

有理数 - Rational Number

作者: K

最后更新: 2020 年 10 月 24 日

1 有理数

有理数的概念：整数和分数统称为有理数 (Rational Number)。

我们可以把有理数看做分数。因为整数也可以表示成分数，所以有理数都可以写成 $\frac{p}{q}$ 的形式。

我们可以把有理数看做无限循环的小数。分数可以化成有限小数和无限循环的小数，只要我们把有限小数看做是循环节为 0 的无限循环小数，那么分数可以看做是无限循环小数。那么有理数就都可以看做是无限循环小数。

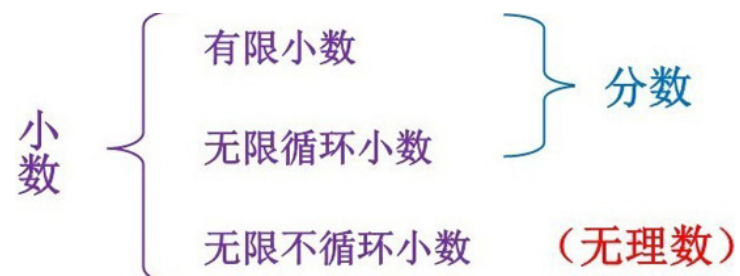


图 1: 小数与分数

2 数轴、相反数和绝对值

数轴 (Number Axis) 三要素：原点，正方向，单位长度。

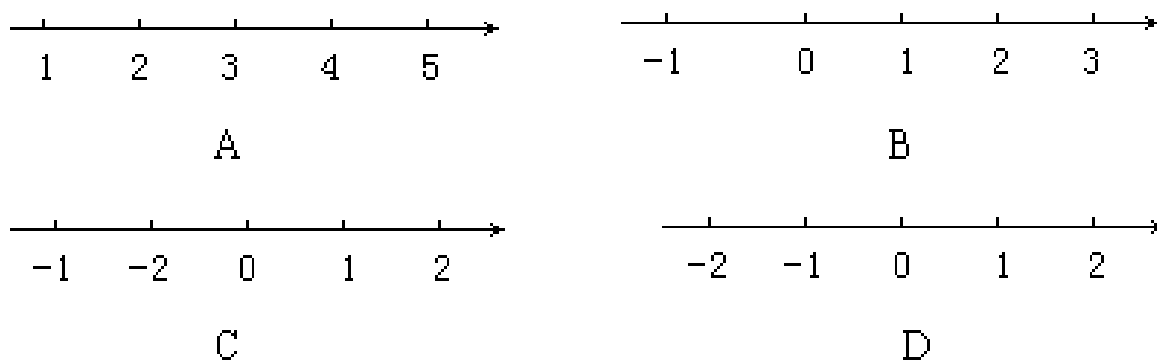


图 2: 哪个数轴画得对?

相反数 (Opposite Number): 只有符号不同的一对数。我们把数 a 的相反数记作 $-a$ 。表示互为相反数的两个数的点，在数轴上分别位于原点的两侧，并且与原点的距离相等。即关于原点对称。

绝对值 (Absolute Value): 数轴上的点到原点的距离，它一定是一个非负数。正数的绝对值是它本身，负数的绝对值是它的相反数，0 的绝对值是 0。互为相反数的两个数的绝对值相等。

2.1 问题

1. $-|-3.8| = ?$
2. 数轴上表示绝对值等于 3.5 的数的点有几个？分别是多少？

3 有理数大小的比较

在以向右为正方向的数轴上，右边的点表示的数比左边的点表示的数大。

看图 3，思考怎么比较两个负数的大小。

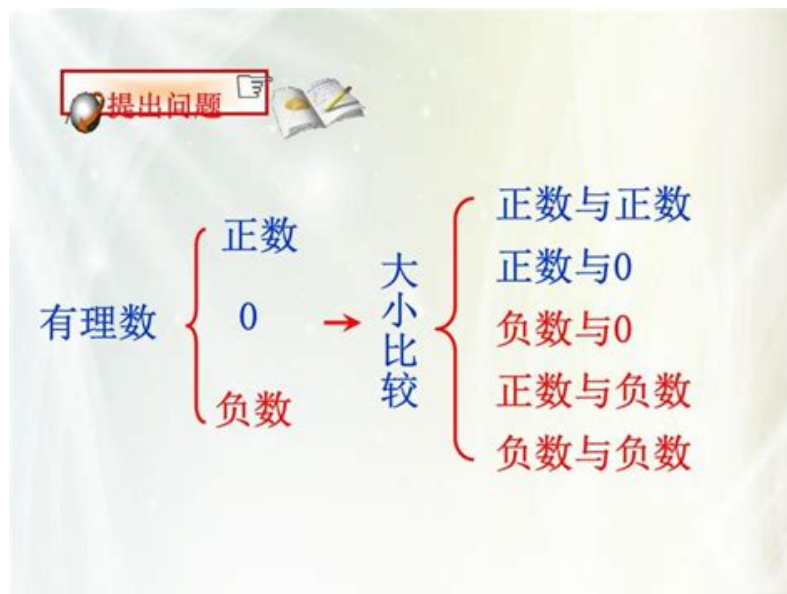


图 3: 数的比较

两个负数，绝对值大的反而小。

3.1 问题

1. 比较大小: $-\frac{3}{10}$ 与 $-|-\frac{2}{5}|$

4 加减法

加法 (Addition) 的一般规则:

同号相加

- 符号不变
- 并把绝对值**相加**

异号相加

- 取绝对值大的数的符号
- 并用较大的绝对值**减去**较小的绝对值

图 4: 加法

减法 (Subtraction) 的一般规则 (减法化成加法做):

- 减去一个数 **=** 加上这个数的**相反数**
- $7 - 4 \longleftrightarrow 7 + (-4)$

图 5: 减法

加减混合运算注意事项: 因为减法不像加法那样具有交换律 (Commutative law)、结合律 (Associative law), 因此不能对减法进行交换结合。即不要乱动减法, 只能在加法间运用交换律结合律。除非你将减法化成加法。

“去掉前面带有减号 (或负号) 的括号” 的法则: 括号前面是 “-” 号时, 把括号连同它前边的 “-” 号都去掉, 括号里各数都变号。比如 $-(-7) = 7$, $-(1+2) = -1-2$, $-(3-1+2) = -3+1-2$ 。可以通过乘以-1 的分配律来理解。相反, 如果括号前面是 “+” 号, 同样将括号连同它前边的 “+” 去掉, 但是括号里各数的符号不变。

某数减去若干个数的和, 可以逐个减去各个加数。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} - \left(\frac{6}{7} - \frac{8}{3} \right) \\ \text{解: 原式} &= \frac{1}{3} - \left(+\frac{6}{7} \right) - \left(-\frac{8}{3} \right) \\ &= \frac{1}{3} - \frac{6}{7} + \frac{8}{3} \\ &= \frac{1}{3} + \frac{8}{3} - \frac{6}{7} = 3 - \frac{6}{7} = 2\frac{1}{7} \end{aligned}$$

图 6: 去括号

4.1 问题

1. $-40 - (+28) + (-19) - 24 - 23$

2. $15 - \left(+\frac{5}{6} + \frac{3}{7} \right) + \left(-\frac{1}{6} - \frac{4}{7} \right)$

5 乘除法

乘法 (Multiplication) 的一般规则：

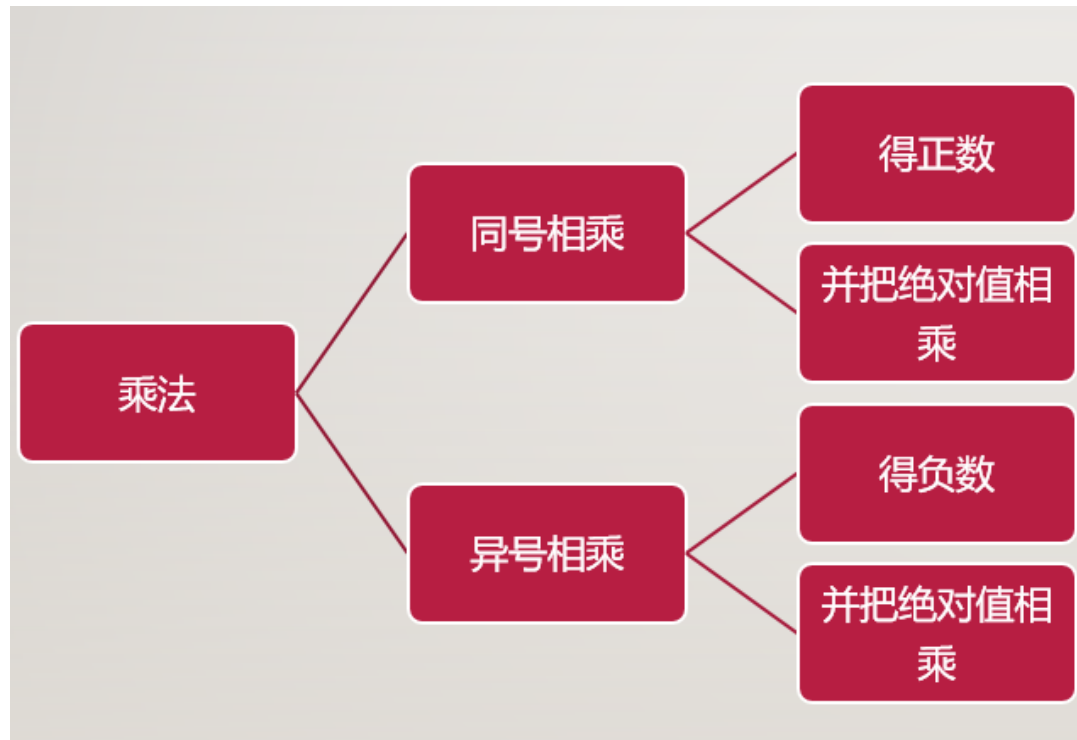


图 7: 两个数的乘法

两数相乘，同号得正，异号得负，绝对值相乘。

多数相乘，奇负偶正，绝对值相乘。

如果两个数的乘积等于 1，我们把其中一个数叫做另一个数的倒数 (reciprocal)，也称它们互为倒数。

乘法和加法类似，都有交换律、结合律。乘法还有对加法的分配律 (Distributive law)。

除法 (Division) 法则:

**除以一个不等于0的数 等于 乘这个数的
倒数。**

图 8: 除法

5.1 问题

1. -0.25 的倒数是多少?
2. $(-4) \div (-8) \times \frac{1}{8}$
3. 如果两个有理数的积是正的, 那么这两个因数的符号是什么关系。
4. $(-1155) \div [(-11) \times (+3) \times (-5)]$
5. $-81 \div \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \div (-\frac{1}{9})$