_1 (q_2)^2 r_1 r_3 + p_1 q_2 q_3 r_1 r_2 - p_2 (q_1)^2 r_2 r_3 + p_2 q_1 q_2 r_1 r_3 + p_2 q_1 q_3 r_1 r_2 - p_2 q_2 q_3 (r_1)^2 + p_3 (q_1)^2 (r_2)^2 - 2p_3 q_1 q_2 r_1 r_2 + p_3 (q_2)^2 (r_1)^2}{(q_1)^2 (r_2)^2 + (q_1)^2 (r_3)^2 - 2q_1 q_2 r_1 r_2 - 2q_1 q_3 r_1 r_3 + (q_2)^2 (r_1)^2 + (q_2)^2 (r_3)^2 - 2q_2 q_3 r_2 r_3 + (q_3)^2 (r_1)^2 + (q_3)^2 (r_2)^2} e_3$$