半角模型

明豫

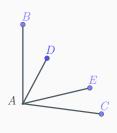
长沙

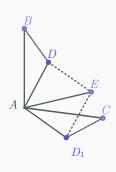


1 基本的半角模型

2 正方形中半角模型

3 其他半角模型





条件

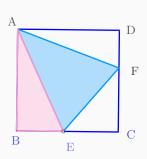
 $AB = AC, \angle BAC = 2\angle DAE.$

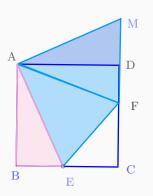
结论

 $\triangle ADE \cong \triangle AD_1E$.

正方形中半角² 90° 夹一半





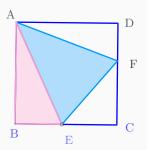


正方形中半角 例



【例 1】正方形 ABCD 中,E,F 分别是 BC,CD 上的点, $\angle EAF = 45^{\circ}$. 求证:

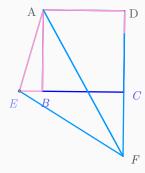
- 1. EF = BE + DF
- 2. AE 平分 ∠BEF,AF 平分 ∠DFE





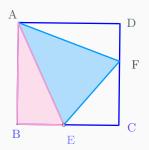
【例 2】正方形 ABCD 中, E 在 CB 延长 线上,F 在 DC 延长线上, $\angle EAF = 45^{\circ}$.

- 1. EF,BE,DF 间有何数量关系? 写出 并证明:
- **2.** $\angle AEB$ 与 $\angle AEF$ 间有何数量关系? 写出并证明。





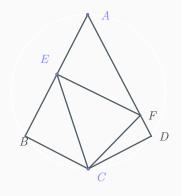
【例 3】正方形 ABCD 边长为 1, E,F 分别 是 BC,CD 上的点, 连接 EF。若 \triangle CEF 的周长为 2,则 \angle EAF 是多少度?





【例 4】四边形 ABCD 中,BC=CD, $\angle BCD = 120^{\circ}$,E,F 为 AB,AD 上的点, $\angle A = \angle ECF = 60^{\circ}$.求证:

- 1. EF=BE+DF;
- 2. 点 C 在 $\angle BAD$ 的平分线上。

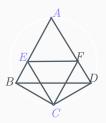


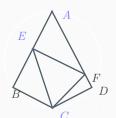
其他半角模型⁴ 120° 夹一半

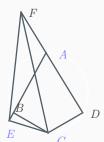


【例 5】正三角形 ABD 中,BC=CD, $\angle BCD = 120^{\circ}$,E,F 为直线 AB,AD 上的点, $\angle ECF = 60^{\circ}$. 设 $\triangle AEF$, $\triangle ABD$ 的周长分别是 Q, L.

- 1. 如图 1, 当 CE = CF 时, BE,FD,EF 之间的数量关系是? 此时 $\frac{Q}{L}$ 是?
- **2.** 如图 2, 当 $CE \neq CF$ 时,猜想上问的两个结论还成立吗?
- 3. 如图 3, E,F 在 AB, DA 延长线上,若 AF = x,则 Q =___ (用 x, L 表示)。







⁴在线 GeoGebra

变式 5 从半角模型到对角互补模型



【例 6】四边形 ABCD 中,AB=AD, $\angle B + \angle D = 180^{\circ}$,E,F 为线段BC,DC 上的点, $2\angle EAF = \angle BAD$.

- 1. 探究 EF,BE,FD 之间的数量关 系,并证明;
- 2. E,F 分别在 CB,DC 的延长线上,请画出图形,直接写出线段 EF,BE,FD 之间的数量关系。

