

量子霍尔效应(续)

杨锡震¹⁾ 田 强²⁾

(1) 北京师范大学测试中心 北京 100875; 2) 北京师范大学物理系 北京 100875)

4 分数量子霍尔效应的物理解释

4.1 Laughlin 波函数和准粒子

上述对 IQHE 的解释是基于单电子图象的基础上作出的^[13]考虑到 2DEG 实际上是一个多粒子体系, 如果电子-电子间相互作用很强会导致强关联^[13]Laughlin 从包含这种相互作用的多电子哈密顿出发, 借助液氦理论中的模型波函数对量子霍尔效应体系的波函数进行试探性猜测^[13]对于 $\nu = 1/m$ (m 为奇数) 情形, 得到的波函数满足泡利原理的要求^[13]用变分法和其它近似方法(包括蒙特卡罗方法)进行计算并和凝聚态理论中的模型相比较, 肯定了该波函数^[13]Laughlin 波函数描述的是高度关联的多电子状态, 而且电子的空间位置也是不固定的, 故称为量子液体态^[13]Laughlin 用近似波函数得到分数量子霍尔效应的许多性质, 和实验符合得很好^[13]

Laughlin 波函数是 $\nu = 1/m$ 的基态波函数, 在此基础上增加或减少一个电子就是相对于基态的一种激发^[13]对于多粒子体系的激发, 凝聚态物理常用的一种方便方法是将激发视为一种准粒子^[13]这就是将由于激发导致的不同于基态的新状态(激发态)看作是在基态的基础上增加了一个具有与激发态相对应的某种特性的一个“粒子”^[13]这种具有特定性质的假想粒子就是准粒子^[13]在所讨论的体系中, 如果在 $\nu = 1/3$ 态的基础上增加一个电子, 可视为在 $\nu = 1/3$ 基态的基础上增加了一个“准电子”; 相反, 若是减少一个电子则可视在基态的基础上增加了一个“准空穴”^[13]

对于 Laughlin 函数所描述的状态, 可以做

以下形象化的解释^{[6][13]}在磁场作用下, 电子按量子化的轨道做回旋运动^[13]对于 2DEG 体系, 回旋轨道的中心可以在整个二维平面内处处以相同的几率出现^[13]不管回旋中心在何处, 都必然有磁通量子与之相伴^[13]不过, 每个磁通量子总是出现在电子回旋运动轨道(称为旋涡, vortex)的中心, 而在这种旋涡中心处电子出现的几率几乎为 0, 如图 8(a) 所示^[13]也可以说: 在磁场中只要有一个电子, 它的电子云必然围绕一个磁通量子呈回旋状分布, 或者说一个电子应该填入一个涡旋^[13]按照泡利不相容原理, 每个涡旋内只能填入一个电子^[13]在许多磁通量子的作用下, 单个电子在空间的几率分布并非是均匀的, 只是由于每个 Landau 能级上可填入 eB/hc 个电子, 才使电子的空间分布几率在二维平面上呈现一定的“均匀”性(不计涡旋内部的电子云不均匀分布)^[13]每个磁通量子产生一个涡旋, 通过样品的总磁通为 Φ , 则产生的涡旋数为 $\Phi/\Phi_0 = e/hc$ ^[13]如果这些涡旋全部都被电子填满, 如图 8(b) 所示^[13]这相当于 $\nu = 1$ 的情形^[13], $\nu = 1/3$ 时, 每 3 个涡旋平均只分到 1 个电子^[13]这种情况下, 这些电子如何填充到 e/hc 个涡旋中, 存在许多排列组合的可能性, 图 8(c) 示出的是其中一种可能的配置^[13]从体系能量最低的原理考虑, 最有利的配置应当是 3 个涡旋结合成一个大涡旋, 内填入一个电子, 也即每个电子与 3 个磁通量子相伴, 如图 8(d) 所示^[13]由此不难理解为何 $\nu = 1/3, 1/5, 1/7, \dots$ 等可公度的 FQHE 状态是稳定的^[13]

4.2 带有分数电荷的准粒子

ν 稍稍偏离 $1/3$ 并不会立刻破坏上述高度关联的液体态, 只是在其中形成了若干“缺陷”^[13]

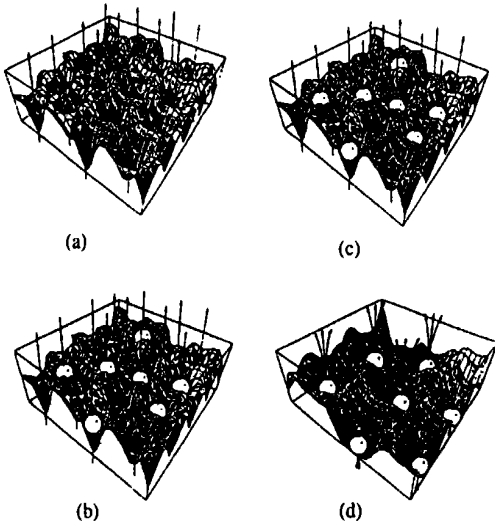


图 8 (a) 仅有一个电子的体系在许多磁通量子作用下形成的电子空间几率分布, 每个箭头代表一个磁通量子;
(b) 每个涡旋内填入了一个电子;
(c) $\nu = 1/3$ 时电子随机填充涡旋的一例;
(d) $\nu = 1/3$ 时电子刚好填满所有附有 3 个 Φ_0 的大涡旋^[13]

例如: 从 $1/3$ 态移走一个电子就留下了一个带正电荷 e 、并附有 3 个 Φ_0 的一个大涡旋。由于失去了一个荷 $-e$ 电荷的电子, 原来束缚在一起的 3 个磁通量子将分解为 3 个独立的 Φ_0 , 一个大涡旋分解成为 3 个小涡旋^[13]。这时, 每个小涡旋带有 $+e/3$ 电荷, 这样的准粒子就是准空穴^[13]。如果 $1/3$ 态多了一个电子(或少了一个大涡旋)就会出现荷 $-e/3$ 电荷的准电子^[13]。从高度关联的量子液体的角度看, 准空穴或准电子这些准粒子相当于一种缺陷^[13]。由于这些缺陷的出现, 量子液体中载流子的关联运动受到干扰, 这使得体系的能量发生变化^[13]。由于这些缺陷的出现是对稳定基态的偏离, 体系的能量应该增大。所以含有分数电荷准粒子的状态与基态之间存在一定的激发能隙^[13]。激发能隙是表征 FQHE 态的一个重要的物理量, 即使在 $\nu = 1/m$ 处, 升高温度也会激发同样数目的准电子和准空穴^[13]。这些热激发的准电子和准空穴使体系的电导增大, 实验上可用测量电导率随温度的变化来测定激发

能隙的大小^[13]。另一方面, 从理论上可以算出该激发能隙 $E_g \approx m^{-5} B^{1/2}$, 这正确地预示了实测中观测到的 $\nu = 1/5$ 态的能隙小于 $\nu = 1/3$ 态的能隙^[13]。

值得注意的是这里为形象化描述激发而引入的准粒子(准电子和准空穴)有一个奇特的性质, 即它们的电荷是分数^[13]。对 $\nu = 1/3$ 态, 准空穴的电荷是 $e/3$ ^[13]。和其它准粒子一样, 它们的引入是为了简化复杂的多粒子体系的某种激发行为而使用的一种技巧^[13]。准粒子的出现是对多粒子体系受某种激发而发生状态变化这类行为的一种等价处理形式, 并不一定意味着自然界存在一种像准粒子那样的真实粒子^[13]。同样, 引入荷带分数电荷的准电子、准空穴并不意味着分数电荷粒子的存在, 所谓分数电荷只是由 FQHE 理论引出的一种等效概念^[13]。从体系移走或添加电荷时仍是以 $-e$ 为单位进行传递, 所以电子电荷 $-e$ 仍然是自然界中电荷的基本单元^[13]。另外, 既然准粒子是一种复杂的多粒子体系激发行为的代表物, 它们完全还可以有与真实粒子不同的若干性质^[13]。例如: 荷带分数电荷的准粒子的统计性质也与电子不同^[13]。众所周知, 电子的自旋量子数为半整数, 属费米子, 遵循费米统计; 而自旋量子数为 0 或整数的玻色子(如光子、He 原子等)遵循玻色统计^[13]。而 FQHE 中出现的准电子和准空穴既不服从费米统计, 也不服从玻色统计, 而是服从很特别的分数统计规律^[13]。

4.3 FQHE 中的梯队结构

Laughlin 波函数和荷带分数电荷的准粒子图象正确地解释了 $\nu = 1/m$ (m 为奇数) 处的 FQHE 行为^[13]。将“电子”换成“空穴”, 用同样的方法可以对 $\nu = (1 - 1/m)$ (如 $2/3, 4/5, 6/7, \dots$) 的 FQHE 现象作出解释^[13]。此外, 实验上还在 $\nu = 2/5, 3/5, 3/7, 4/7, \dots$ 处观测到明显的 FQHE^[13]。通常, 将后一类 FQHE 态称为前一类 ($\nu = 1/m$ 和 $\nu = 1 - 1/m$) FQHE 态的“女儿态”, 而将前一类称为“父母态”^[13]。女儿态的 ν 值与 $1/m$ 已有较大偏移, 相当于激发了较多的准粒子^[13]。由于准粒子之间的库仑作用, 它们同样力图按彼此分得尽量开的方式作为 (下转 7 页)

(Nanophysics)、纳米电子学(Nanoelectronics)、纳米材料科学(Nanometer Materials Science)、纳米机械学(Nanomachanics)、纳米生物学(Nanobiology)、纳米显微学(Nanoscopy)、纳米制造学(Nanofabrication)、纳米度量学(Nanometrology)等多门分支学科,不仅引起国际科学技术界的广泛重视,而且受到众多国家政府的关注^[13]因此对这门新兴学科的重要性以及将要产生的影响,决不可低估^[13]

纳米体系物理研究的范围主要包括:

1) 纳米有序阵列体系,即将金属纳米粒子、半导体粒子按一定的周期整齐排列,研究在光、热、电、磁等作用下体系的特性以及颗粒尺寸和排列周期对各种物性的影响;

2) 将纳米颗粒填充到具有一定尺度的介质空隙中形成了介孔复合体^[13]由于尺度、界面的相互作用组成的异质异相,介孔复合体将出现既不同于纳米颗粒也不同于介孔固体本身的性能,即有独特的新现象出现;

3) 将纳米颗粒与流体介质复合组成新的体系,在光、电、磁和力场作用下会引起体系的粘度发生变化,在外场的作用下颗粒在悬浮液中排列的序性变化以及导致物性变化的临界效应;

4) 将纳米颗粒镶嵌在复合体系中,研究颗粒的尺寸、形貌、分布及体积百分比的变化对体系新特性的影响,探索新现象产生的原因和机理^[13]

(待续)

(上接 4 页) 最佳配置,从而仍然凝聚成准粒子的量子液体^[13]理论上已经证明:所有女儿态按下式所述梯队方式构成

$$m + \frac{1}{p_1 + \frac{\alpha}{p_{n-1} + \frac{\alpha}{p_n}}} \quad (18)$$

其中, $m=1, 3, 5, \dots$; $\alpha=\pm 1$; $p_i=2, 4, 6, \dots$

4.4 偶数分母 ν 情形

受电子体系波函数反对称性的制约,出现 FQHE 态的 $\nu=p/q$ 的分母 q (前面叙述中的 m) 应该都是奇数,只有组成体系的粒子是玻色子时,才有可能构成偶数分母的 FQHE 态^[13]在早期的实验中,在 $\nu=3/4, 11/4, 5/2$ 和 $9/4$ 处已经观察到 R_x 呈现极小,这是 FQHE 的迹象^[13]后来,在更低温度下的测量结果表明:在 $\nu=5/2$ 处明白无误地出现了霍尔电阻平台^[13]目前如何从理论上去理解分母为偶数的 FQHE 仍是正在探索的一个问题^[13]

对于 $\nu=1/2$ 情形,在仔细的实验测量后确认:虽然在该处 R_x 呈现明显的极小,但 R_y 没有出现相应的平台^[13]而且, R_x 的温度依赖性十分微弱,更类似于无磁场情况下的普通金属行为^[13]在所观测到的 FQHE 现象中,最显著的 FQHE 对应的是 $\nu=p/(2p\pm 1)$ 的状态,故将这类态

称为 FQHE 的“主系列态”^[13]而当 $p\rightarrow\infty$ 时,该主系列的极限正是 $\nu=1/2$ 态^[13]设想将两个磁通量子与一个电子“捆绑”在一起当作一个新准粒子,即可将这种准粒子等效地看成是在磁场中作自由运动的费米子,因此体系呈现金属性,从而对 $\nu=1/2$ 态的有关实验事实作出解释^[13]1989 年,这种由两个磁通量子与一个电子“捆绑”在一起形成的准粒子被正式称为“组合费米子”^[13]组合费米子是 FQHE 研究中引进的又一种新准粒子,有人认为,其真实性可与超导现象中的库珀对相比^[13]

5 参考文献

1 Laughlin RB· Rev· Mod· Phys·, 1999, 71(4) :863

2 Stormer HL· Rev· Mod· Phys·, 1999, 71(4) :875

3 Tsui DC· Rev· Mod· Phys·, 1999, 71(4) :891

4 Stormer HL et al· Rev· Mod· Phys·, 1999, 71(2) :298

5 冯端,金国钧.凝聚态物理学新论(第四章) 19.上海:上海科学技术出版社,1992

6 郑厚植.物理,1999,20(3) :131

7 Tsui DC, Stormer HL, Gossard AC· Phys· Rev· Lett·, 1982, 48:1559

8 张礼·近代物理学进展(第 14 章)·北京:清华大学出版社,1997

(续完)

(2000-12-20 收稿)