

浙江大学



《固体物理基础》课程设计

研究主题：量子霍尔效应

授课教师：曹臻 李宇波

姓名：████████

学号：████████

日期：2023-01-08

- 1 课题背景
- 2 发展历程
 - 2.1 霍尔效应
 - 2.1.1 发现
 - 2.1.2 现象解释
 - 2.2 整数量子霍尔效应
 - 2.2.1 发现
 - 2.2.2 现象解释
 - 2.3 分数量子霍尔效应
 - 2.3.1 发现
 - 2.3.2 现象解释
 - 2.4 量子反常霍尔效应
 - 2.4.1 概念
 - 2.4.2 研究目的
 - 2.4.3 量子自旋霍尔效应的发现
 - 2.4.4 实验探索
- 3 结语

1 课题背景

在以往的学习中，我们在物理学科中已经学习了一般情况的霍尔效应。当我们将其迁移至低温强磁场的条件时，在量子力学的加持下，霍尔效应又会呈现出一些有趣且迷人的特性——量子霍尔效应。随着研究的不断深入，量子霍尔效应又可以分为整数量子霍尔效应、分数量子霍尔效应以及量子反常霍尔效应。我们将从一啊不能情况下的霍尔效应着手，分别介绍这几种量子霍尔效应之间的区别。

2 发展历程

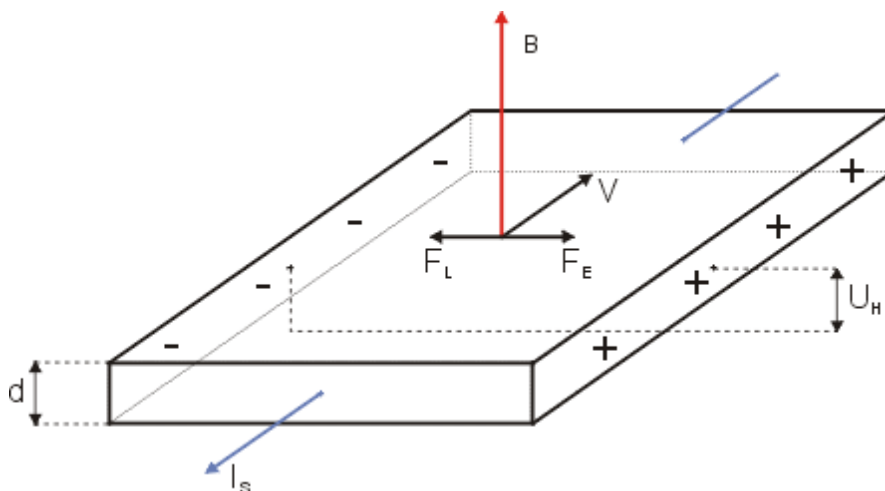
2.1 霍尔效应

2.1.1 发现

1879年，埃德温·赫伯特·霍尔在马里兰州约翰霍普金斯大学攻读博士时发现了霍尔效应。这一发现比电子的发现还要早18年。

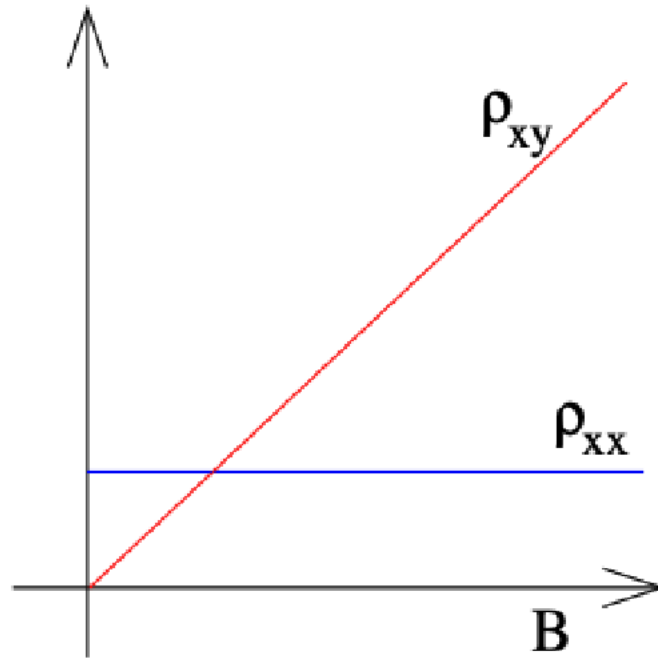
2.1.2 现象解释

在导体上外加与电流方向垂直的磁场，会使得导线中的电子受到洛伦兹力而聚集，从而在电子聚集的方向上产生一个电场，此一电场将会使后来的电子受到电力作用而平衡掉磁场造成的洛伦兹力，使得后来的电子能顺利通过不会偏移，此称为霍尔效应。而产生的内建电压称为霍尔电压。



$$\begin{aligned} U_H &= \frac{IB}{ned} = K_H \frac{IB}{d} \\ R_H &= \frac{U_H}{I} = K_H = \frac{B}{d} \end{aligned} \quad (*)$$

可见，在霍尔效应中，当霍尔材料确定时，霍尔电阻与外加磁场为线性关系。



在Drude model下，可以解得其纵向电阻率是个和磁场无关的常量，而横向电阻率和弛豫时间 τ 无关且正比于磁场：

$$\begin{aligned} p_{xx} &= \frac{E_x}{j_x} = \frac{m}{ne^2\tau} \\ p_{xy} &= \frac{E_y}{j_x} = \frac{B}{en} \end{aligned} \quad (*)$$

2.2 整数量子霍尔效应

2.2.1 发现

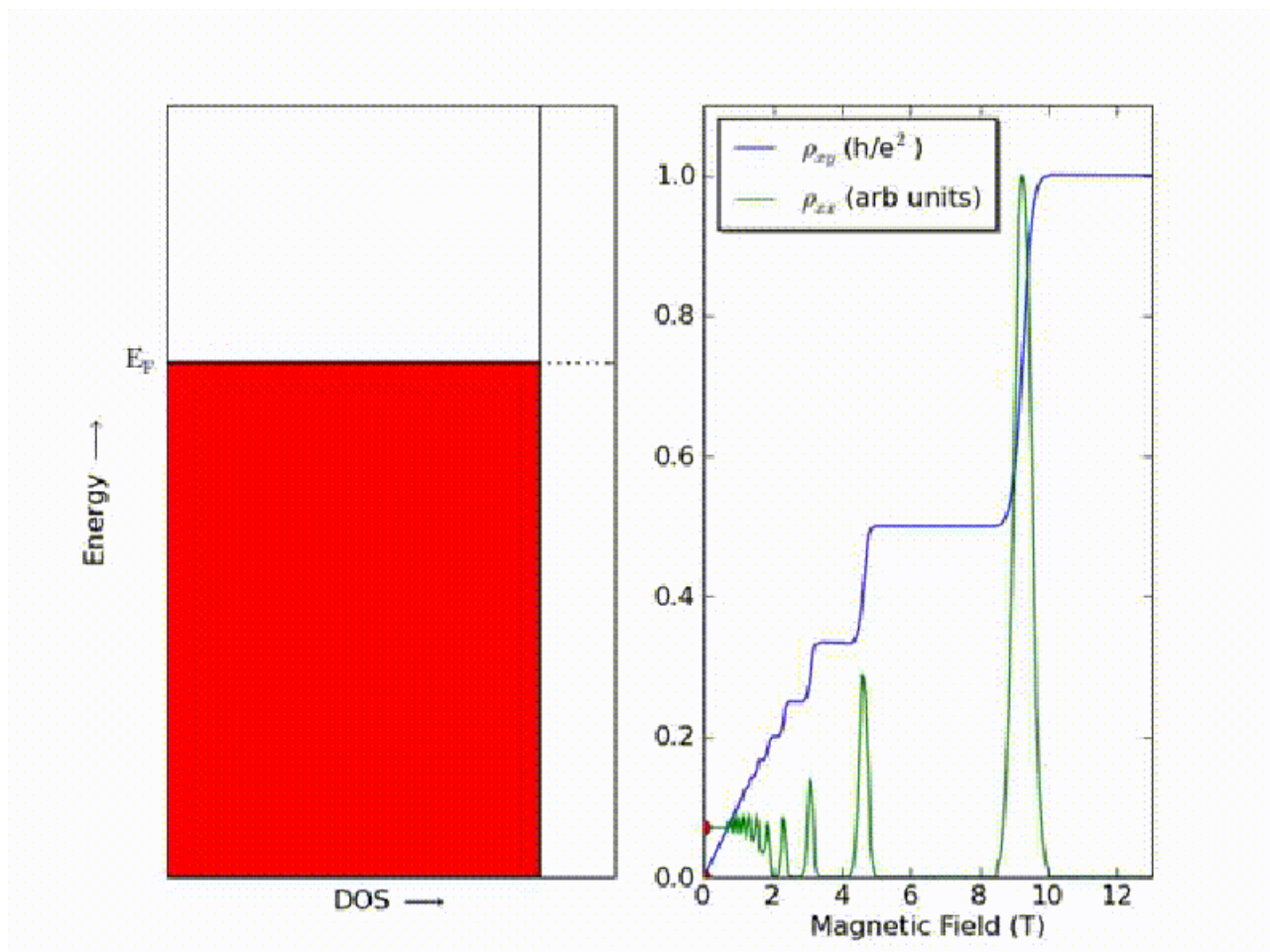
1980年初，冯·克利青在实验（温度1.5K，磁场18T）中发现，MOSFET的霍尔电阻并不随磁场强度的增大按线性关系变化，而是作台阶式的变化。电阻平台的高度与所测物质特性无关，而是按 $\frac{h}{e^2}$ 的分数量子化的。冯·克利青由于这一发现而获得1985年诺贝尔物理学奖。

2.2.2 现象解释

依照经典电磁理论，强磁场中的电子受洛伦兹力做圆周运动形成回旋轨道，在量子力学中，电子圆轨道是量子化的，具有分立能级。朗道最先提出量子化轨道，称为朗道能级。某一时刻电子按泡利不相容原理填充 f 个朗道能级，此时得到的霍尔电阻平台正好对应：

$$R_H = \frac{h}{e^2 f} \quad (f = 1, 2, 3 \dots)$$

当霍尔电阻处于某一平台时，电流无纵向电阻，原因为样品边缘的电子在还未完成一个圆周运动时就被反弹回来，之后重复圆周运动和反弹，因此电子可沿样品边缘从一端运动到另一端形成“边缘态”，由于外加磁场作用电子只能沿一个方向运动，边缘电子碰到杂质时会绕弯向前而不发生散射，散射是形成电阻的主要原因，所以在量子霍尔态电子运动无能量损耗，即无纵向电阻。



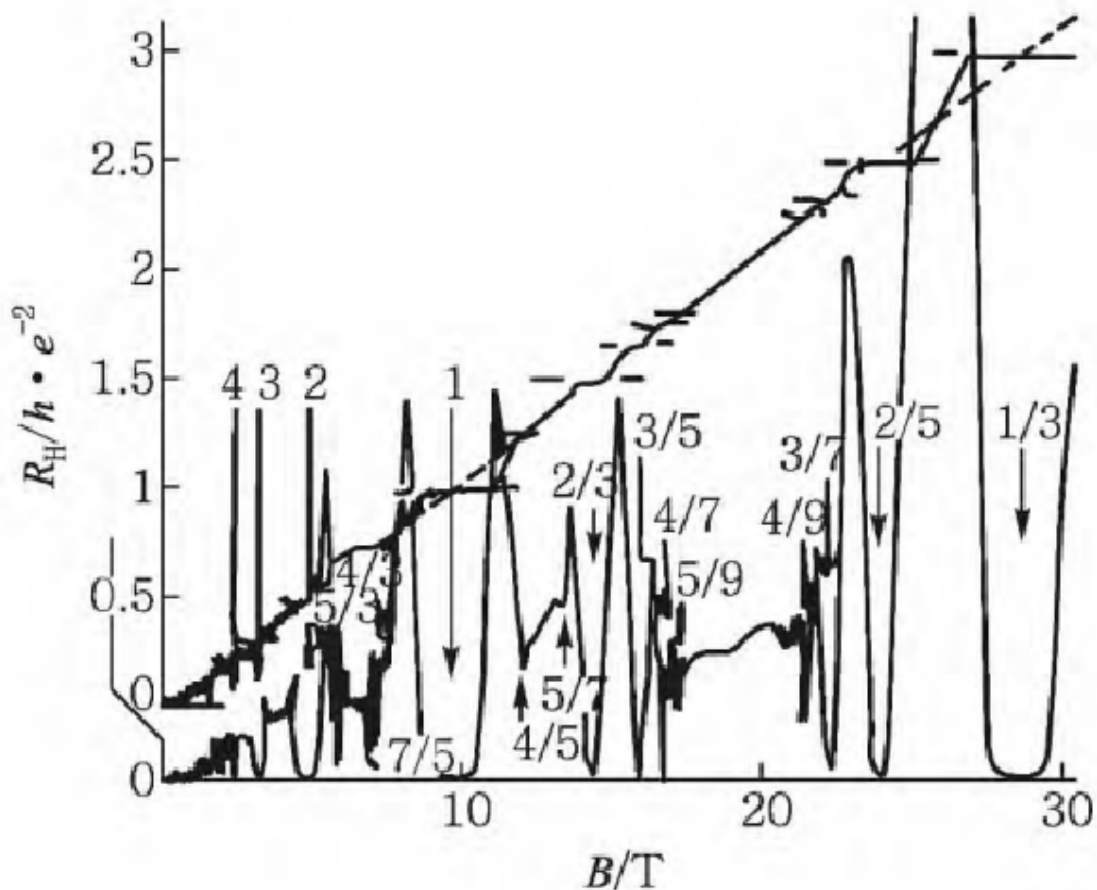
2.3 分数量子霍尔效应

2.3.1 发现

1982年，美国华裔物理学家崔琦和德国物理学家施特默在美国贝尔实验室研究半导体霍尔效应，他们所用的实验材料是半导体GaAs和GaAlAs夹在一起形成的半导体异质结，二维电子被限制在这两种不同半导体的接触面上，实验的温度为 0.1K，磁场强度B近30 T(是地球磁场的100万倍),他们惊奇地发现量子霍尔效应平台不仅 ν 为整数时被观察到，而且也出现在 ν 为一些奇分母的分数 $1/3$ 、 $2/5$ 的情况下，由于 ν 可取分数，所以此类量子霍尔效应称为分数量子霍尔效应。

2.3.2 现象解释

1. 分数量子霍尔效应是一种低维电子系统的强关联效应，由电子间的库仑相互作用所致；
2. 给出了电子系统的基态波函数，被称为劳克林波函数，用波函数计算系统基态的能量；
3. $\nu = 1/m$ （分数量子平台）是多电子系统集合态的特征，称为量子霍尔液体。此液体用消耗能量作为代价，产生“准粒子”，每一个“准粒子”携有整数电荷的 $1/m$ ，此液体也是不可压缩的，电子间的库仑相互作用为这种不可压缩性提供了能隙。



2.4 量子反常霍尔效应

2.4.1 概念

1880年，霍尔在研究磁性金属的霍尔效应时发现，即使不加外磁场也可以观测到霍尔效应，这种零磁场中的霍尔效应就是反常霍尔效应。直到近10多年，人们才逐渐认识到反常霍尔效应与电子自旋-轨道耦合及电子结构的贝里相位有关，并提出反常霍尔效应的“本征机制”。

2.4.2 研究目的

量子霍尔效应发现后，人们的关注点集中在量子霍尔器件上。由于在量子霍尔态电子的运动是无能量损耗的，因此，可用于制备低能耗的高速电子器件。例如，若把量子霍尔效应引入计算机芯片，将会克服电脑的发热和能量损耗问题。但是，要产生量子霍尔效应，需要有产生强磁场的巨大磁铁，体积庞大，价格昂贵，很难在人们日常生活中得到广泛应用。为此，导致人们对量子反常霍尔效应的研究。

2.4.3 量子自旋霍尔效应的发现

特定的量子阱中，在无外磁场的条件下（即保持时间反演对称性的条件下），特定材料制成的绝缘体的表面会产生特殊的边缘态，使得该绝缘体的边缘可以导电，并且这种边缘态电流的方向与电子的自旋方向完全相关，即量子自旋霍尔效应。

如果量子自旋霍尔系统中一个方向的自旋通道能够被抑制，比如，通过铁磁性，这自然的会导致量子反常霍尔效应。

2.4.4 实验探索

为了实现量子反常霍尔效应，2010年我国理论物理学家方忠、戴希等与张首晟教授合作提出磁性掺杂的三维拓扑绝缘体可能是实现量子化反常霍尔效应的最佳体系，当三维拓扑绝缘体的厚度降低到几个nm时(头发丝粗细的1/10000)，就会过渡成二维拓扑绝缘体，利用二维拓扑绝缘体的边缘态，并引入磁性就能实现量子反常霍尔效应。

薛其坤院士及其领导的团队首先利用分子束外延技术，在硅、碳化硅和蓝宝石等单晶衬底上，制备出了原子级平整的高质量三维拓扑绝缘体(Bi_2Te_3 , Bi_2Se_3 和 Sb_2Te_3)薄膜，并将其制备成输运器件；然后在30mK的极低温环境下，对其磁阻和反常霍尔效应进行了精密测量。通过4年不懈努力，测量超过1000个样品，终于发现在一定的外加栅极电压范围内，此材料在零磁场中的反常霍尔电阻达到了量子电阻的数值($\frac{h}{e^2} \sim 25800\Omega$)，并形成了一个平台，同时纵向电阻急剧降低并趋近于零，这是量子化反常霍尔效应的特征性行为。

3 结语

通过本次对于量子霍尔效应的研究，我们小组了解了包括霍尔效应、整数、分数量子霍尔效应、量子反常霍尔效应在内的发展历程以及他们各自的具体内容和原理解释。目前固体物理界对于量子反常霍尔效应的研究仍在继续，探索如何提高量子反常霍尔效应的温度以及其他可以实现量子反常霍尔效应的方法。整数、分数量子霍尔效应的原理部分，小组成员也依照相关论文展开讨论，积极解决推导过程中遇到的不理解的地方，最终让我们对于量子霍尔效应有了更深入的认识，也帮助我们在固体物理课程中更好地学习，培养了我们查阅论文和了解领域前沿研究成果的能力，原理方面的内容理解也让我们开阔了视野，体会到了一些重要的科学研究思想，能够帮助我们在今后的学习中更好地应对困难。

参考文献:

- [1] 杨锡震田强. 量子霍尔效应[J]. 物理实验, 2001, (06): 3-7.
- [2] 杨锡震田强. 量子霍尔效应(续)[J]. 物理实验, 2001, (07): 3-4.
- [3] 郑厚植. 分数量子霍尔效应——1998年诺贝尔物理学奖介绍[J]. 物理, 1999, (03): 7-18.
- [4] 刘雪梅. 霍尔效应理论发展过程的研究[J]. 重庆文理学院学报(自然科学版), 2011, 30(02): 41-44.
- [5] 韩燕丽刘树勇. 量子霍尔效应的发展历程[J]. 物理, 2000, (08): 499-501.
- [6] 李海. 量子霍尔效应及量子反常霍尔效应的探索历程[J]. 大学物理, 2014, 33(12): 23-26.