奥数拾遗补充（史老师）

等差数列与梯形

例 378根圆木堆成一个梯形，若上下两层之间的数量差都一样，且最上层22根，最下层62根，求有几层？

双重等差数列

例 1+4+5+8+9+12+…+33+36+37+40

二阶等差数列（一阶加速数列、匀速增差数列）

例 1，2，4，7，11，16，22，29，……，求第101项。

加乘原理初步（原理：（1）多种方式用加法；（2）步步相连用乘法）

1、特殊位置优先考虑

例 艾迪、薇儿、大宽、球球、等等共5人排队，要求艾迪必须排在第一位，大宽不能排在第3位，有几种排队顺序？

2、从15种语文书、20种数学书、10种外语书种选出2本不同学科的书，有几种选法？

行程问题

基本概念和数量关系必须非常清晰！

路程（s）：m、km

速度（v）：m/s, m/min, km/h

时间（t）：s, min, h

路程 = 速度 × 时间

例1 小明骑车去学校，家与学校相距60km，去时3h，回来2h，求返回时的速度。

相遇问题：相遇时间 = 路程和 ÷ 速度和（还有变换后的两个公式）

例2 东东与盛盛相距630km，同时出发相向而行，9h后相遇。若东东速度为34km/h，求盛盛速度。

例3 甲、乙两车分别从A、B两地出发相对而行，速度分别是48km/h和50km/h。若甲车先行3h后，乙车从B地出发，乙车出发后5小时后两车相距15km。求AB两地距离。

例4 两地相距780km。货车每时56km，客车每时74km。若两车同时从两地出发相向而行。问：多久后相距130km？（分类讨论）

追及问题：正常法、饥饿法

追及时间 = 路程差 ÷ 速度差

例1 小明上学忘带书包。速度为每分60米，20分钟后爸爸发现并骑车去追，速度为每分钟140米，问：（1）多久能追上？（2）若想10分钟追上，爸爸速度应为多少？

例2 姐妹二人练习跑步，若姐姐先让妹妹先跑20米，则姐姐5秒后追上妹妹。若姐姐让妹妹先跑4秒，则姐姐6秒追上妹妹。求二人速度各是多少？

例3 A、B两人同时从两地出发相向而行，A：50米/分，B：60米/分，两人在距离中点50米处相遇，求两地距离。

整除特征（一）：

一、尾系：

被2，5整除：看末一位

被4，24整除：看末两位

被8，125整除：看末三位

例1 修改123456789中的1个数字，使此数分别能被5，4，8整除。

二、和系：

被3，9整除：看各位数字之和，余数与数字之后的余数相同

小技巧：弃3，弃9

例2 （1）16A2能被3整除，A能等于几？

（2）四位数3AA1能被3整除，求A。

三、2、3、5综合问题：

例3 36 能被2、3、5同时整除，在 中填上合适的数。

逻辑推理进阶

一、找对立：

黑与白：矛盾（一对一错或全错）

黑与不黑：对立（一对一错）

例 A、B、C 3人中只有1人会游泳。A说：我会游泳；B说：我不会游泳；C说：A不会游泳。已知3人当中只有1人说实话。请问究竟谁会游泳？

二、找矛盾：轮流假设法（地毯式搜索）

例 四个人争论今天星期几。张说：明天星期五；王说：昨天星期日；李说：你们俩说的都不对；赵说：今天星期六。已知4人只有1人说对。请问：今天是星期几？

三、找同伙：一条船上的人，全对或全错

例 4名嫌犯中两人说真话，且罪犯是4人中的1个。甲说：罪犯在乙、丙、丁之中；乙说：我没作案，是丙偷的；丙说：甲、丁之中有一个罪犯；丁说：乙说的是事实。请判断：罪犯是谁？

四、列表法：单线索、双线索

例 甲乙丙三人分别在北京、上海、广州教不同课程，有数学、语文、外语。已知：（1）甲不在北京，乙不在上海；（2）北京人不教外语；（3）上海工作的教数学；（4）乙不教语文。问：这些人各在什么城市，教什么课程？

重点：如何快速列表？必须先写字，再划线！

多位数计算

一、加法求末位数：求末几位，就加末几位

例 求3+33+333+…+33……3结果的末三位？

50个3

二、多位数加法

例 计算7+97+997+9997+…+99……97

19个9

（思路：由易到难，不完全归纳法）

三、去1添补

345×999 345×99999 345×333

例 33……3×369

20个3

四、坐椅子：几把椅子、几批乘客；每批乘客个位数字坐椅子

例 18×20162016-2016×180018

图形计数进阶

数阵图初步

体育比赛中的数学

一、n人淘汰赛

决出冠军要打n-1场；决出季军要打n场

例1 400人参加拳击赛，两两配对。

1. 决出冠军要打多少场？
2. 决出季军要打多少场？

二、n人循环赛

单循环：n×（n-1）÷2

双循环：n×（n-1）

例 20个队伍，每两个队伍之间都要打一场比赛，一共要打多少场？

【思路】从简单想起。看3个人的情形。

1. 首尾连线法

例 A、B、C、D、E、F打单循环赛，目前为止，A打了5场，B打了4场，C打了3场，D打了2场，E打了1场，问：F打了几场？

四、计分制

**两分制：胜2，平1，负0（总分=场数×2）**

**三分制：胜3，平1，负0（总分=场数×3-平局数）**

例1：A、B、C、D、E五人打单循环赛，采取两分制。目前为止，A打了4场，得4分；B打了3场，得2分；C打了2场，得2分；D打了1场，得0分。请问E打了几场，得了几分？

例2: 5支球队打单循环比赛，采取3分制。

1. 比赛结束后，总分最高是多少？最低多少？
2. 若比赛结束后有4场平局，且前4支球队共得25分，求第5支球队的得分？

五、单循环比赛特点：

**（1）胜场 = 负场**

**（2）所有人平局总数为偶数**

例1 5支球队打单循环，采取3分制。结束后，有四个队伍分别得1分、2分、5分、7分，问第5支队伍得了几分？

1. 列表法综合运用

例 4支队伍打单循环，采取三分制。

已知：（1）4个队三场比赛总分为4个连续奇数；（2）乙队总分排在第一；（3）丁队恰有两场平局，其中一场是与丙打平的。请问：总分排在第四的是哪个队？

等积变形

一半模型

最值问题初步

一、极端分析、局部调整

例1：一个多位数各位数字互不相同，且各位数字之和为23，这样的多位数最小是？最大是？

思路：要让数最小，需要使数位尽量小：9，8，6，最小数是689

要让数最大，需要使数位尽量大：1，2，3，4，5，6，还剩个2，最大数是8543210

二、平均思维：数越平均，最小的越大，最大的越小

例2：50个苹果发给6个人，数量互不相同，且每人至少1个。问：分的最多的最少几个？分的最少的最多几个？

三、最值原理：

（一）和一定时，差小积大，差大积小

例3:长度为60m的绳子组成的最大面积的长方形是多大？

（二）和不一定时，先和大，再差小积大；先和小，再差大积小

例4:用1，2，3，4，5，6这6个数字各一次，分别组成两个三位数，问：乘积最大是？最小是？

四、拆数综合

可重复：（1）两个或三个：尽量平均（2）若干个：多拆3、少拆2、不拆1（周期性）

不可重复：（1）两个或三个：尽量平均、局部调整（2）若干个：从2开始加，多余的拆成1，倒序分配

例：16拆数，乘积要最大：

1. 拆成3个，可重复
2. 拆成3个，不可重复
3. 拆成若干个，可重复
4. 拆成若干个，不可重复

平均数进阶

一、容斥型

例：平均数为10的7个数中，前5个平均数是12，后5个平均数是8，求中间三个数的平均数？

二、盈亏型

总人数10人，平均分提高2分，总分提高 分。

总人数 人，平均分降低3分，总分降低24分。

例：包子跟同学们一起算数学考试的平均分。包子发现，若自己分数提高5分，大家平均分能达到90分，若分数降低10分，大家平均分只有87分，问这次考试有几人？

解：平均分变化：

总分变化：

三、移多补少：多的=少的

例1：5棵杨树、4棵桃树的平均高度8m，杨树平均高度12m，求桃树平均高度？

例2：全班共20人，平均身高150cm，女生平均身高145cm，男生平均170cm，求男女各几人？

二元一次方程组

一、代入消元法（哪个好换，换哪个）

（1） y = 2x-3 （2） x-2y=4

3x + 2y = 36 3x-2y=24

二、加减消元法（同号相减、异号相加）

（1） 3x-4y=5 （2） 7x+2y=86

3x+4y=13 5x+2y=70

三、加减消元法（变倍型）

3x-4y=8

2x-5y=3

方程解应用题（一）

步骤：审——设——列——解——答

设：（1）有和、有差随便设 列：（1）以和差作为等量关系

（2）有倍数关系设小的 （2）以倍数作为等量关系

（3）设出现次数最多的 （3）以等量作为等量关系

例1:已知苹果每kg比梨贵2元，买3kg苹果和2kg梨共用去21元，那么两种水果每kg各多少元？

例2：A、B两组各有27人、12人，后来又来了21人。怎样分配这21人，才能使A组人数为B的3倍？

例3:小明步行去上学，回来时骑车。已知去时20min，回来只用了5min，且来回的速度之和为300m/min，求步行和骑车的速度分别是？

方程解应用题（二）

例1：5年前爸爸的年龄是阳阳的6倍多5岁，现在爸爸的年龄是阳阳的4倍。那么现在阳阳多少岁？

例2:网校给老师发洗发水和沐浴露，且沐浴露的数量是洗发水的2倍。如果每个老师分2瓶洗发水,就少6瓶洗发水；如果每个老师分3瓶沐浴露，则多18瓶沐浴露。网校买来的洗发水和沐浴露各多少瓶？

例3: 海海默写千字文和弟子规，千字文四字一句，弟子规三字一句。一共默写了296个字。其中千字文比弟子规句数的2倍少了14句。那么海海默写了多少句千字文？

例4:佳佳、海海、阳阳共有99本课外书。佳佳的本数除以海海的本数，海海的本数除以阳阳的本数，商都是2，而且余数也都是2。海海有多少本课外书？

例5:一个六位数，如果满足，则称为“迎春数”。请你求出所有“迎春数”的总和。

例6:（设而不求）老师出了200道题让王亮、李涛、张清三人做。三人每人都做对了120道，且每道题都有人做对。如果把三人都做对的称为简单题，有两人都做对的称为中等题，只有一人做对的称为难题，那么难题比简单题多多少道？

环形跑道

一、环形相遇

同地出发：相遇一次，合走一圈

异地出发：分近、远路两种

例：一个圆形跑道周长900m，A、B两人从直径两端同时出发、背向而行，A速度55m/min，B速度35m/min。

（1）经过多久两人第一次相遇？

（2）再过多久两人第二次相遇？

（3）从开始到第10次相遇一共多少分钟？

二、环形追及

同地出发：每追一次，多跑一圈

异地出发：分顺、逆时针两种

例：800m环形跑道上，A、B两人相距300米，A：7m/s，B：5m/s，

（1）两人都顺时针跑，A多久第一次追上B？

（2）两人都顺时针跑，A第5次追上B要多久？

（3）两人都逆时针跑，A多久第1次追上B？

三、环形和差问题

例：在1200m的环形跑道上，A、B两人同时同地出发，若背向而行每6分钟相遇一次，若同向而行每20分钟甲追上乙一次，求甲乙的速度。

四、环形二次相遇：第一阶段的路程在第二阶段走双份

例：A、B两人在环形跑道的直径两端同时出发，相反方向走。A走了100m时，两人第1次相遇。B走完一周前60m处，两人第2次相遇。求跑道的周长？

火车过桥

一、火车过杆：火车路程=车身长度

二、火车过人：

1、错人（相遇）：路程和=车身长度

2、超人（追及）：路程差=车身长度

三、火车过桥：

1、完全过桥：火车路程=桥长+车长

2、完全在桥上：火车路程=桥长-车长

四、火车过车：

1、错车（相遇）：路程和=快车长+慢车长

2、超车（追及）：路程差=快车长+慢车长

总结：让一个不动，如此简单！

五、二次过桥（差量分析）

例：一辆火车通过440m的桥要40s，通过310m的桥要30s，求车速。

小数巧算

一、加减法巧算（凑整）

例：

(1) 3.17+7.48+0.83-2.38-1.62-3.48

(2) 9.9+9.99+9.999+9.9999

(3) 2.41+2.38+2.43

二、乘法巧算

例：乘法好朋友

(1)

(2)

(3)

例：乘法分配律、提取公因数

(1)

(2)

(3)

(4)

三、换元法

例：

格点与割补

数表从日历谈起

一、数表中的位置关系：方程法

思路：数是否存在？-- 位置是否合理？

例：从1开始的自然数如图排列，并用平行四边形框出4个数。能否使这4个数的和等于126、408、842？

1 2 3 4 5 6 7 8 9

10 11 12 13 14 15 16 17 18

19 20 21 22 23 24 25 26 27

28 29 30 31 32 33 34 35 36

…… …… …… ……

二、数表定位问题：先整后零；复杂问题简单化

例1：将从5开始的自然数填入数表：

（1）213应该排在第几列？

（2）第3行第100列的数是？

5 9 13 17 …

6 10 14 18 …

7 11 15 19 …

8 12 16 20 …

例2：从4开始的自然数按某种规律排列：

（1）105在第几行第几列？

（2）第5行第20列的数是？

4 11 12 19 20 ……

5 13 21 ……

6 10 14 18 22 ……

7 15 23 ……

8 9 16 17 24 ……

例3:（特殊位置数）

1 2 5 10 …

4 3 6 11 …

9 8 7 12 …

16 15 14 13 …

问：87在第几行第几列？

乘方运算

一、乘方的认识

其中，a称为底数，b称为指数，整个数称为幂。

二、乘方的运算规则

1、同底数幂相乘：底数不变，指数相加

2、同底数幂相除：底数不变，指数相减

3、幂的乘方：底数不变，指数相乘

4、积的乘方等于乘方的积

5、同指数幂相乘：指数不变，底数相乘

因倍质合

一、基本概念

因数、倍数

质数、合数

注意：0和1既不是质数，也不是合数

二、大质数的判断方法

1～100质数表（25个）：熟记

1、根据2、3、5的整除性来判断

2、，把小于等于p的所有质数都除一遍

例：判断：14680，79，111，157是否为质数？

三、连续合数构造法

（1）114～126之间共13个

（2）连续20个或n个

21!+2, 21!+3,…，21!+21

(n+1)!+2,……，(n+1)!+n+1

四、特殊的质数：2（奇偶分析法）

特殊的质数：5（尾数分析法）

例1:P、Q都是质数，且，则

例2:从小到大写出5个质数，使后面的数都比前面大12，这样的数有几组？

包含与排除

一、二量重叠

例：46人参加采摘活动，只采樱桃的有18人，既采樱桃又采杏的有7人，既没采樱桃又没采杏的有6人。问：只采了杏的有几人？

韦恩图

例：1～100这些自然数中：

（1）能被5整除的数有几个？

（2）能被3整除的有几个？

（3）能被3和5整除的有几个？

（4）能被3或5整除的有几个？

（5）不能被3也不能被5整除的有几个？

例：50名同学面向老师站成一行，老师先让大家从左至右按1，2，3……，49，50依次报数，再让报数是4的倍数的同学向后转，接着又让报数是6的倍数的同学向后转，问：现在面向老师的同学还有多少名？

二、三量重叠（韦恩图）

整数与数列

一、等差数列

例：

例：有一等差数列，它的前7项和为84，前14项和为266，它的前21项和为多少？

二、平方差公式：

例：（1） （2）

例：

三、平方和公式、立方和公式

例：（1）

统筹与最优化

整除特征（二）

一、原理精讲

1、尾系：2、5看末一位；4、25看末两位；8、125看末三位

2、和系：3、9看数字和；

11、33、99：从末位起，两位一段，看段和

3、差系：

11:从末位起，奇数位与偶数位之差

7、11、13:从末位起，三位一段，奇数段和偶数段之差

例：9位数既是9的倍数，也是11的倍数，这个9位数是几？

例：是77的倍数，求.

例：（试除法）六位自然数能被23整除，末两位有多少种情况？

加乘原理进阶

一、组数问题

1、数字是否可以重复使用？

2、特殊位置优先考虑！

3、带0偶数须对个位分类讨论！

例 用0，1，2，3，4，5，可以组成：

1. 多少个三位数？
2. 多少个无重复数字的三位数？
3. 多少个无重复数字的三位奇数？
4. 多少个无重复数字的三位偶数？

二、分类讨论型

例 红、黄、蓝、白4种颜色的小旗，各有2，2，3，3面，任取3面按顺序排成一行，表示一种信号。问：共可以表示几种不同的信号？如果白旗不能打头，又有多少种？

法1:考察第1面旗子的颜色分别为蓝、白、红、黄时的情形。

法2:按照3面旗子分别包含1种颜色、2种颜色、3种颜色时的情形。

三、染色问题

优先分析与前面相邻的

流水行船

一、基本公式：四个速度的关系要非常熟悉！

例1：一艘船在静水中的速度为15km/h，它从上游甲地开往下游乙地共花去10h，已知水速为3km/h，则返回要多久？

例2:甲乙两地相距360km，一艘船往返两地需35h，逆水航行比顺水航行多花了5h。现有一快艇，静水速度为12km/h，它往返要多久？

二、变速问题

例：一条大河，河中间水速8km/h，沿岸边水速6km/h，一条船在河中间顺流而下，13h行520km，这条船沿岸边返回原地，需几个小时？

三、相遇与追及

例：A、B两码头间河流长220km。甲、乙两船分别从A、B两码头同时起航，如果相向而行，5h相遇；如果同向而行，55h甲追上乙。求两船的静水速度。

抽屉原理初步

最值问题进阶

操作类智巧趣题

进位制初步

相遇追及综合

平移旋转对称

图形的切割与剪拼

破译横式

数阵图进阶