

Rapport de projet de fin d'étude
UTC - Génie Mécanique / Acoustique et Vibrations Industrielles

**Correction temps-réel d'un haut-parleur
électrodynamique : modélisation, mesures et
asservissement**

Auteur
Tristan LEBRUN

Encadrant
Thomas HÉLIE

Co-encadrants
Antoine FALAIZE-SKRZEK
Damien BOUVIER

Suiveur UTC
Solène MOREAU

Rapport confidentiel

Laboratoire des Sciences et Technologies de la Musique et du Son (UMR-9912)
IRCAM-CNRS-UPMC
Systèmes et Signaux Sonores - Analyse/Synthèse - Acoustique Instrumentale

4 septembre 2016

Résumé

Ce rapport présente les travaux réalisés au cours du stage "Correction temps-réel d'un haut-parleur électrodynamique", qui s'est déroulé au sein de l'équipe Systèmes et Signaux Sonores du laboratoire STMS (IRCAM-CNRS-UPMC). Il traite de la compensation des distorsions d'un haut-parleur électrodynamique par planification de trajectoire.

Les haut-parleurs sont des systèmes électro-acoustiques présentant des distorsions à fort niveau d'excitation, ce qui limite leur plage de fonctionnement en régime linéaire. L'objectif de ce stage est de compenser les non-linéarités responsables de ces distorsions.

Pour cela, on établit un modèle physique non linéaire du transducteur, formulé par les Systèmes Hamiltoniens à Ports, qui garantissent la passivité du système. En parallèle, un banc de mesure est développé pour estimer les paramètres du modèle, puis une correction est élaborée par une méthode de planification de trajectoire appelée *platitude*.

La correction fournit d'excellents résultats numériques, et son implantation sur le banc expérimental permet une réduction notable des distorsions observées.

Abstract

This report presents the work achieved during the internship "Real-time correction of an electrodynamic loudspeaker", within the S3 research team at the laboratory STMS (IRCAM-CNRS-UPMC). The subject tackles the feed-forward compensation of electrodynamic loudspeaker distorsions.

Loudspeakers are electroacoustic systems which shows sound distortion under high level of excitation. This internship aims at compensating nonlinearities responsible of those distorsions.

First, a nonlinear physical model is established using the Port-Hamiltonian Systems approach, in order to preserve the passivity of the system. An experimental bench is developed to estimate the model parameters. Then a correction is achieved, using a feed-forward method called "*flatness*".

The compensation shows excellent numerical results, and the implementation onto the experimental bench leads to a notable reduction of distorsions.

Remerciements

Mes remerciements vont tout d'abord à mon encadrant de stage, Thomas Hélie, dont la pédagogie m'a permis d'appréhender les aspects théoriques et techniques de ce stage de la meilleure manière qui soit. Je remercie également mes co-encadrants : Antoine Falaize-Skrzek, dont une partie de la thèse traite des nombreux phénomènes présents dans le haut-parleur, qui a su m'orienter sur la modélisation et la simulation, et Damien Bouvier, pour ses explications toujours claires et concises.

J'adresse également mes remerciements à Gérard Assayag, directeur du laboratoire STMS, mais aussi Anne-Marie Vaudeville et Martine Grospiron pour l'organisation administrative de mon stage au sein de l'IRCAM.

Grâce à Nicolas Papazoglou, j'ai pu me plonger rapidement dans les problématiques de ce stage, qui s'inscrit dans la continuité du sien. La clarté de son rapport m'a considérablement facilité la compréhension du sujet.

Je tiens à remercier tout particulièrement Alain Terrier et Djellal Chalabi, de l'atelier mécanique, ainsi que Arnaud Récher, Emmanuel Flety et Camille Dianoux du Pôle Ingénierie et Prototypage. Leurs conseils et leur savoir-faire ont permis au banc expérimental du haut-parleur de voir le jour. Par ailleurs, j'exprime toute ma gratitude envers Sandie Le Conte et Vincent Gauthier de la Cité de la musique, pour leur aide précieuse concernant l'étalonnage du capteur de position.

Merci enfin à tous les membres des équipes Analyse/Synthèse et Systèmes et Signaux Sonores, Maxime, Hugo, Alice, Guillaume, Céline, David et certainement beaucoup d'autres que j'oublie, pour leur bienveillance et leur sympathie.

Table des matières

Introduction	6
Cadre du stage	6
Etat de l'art	7
Organisation du document	8
1 Modélisation du haut-parleur	9
1.1 Description du système	9
1.1.1 Schéma d'ensemble et principe	9
1.1.2 Phénomènes physiques et hypothèses	10
1.2 Modèles électroniques équivalents	13
1.2.1 Modèle linéaire de Thiele & Small	13
1.2.2 Modèle non linéaire considéré	15
2 Caractérisation expérimentale	18
2.1 Description du banc expérimental	18
2.1.1 Motivation et synopsis	18
2.1.2 Le haut-parleur conditionné	19
2.1.3 Capteurs et carte électronique	20
2.2 Mesures des paramètres et des caractéristiques	21
2.2.1 Caractéristique du couplage électro-mécanique	21
2.2.2 Caractéristique de la suspension de la membrane	24
2.2.3 Paramètres physiques	25
3 Formulation passive à bilan de puissance équilibré	28
3.1 Systèmes Hamiltoniens à Ports	28
3.2 Exemple d'un pendule non linéaire	30
3.3 Haut-parleur	31
3.3.1 Modèle linéaire en Systèmes Hamiltoniens à Ports	31
3.3.2 Modèle non linéaire en Systèmes Hamiltoniens à Ports	33
4 Simulation à passivité et bilan de puissance garantis	34
4.1 Méthode numérique	34
4.1.1 Schéma à passivité garantie	34
4.1.2 Algorithme de Newton-Raphson	35
4.2 Résultats numériques et comparaisons aux mesures	36
4.2.1 Conditions de simulation	36
4.2.2 Comparaison simulation/expérimental	36
5 Correction par planification de trajectoire	38
5.1 Planification de trajectoire par platitude différentielle	38
5.2 Application de la platitude au haut-parleur	39
5.2.1 Expression de la commande et schéma de principe	39
5.2.2 Correction pour des trajectoires régulières	40

5.3	Tests numériques et expérimentaux	40
5.3.1	Tests numériques	40
5.3.2	Tests expérimentaux	41
5.3.3	Commentaires et discussion	43
Conclusion		44
Annexes		45
A Aspects théoriques		45
A.1	Construction d'un polynôme C^2 avec conditions aux limites	45
A.2	Formulation Hamiltonienne classique du haut-parleur	46
A.3	Système Hamiltonien à Ports différentiellement plat	47
B Banc expérimental		48
B.1	Liste du matériel et plages de mesure	48
B.2	Circuit électronique de la protection du haut-parleur	48
B.3	Etalonnages des capteurs	49
B.4	Fiche technique du haut-parleur d'étude	50
B.5	Conditionnement du signal optique	51
B.6	Mesure des paramètres du modèle linéaire de Thiele & Small	51

Introduction

Cadre du stage

L’Institut de Recherche et Coordination Acoustique/Musique

Ce stage fait suite aux travaux réalisés pendant la thèse d’Antoine Falaize [4] et le stage de Nicolas Papazoglou [16]. Il s’est déroulé dans les locaux de l’Institut de Recherche et Coordination Acoustique/Musique (IRCAM), situé en plein cœur de Paris. L’institut, hébergeant le laboratoire Sciences et Technologies de la Musique et du Son (STMS, UMR 9912), se consacre à la création musicale liée à la recherche scientifique. Le laboratoire se divise en plusieurs équipes de recherche :

- **Acoustique Instrumentale**, axée sur la compréhension des phénomènes physiques intervenant dans les instruments de musique,
- **Espaces Acoustiques et Cognitifs**, traitant de la spatialisation sonore et de la cognition spatiale,
- **Perception et Design Sonores**, combinant la recherche en perception et cognition des sons avec la psychoacoustique,
- **Analyse & Synthèse des Sons**, effectuant des recherches et des développements en analyse, transformation et synthèse des signaux sonores,
- **Représentation musicale**, travaillant sur la représentation symbolique des structures musicales et les langages et paradigmes informatiques adaptés à la musique,
- **Analyse des pratiques musicales**, menant des recherches sur la composition et l’interprétation d’œuvres musicales savantes,
- **Interaction Son Musique Mouvement**, dont les recherches portent sur les systèmes interactifs dédiés à la musique et au spectacle vivant.

L’équipe Systèmes et Signaux Sonores

L’équipe au sein de laquelle j’ai effectué mon stage est l’équipe-projet Systèmes et Signaux Sonores (S3), transverse aux équipes Acoustique instrumentale et Analyse/Synthèse Sonore. Elle a pour spécificité d’élaborer des outils théoriques, technologiques et expérimentaux portant sur les systèmes multi-physiques et les signaux sonores qu’ils produisent. La combinaison des deux approches "signaux" et "systèmes" a fait émerger des applications scientifiques interdisciplinaires, comme le contrôle d’un robot trompettiste ou la production du Snail, un analyseur fréquentiel haute précision.



FIGURE 1 – Présentation de l’équipe-projet S3 : des Systèmes aux Signaux Sonores.

Etat de l'art

Les haut-parleurs électroodynamiques sont des systèmes au fonctionnement complexe : les interactions entre différents domaines physiques et les contraintes de fabrication rendent leur modélisation difficile. Ces transducteurs ont été largement étudiés depuis les années 1970, donnant naissance au modèle de Thiele et Small [22, 23]. Ce modèle physique établit une relation linéaire entre l'entrée électrique et la sortie mécano-acoustique du système.

Cependant, ce modèle n'est plus valide à fort niveau d'excitation : on constate des phénomènes de distorsions audibles dus aux **non-linéarités** du système [11]. En effet, un système non linéaire implique une déformation de l'onde entre le signal d'entrée et celui de sortie, comme illustré figure 3. Des travaux réalisés pour caractériser et classer ces non-linéarités [10, 18] ont permis de lister un grand nombre de ces phénomènes (suspension mécanique, comportement magnétique du moteur, effet non standard de la bobine, effets visco-thermiques ...), et la définition de modèles non linéaires réalistes à fort niveau d'excitation fait encore aujourd'hui l'objet de recherches [9, 12, 14].

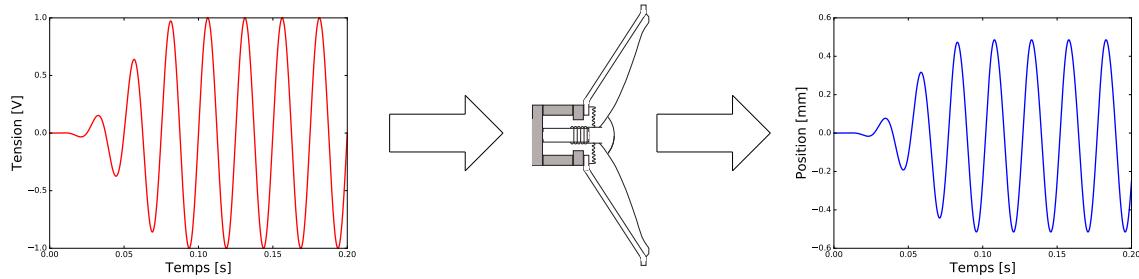


FIGURE 2 – Illustration du haut-parleur en fonctionnement linéaire suivant le modèle de Thiele et Small. Le déplacement de la membrane (en bleu) est linéairement lié à la tension injectée (en rouge).

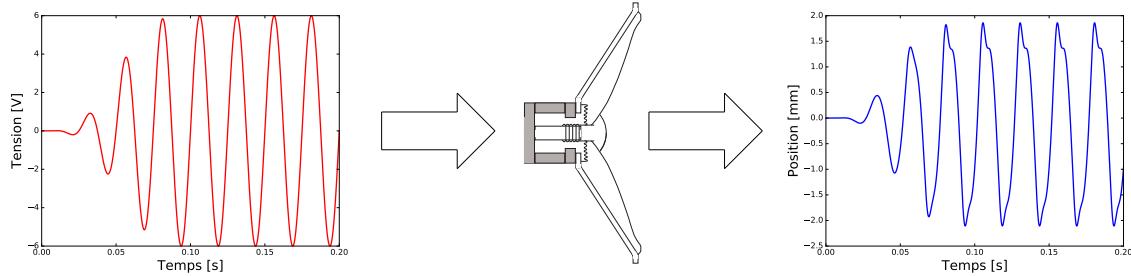


FIGURE 3 – Illustration du haut-parleur en fonctionnement non linéaire. Le déplacement de la membrane (en bleu) n'est pas proportionnel à la tension injectée (en rouge).

Un modèle non linéaire de haut-parleur a été développé au sein de l'équipe Systèmes et Signaux Sonores, s'appuyant sur un formalisme en **Systèmes Hamiltoniens à Ports** (SHP). Ce formalisme exploite le comportement énergétique du système (stockant, dissipatif), respectant ainsi son bilan de puissance. Cette propriété a été étendue à la simulation par un schéma numérique garantissant la **passivité du système** à temps discret.

Enfin, un travail d'**inversion du modèle** physique a été mené : les non-linéarités du modèle sont compensées numériquement par planification de trajectoire. La correction numérique présente des résultats très satisfaisants, ouvrant la voie à une implantation de la méthode sur un haut-parleur réel.

Organisation du document

Ce rapport est divisé en cinq parties, traitant séparément les problématiques théoriques, numériques et expérimentales du sujet.

Une description détaillée du haut-parleur électrodynamique est réalisée dans une première partie. Les phénomènes physiques intervenant dans le transducteur y sont expliqués, ainsi que l'origine des non-linéarités traitées.

Le banc expérimental élaboré au cours du stage est présenté ensuite, ainsi que les mesures des non-linéarités explicitées dans la première partie.

Une troisième partie traite de l'approche choisie pour la modélisation du haut-parleur : les Systèmes Hamiltoniens à Ports. La conservation du bilan de puissance garantie par cette approche sera soulignée tout au long de ce chapitre. L'utilisation de ce formalisme étant peu répandue, un exemple applicatif simple d'un pendule non linéaire est traité dans un premier temps. La modélisation du haut-parleur par les Systèmes Hamiltoniens à Ports est présentée ensuite.

La simulation du modèle de haut-parleur est détaillée au chapitre suivant, préservant une fois encore le bilan de puissance, cette fois en temps discret.

Enfin, la dernière partie traite de la correction par planification de trajectoire mise en place. Ses aspects théoriques y sont évoqués, puis les résultats de son implantation numérique et expérimentale sont présentés.

Chapitre 1

Modélisation du haut-parleur

1.1 Description du système

1.1.1 Schéma d'ensemble et principe

Le haut-parleur électrodynamique est un système multi-physique : les phénomènes mis en jeu sont de nature électrique, magnétique, mécanique et acoustique. Une représentation schématique du système décrit ses principaux éléments en figure 1.1. Son fonctionnement macroscopique est le suivant :

- un **aimant** permanent génère un flux magnétique constant,
- une **bobine**, traversée par un courant variable, est plongée dans ce champ magnétique. Sous l'effet de la force de Laplace, elle est mise en translation sur l'axe de révolution du haut-parleur,
- la **suspension** et la **membrane** sont solidaires à la bobine : l'ensemble est donc mis en mouvement,
- les vibrations de la membrane induisent des fluctuations de pression du milieu environnant, et donc du son dans la gamme de fréquences audibles.

Un diagramme explicatif du fonctionnement du haut-parleur, reprenant les éléments décrits en figure 1.1, est présenté en figure 1.2.

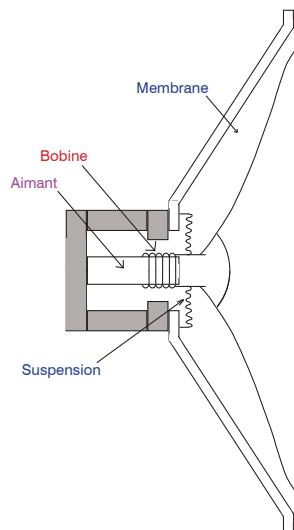


FIGURE 1.1 – Représentation schématique du haut-parleur.

On distingue ici trois domaines mis en jeu dans la physique du haut-parleur, interconnectés par des couplages. Ces différents domaines et couplages sont détaillés dans la section suivante.

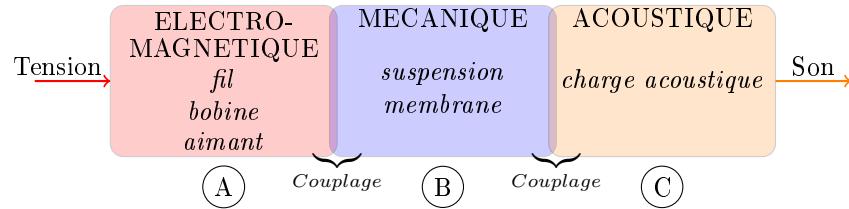


FIGURE 1.2 – Schéma de principe du fonctionnement d'un haut-parleur.

1.1.2 Phénomènes physiques et hypothèses

(A) Partie électrique et couplage électro-mécanique

Le circuit électrique du haut-parleur est composé de l'inductance de la bobine, dont la tension est notée u_{bobine} , et d'une dissipation modélisant la résistance des fils et de la bobine, de tension u_{resist} . À cela vient s'ajouter la **tension contre-electromotrice** due au couplage électro-mécanique : u_{BL} .

On suppose que le haut-parleur est alimenté par une source de tension parfaite que l'on note u_{source} . Le circuit est représenté en figure 1.3. Les lois de Kirchhoff nous donnent :

$$u_{\text{source}} = u_{\text{resist}} + u_{\text{bobine}} + u_{BL} \quad (1.1)$$

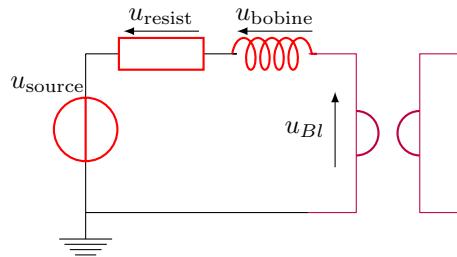


FIGURE 1.3 – Circuit électrique du haut-parleur.

Le couplage entre les domaines électrique et mécanique repose sur le phénomène suivant : la bobine, plongée dans le champ magnétique de l'aimant, induit des forces de Lorentz sur toute sa longueur. La force de Laplace s'exprime comme l'intégrale des forces de Lorentz et du champ électrique sur la longueur l de la bobine :

$$\vec{F}_{BL} = \int_0^l (q\vec{E} + q\vec{v}_q \wedge \vec{B}) dx, \quad (1.2)$$

où q est la charge électrique, \vec{E} le champ électrique, \vec{v}_q la vitesse de la charge, \vec{B} le champ magnétique et dx une portion infinitésimale de l .

La projection sur l'axe de révolution du système du produit vectoriel $q\vec{v}_q \wedge \vec{B}$ est égale à $qv_q B$. Finalement, en considérant B constant sur l , (et donc $\vec{E} = \vec{0}$), la force de Laplace s'exprime :

$$F_{BL} = Blqv_q = Bl.i_{\text{bobine}}, \quad (1.3)$$

où i_{bobine} est le courant traversant la bobine.

Remarque : En pratique, le champ magnétique B n'est pas constant sur l et dépend de la position de la bobine. La force de Laplace sera donc plutôt de la forme $F_{BL} = Bl(x).i_{\text{bobine}}$.

Nous retrouvons bien un couplage reliant un flux électrique (le courant i_{bobine}) à un effort mécanique (la force F_{BL}). On peut ainsi exprimer le couplage inverse, du domaine mécanique vers le domaine électrique :

$$u_{BL} = Blv_{\text{susp}}, \quad (1.4)$$

où v_{susp} est la vitesse de déplacement de la bobine et u_{BL} la tension contre-électromotrice.

Remarque : En principe, la tension contre-électromotrice est définie $-Blv_{\text{susp}}$. Le signe "-" est ici simplifié puisque la tension u_{BL} est définie en convention récepteur.

On modélise ce phénomène grâce à un gyrateur, de rapport de transformation Bl :

$$\begin{pmatrix} F_{BL} \\ v_{\text{susp}} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & Bl \\ \frac{1}{Bl} & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_{BL} \\ i_{\text{bobine}} \end{pmatrix}. \quad (1.5)$$

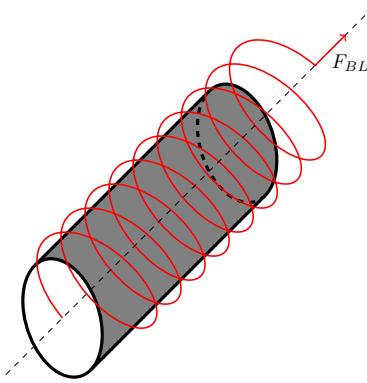


FIGURE 1.4 – Illustration graphique de la bobine, solidaire à la suspension, autour du noyau de l'aimant permanent. La force de Laplace générée F_{BL} est suivant l'axe de révolution du haut-parleur.

(B) Partie mécanique et couplage mécano-acoustique

La membrane et sa suspension sont modélisées par un simple système masse-ressort-amortisseur. La suspension agit comme une force de rappel $\overrightarrow{F_{ress}}$ sur la membrane, dont la masse induit une force d'inertie $\overrightarrow{F_{mass}}$. La membrane est supposée idéalement rigide, ses modes de vibrations sont donc négligés. Ce circuit est représenté en figure 1.5. Ce système mécanique est excité par deux forces :

- la force de Laplace F_{BL} , due au couplage électromécanique évoqué plus haut,
- la force engendrée par la charge acoustique sur les faces avant et arrière de la membrane, que l'on peut décomposer en $\overrightarrow{F_{AC}} = \overrightarrow{F_{AC}^{int}} + \overrightarrow{F_{AC}^{ext}}$.

On suppose également que le déplacement de la membrane s'effectue uniquement dans la direction de l'axe de révolution du système. Le bilan des forces dans l'axe s'écrit donc :

$$F_{BL} + F_{AC} = F_{mass} + F_{ress} + F_{am}. \quad (1.6)$$

La structure mécanique du haut-parleur est chargée acoustiquement par le milieu environnant : ce couplage dépend de la géométrie de la structure. Pour un piston plan de surface S infiniment rigide (aucun mode de vibration), le couplage est également modélisé par un gyrateur :

$$\begin{pmatrix} p \\ U \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{S} & 0 \\ 0 & S \end{bmatrix} \begin{pmatrix} F \\ v \end{pmatrix}, \quad (1.7)$$

où F est résultante des forces s'appliquant sur la face avant et arrière de la membrane, p est la pression acoustique, U le débit acoustique et v la vitesse.

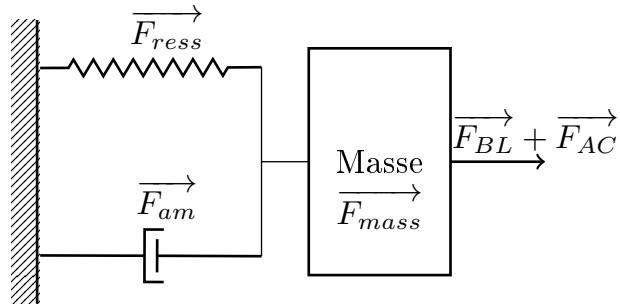


FIGURE 1.5 – Illustration de la partie mécanique du haut-parleur : un système masse-ressort-amortisseur.

(C) Partie acoustique

Les fluctuations de pression au voisinage de la membrane dépendent des impédances acoustiques vues par les faces avant et arrière de la structure (voir figure 1.6). Nous utiliserons le modèle d’impédance suivant [2] pour la face avant de la membrane :

$$Z_{av} = j\omega m_a + \frac{1}{j\omega C_{a1}} + r_a, \quad (1.8)$$

avec m_a une masse acoustique (kg/m^4), C_{a1} une raideur acoustique (m^5/N) et r_a un amortissement acoustique ($P_a.s/m^3$).

Pour la face arrière de la membrane, on choisit de se placer dans le cas d’un haut-parleur dans une enceinte close. En basses fréquences, on montre [16] que l’impédance peut être approchée par une simple raideur acoustique $Z_{ar} = \frac{1}{j\omega C_{a2}}$.

Finalement, la pression acoustique au contact de la membrane s’exprime par :

$$\begin{aligned} p &= (Z_{av} - Z_{ar}).U \\ &= (j\omega m_a + \frac{1}{j\omega C_{aeq}} + r_a).U, \end{aligned} \quad (1.9)$$

où C_{aeq} est la raideur acoustique équivalente de la face avant et arrière.

En tenant compte de l’hypothèse du piston plan, la force engendrée par la charge acoustique sur le système mécanique est $F_{AC} = S.(j\omega m_a + \frac{1}{j\omega C_{aeq}} + r_a).U$, ce qui est équivalent à un système masse-ressort-amortisseur. D’après le bilan 1.6, on peut donc considérer dans notre modèle que la charge acoustique est comprise dans la partie mécanique du système : tous les termes de raideur, dissipation et masse acoustiques sont inclus dans les termes mécaniques. Par la suite, on se limitera donc à une **représentation électro-mécanique du haut-parleur**.

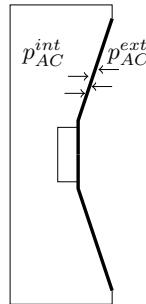


FIGURE 1.6 – Représentation des pressions internes et externes d’un haut-parleur encastré dans une enceinte.

Remarque : De nombreux phénomènes connus dans la physique du haut-parleur ne sont pas considérés dans cette étude :

- le comportement du circuit ferromagnétique [5] [4],
- le rayonnement acoustique du haut-parleur [17],
- les effets visco-élastiques, induisant des phénomènes à mémoire longue [13],
- l'échauffement de la partie électrique [24].

1.2 Modèles électroniques équivalents

1.2.1 Modèle linéaire de Thiele & Small

Les différents composants mentionnés dans la section précédente sont répertoriés dans la nomenclature en tableau 1.1. Chaque composant possède un flux et un effort associé, correspondant à :

- un courant ou une tension dans le domaine électrique,
- une vitesse ou une force dans le domaine mécanique.

Composant	Label	Flux	Effort
Générateur	source	i_{source}	u_{source}
Résistance électrique	resist	i_{resist}	u_{resist}
Bobine	bobine	i_{bobine}	u_{bobine}
Frottement visqueux	visco	v_{visco}	f_{visco}
Inertie	inert	v_{inert}	f_{inert}
Suspension	susp	v_{susp}	f_{susp}

TABLE 1.1 – Liste des composants du modèle de Thiele et Small, flux et efforts.

Il est possible d'établir une représentation en schéma électronique de la partie mécanique. Les composants "inertie", "suspension" et "frottement visqueux" partageant la même vitesse, ils sont disposés en série et "traversés" par une vitesse v (analogue au courant i dans un circuit électrique, de type "flux", cf tableau 1.1).

La charge acoustique étant incluse dans les composants mécaniques, le port acoustique est fermé et le système mécanique n'est soumis qu'à la force de couplage F_{BL} .

Le schéma électro-mécanique est présenté en figure 1.7. Le couplage, défini équation 1.5, est représenté en violet sous la forme d'un gyrateur, convertissant les quantités électriques en quantités mécaniques. Dans le cas du modèle de Thiele & Small, le rapport de transformation est égal à une valeur constante Bl .

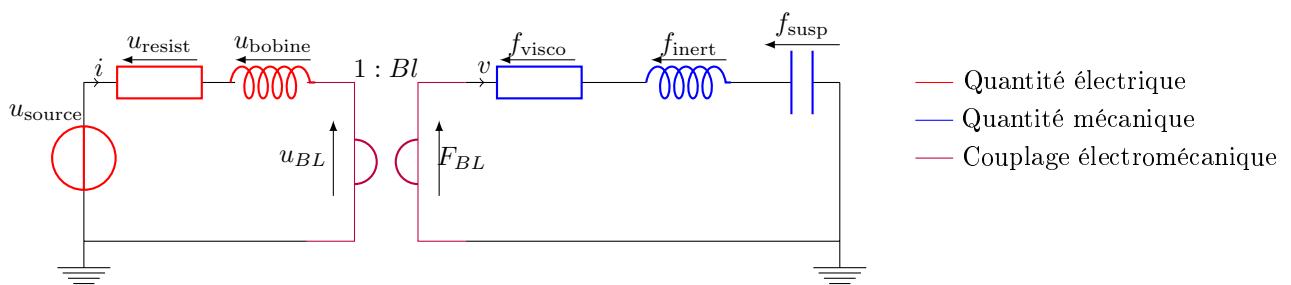


FIGURE 1.7 – Circuit électromécanique du haut-parleur, modèle de Thiele & Small.

En appliquant directement les lois de Kirchhoff sur ce circuit, on trouve :

$$\begin{cases} u_{\text{source}} = u_{\text{resist}} + u_{\text{bobine}} + u_{BL}, \\ f_{\text{inert}} = F_{BL} - f_{\text{visco}} - f_{\text{susp}}. \end{cases} \quad (1.10)$$

Le modèle de Thiele & Small [20] [22] décrit un système linéaire : la relation entre l'entrée u_{source} et la sortie q_{susp} dépend uniquement de paramètres constants appelés **paramètres de Thiele et Small**. On donne ci-dessous une représentation d'état du système entrée/sortie qui fait apparaître ces paramètres. L'état du système peut être décrit par trois variables, tableau 1.2 :

Etat	Description	Unité
q_{susp}	Déplacement de la membrane	m
p_{inert}	Quantité de mouvement	$\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
ϕ_{bobine}	Flux dans la bobine	A.H

TABLE 1.2 – Description des états choisis pour la modélisation.

Les paramètres de Thiele & Small sont définis au travers des lois physiques définies dans le tableau 1.3 ci-dessous. Par exemple, la tension aux bornes de la résistance électrique u_{resist} sera reliée au courant i_{resist} par une constante R_e , qui est un des paramètres du modèle.

Composant	Loi physique
Résistance électrique	$u_{\text{resist}} = R_e \cdot i_{\text{resist}}$
Bobine	$i_{\text{bobine}} = \frac{\phi_{\text{bobine}}}{L_e}$
Frottement visqueux	$f_{\text{visco}} = R_m \cdot v_{\text{visco}}$
Inertie	$v_{\text{inert}} = \frac{p_{\text{inert}}}{M_m}$
Suspension	$f_{\text{susp}} = \frac{q_{\text{susp}}}{C_m}$

TABLE 1.3 – Lois physiques par composant du modèle de Thiele & Small.

Reprenons l'équation 1.10 en introduisant les lois définies tableau 1.3. En tenant compte de l'égalité des courants (respectivement, vitesse) dans la partie électrique(respectivement, mécanique), il vient :

$$\begin{cases} u_{\text{source}} = R_e \frac{\phi_{\text{bobine}}}{L_e} + \frac{d\phi_{\text{bobine}}}{dt} + Bl \frac{dq_{\text{susp}}}{dt}, \\ \frac{dp_{\text{inert}}}{dt} = Bl \frac{\phi_{\text{bobine}}}{L_e} - R_m \frac{dq_{\text{susp}}}{dt} - \frac{q_{\text{susp}}}{C_m}, \\ p_{\text{inert}} = M_m \frac{dq_{\text{susp}}}{dt}. \end{cases} \quad (1.11)$$

La dernière ligne du système retranscrit la relation entre les deux états définis : la quantité de mouvement est égale au produit de la masse du système par sa vitesse. Ce système peut être réécrit sous forme matricielle :

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \frac{dq_{\text{susp}}}{dt} \\ \frac{dp_{\text{inert}}}{dt} \\ \frac{d\phi_{\text{bobine}}}{dt} \end{pmatrix}}_{\frac{dX}{dt}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{M_m} & 0 \\ -\frac{1}{C_m} & -\frac{R_m}{M_m} & \frac{Bl}{L_e} \\ 0 & -\frac{Bl}{M_m} & -\frac{R_e}{L_e} \end{pmatrix}}_A \underbrace{\begin{pmatrix} q_{\text{susp}} \\ p_{\text{inert}} \\ \phi_{\text{bobine}} \end{pmatrix}}_X + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}}_B u_{\text{source}}. \quad (1.12)$$

En automatique, la formulation équation 1.12 est appelée représentation d'état d'un système dynamique linéaire. En effet, la dynamique du haut-parleur est décrite par une équation linéaire différentielle d'ordre 1, de la forme $\frac{dX}{dt} = AX(t) + Bu(t)$, ici pour un état de dimension 3.

Dans le domaine de Laplace, l'équation différentielle du système s'écrit :

$$s\hat{X}(s) = A\hat{X}(s) + B\hat{u}(s), \quad (1.13)$$

où $s \in \mathbb{C}_0^+ = \{s \in \mathbb{C} / \Re(s) > 0\}$ est la variable de Laplace et \hat{X} est la Transformée de Laplace de X . Ainsi, on peut écrire :

$$\hat{X}(s) = (s\mathbb{I}_3 - A)^{-1}B\hat{u}(s). \quad (1.14)$$

Si l'on considère que la sortie du système est l'un des états définis dans X (par exemple le déplacement de la membrane), il apparaît alors que la relation entre l'entrée $\hat{u}(s)$ et la sortie peut être définie par une simple fonction de transfert, et \hat{X} par une matrice (ici, un vecteur) de transfert.

Thiele & Small Parameters ⁽⁴⁾	
Re	5.70Ω
Qms	4.60
Qts	0.94
Cms	544μm/N
Vas	0.7l
X max ⁽⁵⁾	+/-1.5mm
η_0	0.22%
Fs	156.0Hz
Qes	1.19
Mms	1.9g
Bxl	2.99Tm
Sd	30.2cm ²
X var ⁽⁶⁾	+/-2.5mm
Le (1kHz)	0.11mH

FIGURE 1.8 – Paramètres de Thiele et Small pour le Woofer de la marque SICA utilisé dans le cadre du stage.

1.2.2 Modèle non linéaire considéré

Comme nous venons de l'évoquer, le modèle choisi dans le cadre de cette étude est basé sur celui de Thiele & Small, avec un raffinement sur le phénomène de couplage électro-mécanique ainsi que sur le comportement de la suspension mécanique. Ces deux non-linéarités sont considérées prépondérantes devant les autres phénomènes non linéaires connus [18]. La notion de fonction de transfert ne sera plus adaptée, mais la représentation d'état (non linéaire) le sera encore.

- **Comportement de la suspension**

La suspension permet de maintenir le mouvement de la membrane dans l'axe de révolution du haut-parleur. Son comportement élastique maintient la membrane dans sa position de repos. Dans le modèle de Thiele & Small vu précédemment, la force de rappel de la suspension est supposée linéairement reliée à la position de la membrane : $f_{\text{susp}} = \frac{x}{C_m}$ avec C_m un paramètre de raideur et x la position.

En réalité, un point de rupture mécanique existe pour la suspension, engendrant le déchirement de la membrane. Ce point correspond au déplacement maximal de la membrane et à une force de rappel infinie.

Sans atteindre le point de rupture, on observe un **comportement raidissant de la suspension** pour de grands déplacements : la force de rappel n'est pas proportionnelle au déplacement (voir la courbe bleue en figure 1.9). L'expression de la force de rappel non linéaire $f_{\text{susp}}(x)$ sera détaillée dans la suite de la modélisation.

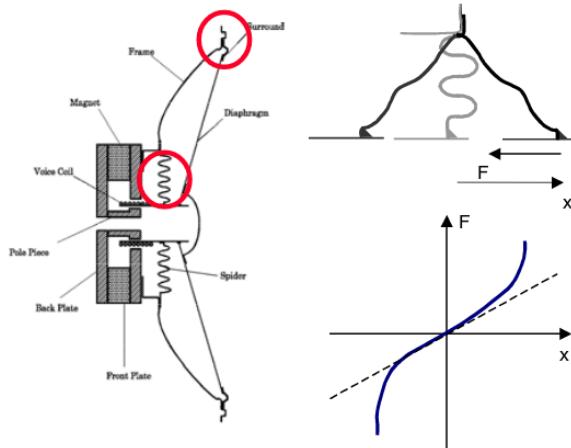


FIGURE 1.9 – Représentation de la suspension d'un haut-parleur et de l'évolution de sa force de rappel en fonction de la position de la membrane (source : W.Klippel [10]).

- **Couplage électro-mécanique**

Le modèle linéaire de Thiele & Small considère un couplage électro-mécanique constant, égal au facteur Bl . Ce facteur est égal à l'intégrale de la densité de flux magnétique B sur la longueur l de la bobine. Le modèle suppose donc un flux magnétique constant sur l .

En réalité, les excursions de la bobine hors de l'entrefer font diminuer le flux perçu par la bobine, et donc le facteur Bl . On constate donc une évolution du couplage en fonction de la position de la bobine, que l'on notera $Bl(x)$. Cette évolution est représentée en figure 1.10 pour deux types de bobines différentes.

Cette non-linéarité du couplage électro-mécanique sera prise en compte dans le modèle de haut-parleur étudié sous la forme $Bl(x)$, dont l'expression sera détaillée par la suite.

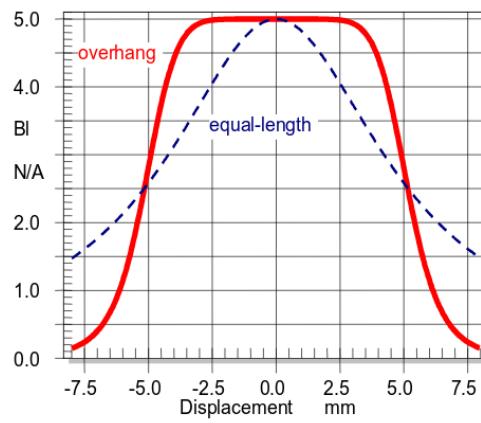


FIGURE 1.10 – Evolution du facteur de force Bl en fonction de la position de la bobine dans l'entrefer, pour deux types de configurations de bobine (source : W.Klippel [10]).

Le circuit électronique équivalent au système électrodynamique, tenant compte des non-linéarités évoquées, est présenté en figure 1.11. Il est similaire au circuit de Thiele & Small, excepté au niveau du rapport de transformation qui devient $Bl(x)$.

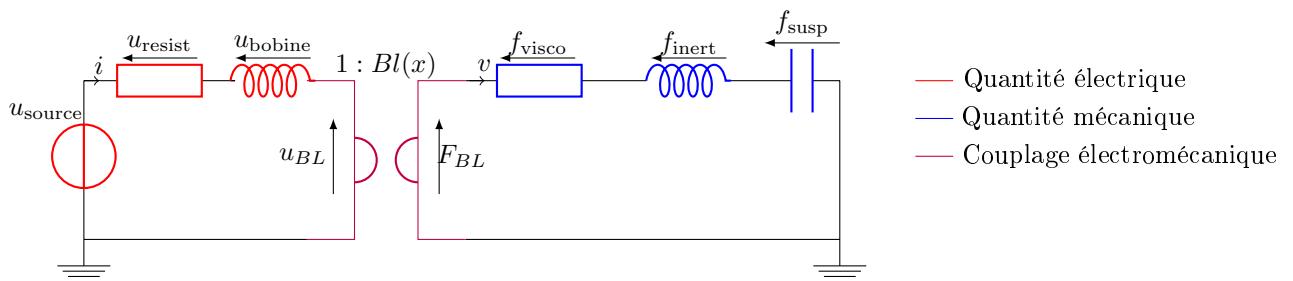


FIGURE 1.11 – Circuit électromécanique du haut-parleur, modèle non linéaire.

Le modèle considéré suit les mêmes lois physiques que le modèle linéaire présenté dans le section précédente, excepté pour le comportement de la suspension que l'on notera $f_{\text{susp}}(q_{\text{susp}})$ et pour le couplage noté $Bl(q_{\text{susp}})$. Comme dans l'équation 1.11, on peut établir les équations régissant la dynamique du système :

$$\begin{cases} u_{\text{source}} = R_e \frac{\phi_{\text{bobine}}}{L_e} + \frac{d\phi_{\text{bobine}}}{dt} + Bl(q_{\text{susp}}) \frac{dq_{\text{susp}}}{dt}, \\ \frac{dp_{\text{inert}}}{dt} = \frac{Bl(q_{\text{susp}})}{L_e} \phi_{\text{bobine}} - R_m \frac{dq_{\text{susp}}}{dt} - f_{\text{susp}}(q_{\text{susp}}), \\ p_{\text{inert}} = M_m \frac{dq_{\text{susp}}}{dt}. \end{cases} \quad (1.15)$$

La représentation d'état sous la forme $\frac{dX}{dt} = AX + Bu$ n'est plus adaptée à ce système (nous sommes dans un cas non linéaire), mais elle prend la forme plus générale $\frac{dX}{dt} = f(X) + Bu$.

Remarque : La fonction de transfert n'a pas de sens dans le cas d'un système non linéaire, puisque la relation entrée/sortie change en fonction du niveau d'excitation en entrée.

Pour formaliser ce modèle de haut-parleur, on utilisera les **Systèmes Hamiltoniens à Ports** (SHP) qui offrent une représentation d'état structurée d'un système dynamique et qui sont adaptés aux systèmes (y compris non linéaires) satisfaisant un bilan de puissance. Ce formalisme sera développé par la suite. Avant cela, on s'intéresse à la caractérisation expérimentale du haut-parleur.

Chapitre 2

Caractérisation expérimentale

2.1 Description du banc expérimental

2.1.1 Motivation et synopsis

La réalisation d'un banc expérimental pour le haut-parleur est motivée par les objectifs suivants :

- caractériser les non-linéarités évoquées en 1.2.2,
- mesurer les paramètres classiques définis dans le modèle de haut-parleur considéré,
- mettre en place une acquisition temps-réel de quantités d'intérêt pour l'élaboration d'un contrôle.

Pour répondre à ces attentes, le banc expérimental est conçu pour mesurer trois types de signaux :

- la **tension** aux bornes du haut-parleur,
- le **courant** circulant aux bornes du haut-parleur,
- le **déplacement** de la membrane.

Le banc de mesure, schématisé figure 2.1, a été entièrement réalisé au cours du stage, en étroite collaboration avec les techniciens du laboratoire : Alain Terrier et Arnaud Récher.

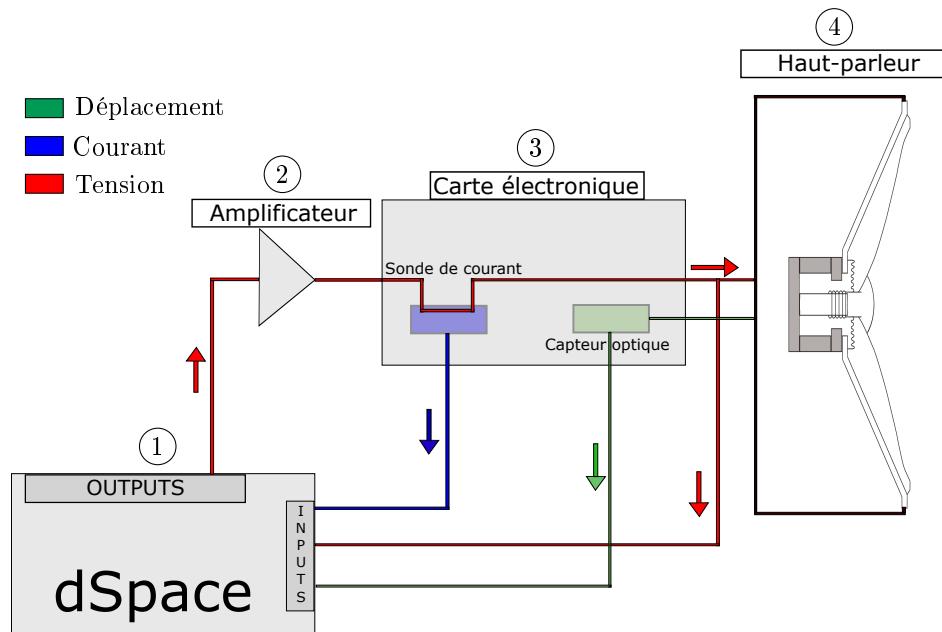


FIGURE 2.1 – Schéma de principe du banc expérimental.

Carte entrées/sorties

La carte dSpace ① dispose d'entrées/sorties analogiques avec convertisseurs 16 bits permettant la commande du haut-parleur en tension et l'acquisition des signaux mesurés. Un algorithme programmé sous Simulink peut être implanté sur la carte (qui inclut des DSP) et exécuté en temps réel. Les spécifications de la carte sont consignées en annexe B.1.

Mise en fonctionnement

La carte entrée/sortie dSPace ① génère un signal en tension, paramétrable depuis une interface envoyé vers l'amplificateur audio ②. Le signal en sortie de l'amplificateur alimente le haut-parleur ④, conditionné dans une enceinte.

Chaîne d'acquisition

Des capteurs de tension, courant et déplacement sont installés dans la chaîne de mesure. Ils sont détaillés en section 2.1.3. Les signaux issus de ces capteurs sont envoyés vers une carte électronique ③, qui les conditionne à une acquisition via la plateforme dSPace ①.

Protection contre les surtensions

Un circuit de protection (non représenté sur le schéma 2.1) a été élaboré aussi pendant le stage afin d'éviter la détérioration du haut-parleur suite à des surtensions. L'alimentation du haut-parleur est automatiquement stoppée si la tension injectée dépasse un seuil, paramétrable via un microcontrôleur Arduino Micro. Le schéma électrique de ce circuit est consigné en annexe B.2.

2.1.2 Le haut-parleur conditionné

Le modèle de haut-parleur étudié est un woofer de la marque SICA. La fiche technique de ce transducteur spécifie un taux de distorsion harmonique (THD) de plus de **10%** lorsque l'amplitude de déplacement de la membrane dépasse **1.5 mm**. C'est dans ce régime de fonctionnement que les non-linéarités influent significativement sur la réponse.

Le haut-parleur concerné est présenté figure 2.2, ses détails techniques sont consignés en annexe B.4.



FIGURE 2.2 – Le haut-parleur étudié : le SICA 3 L 0,8 SL 8 Ω.

Ce haut-parleur est conditionné dans une enceinte, présentée figure 2.3. En général, l'enceinte permet d'éviter les phénomènes de court-circuits acoustiques et de rehausser la réponse du système en basses fréquences. Dans notre étude, on cherche à isoler le système haut-parleur, c'est pourquoi l'intérieur de l'enceinte a été tapissé de matériaux absorbants pour réduire au maximum les réflexions et les phénomènes induits par l'ajout d'une caisse.

Un **capteur infrarouge** a été monté au dos du haut-parleur, il sera détaillé dans la section suivante.

Enfin, le haut-parleur est encastré dans une plaque rigide, elle-même vissée sur la caisse. Deux traversées étanchéifiées de câbles ont été réalisées dans la plaque pour laisser passer l'alimentation et le signal provenant du capteur de position. L'ensemble plaque/enceinte est rendu étanche par un joint en silicone.



FIGURE 2.3 – A gauche, la caisse capitonnée de matériaux absorbants. Au centre, le haut-parleur encastré dans une plaque rigide, vissée à la caisse. A droite, la tige du capteur optique au dos du haut-parleur.

2.1.3 Capteurs et carte électronique

Capteur de position infrarouge

Un capteur optique est positionné au dos du haut-parleur, au bout d'une tige en acier permettant une placement proche de la membrane. Ce capteur est constitué d'une photodiode et d'un phototransistor, dont le courant est fonction de la quantité de lumière infrarouge reçue.

Au moyen d'une cible réfléchissante fixée sur la face interne de la membrane, on obtient un capteur dont le courant varie en **fonction de la position** de la membrane. Une photographie de ce capteur monté sur le haut-parleur est présentée en figure 2.4.

Capteur de courant à effet Hall

La mesure du courant s'effectue de manière non intrusive grâce à cette sonde LTS6 NP de la marque LEM. Le courant d'alimentation du haut-parleur traverse la sonde et est appliqué à un enroulement de circuit magnétique, induisant une tension proportionnelle au courant traversant et au nombre de spires. Un dessin de la sonde est présenté figure 2.4.

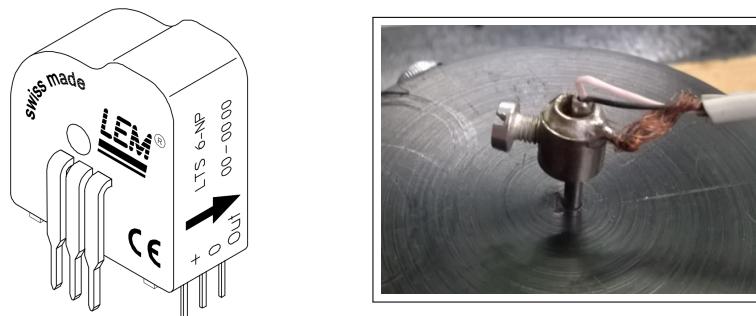


FIGURE 2.4 – A gauche, la sonde de courant à effet Hall LTS6 NP. A droite, la tige en acier au bout de laquelle est fixé le capteur optique ITR8307, au dos du haut-parleur.

Carte électronique de conditionnement

On cherche à adapter les différentes quantités mesurées à une acquisition analogique sur la gamme +/- 10V

via la plateforme dSpace. La carte est présentée en figure 2.5. Elle inclut notamment :

- une alimentation stabilisée +7V,
- un régulateur de tension +5V,
- des condensateurs de découplage,
- un support pour la sonde de courant,
- un conditionnement du signal optique par un montage détaillé en annexe B.5.

L'ensemble de la carte est monté dans un boîtier avec connectiques BNC.

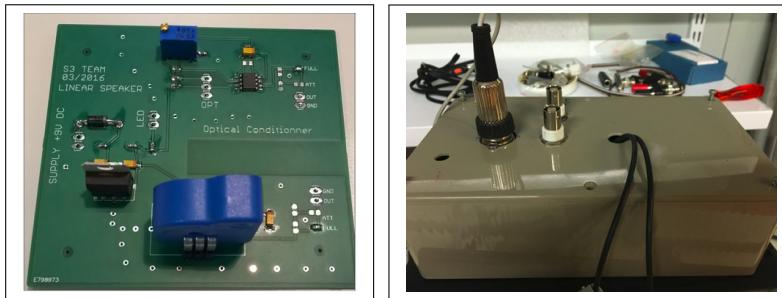


FIGURE 2.5 – A gauche, la carte électronique conçue pour le conditionnement des signaux de déplacement, courant et tension. A droite, le boîtier avec connectiques BNC pour les signaux de sortie.

La chaîne d'acquisition des trois signaux d'intérêt est schématisée en figure 2.6. Les courbes d'étalonnage des capteurs de position (optique) et de courant sont capitaux : ils sont annexés en B.3.

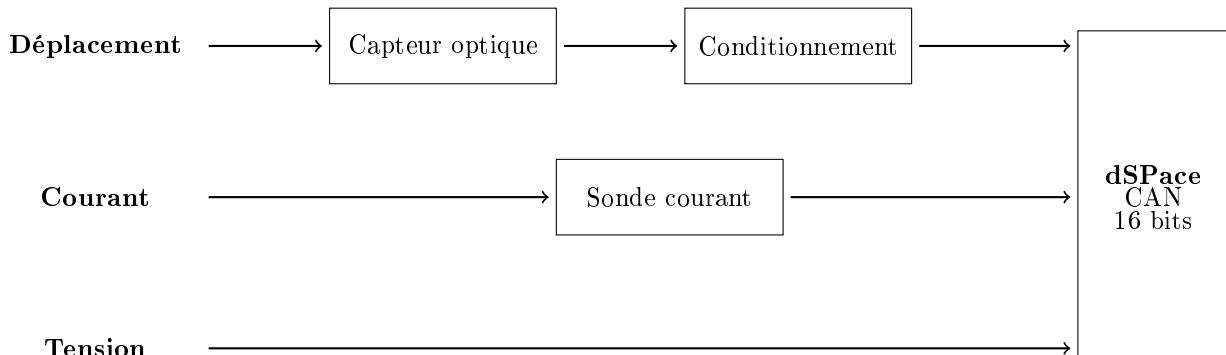


FIGURE 2.6 – Chaîne d'acquisition des quantités mesurées.

L'acquisition et la génération des signaux se configurent tout d'abord sous le logiciel Simulink, jumelé avec la plateforme dSpace. On définit de cette façon les entrées/sorties utilisées sur la carte, la période d'échantillonnage souhaitée, ainsi qu'un scénario de mesure. Ce scénario est implanté sur la carte dSpace, puis exécuté en boucle. Les signaux sont ensuite visualisés et contrôlés via l'interface ControlDesk, fourni par dSpace.

2.2 Mesures des paramètres et des caractéristiques

2.2.1 Caractéristique du couplage électro-mécanique

Principe

La force de Laplace entraînant le mouvement la bobine dépend de la position x de la bobine dans l'entrefer et du courant injecté i : $F_{BL} = Bl(x).i$. La mesure de la caractéristique de couplage $Bl(x)$ repose sur deux expériences successives :

Expérience #1 : L'enceinte est placée en position couchée. Dans cette configuration, les forces appliquées au système haut-parleur sont représentées en figure 2.7. Le bilan des forces projeté sur l'axe de révolution du haut-parleur s'écrit :

$$\underbrace{Bl(x).i_1}_{\textcolor{red}{F_{Bl1}}} = f_{\text{susp}}(x) + \underbrace{mg}_{P_1}, \quad (2.1)$$

avec f_{susp} la force de rappel de la suspension, mg le poids dû à la masse de la membrane et i_1 le courant continu injecté dans le haut-parleur.

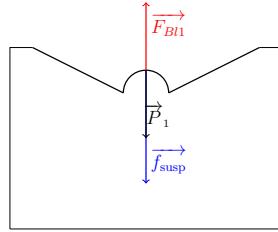


FIGURE 2.7 – Représentation schématique de l'expérience #1.

Expérience #2 : L'enceinte est laissée en position couchée. Une masselotte M est ajoutée sur le dôme de la membrane du haut-parleur. Dans cette configuration, les forces appliquées au système haut-parleur sont représentées en figure 2.8. Le bilan des forces s'écrit :

$$\underbrace{Bl(x).i_2}_{\textcolor{red}{F_{Bl2}}} = f_{\text{susp}}(x) + \underbrace{(m+M)g}_{P_2}, \quad (2.2)$$

avec f_{susp} la force de rappel de la suspension, $(M+m)g$ le poids dû à la masse de la membrane et à la masse M et i_2 le courant continu injecté.

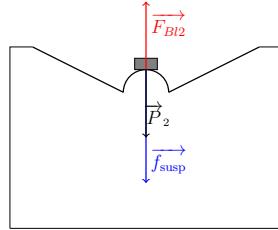


FIGURE 2.8 – Représentation schématique de l'expérience #2.

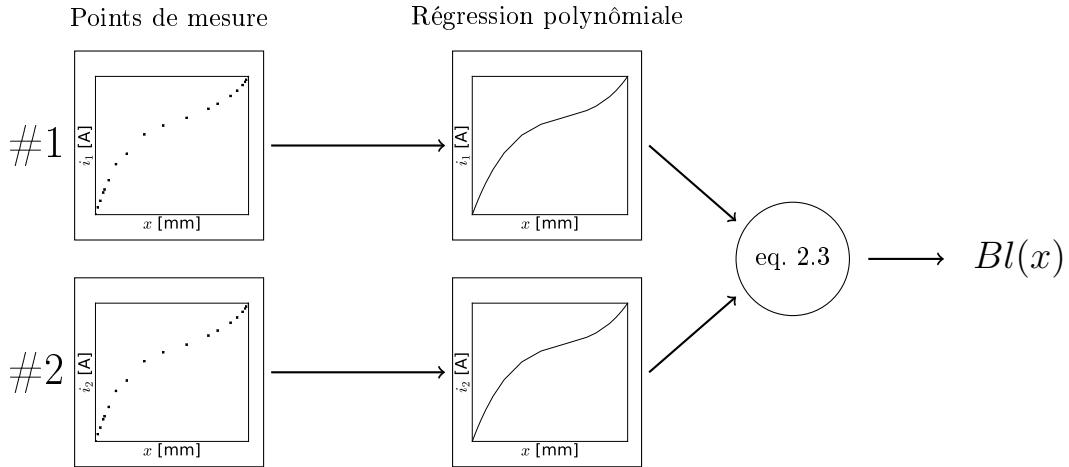
En mesurant le courant et la position pour chaque expérience, on peut déterminer la caractéristique de couplage $Bl(x)$ grâce à (2.1)- (2.2) :

$$Bl(x) = \frac{Mg}{i_2 - i_1}. \quad (2.3)$$

Mesure et modèle paramétrique

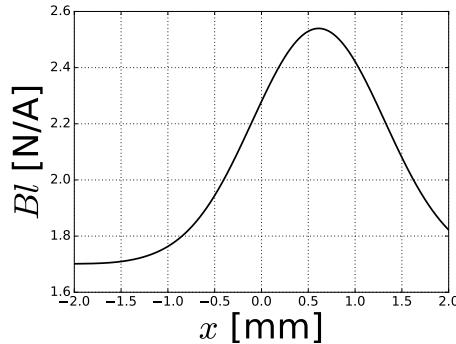
Les expériences #1 et #2 sont réalisées dans un processus **quasi-statique** : un courant continu i est injecté dans le haut-parleur, puis la position x de la membrane est mesurée. On réitère cette manipulation dans la gamme de courant [-0.5 , 0.5] Ampères pour obtenir différents points de mesure (colonne de gauche en figure 2.9).

On applique ensuite une régression polynomiale d'ordre 3 pour les nuages de points obtenus lors des deux expériences (colonne de droite en figure 2.9). On obtient ainsi deux fonctions courant/position : $i_1(x)$ et $i_2(x)$, qui correspondent respectivement aux deux expériences décrites plus haut. Ce sont ces fonctions qui sont injectées dans l'équation 2.3 pour déterminer la caractéristique $Bl(x)$.


 FIGURE 2.9 – Processus mis en oeuvre pour la détermination du couplage $Bl(x)$.

La caractéristique $Bl(x)$ obtenue est présentée en figure 2.10. Trois remarques sont à noter :

- la courbe a l'allure d'une fonction Gaussienne : ce résultat est attendu et correspond bien qualitativement aux exemples dans la littérature [11],
- on remarque une symétrie non centrée en 0 : ceci signifie que la position de repos de la bobine n'est pas au milieu de l'entrefer,
- les données constructeur spécifient un couplage de valeur **2.99 V/A**, ce qui est plus élevé que le maximum mesuré, de 2.52 V/A.


 FIGURE 2.10 – Mesure du couplage électromécanique Bl en fonction de la position de la membrane.

2.2.2 Caractéristique de la suspension de la membrane

Principe

La force de rappel liée à la suspension de la membrane est non-linéairement dépendante de la position x de la membrane. Le protocole de mesure de cette caractéristique de suspension est assez similaire à celui du couplage électro-mécanique : on place cette fois l'enceinte en position verticale, de cette façon le poids de la membrane n'intervient pas dans le bilan des forces :

$$\underbrace{Bl(x).i}_{F_{Bl}} = f_{\text{susp}}(x). \quad (2.4)$$

L'énergie potentielle $h_{\text{susp}}(x)$ liée à la suspension de la membrane peut être déterminée par intégration¹ de l'équation 2.4. On peut donc déterminer la force de rappel $f_{\text{susp}}(x)$ pour une position q_{susp} mesurée : elle est fonction du couplage électro-mécanique défini précédemment et du courant mesuré.

Mesure et modèle paramétrique

Comme pour la section précédente, l'expérience est réalisée dans un processus **quasi-statique**, pour la même gamme de courant [-0.5 , 0.5] Ampères. Une régression polynomiale d'ordre 3 est appliquée sur les points de mesure, de manière à intégrer l'expression obtenue pour obtenir l'énergie h_{susp} .

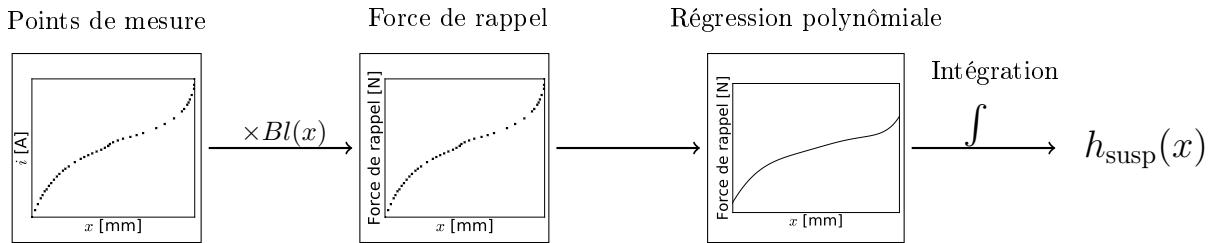


FIGURE 2.11 – Processus mis en oeuvre pour la détermination de la caractéristique de suspension.

Les résultats de mesure sont présentés en figure 2.12. Les points suivants sont à noter :

- la force de rappel (à gauche) a l'allure d'un polynôme d'ordre 3 : la membrane a un comportement raidissant plus on s'éloigne de la position d'équilibre,
- on remarque un comportement légèrement plus raidissant proche du point d'équilibre : celui-ci peut être lié à un phénomène appelé "point dur", connu de l'industrie mais relativement absent de la littérature scientifique. Dans notre étude, il est négligé lors de la régression polynomiale (mais ceci sera revu lors de futurs travaux).

1. L'énergie étant nulle en 0 et positive sinon : on parle de fonction définie positive. La force de rappel dérivant de l'énergie est une fonction croissante (et donc bijective) : l'énergie est donc ici une fonction convexe (de la position).

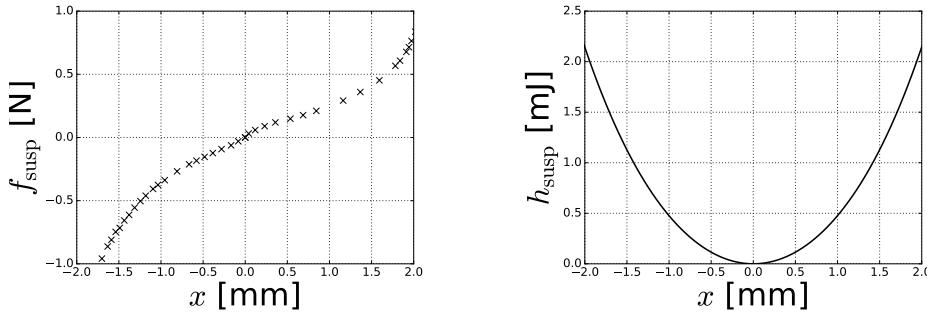


FIGURE 2.12 – Mesure de la caractéristique de suspension mécanique. A gauche, la force de rappel en fonction de la position de la membrane. A droite, l'énergie potentielle de raideur en fonction de la position.

2.2.3 Paramètres physiques

Les caractéristiques mesurées en sections 2.2.1 et 2.2.2 montrent le comportement du couplage et de la suspension du haut-parleur sur une grande plage d'excitation : on atteint des déplacements de membrane de 2mm. Cependant, la méthode permettant de déterminer les paramètres linéaires du modèle [21] est uniquement valable pour de petits signaux, c'est-à-dire, pour de faibles niveaux d'excitation. Il est donc nécessaire de définir une **plage de mesure "petit signal"**.

La figure 2.13 superpose la raideur statique de la suspension (en haut) et le couplage électromécanique (en bas). On cherche à déterminer les domaines de fonctionnement linéaire de ces deux caractéristiques.

Les domaines linéaires de la suspension sont représentés en orange sur la figure ① de 2.13, de part et d'autre de l'origine. Ils correspondent à un ratio $\frac{f_{\text{susp}}(x)}{x}$ constant. On remarque que l'origine n'est pas incluse dans ce domaine, dû à la présence du point dur évoqué plus haut.

Le couplage électromécanique est en fonctionnement "petit signal" autour du point d'équilibre de la bobine, qui est ici décentré de 0.6 mm.

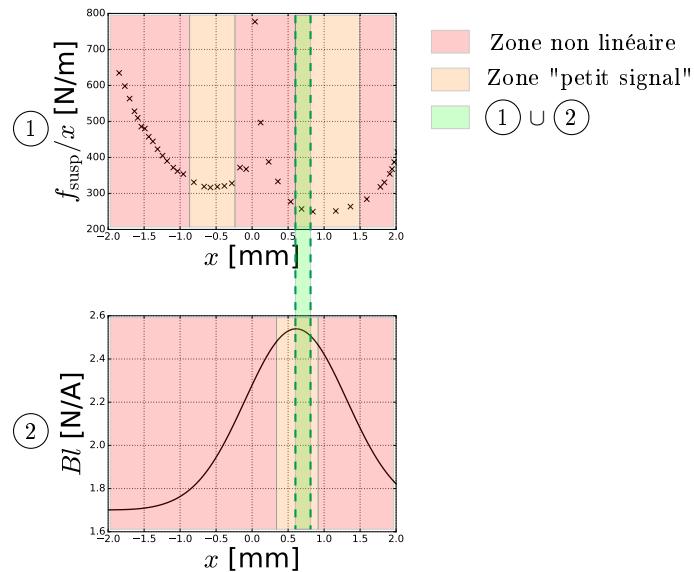


FIGURE 2.13 – Détermination du régime "petit signal" pour le fonctionnement linéaire du haut-parleur.

L'union de ces deux zones "petit signal" offre une plage de mesure **restreinte et non centrée sur la**

position d'équilibre, en vert sur la figure 2.13. En principe, le protocole de mesure devrait comprendre un offset pour compenser le décentrage, comme schématisé en figure 2.14. Pour des raisons d'ordre pratique, on s'est limité dans ce stage à une mesure "petit signal" standard, avec de faibles niveaux d'excitation et centrée sur l'origine (ceci sera aussi revu dans de futurs travaux).

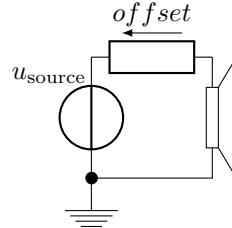


FIGURE 2.14 – Compensation électrique permettant d'effectuer des mesures sur la plage "petit signal".

Le fonctionnement du haut-parleur à faible niveau d'excitation autorise une approximation linéaire de notre modèle de haut-parleur, et donc la mesure de **fonctions de transfert** (relation entrée/sortie linéaire).

On mesure ainsi l'impédance électrique $Z_{EL} = \frac{u_{source}(f)}{i_{source}(f)}$ et l'impédance mécanique $Z_{ME} = \frac{v_{susp}(f)}{i_{source}(f)}$, dans les conditions de mesure récapitulées en tableau 2.1.

Remarque : La détermination des paramètres de Thiele & Small s'effectue généralement par la mesure de l'impédance électrique Z_{EL} dans deux conditions différentes (deux mesures successives). Pour notre étude, l'installation du capteur optique sur le haut-parleur donne accès à l'impédance mécanique Z_{ME} , ce qui permet de déterminer les paramètres à partir d'une unique mesure.

Excitation	Bruit blanc, amplitude 5V
Temps d'acquisition	2s
Moyennages	100, linéaire

TABLE 2.1 – Paramètres de la mesure des fonctions de transferts Z_{EL} et Z_{ME} .

Les fonctions de transfert obtenues sont présentées en figure 2.15. On observe la fréquence de résonance du système sur Z_{EL} , correspondant au saut de phase autour de 152 Hz et au pic d'amplitude. L'allure de cette courbe d'impédance est typiquement celle d'un woofer, on la retrouve aisément dans la littérature [3]. La fonction de transfert Z_{ME} présente également une résonance, qui sera exploitée par la suite.

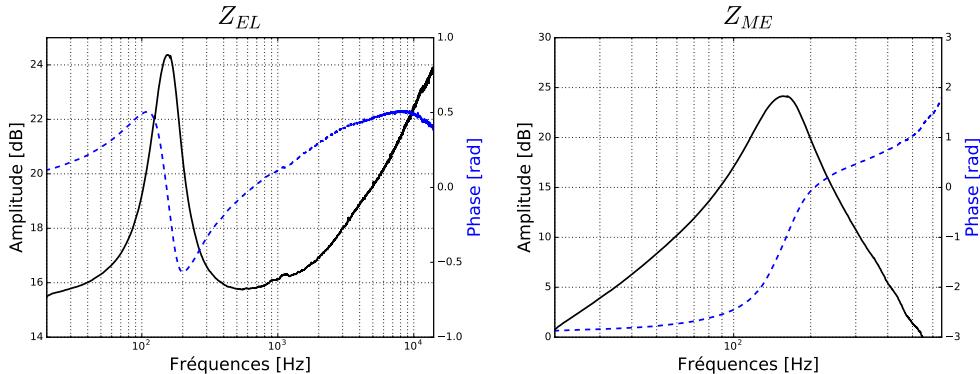


FIGURE 2.15 – Mesure des fonctions de transfert Z_{EL} (à gauche) et Z_{ME} (à droite).

La méthode employée pour la détermination des paramètres, détaillée en annexe B.6, repose sur la mesure de ces deux impédances. Les résultats sont comparés avec les données constructeur dans le tableau 2.2.

Les données constructeurs sont obtenues dans le cas où le haut-parleur est baffle, ce qui explique au moins

en partie les écarts de résultats avec le haut-parleur d'étude (qui est conditionné dans une enceinte close). La charge acoustique vient également modifier la raideur et la masse équivalente.

Paramètre	Mesure	Fiche technique
R_e	5.93 Ω	5.70 Ω
f_s	152.2 Hz	156 Hz
R_m	0.68 N.m.s $^{-1}$	0.406 N.m.s $^{-1}$
L_e	3.29 mH	0.11 mH
M_m	10 g	1.9 g

TABLE 2.2 – Estimation des paramètres de Thiele & Small par des mesures d’impédances caractéristiques.

Les différentes mesures réalisées dans cette section fournissent une estimation du modèle de haut-parleur établi. On utilisera pour la simulation les caractéristiques de suspension et de couplage mesurées, mais les paramètres linéaires du modèle seront issus des données constructeurs spécifiées dans la fiche technique.

Chapitre 3

Formulation passive à bilan de puissance équilibré

Ce chapitre traite du formalisme adopté pour représenter le modèle de haut-parleur établi en section 1.2.2. Les systèmes Hamiltoniens à Ports [8] [19] fournissent une représentation d'état structurée d'un système dynamique. Cette structure ne change en rien le modèle physique, mais diffère de l'approche classique : elle s'appuie sur l'énergie du système et son bilan de puissance. Cette propriété sera exploitée lors de la définition du modèle et des simulations.

3.1 Systèmes Hamiltoniens à Ports

Considérons une représentation d'état classique d'un système dynamique pour un vecteur d'état X :

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = f(X(t), u(t)), \\ y = g(X(t), u(t)), \end{cases} \quad (3.1)$$

où f et g sont des fonctions à valeurs réelles et de dimensions appropriées.

Le formalisme d'un système dynamique par les Systèmes Hamiltoniens à Ports est également une représentation d'état, similaire à celle présentée équation 3.1. On montrera dans la suite de cette section la construction de ce formalisme, qui repose sur l'exploitation du bilan de puissance du système.

Pour un système passif (qui ne crée pas d'énergie), ce bilan de puissance s'écrit :

$$\mathcal{P}_S = \mathcal{P}_{EXT} - \mathcal{D}. \quad (3.2)$$

où \mathcal{P}_{EXT} est la puissance extérieure apportée au système via ses ports d'entrées/sorties (définie négative par convention), \mathcal{D} est la puissance dissipée et \mathcal{P}_S la puissance stockée par le système.

• Puissance dissipée

Une puissance peut toujours s'exprimer comme le produit d'un flux et d'un effort. Par exemple, la puissance dissipée par une résistance électrique respectant la loi d'Ohm $U_{res} = Ri_{res}$ peut s'écrire :

$$\mathcal{D}_{res} = i_{res} \cdot U_{res}, \quad (3.3)$$

où i_{res} est le courant (flux) traversant le composant et U_{res} la tension (effort) induite à ses bornes. On généralise donc, dans un cas vectoriel, pour un composant dissipatif :

$$\boxed{\mathcal{D} = \mathbf{w}^T Z(\mathbf{w})}. \quad (3.4)$$

Avec \mathbf{w} un vecteur de variables liées à un vecteur de lois constitutives $Z(\mathbf{w})$. En reprenant le cas de la résistance électrique, on obtient $\mathbf{w} = i_{res}$ et $Z(\mathbf{w}) = Ri_{res} = U_{res}$, la loi d'Ohm est donc encodée dans $Z(\mathbf{w})$.

• **Puissance stockée**

La puissance stockée est égale à la variation temporelle de l'énergie du système. Cette énergie est liée au vecteur d'état X défini équation 1. Par exemple, si une composante de X est une élévation, l'énergie développée sera une énergie potentielle de ressort. On note $\mathcal{H}(X)$ l'énergie associée au vecteur d'état X . La puissance stockée s'exprime :

$$\mathcal{P}_S = \frac{d}{dt} \mathcal{H}(X). \quad (3.5)$$

Par règle de dérivation en chaîne, on obtient :

$$\boxed{\mathcal{P}_S = \nabla \mathcal{H}(X)^T \frac{dX}{dt}}, \quad (3.6)$$

avec $\nabla \mathcal{H}(X) = \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial X_1} \\ \dots \\ \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial X_n} \end{pmatrix}$, le gradient de l'énergie du système.

Prenons l'exemple d'un ressort développant une force de rappel linéaire, dépendante d'un état : le déplacement q . L'énergie stockée par un tel système est une énergie potentielle quadratique $\mathcal{H}(q) = \frac{k}{2}q^2$, avec k la constante de raideur. Calculons la puissance stockée :

$$\mathcal{P}_S = kq \cdot \frac{dq}{dt}. \quad (3.7)$$

On retrouve bien la dualité flux/effort énoncée plus haut : $\frac{dq}{dt}$ est une vitesse (flux) et kq est la force de rappel (effort).

• **Puissance externe**

La puissance externe peut également être exprimée comme un produit flux×effort. Soit u l'entrée d'un système et y sa sortie, la puissance externe apportée au système s'exprime :

$$\boxed{\mathcal{P}_{EXT} = u^T y.} \quad (3.8)$$

Par exemple, une tension u appliquée sur un système induira un courant i , le produit des deux restituant bien la puissance externe.

Exprimons le bilan de puissance défini équation 3.2 avec les nouvelles expressions équations 3.4, 3.6 et 3.8 :

$$\underbrace{\nabla \mathcal{H}(X)^T \frac{dX}{dt}}_{\mathcal{P}_S} + \underbrace{Z(w)^T w}_{\mathcal{D}} - \underbrace{u^T y}_{\mathcal{P}_{EXT}} = 0. \quad (3.9)$$

Une des propriétés principales des Systèmes Hamiltoniens à Ports est de conserver ce bilan de puissance dans leur formulation.

Le formalisme en Systèmes Hamiltoniens à Ports est établi comme suit :

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \frac{dX}{dt} \\ w \\ -y \end{pmatrix}}_A = S \underbrace{\begin{pmatrix} \nabla \mathcal{H}(X) \\ Z(w) \\ u \end{pmatrix}}_B. \quad (3.10)$$

Cette formulation représente bien un système dynamique, puisqu'on a une relation du type $\frac{dX}{dt} = f(X)$.

On remarque que le système est structuré d'une manière particulière : la première ligne correspond exactement aux quantités "conservatives" du système $\frac{dX}{dt}, \nabla \mathcal{H}(X)$, la seconde ligne aux quantités "dissipatives" $w, Z(w)$ et la troisième aux entrées/sorties y, u .

Pour que ce formalisme encode le bilan de puissance énoncé équation 3.9, A et B doivent respecter la condition suivante :

$$B^T A = B^T S B = 0. \quad (3.11)$$

Or $B^T S B = 0$ est vrai si et seulement si S est **anti-symétrique**, c'est à dire $S = -S^T$.

Le formalisme en SHP connecte donc les parties conservatives, dissipatives et externes du système par une matrice anti-symétrique, qui représente les **connexions** entre les différents composants de notre système.

3.2 Exemple d'un pendule non linéaire

Prenons le cas d'un pendule simple non linéaire, dont la dynamique est régie par l'équation suivante :

$$J\ddot{\theta} + f\dot{\theta} + mg\sin(\theta) = u, \quad (3.12)$$

où θ est la position angulaire et $\dot{\theta}$ sa dérivée temporelle.

J	Moment d'inertie [$kg.m^2$]
f	Coefficient de frottements [$kg.m^2.s^{-1}$]
m	Masse du pendule [kg]
l	Longueur du pendule [m]
u	Couple fourni au système [$N.m$]
g	Accélération de pesanteur [$m.s^{-2}$]

Remarque : Linéariser ce système reviendrait à simplifier $\sin(\theta)$ par θ , et serait uniquement valable pour de petits signaux.

Listons les énergies stockées par le pendule :

- énergie potentielle : $h_p(\theta) = mgl(1 - \cos(\theta)) \quad (= \int_0^\theta mgl \sin \theta d\theta)$,
- énergie cinétique : $h_c(J\dot{\theta}) = \frac{(J\dot{\theta})^2}{2J}$.

Le vecteur d'état du système est donc $X = \begin{pmatrix} \theta \\ J\dot{\theta} \end{pmatrix}$, et son énergie $\mathcal{H}(X) = h_p + h_c$.

Calculons le gradient de l'énergie du système :

$$\nabla \mathcal{H}(X) = \begin{pmatrix} mg\sin(\theta) \\ \dot{\theta} \end{pmatrix}. \quad (3.13)$$

Remarque : $\frac{dX}{dt} = \begin{pmatrix} \dot{\theta} = \text{vitesse} \\ J\ddot{\theta} = \text{moment} \end{pmatrix}$ et $\nabla \mathcal{H}(X) = \begin{pmatrix} mgl \sin(\theta) = \text{moment} \\ \dot{\theta} = \text{vitesse} \end{pmatrix}$, on retrouve bien la dualité flux/effort évoquée en section 3.1.

Listons ensuite les lois de dissipation présentes dans le système :

- $Z_f(\dot{\theta}) = f\dot{\theta}$.

La variable de dissipation est donc $w = \dot{\theta}$ et la loi constitutive est $Z(w) = Z_f(w)$.

On peut donc représenter le système par le formalisme en SHP décrit équation 3.10 :

$$\begin{pmatrix} \frac{dX_1}{dt} = \dot{\theta} \\ \frac{dX_2}{dt} = J\ddot{\theta} \\ w = \dot{\theta} \\ -y \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} \partial_{J\dot{\theta}} h_p = mg\sin(\theta) \\ \partial_{\theta} h_c = \dot{\theta} \\ Z_f = f\dot{\theta} \\ u \end{pmatrix}. \quad (3.14)$$

La matrice antisymétrique S se détermine simplement à partir de l'équation 3.12 et de l'égalité des vitesses angulaires entre le membre de gauche et de droite. Il vient aisément :

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.15)$$

Conclusion : Aucune quantité physique n'apparaît dans S . Cette matrice représente uniquement les interconnexions entre les parties conservatives, dissipatives et externes du système.

La **non-linéarité** du système est directement encodée dans le gradient de l'énergie potentielle ∇h_p . Le côté modulaire du formalisme est mis en évidence : on pourrait aisément modifier la loi constitutive régissant l'énergie potentielle du système, et donc son comportement non linéaire. Cette propriété des SHP sera amplement utilisée dans la définition du modèle de haut-parleur.

3.3 Haut-parleur

3.3.1 Modèle linéaire en Systèmes Hamiltoniens à Ports

Tout d'abord, rappelons le circuit électro-mécanique du modèle considéré :

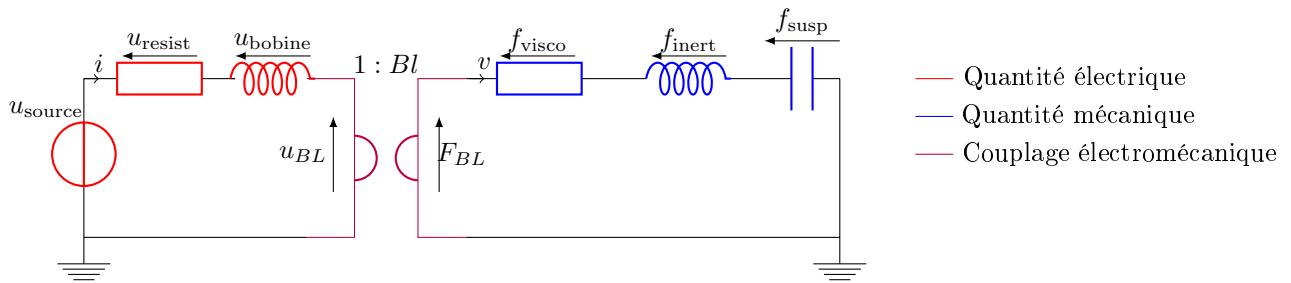


FIGURE 3.1 – Circuit électromécanique du haut-parleur, modèle de Thiele & Small (rappel).

Ce système comporte trois composants stockant de l'énergie (la bobine, l'inertie et la suspension), deux composants dissipatifs (résistance électrique et frottements) et un composant externe (source).

Listons les énergies stockées par le système :

- l'énergie potentielle de la suspension, dépendante de la position q_{susp} de la membrane :

$$h_{\text{susp}}(q_{\text{susp}}) = \frac{q_{\text{susp}}^2}{2C_m},$$

- l'énergie cinétique liée à la quantité de mouvement p_{inert} de la masse :

$$h_{\text{inert}}(p_{\text{inert}}) = \frac{p_{\text{inert}}^2}{2M_m},$$

- l'énergie stockée par la bobine en fonction du flux de champ magnétique ϕ_{bobine} :

$$h_{\text{bobine}}(\phi_{\text{bobine}}) = \frac{\phi_{\text{bobine}}^2}{2L_e}.$$

L'énergie stockée par le haut parleur s'exprime donc $\mathcal{H}(X) = h_{\text{susp}} + h_{\text{inert}} + h_{\text{bobine}}$, avec $X = \begin{pmatrix} q_{\text{susp}} \\ p_{\text{inert}} \\ \phi_{\text{bobine}} \end{pmatrix}$.

Calculons le gradient de l'énergie stockée :

$$\nabla \mathcal{H}(X) = \begin{pmatrix} \frac{\partial_q h_{\text{susp}}}{\partial_p h_{\text{inert}}} \\ \frac{\partial_p h_{\text{inert}}}{\partial_\phi h_{\text{bobine}}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{q_{\text{susp}}}{C_m} \\ \frac{p_{\text{inert}}}{M_m} \\ \frac{\phi_{\text{bobine}}}{L_e} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_{\text{susp}} \\ v_{\text{inert}} \\ i_{\text{bobine}} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{l} \text{effort} \\ \rightarrow \text{flux} \\ \rightarrow \text{flux} \end{array} . \quad (3.16)$$

Calculons la dérivée temporelle de l'état :

$$\frac{dX}{dt} = \begin{pmatrix} \frac{dq_{\text{susp}}}{dt} = v_{\text{susp}} \\ \frac{dp_{\text{inert}}}{dt} = f_{\text{inert}} \\ \frac{d\phi_{\text{bobine}}}{dt} = u_{\text{bobine}} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{l} \text{flux} \\ \rightarrow \text{effort} \\ \rightarrow \text{effort} \end{array} . \quad (3.17)$$

On retrouve donc bien la dualité flux/effort entre $\frac{dX}{dt}$ et $\nabla \mathcal{H}(X)$ évoquée en section 3.1.

Intéressons nous maintenant aux composants dissipatifs :

- loi de dissipation liée à la résistance électrique :

$$u_{\text{resist}} = R_e \cdot i_{\text{resist}},$$

- loi de dissipation liée aux frottements visqueux :

$$f_{\text{visco}} = R_m \cdot v_{\text{visco}}.$$

On notera donc $w = \begin{pmatrix} i_{\text{resist}} \\ v_{\text{visco}} \end{pmatrix} \rightarrow \text{flux}$ et $Z(w) = \begin{pmatrix} R_e \cdot i_{\text{resist}} = u_{\text{resist}} \\ R_m \cdot v_{\text{visco}} = f_{\text{visco}} \end{pmatrix} \rightarrow \text{effort}$.

Enfin, le port externe est défini à partir de la tension d'entrée $u = u_{\text{source}}$. Pour obtenir la puissance externe, la sortie y doit nécessairement être le flux associé i_{source} tel que $\mathcal{P}_{EXT} = i_{\text{source}} \cdot u_{\text{source}}$.

On peut donc établir le formalisme en SHP défini équation 3.10 :

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \frac{dq_{\text{susp}}}{dt} \\ \frac{dp_{\text{inert}}}{dt} \\ \frac{d\phi_{\text{bobine}}}{dt} \\ i_{\text{resist}} \\ v_{\text{visco}} \\ -i_{\text{source}} \end{pmatrix}}_A = \underbrace{\begin{pmatrix} v_{\text{susp}} \\ f_{\text{inert}} \\ u_{\text{bobine}} \\ i_{\text{resist}} \\ v_{\text{visco}} \\ -i_{\text{source}} \end{pmatrix}}_B = S \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{\partial_q h_{\text{susp}}}{\partial_p h_{\text{inert}}} \\ \frac{\partial_p h_{\text{inert}}}{\partial_\phi h_{\text{bobine}}} \\ u_{\text{resist}} \\ f_{\text{visco}} \\ u_{\text{source}} \end{pmatrix}}_S = S \underbrace{\begin{pmatrix} f_{\text{susp}} \\ v_{\text{inert}} \\ i_{\text{bobine}} \\ u_{\text{resist}} \\ f_{\text{visco}} \\ u_{\text{source}} \end{pmatrix}}_B. \quad (3.18)$$

La détermination de la matrice S se fait simplement en appliquant les relations suivantes pour chaque ligne du système :

$$\begin{aligned} v_{\text{susp}} &= v_{\text{inert}}, \\ -f_{\text{inert}} &= -f_{\text{susp}} + Bl \cdot i_{\text{bobine}} - f_{\text{visco}}, \\ u_{\text{bobine}} &= -Bl \cdot v_{\text{visco}} - u_{\text{resist}} + u_{\text{source}}, \\ i_{\text{resist}} &= i_{\text{bobine}}, \\ v_{\text{visco}} &= v_{\text{inert}}, \\ -i_{\text{source}} &= -i_{\text{bobine}}. \end{aligned}$$

On peut ainsi en déduire la matrice S , qui vient interconnecter les composants du système de la manière suivante :

$$\underbrace{\begin{pmatrix} v_{\text{susp}} \\ f_{\text{inert}} \\ u_{\text{bobine}} \\ i_{\text{resist}} \\ v_{\text{visco}} \\ -i_{\text{source}} \end{pmatrix}}_A = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & Bl & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -Bl & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_S \underbrace{\begin{pmatrix} f_{\text{susp}} \\ v_{\text{inert}} \\ i_{\text{bobine}} \\ u_{\text{resist}} \\ f_{\text{visco}} \\ u_{\text{source}} \end{pmatrix}}_B. \quad (3.19)$$

Remarque : On retrouve bien une matrice S antisymétrique, dans laquelle sont uniquement présentes les interconnexions entre les composants et les couplages multiphysiques.

3.3.2 Modèle non linéaire en Systèmes Hamiltoniens à Ports

Le circuit électro-mécanique étudié dans le cas non linéaire est rappelé en figure 3.2. On rappelle également que le modèle non linéaire considéré diffère du modèle de Thiele & Small sur deux points :

- le couplage électro-mécanique est de la forme $Bl(q_{\text{susp}})$. Il apparaîtra dans la matrice d'interconnexions S , sans changer sa propriété antisymétrique,
- le comportement de la suspension est raidissant, son énergie potentielle de rappel n'est pas de forme quadratique ($h_{\text{susp}} \neq \frac{q_{\text{susp}}^2}{2C_m}$). Cependant, l'énergie vérifie toujours la relation $f_{\text{susp}} = \partial_q h_{\text{susp}}$. Bien que l'expression de l'énergie soit différente, on conserve donc la même structure que le modèle linéaire.

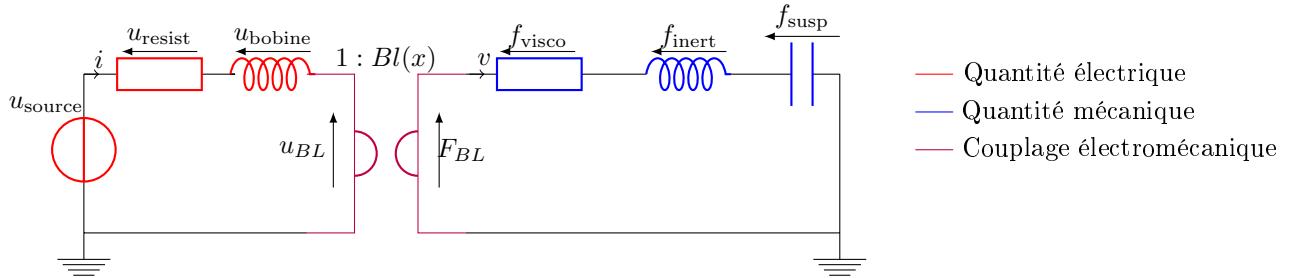


FIGURE 3.2 – Circuit électromécanique du haut-parleur, modèle non linéaire.

Le formalisme en Systèmes Hamiltoniens à Ports du modèle de haut-parleur non linéaire est défini comme suit :

$$\begin{pmatrix} \frac{dX}{dt} \\ w \\ -y \end{pmatrix} \equiv \underbrace{\begin{pmatrix} v_{\text{susp}} \\ f_{\text{inert}} \\ u_{\text{bobine}} \\ i_{\text{resist}} \\ v_{\text{visco}} \\ -i_{\text{source}} \end{pmatrix}}_A = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & Bl(q_{\text{susp}}) & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -Bl(q_{\text{susp}}) & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_S \underbrace{\begin{pmatrix} f_{\text{susp}} \\ v_{\text{inert}} \\ i_{\text{bobine}} \\ u_{\text{resist}} \\ f_{\text{visco}} \\ u_{\text{source}} \end{pmatrix}}_B \equiv \begin{pmatrix} \nabla \mathcal{H}(X) \\ Z(w) \\ u \end{pmatrix}. \quad (3.20)$$

où $\mathcal{H}(X) = h_{\text{susp}}(q_{\text{susp}}) + h_{\text{inert}}(p_{\text{inert}}) + h_{\text{bobine}}(\phi_{\text{bobine}})$, avec h_{susp} non quadratique.

Remarque : La structure en SHP du haut-parleur non linéaire est la même que celle du système linéaire. Ce formalisme interconnecte des flux et des efforts, et la non-linéarité de la suspension est incluse dans l'expression de son énergie h_{susp} (dont le gradient donne f_{susp}). Ainsi, il suffit de définir les expressions $Bl(q_{\text{susp}})$ et $h_{\text{susp}}(q_{\text{susp}})$ par les deux caractéristiques non linéaires mesurées pour obtenir notre modèle de haut-parleur non linéaire. Dans le cas du haut-parleur linéaire, on définira Bl constant et h_{susp} quadratique.

L'antisymétrie de S conserve l'égalité $B^T A = 0$, qui s'écrit ici :

$$\underbrace{f_{\text{susp}} \cdot v_{\text{susp}} + v_{\text{inert}} \cdot f_{\text{inert}} + i_{\text{bobine}} \cdot u_{\text{bobine}} + u_{\text{resist}} \cdot i_{\text{resist}}}_{\mathcal{P}_S} + \underbrace{f_{\text{visco}} \cdot v_{\text{visco}} - u_{\text{source}} \cdot i_{\text{source}}}_{\mathcal{D}} - \underbrace{u_{\text{source}} \cdot i_{\text{source}}}_{\mathcal{P}_{\text{EXT}}} = 0. \quad (3.21)$$

La bilan de puissance du système est donc respecté de par la structure même du formalisme. On cherchera dans le chapitre suivant à étendre cette propriété à la simulation du haut-parleur.

Chapitre 4

Simulation à passivité et bilan de puissance garantis

4.1 Méthode numérique

4.1.1 Schéma à passivité garantie

Le passage en temps discret du formalisme en SHP s'appuie sur un schéma numérique garantissant la passivité du système. Posons $X_k = X(kT_e)$, avec k un entier et T_e la période d'échantillonage de la simulation. On approxime l'opérateur de dérivation temporelle par la différence finie (schéma d'Euler à gauche) :

$$\delta_t X_k = \frac{X_{k+1} - X_k}{T_e} = \frac{\delta X_k}{T_e}. \quad (4.1)$$

On cherche à restituer une version discrète de la variation d'énergie $\mathcal{H}(X)$ telle que le bilan de puissance du système soit respecté. Pour un hamiltonien à variables séparées, c'est à dire tel que ($[X]_j$ désigne la j -ième coordonnée de X) :

$$\mathcal{H}(X) = \sum_{j=1}^J h_j([X]_j), \quad (4.2)$$

on définit le gradient discret $\nabla^d \mathcal{H}(X_k, \delta X_k)$ par :

$$[\nabla^d \mathcal{H}]_j(X_k, \delta X_k) = \begin{cases} \frac{h_j([X_k + \delta X_k]_j) - h_j([X_k]_j)}{[\delta X_k]_j} & \text{si } [\delta X_k]_j \neq 0, \\ h'_j([X_k]_j) & \text{si } [\delta X_k]_j = 0. \end{cases} \quad (4.3)$$

Alors, en notant l'énergie $E = \mathcal{H} \circ X$, on obtient une règle de "différence finie" en chaîne :

$$\delta_t E_k = \nabla^d \mathcal{H}(X_k, T_e \delta_t X_k) \cdot \frac{\delta X_k}{T_e}. \quad (4.4)$$

Le remplacement de $\frac{d}{dt}$ et ∇ par δ_t (4.1) et ∇^d (4.3) permet de préserver un bilan de puissance nul en temps discret. En effet, considérons notre système discréteisé :

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \delta X_k / T_e \\ w_k \\ -y_k \end{pmatrix}}_{A_k} = S \underbrace{\begin{pmatrix} \nabla^d \mathcal{H}(X_k, \delta X_k) \\ Z(w_k) \\ u_k \end{pmatrix}}_{B_k}, \quad (4.5)$$

à résoudre en la "variable d'incrément" $\delta X_k = T_e \delta_t X_k$ ($= X_{k+1} - X_k$). Puisque S est antisymétrique, on peut écrire :

$$B_k^T S B_k = B_k^T A_k = \nabla^d \mathcal{H}(X_k, \delta X_k)^T \frac{\delta X_k}{T_e} + Z(w_k)^T w_k - u_k^T y_k = 0. \quad (4.6)$$

Nous avons démontré via l'équation 4.4 que le premier terme de l'équation 4.6 est égal à la puissance stockée discrète \mathcal{P}_k^S . De la même manière, on peut montrer que le second et troisième terme correspondent respectivement à la puissance dissipée \mathcal{D}_k et à la puissance externe \mathcal{P}_k^{EXT} . Ainsi :

$$\mathcal{P}_k^S + \mathcal{D}_k - \mathcal{P}_k^{EXT} = 0. \quad (4.7)$$

Le bilan de puissance est donc bien respecté lors du passage du système en temps discret.

4.1.2 Algorithme de Newton-Raphson

A chaque pas temporel de la simulation, on souhaite connaître les valeurs de δX_k , w_k et y_k . Dans la suite de cette section, on note la matrice d'interconnexion S de la forme suivante :

$$S = \begin{bmatrix} J_x & -K & -G_x \\ K^T & J_w & -G_w \\ G_x^T & G_w^T & J_y \end{bmatrix}. \quad (4.8)$$

Intéressons-nous aux deux premières lignes du SHP en temps discret défini équation 4.5 :

$$\begin{pmatrix} \delta X_k/T_e \\ w_k \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} J_x & -K & -G_x \\ K^T & J_w & -G_w \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \nabla^d \mathcal{H}(X_k, \delta X_k) \\ Z(w_k) \\ u_k \end{pmatrix}. \quad (4.9)$$

On cherche à résoudre une équation matricielle du type $x = f(x)$, avec x un vecteur d'inconnues et f un opérateur. En effet, le formalisme en SHP est de la forme :

$$\begin{pmatrix} \delta X_k \\ w_k \end{pmatrix} = f(X_k, \delta X_k, w_k, u_k). \quad (4.10)$$

Cette équation matricielle étant implicite en δX_k et w_k , on ne peut pas la résoudre directement. On utilisera donc l'algorithme de Newton-Raphson pour converger vers la solution. On définit la fonction \mathcal{F} telle que :

$$\mathcal{F} : (\delta X_k, w_k) \rightarrow \begin{pmatrix} \delta X_k \\ w_k \end{pmatrix} - f(X_k, \delta X_k, w_k, u_k). \quad (4.11)$$

Pour déterminer $\begin{pmatrix} \delta X_k \\ w_k \end{pmatrix}$ à chaque pas de temps kT_e , on cherchera donc à trouver :

$$\mathcal{F}(\delta X_k, w_k) = \vec{0}. \quad (4.12)$$

L'algorithme de Newton-Raphson permet de converger vers l'équation 4.12 par la méthode suivante de manière itérative :

$$\begin{pmatrix} \delta X_{k,n+1} \\ w_{k,n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta X_{k,n} \\ w_{k,n} \end{pmatrix} - \mathcal{J}_{\mathcal{F}}(\delta X_{k,n}, w_{k,n})^{-1} \cdot \mathcal{F}(\delta X_{k,n}, w_{k,n}), \quad (4.13)$$

où $\mathcal{J}_{\mathcal{F}}^{-1}$ est l'inverse de la jacobienne de la fonction \mathcal{F} . On itérera la méthode jusqu'à ce que la condition d'arrêt suivante soit remplie :

$$\|\mathcal{F}(\delta X_{k,n}, w_{k,n})\| \leq \epsilon, \quad (4.14)$$

avec ϵ la valeur maximale de l'erreur tolérée.

Lorsque \mathcal{F} satisfait la condition d'arrêt équation 4.14, les valeurs $\begin{pmatrix} \delta X_{k,n} \\ w_{k,n} \end{pmatrix}$ solutions de \mathcal{F} sont celles retenues pour le temps discret kT_e . Enfin, on détermine X_{k+1} et y_k par reconstruction :

$$X_{k+1} = X_k + \delta X_k, \quad (4.15)$$

$$y_k = -G_x \cdot \nabla^d \mathcal{H}(X_k, \delta X_k) - G_w \cdot Z(w_k) + J_y \cdot u_k. \quad (4.16)$$

L'algorithme de Newton-Raphson permet donc de déterminer les états X_{k+1} à chaque pas temporel de simulation, connaissant l'entrée du système u_k et l'état initial X_0 .

4.2 Résultats numériques et comparaisons aux mesures

4.2.1 Conditions de simulation

Le schéma numérique et l'algorithme de résolution sont implantés sur un programme codé en Python, automatisant la formulation en SHP du haut-parleur et sa simulation pour une commande donnée. La création de ce programme a été fortement guidée par les travaux de mise en équation et de simulation d'Antoine Falaize, réalisés dans le cadre de sa thèse, dont une partie existe en version libre via un package Python : "pyPHS" [1]. Les données du modèle de haut-parleur utilisées pour la simulation sont détaillées dans les tableaux en figure 4.1.

Composants stockants	Etat	Energie	Paramètres
Suspension	$x_1 = q_{\text{susp}}$	$K_1 \cdot x_1^4 + K_2 \cdot x_1^3 + K_3 \cdot x_1^2$	$K_1 \quad 7.9562445e^8 \text{ N.m}^{-3}$
Inertie	$x_2 = p_{\text{inert}}$	$\frac{x_2}{2M_m}$	$K_2 \quad -3.7716e^4 \text{ N.m}^{-2}$
Bobine	$x_3 = \phi_{\text{bobine}}$	$\frac{x_3}{2L_e}$	$K_3 \quad 176 \text{ N.m}^{-1}$
Composants dissipatifs	Variable	Loi dissipative	$M_m \quad 1.9e^{-3} \text{ kg}$
Résistance électrique	$w_1 = i_{\text{resist}}$	$R_e \cdot i_{\text{resist}}$	$L_e \quad 0.11 \text{ H}$
Frottement visqueux	$w_2 = v_{\text{visco}}$	$R_m \cdot v_{\text{visco}}$	$R_e \quad 5.7 \Omega$
Couplage	Variable	Loi de couplage	$R_m \quad 0.406 \text{ N.m}^{-1}$
Electromécanique	$x_1 = q_{\text{susp}}$	$A_{Bl} \cdot e^{-\frac{(x_1 - B_{Bl})^2}{C_{Bl}}}$	$A_{Bl} \quad 2.68 \text{ N.A}^{-1}$
			$B_{Bl} \quad 0.5e^{-3} \text{ --}$
			$C_{Bl} \quad 9e^{-6} \text{ --}$
			$T_e \quad 0.5 \text{ ms}$
			$N \quad 2048 \text{ échantillons}$

FIGURE 4.1 – A gauche : liste des composants, couplage, variables et lois physiques associées. A droite : valeurs numériques des paramètres.

Pour obtenir une simulation du comportement fortement non linéaire du haut-parleur, on choisit d'envoyer une tension sinusoïdale d'amplitude 8V en entrée du système (figure 4.2). Cette commande sera utilisée à la fois pour la simulation et l'expérience.

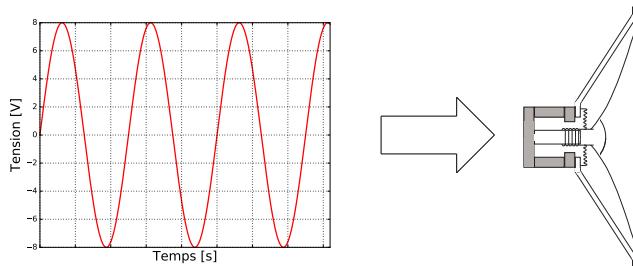


FIGURE 4.2 – Excitation sinusoïdale de fréquence 40 Hz utilisée à la fois pour la simulation et l'expérience.

La simulation fournit les valeurs des états x_1, x_2, x_3 , des variables w_1, w_2, w_3 et de la sortie y à chaque instant kT_e . On s'intéressera uniquement à la variable $x_1 = q_{\text{susp}}$, qui correspond au déplacement de la membrane. Ainsi, la comparaison avec l'expérimental sera directe, puisque le capteur infrarouge mesure ce déplacement.

4.2.2 Comparaison simulation/expérimental

Les résultats de la simulation confrontés aux mesures expérimentales sont présentés en figure 4.2.2. On remarque les points suivants :

- le déplacement de la membrane, simulé et mesuré, est **fortement distordu**. Ce résultat est attendu, puisque le déplacement dépasse le déplacement maximal de 1.5mm spécifié par la fiche technique,
- les déplacements simulés et mesurés sont très similaires : la forme d'onde est la même, seule l'amplitude

diffère de quelques dixièmes de millimètres. Une des raisons possibles est la mauvaise estimation de la caractéristique de suspension pour des déplacements positifs. Une suspension trop "raidissante" donnerait ce type de différence.

- on note une asymétrie entre les débattements interne et externe de la membrane : la forme du signal mesuré diffère entre les déplacements positifs et négatifs. La simulation tient compte de ce phénomène, puisqu'on retrouve cette différence de forme sur le signal simulé.

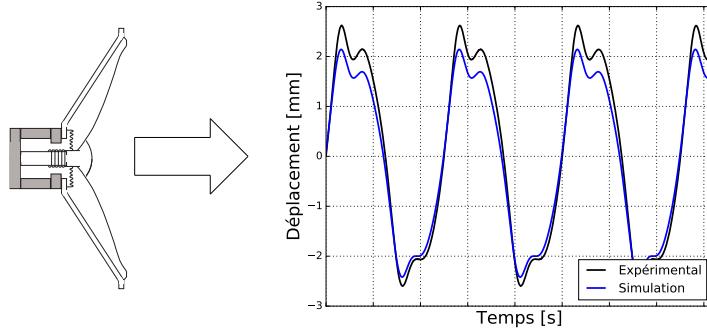


FIGURE 4.3 – Déplacement de la membrane simulé (en bleu) et mesuré (en noir) sur le banc expérimental.

Le déplacement simulé ayant une allure proche de celui mesuré, on peut conclure que le modèle non linéaire de haut-parleur établi apporte déjà un bon incrément de réalisme comparativement au modèle linéaire de Thiele & Small. En outre, il permet de prédire les distorsions du haut-parleur à fort niveau d'excitation, ce qui sera exploité dans le chapitre suivant dans le but de compenser ces distorsions.

Chapitre 5

Correction par planification de trajectoire

5.1 Planification de trajectoire par platitude différentielle

Après avoir établi et simulé un modèle de haut-parleur à comportement non linéaire, on cherche à **supprimer les distorsions** causées par ces non-linéarités.

Pour cela, on corrige l'entrée du système par planification de trajectoire , dont le principe est schématisé figure 5.1. Cette méthode est dite en boucle ouverte (ou feed-forward) : seules une trajectoire cible $\xi(t)$ et la connaissance du modèle sont requises pour construire la correction (pas de bouclage¹ avec la sortie (2)).

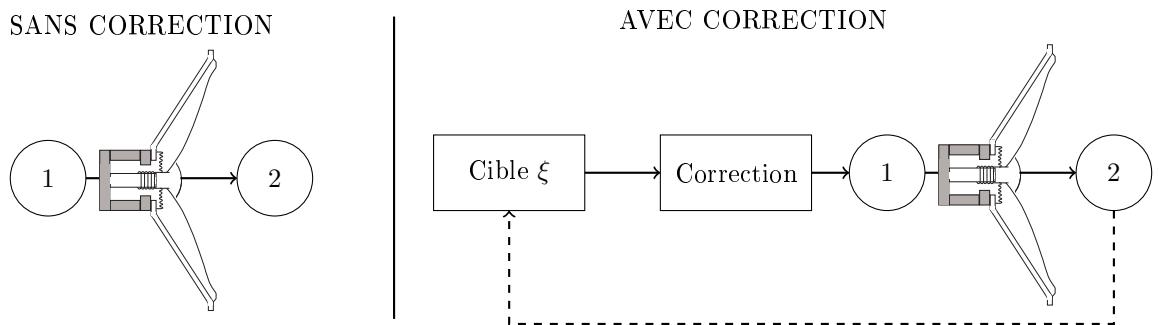


FIGURE 5.1 – Schéma explicatif du principe de la planification de trajectoire. A gauche, l'entrée (1) n'est pas planifiée. A droite, l'entrée (1) est planifiée en fonction d'une trajectoire cible ξ désirée.

La planification de trajectoire permet d'effectuer un travail de compensation extrêmement efficace si la dynamique du système est bien connue, ce qui rend également la méthode sensible aux variations de paramètres. C'est pourquoi elle est généralement couplée à un asservissement pour prévenir une mauvaise identification du système ou des problèmes de bruit.

La technique de planification que nous allons utiliser est la *platitude*, introduite par P.Rouchon, M.Fliess, J.Lévine et PH.Martin [7]. Le principe de la platitude consiste à définir un système équivalent, dit système différentiellement plat, tel la commande v de ce système est exprimée en fonction de sa sortie ξ et de ses dérivées :

$$\begin{cases} X = \Psi_X(\underline{X}), \\ v = \Psi_v(\underline{X}), \\ \xi = (1, 0, 0) \cdot \underline{X}, \end{cases} \quad (5.1)$$

1. Un bouclage sera utilisé en complément dans de futurs travaux.

avec $\underline{X} = (\xi, \dot{\xi}, \ddot{\xi}, \ddot{\dot{\xi}})^T$ et v la nouvelle commande du système. ξ est appelé la sortie plate du système. Dans le cas du haut parleur, on montre qu'il s'agit de la position de la membrane (cf [16] [6]) :

$$\xi = q_{\text{susp}}. \quad (5.2)$$

Le vecteur d'état "plat" contient la position q_{susp} et ses dérivées temporelles jusqu'à l'ordre 3. Il est donc possible de construire la commande du système v à partir de ce vecteur d'état, comme énoncé équation 5.1. C'est de cette manière que sera défini le correcteur.

5.2 Application de la platitude au haut-parleur

5.2.1 Expression de la commande et schéma de principe

On détermine tout d'abord la relation entre le vecteur d'état "plat" \underline{X} et le vecteur d'état X de notre représentation initiale :

$$X = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_m & 0 & 0 \\ \frac{L_e \partial h_{\text{susp}}(\cdot)^{-1}}{Bl} & \frac{L_e R_m}{Bl} & \frac{L_e M_m}{Bl} & 0 \end{bmatrix}}_{\Psi_X} \underbrace{\begin{pmatrix} \xi \\ \dot{\xi} \\ \ddot{\xi} \\ \ddot{\dot{\xi}} \end{pmatrix}}_{\underline{X}}. \quad (5.3)$$

On montre ensuite que l'on peut exprimer une nouvelle commande en tension, notée v , en fonction de \underline{X} :

$$\begin{aligned} v &= Bl(\xi) \dot{\xi} \\ &+ \frac{R_e}{Bl(\xi)} (\partial_q h_{\text{susp}}^{-1}(\xi) + R_f \dot{\xi} + M \ddot{\xi}) \\ &+ L_e \left[\frac{Bl(\xi) \cdot (\dot{\xi} \cdot \partial_q^2 h_{\text{susp}}^{-1}(\xi) + R_f \ddot{\xi} + M \ddot{\dot{\xi}}) - (\partial_q h_{\text{susp}}^{-1}(\xi) + R_f \dot{\xi} + M \ddot{\xi}) \cdot \dot{\xi} \cdot \partial_q Bl(\xi)}{[Bl(\xi)]^2} \right]. \end{aligned} \quad (5.4)$$

La démarche permettant d'obtenir cette commande "plate" est explicitée sur le schéma en figure 5.2. A partir de la position ξ , on peut retrouver la commande en effectuant uniquement des dérivées et des combinaisons non linéaires.

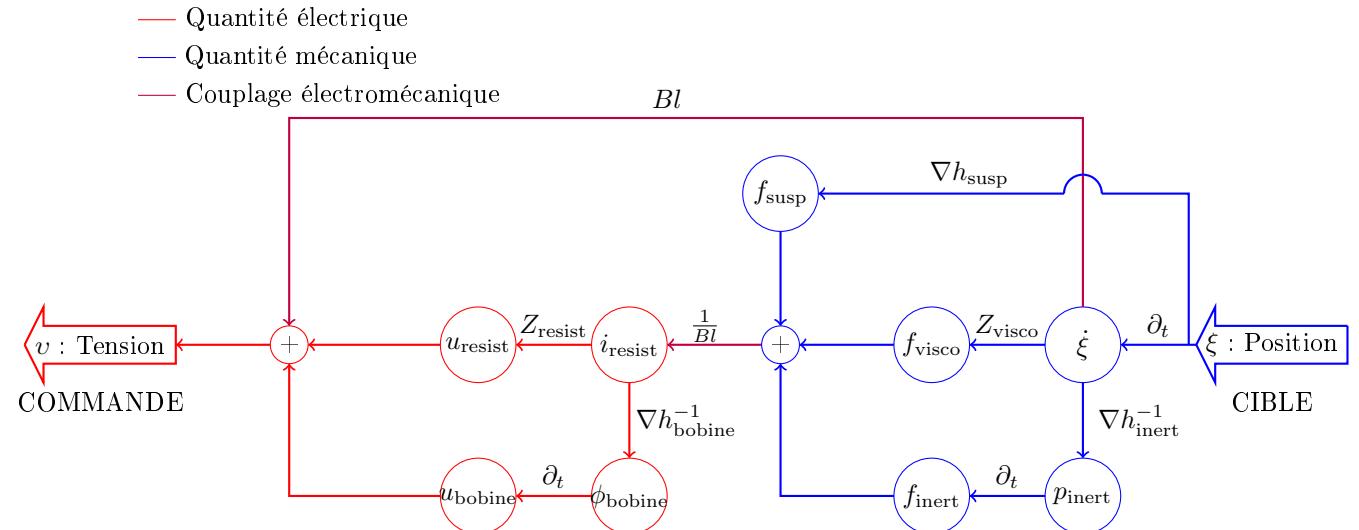


FIGURE 5.2 – Représentation schématique de la construction d'une commande v par platitude à partir d'une trajectoire cible ξ .

5.2.2 Correction pour des trajectoires régulières

La régularité de la trajectoire cible doit être assurée pour obtenir une correction efficace dès les premiers pas de simulation. On cherche donc à garantir que le signal et toutes ses dérivées soient nuls à $t=0$. Dans le cadre de nos simulations, on choisit d'appliquer un effet "fondu" à la cible de la forme suivante :

$$f(t) = \begin{cases} 35 \cdot (\frac{t}{T})^4 - 84 \cdot (\frac{t}{T})^5 + 70 \cdot (\frac{t}{T})^6 - 20 \cdot (\frac{t}{T})^7 & \text{pour } t < T \\ 1 & \text{pour } t > T, \end{cases} \quad (5.5)$$

avec t le temps et T la période durant laquelle le fondu est appliqué. La construction de cette fonction est détaillée en annexe A.1.

L'effet est appliqué sur la trajectoire cible ξ comme suit :

$$\xi_f(t) = \xi(t) \cdot f(t). \quad (5.6)$$

On garantit de cette façon une trajectoire $\xi_f(t)$ nulle, ainsi que toutes ses dérivées jusqu'à l'ordre 3, à l'instant initial. Une illustration de l'effet fondu est présentée en figure 5.2.2, pour un signal sinusoïdal.

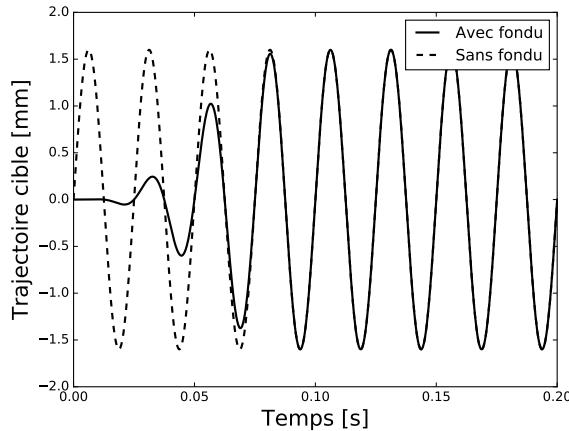


FIGURE 5.3 – Application de l'effet fondu sur une trajectoire initialement sinusoïdale, de fréquence 40 Hz. La durée de l'effet est $T = 0.1s$.

5.3 Tests numériques et expérimentaux

5.3.1 Tests numériques

Les tests numériques de la correction sont réalisés sous le logiciel Python, avec le même programme que la simulation en section 4.2. Un module de correction est implanté, calculant la commande corrigée v à appliquer au haut-parleur pour atteindre un déplacement cible à l'image de la commande initiale. Ce module est schématisé en figure 5.4. Le bloc "Correcteur" exécute exactement l'équation 5.4. Les simulations avec et sans correction sont réalisées dans les mêmes conditions, avec u en entrée dans un cas et v dans l'autre.

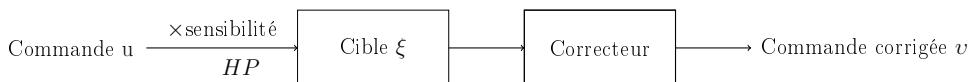


FIGURE 5.4 – Schéma de fonctionnement du module de correction numérique.

Les résultats des tests numériques sont présentés en figure 5.5. La simulation sans correction est située sur la colonne de gauche, celle avec correction sur la colonne de droite. La première ligne correspond aux excitations, la deuxième au déplacement de la membrane et la troisième à une représentation fréquentielle de

ce déplacement. Le taux de distorsion harmonique (THD) est affiché dans chaque cas. L'ensemble de ces résultats est commenté en section 5.3.3.

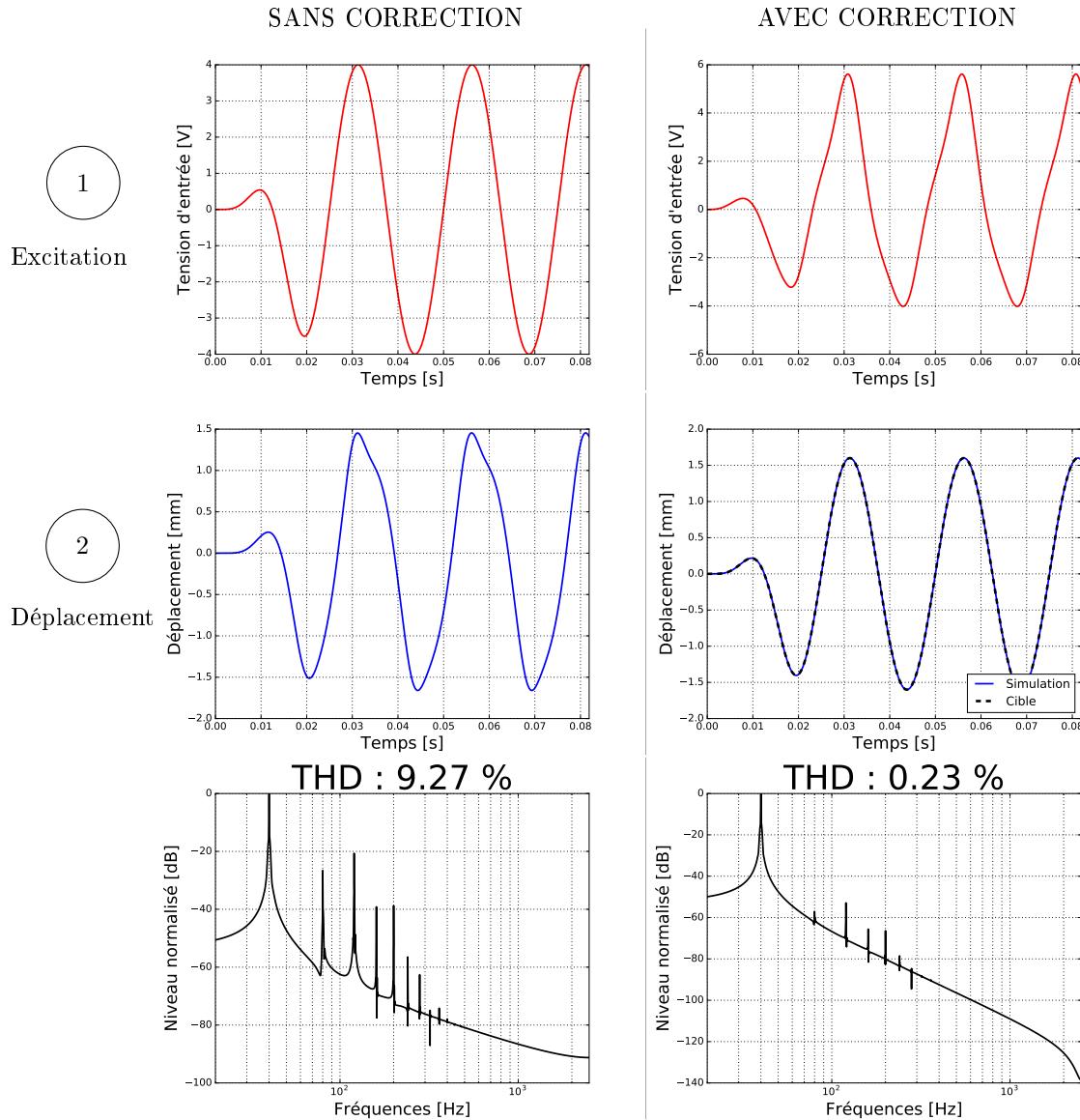


FIGURE 5.5 – Résultats numériques de la correction (colonne de gauche) sur une excitation sinusoïdale d'amplitude 4V et de fréquence 40 Hz. La dernière ligne est la représentation fréquentielle de (2), normalisée par rapport au niveau de la fondamentale à 40 Hz.

5.3.2 Tests expérimentaux

L'élaboration du correcteur sur le banc expérimental a été réalisée via le logiciel Simulink. Son fonctionnement est le même que celui de la correction numérique : il consiste à calculer la commande corrigée à partir de l'équation 5.4. Cette nouvelle commande est ensuite envoyée en sortie de la carte dSpace vers l'amplificateur.

Les résultats expérimentaux sont présentés en figure 5.6, et sont commentés en section 5.3.3. La disposition des résultats est identique à celle que nous avons adoptée pour présenter les résultats numériques.

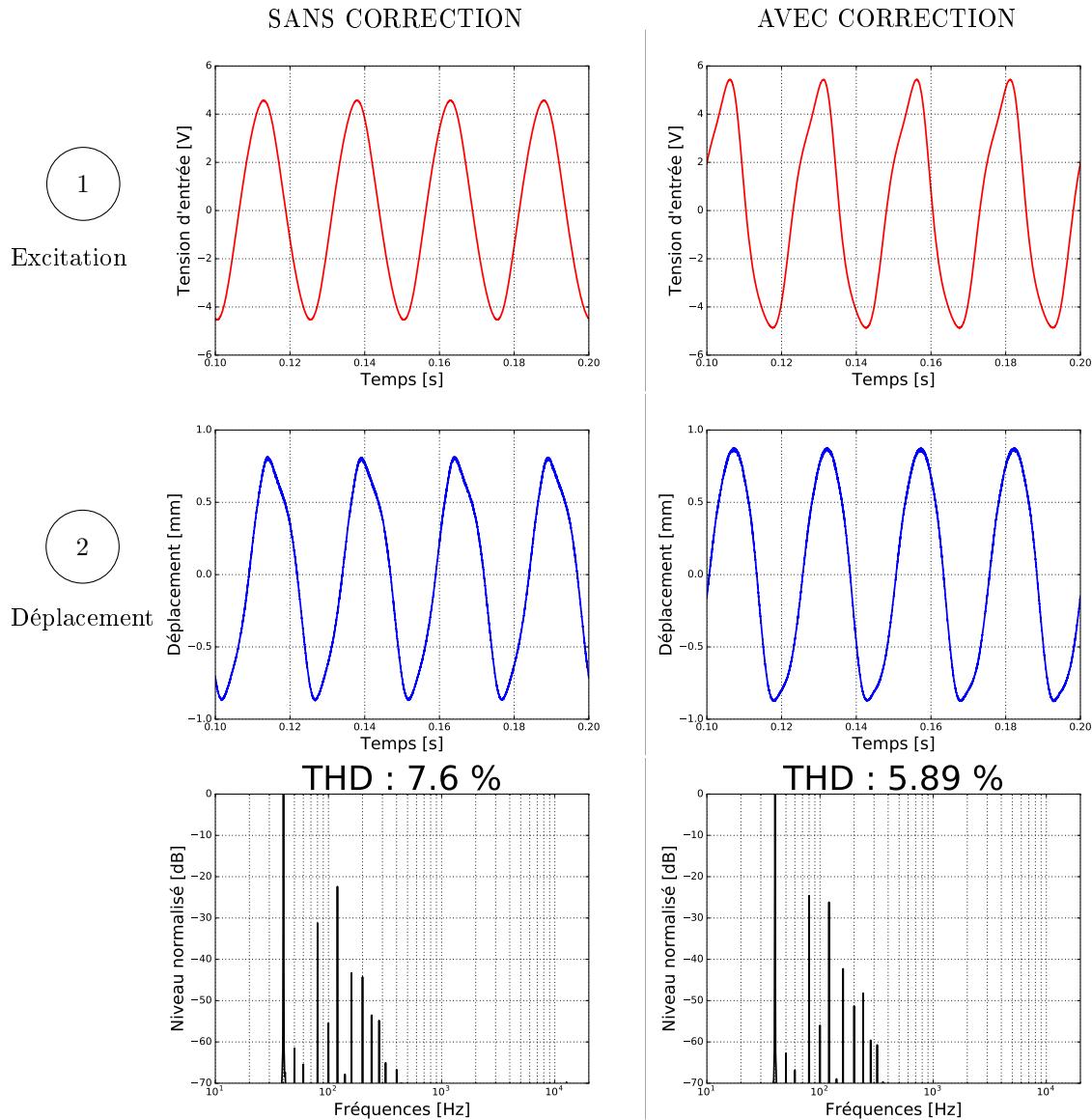


FIGURE 5.6 – Résultats expérimentaux de la correction (colonne de gauche) sur une excitation sinusoïdale d'amplitude d'environ 4V et de fréquence 40 Hz. La dernière ligne est la représentation fréquentielle de ②, normalisée par rapport au niveau de la fondamentale à 40 Hz.

5.3.3 Commentaires et discussion

Résultats numériques

Pour une tension d'entrée sinusoïdale de 4V (haut gauche), on observe des distorsions sur le déplacement de la membrane (centre gauche). Lorsque l'on applique la tension corrigée (haut droite), la forme du déplacement (centre droite) a un aspect beaucoup moins distordu, et montre une très bonne correspondance avec le signal cible.

Les distorsions observées se retrouvent sur l'analyse fréquentielle du déplacement. On observe (bas gauche) une harmonique impaire à -20dB de la fondamentale, de fréquence 120 Hz, ainsi qu'une harmonique paire à -27dB, de fréquence 80 Hz. Ce sont principalement ces deux harmoniques qui contribuent à un THD de 9.27 %, soit un fort taux de distorsion de la simulation non corrigée.

L'analyse fréquentielle de la réponse corrigée souligne l'efficacité de la correction : les harmoniques constatées sur le déplacement non corrigé chutent en dessous de -50dB, ce qui réduit drastiquement le taux de distorsion global.

Résultats expérimentaux

Pour une tension d'entrée sinusoïdale d'environ 4V (haut gauche), le déplacement mesuré montre des distorsions visibles sur sa représentation temporelle (centre gauche). On retrouve ces distorsions dans l'analyse fréquentielle du déplacement (bas gauche), où l'on constate majoritairement une harmonique paire² à 80Hz, de niveau -31dB par rapport à la fondamentale, ainsi qu'une harmonique impaire à 120 Hz de -22dB. Le taux de distorsion mesuré est de 7.6 %.

Lorsque l'on applique la correction au signal d'entrée (haut droite), la forme du déplacement mesuré (centre droite) est beaucoup moins distordue dans la partie positive du déplacement. On note que la distorsion n'est pas bien compensée dans la partie négative du déplacement de la membrane. L'analyse fréquentielle du déplacement (bas droite) montre une diminution du niveau de l'harmonique impaire à -26.5dB, soit plus de 4dB par rapport au signal non corrigé. On remarque cependant que le niveau de l'harmonique paire est augmenté à -25dB. Le taux distorsion global, de 5.9 %, a légèrement diminué par rapport à la réponse non corrigée. Les distorsions observées sur le haut-parleur expérimental sont donc partiellement compensées par la correction.

Comparaisons et hypothèses

Une mauvaise estimation du modèle est la raison la plus probable de la différence d'efficacité entre la correction numérique et expérimentale. Pour être efficace, la correction doit être construite à partir d'un modèle de haut-parleur mieux connu, comme c'est le cas pour la simulation numérique. Une estimation plus précise des paramètres petits signaux et des caractéristiques serait nécessaire pour obtenir de meilleurs résultats. Un premier élément à ajouter est le "point dur" mentionné en §2.2.2. Néanmoins, la correction mise en place apporte une restitution plus fidèle du signal envoyé au haut-parleur.

2. Manifestation de la dissymétrie des non-linéarités.

Conclusion

Les résultats des travaux effectués pendant ce stage satisfont l'objectif de compensation des distorsions d'un haut-parleur à fort niveau :

- un banc expérimental conçu pour le haut-parleur, a été mis en place pendant ce stage,
- les non-linéarités du modèle choisi ont été mesurées sur ce banc,
- une correction par platitude a été implantée, permettant de réduire les distorsions observées sur un signal test.

La modélisation par les Systèmes Hamiltoniens à Ports, couplée à la correction par platitude, a permis de simuler le haut-parleur non linéaire en conservant une propriété importante : sa passivité. Ces outils ont facilité l'adaptation de la correction au haut-parleur expérimental. Les résultats montrent une diminution des distorsions et pourront être encore grandement améliorés par un asservissement et un raffinement du modèle. De plus, les mesures réalisées ont mis en évidence des phénomènes (comme celui du "point dur") qui pourront être étudiés puis intégrés dans de futurs modèles.

Ces résultats encourageants ouvrent la voie à de nombreuses perspectives d'améliorations, qui seront abordées dans le travail de thèse faisant suite au stage, à savoir :

- développer un asservissement [16] [15] sur le système pour compenser ce qui n'est pas pris en charge par la planification de trajectoire,
- mettre en place une méthode d'identification automatique des paramètres du modèle sur le banc expérimental,
- raffiner le modèle physique du haut-parleur, en prenant en compte les phénomènes magnétiques, thermiques, ou les éventuels modes de vibrations,
- aborder le problème du rayonnement acoustique de la structure,
- élaborer un prototype de haut-parleur pour une compensation temps-réel des distorsions sur tout type de signal.

Annexe A

Aspects théoriques

A.1 Construction d'un polynôme \mathcal{C}^2 avec conditions aux limites

On cherche à établir un polynôme $P(x)$ satisfaisant les conditions suivantes (intepolation \mathcal{C}^3 entre la fonction constante 0 pour $x < 0$ et la fonction constante 1 pour $x > 1$) :

$P(x = 0) = 0$	$P(x = 1) = 1$
$P'(x = 0) = 0$	$P'(x = 1) = 0$
$P''(x = 0) = 0$	$P''(x = 1) = 0$
$P'''(x = 0) = 0$	$P'''(x = 1) = 0$

TABLE A.1 – Conditions aux points $x = 0$ et $x = 1$ pour le polynôme $P(x)$

Le degré minimal du polynôme est donc 7 :

$$P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4 + a_5 x^5 + a_6 x^6 + a_7 x^7 \quad (\text{A.1})$$

A partir des conditions récapitulées dans le tableau A.1, on peut construire le système d'équation suivant :

$$\begin{Bmatrix} P(0) \\ P'(0) \\ P''(0) \\ P'''(0) \\ P(1) \\ P'(1) \\ P''(1) \\ P'''(1) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 0 & 0 & 2 & 6 & 12 & 20 & 30 & 42 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 24 & 60 & 120 & 210 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \end{Bmatrix}. \quad (\text{A.2})$$

Finalement, on trouve les coefficients de $P(X)$:

$$\begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 35 \\ -84 \\ 70 \\ -20 \end{Bmatrix}. \quad (\text{A.3})$$

On obtient la courbe donnée en figure A.1

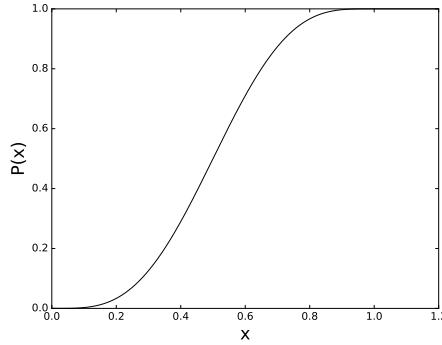


FIGURE A.1 – Courbe de la fonction $P(x)$ entre $x = 0$ et $x = 1.2$.

A.2 Formulation Hamiltonienne classique du haut-parleur

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ w \\ -y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_x & -K & -G_x \\ K^T & J_w & -G_w \\ G_x^T & G_w^T & J_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla \mathcal{H}(X) \\ Z(w) \\ u \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

Dans notre étude du haut-parleur, les lois de dissipations électrique et mécanique sont considérées linéaires :

$$Z(w) = \underbrace{\begin{bmatrix} R_e & 0 \\ 0 & R_m \end{bmatrix}}_{\mathcal{W}} w$$

On peut donc réécrire la seconde ligne de l'équation A.4 :

$$w = [\mathbb{I} - J_w \mathcal{W}]^{-1} [K^T \nabla \mathcal{H}(X) - G_w u] \quad (\text{A.5})$$

où $\mathbb{I} - J_w \mathcal{W}$ est inversible¹. On peut donc exprimer la première ligne de A.4 sans les variables de dissipation :

$$\begin{aligned} \dot{X} &= J_x \nabla \mathcal{H}(X) - K \mathcal{W} [\mathbb{I} - J_w \mathcal{W}]^{-1} [K^T \nabla \mathcal{H}(X) - G_w u] - G_x u \\ &= \underbrace{[J_x - K \mathcal{W} [\mathbb{I} - J_w \mathcal{W}]^{-1} K^T]}_{[J - R](X)} \nabla \mathcal{H}(X) + \underbrace{[K^T \mathcal{W} [\mathbb{I} + J_w \mathcal{W}]^{-1} G_w - G_x]}_{G(X)} u \end{aligned}$$

On retrouve ici la formulation Hamiltonienne classique : $\dot{X} = [J - R](X) \nabla \mathcal{H}(X) + G(X)u$.

Application au système haut-parleur étudié :

$$\begin{aligned} [J - R](X) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & -R_e & Bl(q_{\text{susp}}) \\ 0 & -Bl(q_{\text{susp}}) & -R_m \end{bmatrix} \\ G(X) &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

On identifie clairement la partie antisymétrique J et la partie positive R de la matrice $J - R$:

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & Bl(q_{\text{susp}}) \\ 0 & -Bl(q_{\text{susp}}) & 0 \end{bmatrix} \text{ et } R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_e & 0 \\ 0 & 0 & R_m \end{bmatrix}$$

1. $J_w \mathcal{W}$ étant antisymétrique, on peut écrire $x^T [\mathbb{I} - J_w \mathcal{W}]x = x^T x > 0$ pour x un vecteur non nul. La matrice est définie positive, elle est donc inversible.

Remarque : Les lois de dissipations sont incluses dans $J - R$. Le formalisme Hamiltonien à ports permet de traiter indépendamment ces phénomènes par le biais de la variable w , en explicitant les produits flux/effort engendrant les puissances stockée et dissipée.

A.3 Système Hamiltonien à Ports différentiellement plat

$$\begin{cases} \dot{\underline{X}} = (\underline{J}(\underline{X}) - \underline{R}(\underline{X})) \nabla \underline{\mathcal{H}}(\underline{X}) + \underline{G}(\underline{X})u \\ y = \underline{G}(\underline{X})^T \nabla \underline{\mathcal{H}}(\underline{X}) \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

$$\nabla \underline{\mathcal{H}}(\underline{X}) = [\mathcal{J}_{\Psi_X}(\underline{X})]^T \nabla \mathcal{H}(X) \quad (\text{A.7})$$

$$\nabla \underline{\mathcal{H}}(\underline{X}) = \left\{ \begin{array}{l} \partial_q h_{\text{susp}}(q_{\text{susp}}) + \frac{\partial_q^2 h_{\text{susp}}(q_{\text{susp}})}{Bl} \phi_{\text{bobine}} \\ \frac{p_{\text{inert}}}{M_m^2} + \frac{R_m}{Bl} \phi_{\text{bobine}} \\ \frac{M_m}{Bl} \phi_{\text{bobine}} \end{array} \right\} \quad (\text{A.8})$$

$$\underline{J}(\underline{X}) - \underline{R}(\underline{X}) = [\mathcal{J}_{\Psi_X}^{-1}(X)](J - R)[\mathcal{J}_{\Psi_X}^{-1}(X)]^T \quad (\text{A.9})$$

$$J(X) - R(X) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{M_m} & \frac{-R_m}{M_m} \\ \frac{-1}{M_m} & \frac{R_m}{M_m^2} & \frac{Bl^2}{L_e M_m^2} - \frac{\partial_\xi^2 h_{\text{susp}}(\xi)}{M_m^2} + \frac{R_m^2}{M_m^2} \\ -\frac{R_m}{M_m} & -\frac{Bl^2}{L_e M_m^2} + \frac{\partial_\xi^2 h_{\text{susp}}(\xi)}{M_m^2} + \frac{R_m^2}{M_m^2} & \frac{-Bl^2 R_e - L_e^2 R_m^3}{M_m^2} \end{bmatrix} \quad (\text{A.10})$$

$$\underline{G}(X)u = [\mathcal{J}_{\Psi_X}^{-1}(X)]G(X)u \quad (\text{A.11})$$

$$G(X)u = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{Bl}{M_m L_e} \end{Bmatrix} u \quad (\text{A.12})$$

$$X = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \partial h_{\text{inert}}() & 0 & 0 \\ \frac{L_e \partial h_{\text{susp}}()^{-1}}{Bl} & \frac{L_e R_m}{Bl} & \frac{L_e M_m}{Bl} & 0 \end{bmatrix}}_{\Psi_X} \begin{bmatrix} \dot{\xi} \\ \ddot{\xi} \\ \dddot{\xi} \\ \ddot{\ddot{\xi}} \end{bmatrix} \quad (\text{A.13})$$

$$\begin{aligned} u &= \partial_\xi h_{\text{susp}}(\xi) \frac{R_e}{Bl} \\ &+ \dot{\xi} \left[\frac{R_e R_m}{Bl} + \partial_\xi^2 h_{\text{susp}}(\xi) \frac{L_e}{Bl} + Bl \right] \\ &+ \ddot{\xi} \left[\frac{R_e M_m}{Bl} + \frac{R_m L_e}{Bl} \right] \\ &+ \ddot{\dot{\xi}} \left[\frac{M_m L_e}{Bl} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

$$F = \partial_\xi h_{\text{susp}}(\xi) + Z_{\text{visco}}(\dot{\xi}) + \ddot{\xi} \partial_\xi^2 h_{\text{inert}}^{-1}(\xi) \quad (\text{A.15})$$

$$u_{\text{resist}} = Z_{\text{resist}} \circ \left[\frac{\partial_\xi h_{\text{susp}}(\xi) + Z_{\text{visco}}(\dot{\xi}) + \ddot{\xi} \partial_\xi^2 h_{\text{inert}}^{-1}(\xi)}{Bl(x)} \right] \quad (\text{A.16})$$

$$u_{\text{bobine}} = \frac{d}{dt} [\partial h_{\text{bobine}}^{-1} \circ \left[\frac{\partial_\xi h_{\text{susp}}(\xi) + Z_{\text{visco}}(\dot{\xi}) + \ddot{\xi} \partial_\xi^2 h_{\text{inert}}^{-1}(\xi)}{Bl(x)} \right]] \quad (\text{A.17})$$

Annexe B

Banc expérimental

B.1 Liste du matériel et plages de mesure

Carte entrée/sortie	DS2004
Plage de mesure (+ -)	10V
Erreur (+ -)	0.011V
Fréquence de coupure	12.5 MHz
Sonde de courant	LEM ITN 12P
Plage de mesure (+ -)	6A
Sensibilité (+ -)	0.104 V/A
Sortie	2.5 (+/-) 0.625 V
Erreur (+ -)	5mV
Fréquence de coupure	100 kHz
Capteur optique	Everlight ITR 8307
Plage de mesure (+ -)	2mm
Sensibilité (approx.)	4mA/mm
Erreur (+ -)	0.1 mA
Alimentation stabilisée	TTI EX354T
Bruit de fond	<2mV
Amplificateur audio	LP Power Slave US1
Dynamique	110 dB
Distorsion	<0.05%

B.2 Circuit électronique de la protection du haut-parleur

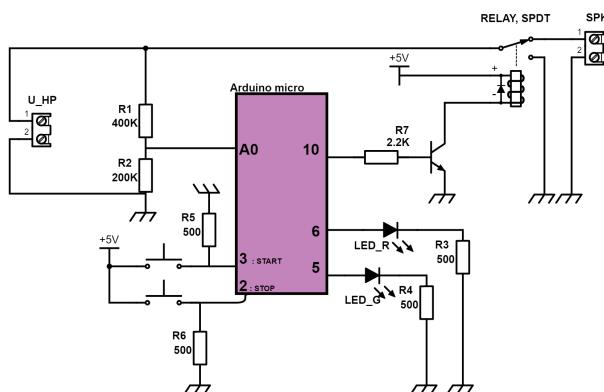


FIGURE B.1 – Circuit électronique du montage de protection du haut-parleur.

B.3 Etalonnages des capteurs

Sonde de courant

L'etalonnage a été réalisé à partir de la mesure de la tension aux bornes d'une résistance de valeur connue. La courbe d'etalonnage est présentée sur la courbe de gauche en figure B.2.

Capteur de position

Le capteur optique, qui fournit la mesure du déplacement, nécessite un étalonnage très précis. Un capteur laser de marque Keyence nous a été généreusement prêté par Sandie Le Conte et Vincent Gauthier de la Cité de la musique. Sa très haute précision (de l'ordre du micromètre) permet un étalonnage extrêmement fin du capteur installé dans le haut-parleur. La procédure est la suivante :

- 1) Le laser du capteur Keyence, est orienté au centre du dôme du haut-parleur.
- 2) Une tension continue est injectée aux bornes du haut-parleur, faisant varier sa position.
- 3) On relève, pour plusieurs positions, le déplacement mesuré par le capteur Keyence et la tension du capteur optique.

La courbe d'etalonnage ainsi obtenue est présentée à droite en figure B.2.

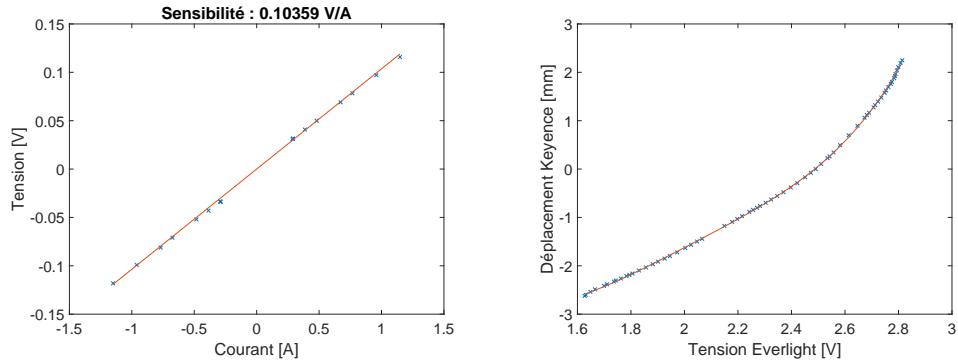


FIGURE B.2 – Etalonnages du capteur de courant (à gauche) et du capteur optique (à droite).



FIGURE B.3 – Photographie de l'etalonnage du capteur optique. Le capteur laser Keyence (en noir) est orienté dans l'axe de révolution du haut-parleur.

B.4 Fiche technique du haut-parleur d'étude

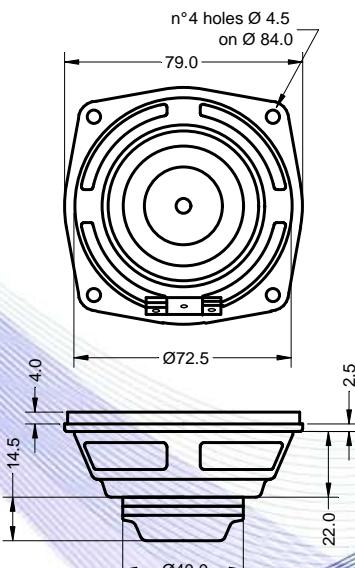


- 0,8" voice coil
- Neodymium magnet
- 87.1 dB sensitivity

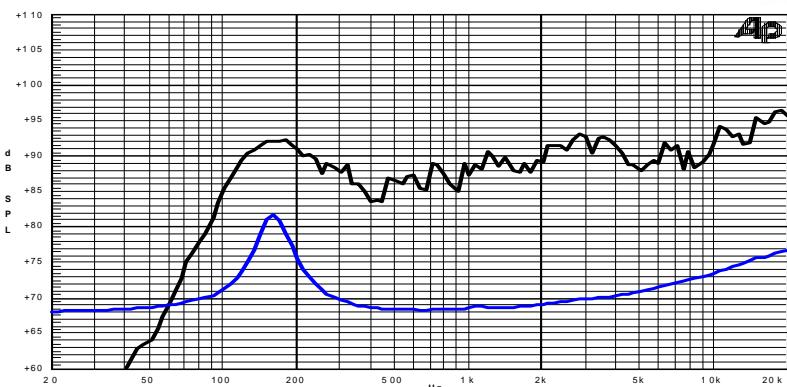
Specifications	
Nominal Diameter	79mm (3")
Nominal Impedance	8Ω
Rated Power AES ⁽¹⁾	15W
Continuous Program Power ⁽²⁾	30W
Sensitivity @ 1W/1m ⁽³⁾	87.1dB
Voice Coil Diameter	20mm (0,8")
Voice Coil Winding Depth	4mm
Magnetic Gap Depth	3mm
Flux Density	1.30T
Magnet Weight	16g
Net Weight	0.1kg

Thiele & Small Parameters ⁽⁴⁾	
Re	5.70Ω
Qms	4.60
Qts	0.94
Cms	544μm/N
Vas	0.7l
X max ⁽⁵⁾	+/-1.5mm
η₀	0.22%
Re	156.0Hz
Qes	1.19
Mms	1.9g
BxL	2.99Tm
Sd	30.2cm ²
X var ⁽⁶⁾	+/-2.5mm
Le (1kHz)	0.11mH

Constructive Characteristics	
Magnet	: Neodymium
Basket Material	: Pressed Sheet Steel
Voice Coil Winding Material	: Copper
Voice Coil Former Material	: Epoxy
Cone Material	: Paper
Cone Treatment	: No
Surround Material	: Treated Cloth
Dust Dome Material	: Solid Paper



Frequency Response on IEC Baffle (DIN 45575) @ 1W,1m – Free Air Impedance



Note:

- 1 : Rated Power measured with 2 hours test with pink noise signal, 6dB crest factor, loudspeaker mounted on enclosure
- 2: Power on Continuous Program is defined as 3 dB greater than the Rated Power
- 3: Calculated by Thiele & Small parameters
- 4: Thiele & Small parameters measured with laser system without preconditioning test
- 5: Measured with respect to a THD of 10% using a parameter-based method
- 6: Value corresponding to a decay of the Force Factor, or Compliance, or both, equal to the 50% of the small signal value.
- 7: Drawing dimensions: mm
- 8: The notch around 400Hz on the frequency response is typical of the measurement on IEC baffle

Due to continuing product improvement, the features and the design are subject to change without notice.

11/04/12

B.5 Conditionnement du signal optique

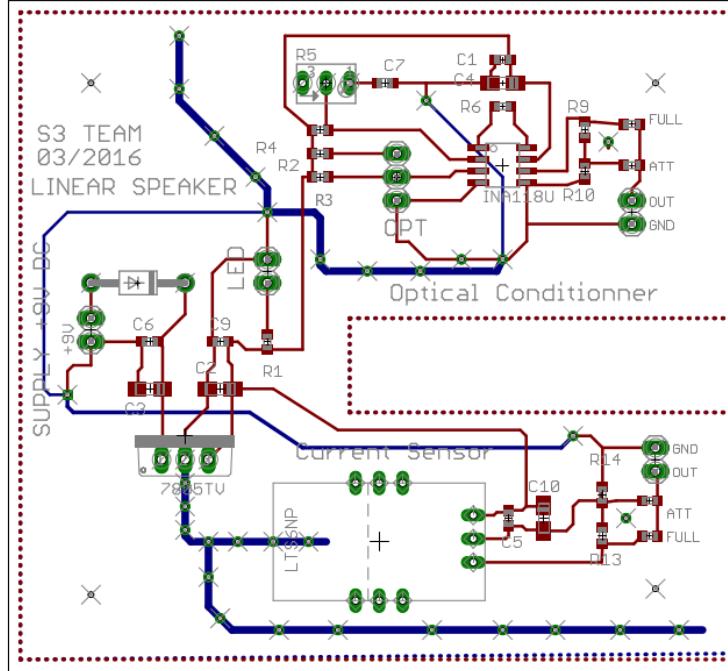


FIGURE B.4 – Plan de routage de la carte électronique réalisée avec l'aide de Arnaud Récher et Emmanuel Flety.

B.6 Mesure des paramètres du modèle linéaire de Thiele & Small

Données : Impédance électrique $Z_{EL} = \frac{i(\omega)}{U(\omega)}$, impédance mécanique $Z_{ME} = \frac{x(\omega)}{i(\omega)}$ et mesure de la tension U_{DC} et du courant I_{DC} en continu.

Résistance électrique Re

A partir de la mesure du courant en continu, on déduit directement la résistance électrique du montage :

$$R_e = \frac{U_{DC}}{I_{DC}} \quad (\text{B.1})$$

Résistance mécanique Rm et facteur de force Bl

1) Visualiser la phase de l'impédance électrique $\varphi(Z_{EL})$.

2) Déterminer la fréquence de résonance du système f_s telle $\varphi(Z_{EL}) = 0$.

3) A cette fréquence, vérifier que $\Im(Z_{EL}) \ll \Re(Z_{EL})$.

4) A la résonance, la partie réelle du Z_{EL} peut être approchée par :

$$\Re(Z_{EL}) = R_e + \frac{(Bl)^2}{R_m} \quad (\text{B.2})$$

5) Visualiser le diagramme de Bode $j\omega Z_{ME}$. A la résonance, la partie réelle de cette fonction de transfert s'écrit :

$$\Re(j\omega Z_{ME}) = \frac{Bl}{R_m} \quad (\text{B.3})$$

6) Calculer les facteurs Bl et R_m tels que :

$$\begin{cases} R_m = \frac{\Re(Z_{EL}) - R_e}{\Re(j\omega Z_{ME})} \\ Bl = R_m \cdot \Re(j\omega Z_{ME}) \end{cases} \quad (\text{B.4})$$

Inductance L_e de la bobine

1) Sur le diagramme de Bode de Z_{EL} , repérer le régime asymptotique en hautes fréquences caractérisé par une droite de coefficient +6dB par octave. Relever deux fréquences ω_1 et ω_2 .

2) Vérifier que la partie réelle de l'impédance électrique est identique en ω_1 et ω_2 . Sinon, choisir des fréquences plus élevées et recommencer cette vérification.

Note : La partie réelle devrait être égale à R_e , mesurée en courant continu.

3) Tracer la droite de coefficient directeur $\frac{20\log(\frac{|Z(\omega_2)|}{|Z(\omega_1)|})}{20\log(\frac{\omega_2}{\omega_1})}$. La droite coupe l'axe des ordonnées en $20\log(L_e)$.

Compliance C_m et Masse M_m de la membrane

1) Visualiser le diagramme de Bode $Z'(\omega) = \frac{i(\omega)}{U(\omega) - Z_{EL}(\omega)*i(\omega)}$. Il s'agit de l'impédance mécanique associée à la membrane du haut-parleur.

2) Choisir une fréquence ω_3 autour de la fréquence de résonance, et vérifier que la partie réelle est environ égale à R_M . Sinon, choisir une autre fréquence et recommencer cette vérification.

3) Nous avons donc deux équations :

$$\begin{cases} M_M j\omega_3 + \frac{1}{jC_M \omega_3} = Z'(\omega_3) \\ C_M \cdot M_M = \frac{1}{\omega_s^2} \end{cases} \quad (\text{B.5})$$

La résolution de ce système d'inconnues M_m et C_M nous fournira les valeurs de la compliance et de la masse.

Bibliographie

- [1] Antoine Falaize. package pyphs. <https://github.com/A-Falaize/pyphs>.
- [2] Michel Bruneau. *Manuel d'acoustique fondamentale*. Hermès, 1998.
- [3] Joseph A D'Appolito. *Testing loudspeakers*. Audio Amateur Press, 1998.
- [4] Antoine Falaize. *Modélisation, simulation, génération de code et correction de systèmes multi-physiques audios : Approche par réseau de composants et formulation Hamiltonienne à Ports*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, 2016.
- [5] Antoine Falaize and Thomas Hélie. Modélisation d'un haut parleur électro-dynamique : approche dans le cadre des systèmes à hamiltoniens à ports. In *12e Congrès Français d'Acoustique*, 2014.
- [6] Antoine Falaize, Nicolas Papazoglou, Thomas Helie, and Nicolas Lopes. Compensation of loudspeaker's nonlinearities based on flatness and port-hamiltonian approach. *S10Vibrations et vibro acoustique*, 2015.
- [7] Michel Fliess, Jean Lévine, and Pierre Rouchon. Flatness and defect of nonlinear systems : Introductory theory and examples. *International Journal of Control*, 61 :1327–1361, 1995.
- [8] Thomas Hélie, Antoine Falaize, and Nicolas Lopes. Systèmes hamiltoniens à ports avec approche par composants pour la simulation à passivité garantie de problèmes conservatifs et dissipatifs. In *Colloque National en Calcul des Structures*, volume 12, 2015.
- [9] Arie JM Kaizer. Modeling of the nonlinear response of an electrodynamic loudspeaker by a volterra series expansion. *Journal of the Audio Engineering Society*, 35(6) :421–433, 1987.
- [10] W. Klippel. Tutorial : Loudspeaker nonlinearities- causes, parameters, symptoms. *Audio Engineering Society*, 2006.
- [11] Wolfgang Klippel. Dynamic measurement and interpretation of the nonlinear parameters of electrodynamic loudspeakers. *J. Audio Eng. Soc*, 38(12) :944–955, 1990.
- [12] Wolfgang Klippel. Nonlinear modeling of the heat transfer in loudspeakers. *Journal of the Audio Engineering Society*, 52(1/2) :3–25, 2004.
- [13] Morten H Knudsen and J Grue Jensen. Low-frequency loudspeaker models that include suspension creep. *Journal of the Audio Engineering Society*, 41(1/2) :3–18, 1993.
- [14] Antonin Novak. Modeling viscoelastic properties of loudspeaker suspensions using fractional derivatives. *J. Audio Eng. Soc*, 64(1) :35–44, 2016.
- [15] Romeo Ortega, Arjan Van Der Schaft, Bernhard Maschke, and Gerardo Escobar. Interconnection and damping assignment passivity-based control of port-controlled hamiltonian systems. *Automatica*, 38(4) :585–596, 2002.
- [16] Nicolas PAPAZOGLOU, Thomas Hélie, and Antoine Falaize. Linéarisation par asservissement d'un haut-parleur électrostatique : approche par les systèmes hamiltoniens à ports. *Mémoire de stage de recherche M2 ATIAM*, 2014.
- [17] Nicolas Quaegebeur. *Vibrations non linéaires et rayonnement acoustiques de structures minces de type haut-parleur*. PhD thesis, Ecole Polytechnique X, 2007.
- [18] Romain Ravaud, Guy Lemarquand, Valérie Lemarquand, and Tangi Roussel. Ranking of the nonlinearities of electrodynamic loudspeakers. *Archives of Acoustics*, 35(1) :49–66, 2010.
- [19] Arjan Schaft. Port-hamiltonian systems : an introductory survey. 2006.

- [20] Richard H Small. Closed-box loudspeaker systems-part 2 : Synthesis. *Journal of the Audio Engineering Society*, 21(1) :11–18, 1973.
- [21] Richard H Small. Vented-box loudspeaker systems—part 1 : Small-signal analysis. *Journal of the Audio Engineering Society*, 21(5) :363–372, 1973.
- [22] Neville Thiele. Loudspeakers in vented boxes : Part 1. *J. Audio Eng. Soc*, 19(5) :382–392, 1971.
- [23] Neville Thiele. Loudspeakers in vented boxes : Part 2. *J. Audio Eng. Soc*, 19(6) :471–483, 1971.
- [24] Carlo Zuccatti. Thermal parameters and power ratings of loudspeakers. *Journal of the Audio Engineering Society*, 38(1/2) :34–39, 1990.