

建立一元一次方程模型

Linear Equation with One Unknown

Norsesun

最后更新：2020 年 11 月 21 日



新知导入

列数学表达式

比 b 大 8 的数:

比 b 大 8 的数等于 5:



新知导入

列数学表达式

比 b 大 8 的数: $b + 8$

比 b 大 8 的数等于 5: $b + 8 = 5$

前者是代数式中的多项式，后者是一个方程。
那么什么是方程？



新知导入

列数学表达式

比 b 大 8 的数: $b + 8$

比 b 大 8 的数等于 5: $b + 8 = 5$

前者是代数式中的多项式, 后者是一个方程。
那么什么是方程?

方程 (Equation)

含有未知数的等式叫做方程。

方程必须具备的两个条件:

1. 是等式
2. 含有未知数



新知导入

列数学表达式

比 b 大 8 的数: $b + 8$

比 b 大 8 的数等于 5: $b + 8 = 5$

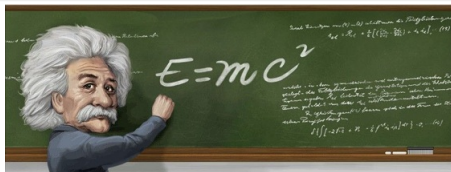
前者是代数式中的**多项式**，后者是一个**方程**。
那么什么是方程？

方程 (Equation)

含有未知数的等式叫做方程。

方程必须具备的两个条件：

1. 是等式
2. 含有未知数



质能方程 (Mass-Energy Equivalence), 世界上最著名的方程之一。它看上去那么简洁, 却给了人无限的想象空间, 原来质量和能量是可以互相转换的。



学什么？

1. 理解方程及一元一次方程的概念，会检验一个数是不是方程的解。
2. 通过实际问题的分析找出等量关系列出方程。
3. 通过列方程的过程，感受方程作为刻画现实世界有效模型的意义，从而体会数学的方程模型思想。



列算式与列方程

汽车匀速行驶途径王家庄、青山、秀水三地的时间如表所示，翠湖在青山、秀水两地之间，距青山 50 千米，距秀水 70 千米。王家庄到翠湖的路程有多远？

地名	时间
王家庄	10 : 00
青山	13 : 00
秀水	15 : 00



列算式与列方程

汽车匀速行驶途径王家庄、青山、秀水三地的时间如表所示，翠湖在青山、秀水两地之间，距青山 50 千米，距秀水 70 千米。王家庄到翠湖的路程有多远？

地名	时间
王家庄	10 : 00
青山	13 : 00
秀水	15 : 00

$$\frac{50 + 70}{15 - 13} \times (13 - 10) + 50$$

你会用方程方法解决这个实际问题吗？

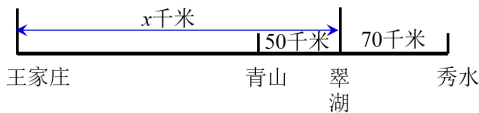


列算式与列方程

汽车匀速行驶途径王家庄、青山、秀水三地的时间如表所示，翠湖在青山、秀水两地之间，距青山 50 千米，距秀水 70 千米。王家庄到翠湖的路程有多远？

地名	时间
王家庄	10 : 00
青山	13 : 00
秀水	15 : 00

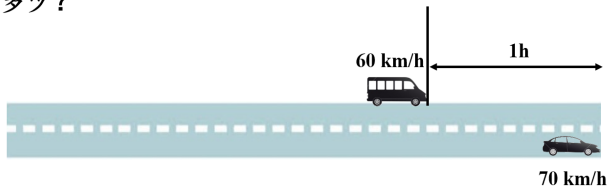
如果设王家庄到翠湖的路程为 x 千米，你能列出方程吗？



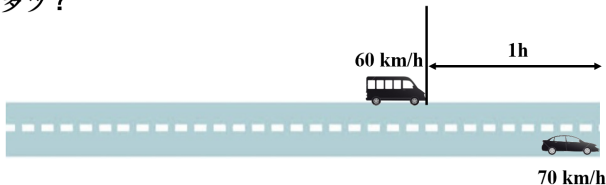
示意图



一辆快车和一辆慢车同时从A地出发沿同一公路同方向行驶，快车的行驶速度是70 km/h，慢车的行驶速度是60 km/h，快车比慢车早1 h经过B地，A，B两地间的路程是多少？



一辆快车和一辆慢车同时从A地出发沿同一公路同方向行驶，快车的行驶速度是70 km/h，慢车的行驶速度是60 km/h，快车比慢车早1 h经过B地，A，B两地间的路程是多少？



(1) 上述问题中涉及到了哪些量？

路程：AB之间的路程

速度：快车70 km/h，慢车60 km/h

时间：快车比慢车早1h经过B地

快车每小时比慢车多走10km

相同的时间，快车比慢车多走60km

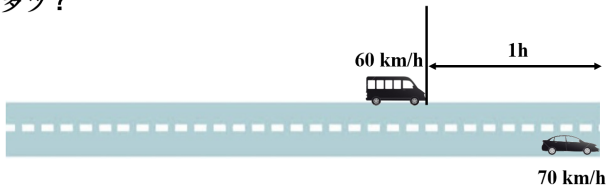


快车走了6h

算式： $60 \div (70 - 60) \times 70 = 420(\text{km})$



一辆快车和一辆慢车同时从A地出发沿同一公路同方向行驶，快车的行驶速度是70 km/h，慢车的行驶速度是60 km/h，快车比慢车早1 h经过B地，A，B两地间的路程是多少？



(2) 如果将AB之间的路程用 x 表示，用含 x 的式子表示下列时间关系：

快车行完AB全程所用时间： $\frac{x}{70}$ h

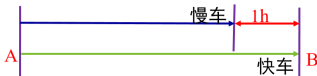
慢车行完AB全程所用时间： $\frac{x}{60}$ h

两车所用的时间关系为：快车比慢车早到1h

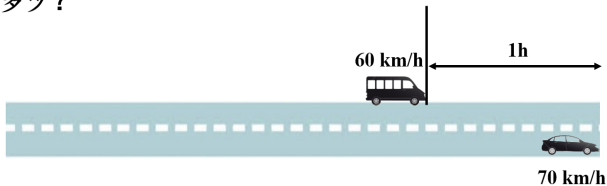
方程

即：(慢车用时) - (快车用时) = 1

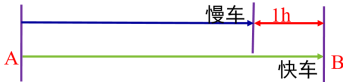
$$\frac{x}{60} - \frac{x}{70} = 1$$



一辆快车和一辆慢车同时从A地出发沿同一公路同方向行驶，快车的行驶速度是70 km/h，慢车的行驶速度是60 km/h，快车比慢车早1 h经过B地，A，B两地间的路程是多少？



(3) 如果用 y 表示快车行完AB的总时间，你能从快车与慢车的路程关系中找到等量关系，从而列出方程吗？

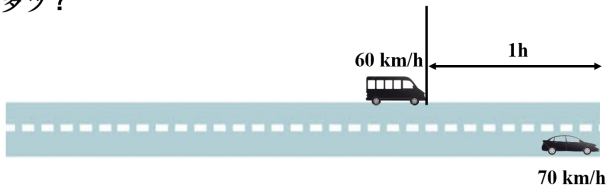


等量关系: 快车 y 小时路程=慢车 $(y+1)$ 小时路程

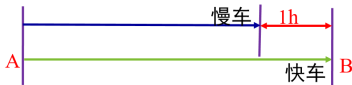
方 程: $70y = 60(y+1)$



一辆快车和一辆慢车同时从A地出发沿同一公路同方向行驶，快车的行驶速度是70 km/h，慢车的行驶速度是60 km/h，快车比慢车早1 h经过B地，A，B两地间的路程是多少？



(4) 如果用 z 表示慢车行完AB的总时间，你能找到等量关系列出方程吗？



等量关系：慢车 z 小时路程=快车提前1小时走的路程

方 程： $70(z-1)=60z$



比较：列算式和列方程.

列算式：列出的算式表示解题的计算过程，只能用已知数. 对于较复杂的问题，列算式比较困难.

列方程：方程是根据题中的等量关系列出的等式. 既可用已知数，又可用未知数，解决问题比较方便.





观察下列方程，它们有什么共同点？

$$\frac{x}{60} - \frac{x}{70} = 1$$

$$70y = 60(y+1)$$

$$70(z-1) = 60z$$

问题1 每个方程中，各含有几个未知数？

问题2 说一说每个方程中未知数的次数。

问题3 等号两边的式子有什么共同点？





观察下列方程，它们有什么共同点？

$$\frac{x}{60} - \frac{x}{70} = 1$$

$$70y = 60(y+1)$$

$$70(z-1) = 60z$$

问题1 每个方程中，各含有几个未知数？ **1个**

问题2 说一说每个方程中未知数的次数。 **1次**

问题3 等号两边的式子有什么共同点？ **都是整式**



新概念：一元一次方程

Equation with one Unknown

一元一次方程

只含有一个未知数， 未知数的次数都是1，
(一元) (一次)

等号两边都是整式， 这样的方程叫做一元一次方程.



辨别一元一次方程

例1 哪些是一元一次方程？

(1) $\frac{1}{x-6}=1$; (2) $3a+9>15$;

(3) $2x+1$; (4) $2m+15=3$;

(5) $3x-5=5x+4$; (6) $x^2+2x-6=0$;

(7) $-3x+1.8=3y$.

解析： 只含有一个未知数（元），未知数的次数都是1（次）的整式方程叫做一元一次方程。



一元一次方程变式题

例2 若关于 x 的方程 $2x^{|n|-1} - 9 = 0$ 是一元一次方程，则 n 的值为_____.

已知方程 $(m - 2)x^{|m|-1} + 3 = m - 5$ 是关于 x 的一元一次方程，求 m 的值，并写出其方程。



一元一次方程的应用

一台计算机已使用1700 h，预计每月再使用150 h，经过多少月这台计算机的使用时间达到规定的检修时间2450 h？



一元一次方程的应用

一台计算机已使用1700 h，预计每月再使用150 h，经过多少月这台计算机的使用时间达到规定的检修时间2450 h？

解：设 x 月后这台计算机的使用时间达到2450 h.

等量关系：已用时间+再用时间=检修时间，

列方程： **$1700 + 150x = 2450$**



一元一次方程的应用



思考： 1. 怎样将一个实际问题转化为方程问题？
2. 列方程的依据是什么？

实际问题

抓关键句子找等量关系
→
设未知数列方程

一元一次方程

分析实际问题中的数量关系，利用其中的相等关系列出方程，是用数学解决实际问题的一种方法。



一元一次方程的应用



根据下列问题，设出未知数，列出方程：

(1) 某长方形足球场的周长为310米，长和宽之差为25米，求这个足球场的宽。

(2) 甲队有54人，乙队有66人，问从甲队调给乙队几人，可使甲队的人数是乙队人数的三分之一？



一元一次方程的应用



根据下列问题，设出未知数，列出方程：

(1) 某长方形足球场的周长为310米，长和宽之差为25米，求这个足球场的宽。

解：设这个足球场的宽为 x 米，依题意，得

$$2x + 2(x + 25) = 310$$

(2) 甲队有54人，乙队有66人，问从甲队调给乙队几人，可使甲队的人数是乙队人数的三分之一？

解：设从甲队调给乙队 x 人，依题意，得

$$54 - x = \frac{1}{3}(66 + x)$$



选择

由于受禽流感的影响, 我市某城区今年 2 月份鸡的价格比 1 月份下降 $a\%$, 3 月份比 2 月份下降 $b\%$, 已知 1 月份鸡的价格为 24 元/千克。设 3 月份鸡的价格为 m 元/千克, 则 ()

- A. $m = 24(1 - a\% - b\%)$
- B. $m = 24(1 - a\%)b\%$
- C. $m = 24 - a\% - b\%$
- D. $m = 24(1 - a\%)(1 - b\%)$



方程的解

对于方程 $4x=24$ ，容易知道 $x=6$ 可以使等式成立，
对于方程 $170+15x=245$ ，你知道 x 等于什么时，等式成立吗？我们来试一试。

x	1	2	3	4	5	6	...
$170+15x$	185	200	215	230	245	260	...

我们知道当 $x=5$ 时， $170+15x$ 的值是245，所以方程

$170+15x=245$ 中的未知数的值应是5。



方程的解



使方程左右两边相等的未知数的值叫方程的解. 求方程解的过程叫做解方程.

$$x=420 \text{ 是 } \frac{x}{60} - \frac{x}{70} = 1 \text{ 方程的解吗?}$$



方程的解

$x = 3$ 是不是下列方程的解？ $x = 4, 5, 6$ 时呢？

$$2x - 3 = 5x - 15$$



方程的解

$x = 3$ 是不是下列方程的解？ $x = 4, 5, 6$ 时呢？

$$2x - 3 = 5x - 15$$

解： 把 $x=3$ 代入方程：

$$\text{左边} = 2 \times 3 - 3 = 3$$

$$\text{右边} = 5 \times 3 - 15 = 0$$

因为 左边 \neq 右边

所以 $x=3$ 不是方程的解

$x = 4, 5, 6$ 时呢？

$x=4$ 是方程 $2x-3=5x-15$ 的解。



若关于 x 的方程 $2x + a = x - 1$ 的解是 $x = -2$, 求 a^{2018} 的值。



如何判断方程的解



方法归纳

判断一个数值是不是方程的解的步骤：

1. 将数值代入方程左边进行计算；
2. 将数值代入方程右边进行计算；
3. 若**左边=右边**，则是**方程的解**，反之，则不是。



总结 (Overview)

方程

方程

含有未知数的等式叫做方程.

一元一次方程

只含有一个未知数, 未知数的次数是1, 等号两边都是整式, 这样的方程叫做一元一次方程.

方程的解

解方程就是求出使方程中等号两边相等的未知数的值, 这个值就是方程的解.

建立方程模型

实际问题

设未知数 找等量关系
→
列方程

一元一次方程



方程式对我更重要，因为政治只看眼前，而方程式是永恒的¹。

——爱因斯坦

¹Equation are more important to me, because politics is for the present, but an equation is something for eternity.