

## 量子霍尔效应及量子反常霍尔效应的探索历程

李海

(山西大同大学 物理与电子科学学院 山西 大同 037009)

**摘 要:** 回顾了霍尔效应、量子霍尔效应及量子反常霍尔效应的探索历程,着重叙述了1985年、1998年获得诺贝尔物理学奖的量子霍尔效应研究成果,以及在我国实验室首次观测到量子反常霍尔效应的重大成就。

**关键词:** 霍尔效应; 量子霍尔效应; 量子反常霍尔效应; 诺贝尔物理学奖

**中图分类号:** O 4-09

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000-0712(2014)12-0023-04

2013年3月14日,美国《科学》(Science)杂志在线发表了关于首次观测到量子反常霍尔效应的成果,这是由我国清华大学薛其坤院士领衔组成的中外科学家团队,在中国实验室作出的一项重要科学发现。杨振宁教授认为,这是“诺贝尔奖级的成果”。为了更好地理解这一成果的内涵及意义,本文拟简要回顾霍尔效应、量子霍尔效应及量子反常霍尔效应的发现历程。

## 1 霍尔效应的简略回顾

1879年,美国物理学家霍尔(E. H. Hall, 1855—1938年)还是霍普金斯(Hopkins)大学的一名研究生,在一次室温下的实验中发现,一个通过电流 $I$ 的导体薄膜,放在与电流方向垂直的磁场( $B < 1\text{ T}$ )中,在垂直于电流和磁场的方向上,该导体的两侧会产生一个电势差——霍尔电压 $V_H$ ,  $V_H$ 与 $I$ 的比值称为霍尔电阻 $R_H$ ,此即著名的霍尔效应。后来发现,半导体材料也可产生霍尔效应。相关论著对霍尔效应的机理已作了详尽的阐述,不再重复。这里只给出其中一个重要结论:若三维电子系统的厚度极薄,则可视作二维电子系统,设载流子电荷的面密度为 $n_s$ ,则二维霍尔电阻为

$$R_H = B/n_s q \quad (1)$$

由式(1),霍尔电阻 $R_H$ 和外磁场的强度 $B$ 成线性关系,也与载流子密度和电荷 $q$ (电子或空穴)有关。 $R_H$ 测量简易,因此 $R_H$ 成为固体物理中最经常测量的物理量之一。

2 量子霍尔效应的发现<sup>[1]</sup>

到了20世纪70年代末,科学家在极低温度和

强磁场下,研究半导体中的霍尔效应,发现了量子霍尔效应。

## 2.1 整数量子霍尔效应的发现

1980年初,德国维尔茨堡大学的青年教师冯·克利青(L. V. Kltzing, 1943—)在法国格勒诺勃(Grenoble)的强磁场实验室,测量金属-氧化物半导体场效应晶体管(MOSFET)的霍尔电阻(这种器件的二维电子被限制在半导体和其氧化物之间的边界面上)。该实验室是由法国国家研究中心(CNRS)和德国M.普朗克研究所联合创建,拥有可达25 T强磁场及1 K以下低温的设备。

冯·克利青在实验(温度为1.5 K,磁场为18 T)中发现<sup>[2]</sup>, MOSFET的霍尔电阻并不随磁场强度的增大按线性关系变化,而是作台阶式的变化,见图1。电阻平台的高度与所测物质特性无关,是按 $h/e^2$ 的分数量子化的:

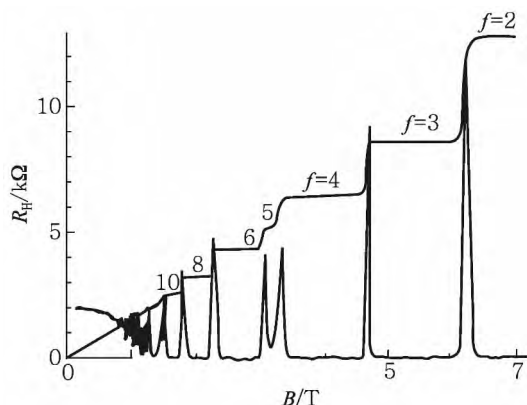
$$R_H = (h/e^2)/f \quad (2)$$

其中 $e$ 是电子电荷量的绝对值, $h$ 是普朗克常量, $f$ 为正整数,称为填充因子,它由电子密度和磁通密度决定。

图1中,下边带峰的曲线表示纵向欧姆电阻,当霍尔电阻处于某一平台值时,所对应的纵向电阻等于零,这是量子霍尔效应的重要特征。式(2)中,由于填充因子 $f$ 是量子化的,所以该效应称为量子霍尔效应;又因 $f$ 取整数,故又称之为整数量子霍尔效应(IQHE)。冯·克利青由于这一发现而获得1985年诺贝尔物理学奖。

收稿日期:2014-03-24; 修回日期:2014-05-05

作者简介:李海(1948—),男,山西左云县人,山西大同大学物理与电子科学学院教授,研究方向:物理教学与物理学史。

图1 整数量子霍尔效应的  $R_H - B$  图

IQHE 的物理机制可用“朗道能级”及“边缘态”予以解释.

1) 按经典电磁理论,处于强磁场中的电子因受洛伦兹力,而作圆周运动形成回旋轨道.即样品中间电子被强磁场“局域化”在原地打转,使样品中间成为绝缘体.在量子力学中,这些电子圆轨道是量子化的,且具有分立的能级.前苏联物理学家 L. 朗道(L. Landau)最先提出这些量子化轨道,因此称为朗道能级.某一时刻,电子按泡利不相容原理共填充了  $f$  (为正整数) 个朗道能级,此时得到的霍尔电阻平台,正好对应  $(h/e^2)/f$ ;

2) 霍尔电阻处于某一平台值时,电流流过样品而无纵向电阻.其原因是,在样品边缘的电子,虽然也受洛伦兹力而作圆周运动,但还未完成一个圆周运动就被边缘反弹回来.然后继续圆周运动,继续反弹.如此反复,电子就可沿样品的边缘从一端运动到另一端,形成“边缘态”.由于外加磁场的作用,电子只能沿着一个方向运动.边缘的电子当碰到杂质时,会绕一个弯继续向前,不会发生散射.散射是电子能量耗散形成电阻的主要原因,所以在量子霍尔态电子的运动是无能量损耗的,即电流流过样品而无纵向电阻.

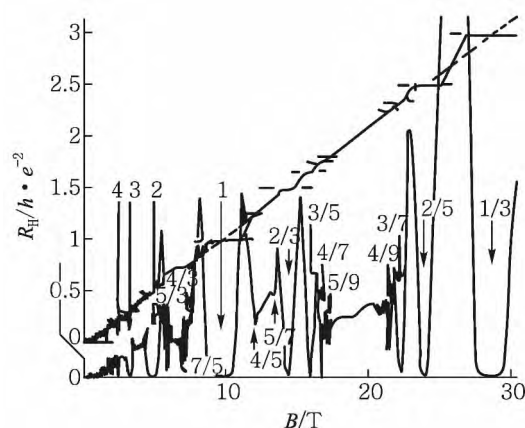
IQHE 的每一个量子平台,所对应的量子霍尔电阻都严格等于  $h/e^2$  除以正整数,且极稳定,精确度可达  $10^{-9}$  量级.因此,国际计量委员会电学咨询委员会(CCE)在1986年的第17届会议上决定:从1990年起,用量子霍尔电阻标准代替原来的实物电阻标准.并将对应于  $f=1$  平台处的量子霍尔电阻值定义为标准值,单位为克利青,符号为  $R_K$ :

$$1 R_K = h/e^2 = 25\,812.807 \, \Omega \quad (3)$$

### 2.1 分数量子霍尔效应的发现

1982年,美国华裔物理学家崔琦(D. C. Tusi,

1939—)和德国物理学家施特默(H. L. Stormer, 1949—)在美国贝尔实验室研究半导体霍尔效应.他们所用的实验材料是半导体 GaAs 和 GaAlAs 夹在一起形成的半导体异质结,二维电子被限制在这两种不同半导体的接触面上.实验的温度为 0.1 K, 磁场强度  $B$  近 30 T (是地球磁场的 100 万倍).他们惊奇地发现<sup>[3]</sup>,量子霍尔效应平台不仅  $f$  为整数时被观察到,而且也出现在  $f$  为一些奇分母的分数  $1/3, 2/5$  的情况下,如图 2 所示.由于  $f$  可取分数,所以此类量子霍尔效应称为分数量子霍尔效应(FQHE).图 2 中,虚对角线表示经典霍尔电阻,台阶形的实线代表实验结果,箭头所指的纵坐标值是引起台阶的磁场强度,带峰的曲线表示纵向电阻.



学的很多分支。为此, 劳克林、崔琦和施特默获得 1998 年度的诺贝尔物理学奖。

量子霍尔效应发现后, 人们的关注点集中在量子霍尔器件上。由于在量子霍尔态电子的运动是无能量损耗的, 因此, 可用于制备低能耗的高速电子器件。例如, 若把量子霍尔效应引入计算机芯片, 将会克服电脑的发热和能量损耗问题。但是, 要产生量子霍尔效应, 需要有产生强磁场的巨大磁铁, 体积庞大, 价格昂贵, 很难在人们日常生活中得到广泛应用。为此, 导致人们对量子反常霍尔效应的研究。

### 3 量子反常霍尔效应的发现

#### 3.1 反常霍尔效应

1880 年, 霍尔在研究磁性金属的霍尔效应时发现, 即使不加外磁场也可以观测到霍尔效应, 这种零磁场中的霍尔效应就是反常霍尔效应。100 多年来, 对反常霍尔效应的解释一直困扰着物理学家。直到近 10 多年, 人们才逐渐认识到反常霍尔效应与电子自旋-轨道耦合及电子结构的贝里(Berry)相位有关, 并提出反常霍尔效应的“本征机制”。在具有自旋-轨道耦合并破坏时间反演对称性的材料中, 特殊电子结构会导致动量空间中非零贝里相位的出现, 并改变了电子的运动方程, 从而导致反常霍尔效应的出现。随着认识的升华, 人们进而提出: 反常霍尔效应是否能像霍尔效应那样, 有对应的量子化版本, 这又成为人们新的探索目标。

#### 3.2 量子自旋霍尔效应的发现

与量子霍尔效应一样, 量子自旋霍尔效应也是在二维体系中, 由边缘态引起的量子效应。不同之处在于, 量子自旋霍尔效应是由两组自旋方向相反, 运行方向也相反的边缘态组成, 并且不需要外加磁场。因为两组边缘态上的电子是沿着相反方向运动的, 所以净电荷电流为零, 不存在霍尔电导。但是, 由于它们具有相反的自旋方向, 从而形成了量子化的自旋霍尔电导( $2e/4\pi$ ), 因此被称为量子自旋霍尔效应。

2006 年, 美籍华裔物理学家、斯坦福大学张首晟教授最先提出拓扑绝缘体概念<sup>[6]</sup>, 这是发现量子自旋霍尔效应的基础。拓扑绝缘体是一种新的物质态, 介于“金属”和“绝缘体”之间。其内部是绝缘体, 表面是能导电的金属。具有如此特殊的性质, 源于其内部的电子能带是反转的, 具有非平凡的拓扑结构。而普通绝缘体的电子能带不翻转, 具有平凡的拓扑结构。真空的拓扑结构也是平凡的。这样,

三维拓扑绝缘体各表面的金属“表面态”(二维的拓扑绝缘体边缘处形成“边缘态”), 就用以连接不同拓扑结构的真空和拓扑绝缘体。这种金属“表面态”与普通材料中的导电金属态完全不同, 它受到材料拓扑性质的保护, 而不易被破坏, 因此非常稳定, 具有极强的抗散射抗干扰能力。另外, 拓扑绝缘体可通过材料设计而实现, 这使实验研究成为可能。张首晟研究组通过理论计算, 提出了第一个二维拓扑绝缘体——碲化汞/碲化镉( $\text{HgTe}/\text{CdTe}$ ) 半导体量子阱结构, 并预言通过调节  $\text{HgTe}$  的厚度就可以实现量子自旋霍尔效应。

2007 年, 德国伍尔兹堡大学的研究组在  $\text{HgTe}/\text{CdTe}$  量子阱结构中, 成功地观测到这种特殊边缘态的量子效应, 从而在实验上证实了张首晟的预言。这一工作引起了很大的反响, 2007 年被《科学》杂志评选为当年的十大科技进展之一。2010 年获得欧洲物理奖, 2012 年获得美国物理学会巴克利奖。

#### 3.3 量子反常霍尔效应的发现

为了实现量子反常霍尔效应, 自 1988 年开始就不断有理论物理学家提出各种方案, 然而在实验上没有取得任何重要进展。2010 年, 我国理论物理学家方忠、戴希等与张首晟教授合作提出<sup>[7]</sup>, 磁性掺杂的三维拓扑绝缘体可能是实现量子化反常霍尔效应的最佳体系。当三维拓扑绝缘体的厚度降低到几个 nm 时(头发丝粗细的 1/10 000), 就会过渡成二维拓扑绝缘体, 利用二维拓扑绝缘体的边缘态, 并引入磁性就能实现量子反常霍尔效应。然而, 物理学归根到底是一门实验科学, 理论预言是否正确, 需要实验的证明。于是, 从实验上发现量子反常霍尔效应就成为许多科学家的奋斗目标。

量子反常霍尔效应意味着在零磁场中, 霍尔电阻跳变到约 25 800  $\Omega$  的量子电阻值。要实现这一不可思议的量子现象, 需要实验样品必须同时满足 4 项非常苛刻的条件: 样品必须是二维系统(薄膜), 从而具有导电的一维边缘态; 样品需要处在绝缘相, 从而对导电没有任何贡献; 样品需要存在铁磁序, 从而存在反常霍尔效应; 样品需要有非平凡的拓扑性质, 从而使电子能带是反转的。这就如同要求一个人, 同时具有短跑运动员的速度、篮球运动员的高度、举重运动员的力量和体操运动员的灵巧, 何其难也!

当前, 制备这样的实验样品多用分子束外延(MBE)方法, 这是一种在单晶基片上生长高质量薄膜材料的新技术。在超高真空条件下分别加热装有

各种化学元素的喷射炉,蒸发出的分子束或原子束将会直接喷射到适当温度的单晶基片上,再经表面吸附迁移后,就可使分子或原子按晶体排列,一层层地“长”在基片上,形成薄膜.薛其坤院士及其领导的团队<sup>[8]</sup>,首先利用分子束外延技术,在硅、碳化硅和蓝宝石等单晶衬底上,制备出了原子级平整的高质量三维拓扑绝缘体( $\text{Bi}_2\text{Te}_3$ ,  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  和  $\text{Sb}_2\text{Te}_3$ )薄膜,并将其制备成输运器件;然后在 30 mK 的极低温环境下,对其磁阻和反常霍尔效应进行了精密测量.通过 4 年的不懈努力,测量超过 1 000 个样品,终于发现在一定的外加栅极电压范围内,此材料在零磁场中的反常霍尔电阻达到了量子电阻的数值( $h/e^2 \sim 25\,800\,\Omega$ ),并形成了一个平台,同时纵向电阻急剧降低并趋近于零,这是量子化反常霍尔效应的特征性行为.此结果投稿到《科学》杂志后,3 位审稿人均给予极高的评价,认为此项工作毫无疑问地在实验上实现了量子反常霍尔效应,结束了多年来人们对这一量子现象的探寻,是一个里程碑式的工作.

薛其坤团队的成功,必将激发人们集中在两个方向上,对量子反常霍尔效应作更深入的研究.其一,如何提高量子反常霍尔效应的温度(当前,实验温度为十几 mK 量级);其二,薛其坤实验观测到的量子反常霍尔电阻:  $(h/e^2)/f \sim 25\,800\,\Omega$ , 即  $f=1$ , 如何得到  $f=2$  的量子化平台? 另外,其他实现量子反常霍尔效应的方法也值得去研究.

我们相信,随着今后材料设计和实验手段上的

突破,利用量子反常霍尔效应的器件将会出现在我们的日常生活中.

## 参考文献

- [1] Eisenstein J P. The quantum Hall effect [J]. Am J phys, 1993, 61(2): 179-183.
- [2] Klitzing K V, Dorda G, Popper M. New Method for High - Accuracy Determination of the Fine - Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance [J]. Phys Rev Lett, 1980, 45: 494.
- [3] Tusi D C, Stormer H L, Gossard A C. Two - Dimensional Magnetotransport in the Extreme Quantum Limit [J]. Phys Rev Lett, 1982, 48: 1559.
- [4] Laughlin R B. Anomalous Quantum Hall Effect: An Incompressible Quantum Fluid with Fractionally Charged Excitations [J]. Phys Rev Lett, 1983, 50: 1395.
- [5] 韩燕丽, 刘树勇. 量子霍尔效应的发展历程 [J]. 物理, 2000, 29(8): 499-501.
- [6] Bernevig B A, Hughes T L, Zhang S C. Quantum Spin Hall Effect and Topological Phase Transition in HgTe Quantum Wells [J]. Science, 2006, 314: 1757-1761.
- [7] Yu R, Zhang W, Zhang H J, et al. Quantized Anomalous Hall Effect in Magnetic Topological Insulators [J]. Science, 2010, 329: 61-64.
- [8] Chang C Z, Zhang J S, Liu M H, et al. Thin Films of Magnetically Doped Topological Insulator with Carrier - Independent Long - Range Ferromagnetic Order [J]. Adv Materials, 2013, 25: 1065.

## Investigation process of quantum Hall effect and quantum anomalous Hall effect

LI Hai

(School of Physics and Electronic Science, Shanxi Datong University, Datong, Shanxi 037009, China)

**Abstract:** This paper investigates history of Hall effect, quantum Hall effect, and quantum anomalous Hall effect. It emphasizes the Nobel prize in physics about quantum Hall effect research results in 1985, 1998 and 2010 as well as great achievement of the first time observed the quantum anomalous Hall effect in Chinese laboratory.

**Key words:** Hall effect; quantum Hall effect; quantum anomalous Hall effect; Nobel prize in physics