

霍尔效应理论发展过程的研究

刘雪梅

(武夷学院电子工程系, 福建 武夷山 354300)

[摘要]以霍尔效应的发展过程为线索,从不同种载流子的经典霍尔效应的出发,系统阐述了霍尔效应的原理、反常霍尔效应、整数量子霍尔效应、分数量子霍尔效应以及自旋霍尔效应理论的发展过程,同时介绍了我国在这方面研究的最新进展。

[关键词]霍尔效应;载流子;反常霍尔效应;量子霍尔效应;自旋霍尔效应

[中图分类号]O471.4 [文献标志码]A [文章编号]1673-8012(2011)02-0041-04

作为磁电效应的一种形式——霍尔效应,它的发现已有多 100 年了。在此期间,科学家们对其从来没有停止过研究。反常霍尔效应、整数霍尔效应、分数霍尔效应、自旋霍尔效应等相继被发现,并构成了一个庞大的霍尔效应家族。特别是德国物理学家冯·克利青等人因发现量子霍尔效应而荣获 1985 年度诺贝尔物理学奖,崔琦等人因发现分数量子霍尔效应和对其进行的研究,而荣获 1998 年度诺贝尔物理学奖。霍尔效应虽然经过了 100 多年的发展,但它在现有的理论方面还有不完善的地方,需要进一步研究,并且随着物理理论的发展,必将对它有新的认识。

1 霍尔效应的开端——经典霍尔效应

1879 年,霍尔在研究载流导体在磁场中的受力性质时发现:在均匀磁场 B 中放入一块板状金属导体,当电流垂直于磁场 B 方向流过导体时,在垂直于电流和磁场的方向导体的两侧会产生一个横向电场。这种现象称为霍尔效应,所产生的电场称为霍尔电场。

在电子发现之前,人们不能认识到霍尔效应现象产生的本质,直到 19 世纪末电子的发现以及对电子研究的不断深入,使霍尔效应的理论研究不断取得突破性的成果。由于霍尔效应的大小直接与样品中的载流子浓度相关,故在凝聚态物理领域获得了广泛地应用,成为金属和半导体物理中一个重要的研究手段。

我们知道,半导体中有两种载流子即电子和空穴,当半导体中主要的载流子为一种时,由于载流子浓度的不同,所产生的霍尔电场也有差别。如果电流沿 x 轴方向,磁场沿 z 轴方向,对于 P 型半导体,其中空穴所受到的洛伦兹力方向沿 $-y$ 方向,所以产生的霍尔电场沿 $+y$ 方向;而对于 N 型半导体,其中电子所受到的洛伦兹力方向沿 $+y$ 方向,所以产生的霍尔电场沿 $-y$ 方向。霍尔电场 E_y 大小都是^[1]:

$$E_y = R_H J_x B_z = \frac{1}{nq} J_x B_z.$$

霍尔系数 $R_H = 1/nq$ (n 为载流子的浓度),对于 P 型半导体 $R_H > 0$; N 型半导体 $R_H < 0$ 。霍尔效应应用的一个重要方面就是判断半导体的类型。

如果半导体中同时有不可忽略的两种载流子时,在 y 轴上由空穴和电子所产生的电流都分别包含两个部分:其一是空穴或电子由于受洛伦兹力作用而引起的电流,其二是由于所产生的霍尔电场而使空穴或电子受电场力作用而引起的电流。在稳定时,它们的总和为零,因此,我们可以得到霍尔电场 E_y 大小为

$$E_y = \frac{1}{q} \frac{(p\mu_p^2 - n\mu_n^2)}{(p\mu_p + n\mu_n)} J_x B_z.$$

其中 p 、 n 分别为空穴和电子的浓度, μ_p 、 μ_n 分别为空穴和电子的迁移率^[1]。

半导体在产生霍尔电压时,由于磁场 B_z 的存在,在 x 方向的电场导致了 x 、 y 两个方向的电

[收稿日期]2010-12-20

[作者简介]刘雪梅(1965-),女,吉林白城人,副教授,主要从事大学物理教学与研究。

流,使电导率 σ 和电阻率 ρ 都成为二阶张量,可求得霍尔电导率 σ_{xy} 和霍尔电阻率 ρ_{xy} 分别为

$$\sigma_{xy} = -\frac{nq^2}{m} \frac{\omega\tau^2}{1 + \omega^2\tau^2}, \rho_{xy} = \frac{1}{nq^2} \omega m = R_0 B_z.$$

式中 $\omega = qB_z/m$ 是磁场引起的电子回旋频率, τ 为平均自由时间,在不计载流子速率的统计分布时为一个常数, $R_0 = 1/nq$ 为常规霍尔系数^[1].

2 铁磁性材料中的反常霍尔效应

霍尔在非铁磁性材料中发现常规霍尔效应,其后的两年内他测量铁、钴、镍等铁磁性金属材料的样品时,发现: 1) 霍尔系数比早期测量过的金和铜的霍尔系数大 10 倍; 2) 随着温度升高,霍尔系数迅速增大; 3) 霍尔电压与外加磁场不再有线性关系,而且,当磁化强度达到饱和时,它就变成常数^[2]. 这 3 个特点标志着反常霍尔效应的首次发现. 1929 年史密斯根据大量的实验事实,提出铁磁性材料的霍尔电阻率与磁感应强度和磁化强度满足如下经验关系式^[2]:

$$\rho_{xy} = R_0 B_z + 4\pi R_s M.$$

R_s 称为反常霍尔系数,通常大于常规霍尔系数 R_0 至少一个量级以上,且强烈地依赖于温度.

但目前为止,对反常霍尔效应产生的理论机制一直没有统一的理论,分歧的关键是铁磁性金属产生这种效应的原因是材料的内禀机制还是和材料中的杂质、声子等散射有关的外在机制.

随着量子力学理论不断发展,人们清楚地认识: 到电子不但具有电荷,而且还存在自旋,自旋是电子的量子属性. Karplus 等人在研究了自旋-轨道耦合作用对自旋极化巡游电子的输运影响的基础上,在 1954 年提出了反常霍尔效应的内禀机制^[2],即反常霍尔效应只和材料的固有能带结构相关,和散射无关.按照这个理论,所得出的反常霍尔系数 R_s 与总电阻率 ρ^2 成正比的关系,很好地与当时已知的实验结果吻合.

但实际上,任何真实材料中总是存在杂质、缺陷,所以史密斯对此提出质疑,其后他提出了螺旋散射机制,认为对于固定自旋方向的电子,由于自旋-轨道耦合相互作用,电子受到杂质的散射是不对称的,结果定向运动的电子偏离原来的方向,形成横向的电荷积累.

1970 年, Berger 又提出了反常霍尔效应的边跳机制,他认为由于自旋-轨道相互作用,使散射后有固定自旋方向的电子运动轨迹将有一个

横向跳跃 Δy . 这不断的横向跳跃相当于使载流子获得一横向平均速度,从而导致横向电荷积累和霍尔电压的产生.

螺旋散射和边跳散射机制都属于外在机制,从而使内禀机制失去了主导地位.但由于真实材料中杂质散射的模拟非常困难,这个概念从来没有被确切地检测.

近些年来,中国科学院物理研究所姚裕贵博士等与美国同行合作,从理论和实验两方面针对铁磁体中的反常霍尔效应进行了系统的研究.尤其是对产生反常霍尔效应的内禀机制和磁化强度的关系进行了深入的探索,并取得了新的重要成果.他们通过理论分析,首先发现实验中观测到的反常霍尔效应可以分离出内禀和外禀机制的贡献,从贝里相位角度出发,在理想晶体中,按照布洛赫波定理,得到晶体的霍尔电导率

$$\sigma_{xy} = -\frac{e}{h} \int_{BZ} \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \Omega(k).$$

其中, $\Omega(k) = \sum_n f_n \Omega_n(k)$ 为所有占据能的贝里曲率之和.这说明,反常霍尔效应是由磁性材料能带所决定的,是材料的内禀特性.

基于上述理论,在其后的研究中,他们利用第一性原理 LAPW 方法精确地计算了真实铁磁体材料铁 Fe 等的 Berry 曲率,并得到了反常霍尔电导率的理论计算值,其值很好地符合实验结果.此外,对于 $\text{CuCr}_2\text{Se}_4-x\text{Br}_x$ 体系中,掺杂对反常霍尔效应的系统影响也获得了实验与理论一致的结果,所有这些都强有力地表明了反常霍尔效应内禀机制的存在^[2].

3 凝聚态物理学的一项辉煌成就——量子霍尔效应

自 1900 年普朗克提出能量量子假说起,量子力学的创立已过百年,量子力学的发展使人们认识一个全新的物理世界,创造了 20 世纪人类的物质文明.从原子物理出发,将量子力学连同统计物理应用于晶态固体,于 20 世纪 30 年代奠定了固体物理学的基础.随着面临问题的扩展与复杂,固体物理学的范围扩大,基本概念修正和深化,于 80 年代后,逐渐转化为凝聚态物理学.20 世纪凝聚态物理学的一项重大成就,就是量子霍尔效应的发现.量子霍尔效应包括整数量子霍尔效应和分数量子霍尔效应.

3.1 整数量子霍尔效应

技术水平的不断提高,使得实验条件不断更新.冯·克里青等在极低温、强磁场的条件下研究霍尔效应现象,通过多次实验,于1978年,在温度1.5 K、磁场18 T条件下,比较纯的样品中(载流子浓度约 $1.013 \times 10^{13} / \text{cm}^3$)实验观察到金属-氧化物-半导体场效应晶体管(MOSFET)反型层中二维电子气的霍尔电阻有台阶,在台阶处纵向电阻为零^[3].进一步观察分析,于1980年得出结论:霍尔电阻率台阶呈量子化,台阶出现在

$$\rho_{xy} = h/ie^2.$$

式中,填充因子 $i = n/p = nh/eB$ (n 为电子密度, p 为朗道能级密度)为整数; e 为电子的电荷量; h 是普朗克恒量,与样品的材料性质无关.这种现象称为整数量子霍尔效应;而且,进一步实验发现,平台的值与材料体系、载流子导电类型等无关,是一种普适现象. $i = 1$ 平台处的电阻 $R_K = h/e^2 = 25\,812.8 \, \Omega$ 称为克里青常数.

3.2 分数量子霍尔效应

1982年崔琦、施特默进一步研究量子霍尔效应,他们在更低温度、更强磁场的条件下,在更纯净的样品GaAs-AlGaAs异质结界面上建立一个量子阱,限制电子成为二维电子气.当温度降至0.1 K、磁场增加20 T时,观测到霍尔电阻的平台具有更精细的台阶结构.这些平台对应的不是原来量子霍尔效应的整数值,而是分数值,且 i 为一些奇分母的分数,如 $i = 1/3$ 、 $i = 2/5$ 等,因此称为分数量子霍尔效应.

他们清楚虽然都是电阻出现平台,但分数量子霍尔效应不同于整数量子霍尔效应,因为电子都处于最低的朗道能级,具有相同的能量,按照固体物理的理论,不可能发生分数霍尔效应.劳克林的理论研究,使他们认识到分数量子霍尔效应是一种新型的物质形态,是一种低维电子系统的强关联效应.

我们知道,在量子的世界里,电子是不可分辨的,它是一个带电量为 $-e$ 的物质波,是费米子.描述磁场的磁通量也是量子化的,它的基本单位是磁通量子 Φ_0 ^[4]

$$\Phi_0 = \frac{h}{2e} = 2.07 \times 10^{-15} \text{ Wb}.$$

磁通量总是磁通量子的整数倍,即 $\Phi = n\Phi_0$.

1983年,劳克林给出了Laughlin多体基态波函数,来描述那种新型的物质形态,称为量子霍

尔液体.在基态的基础上增加或减少一个电子就相对于基态的一种激发.劳克林还证明,在基态和激发态之间有一能隙,激发态内存在分数电荷的“准粒子”,每个“准粒子”带一个 $1/m$ 电荷,从基态到激发态时,会产生旋涡.

既然 $i = 1/m$ 的量子液体基态与它的激发态之间存在有一能隙,那么它具有不可压缩性,随着温度的降低, ρ_{xx} 会在 $i = 1/m$ 处出现极小值,分数电荷因受无序作用也会出现局域化,这就解释了分数霍尔效应.同样,用Laughlin波函数和分数电荷准粒子也可以正确解释 $i = 2/3$ 、 $4/5$ 等处的分数量子霍尔效应.实验上还在 $i = 2/5$ 、 $3/5$ 等处观察到明显的电阻平台,目前理论上把这些态看成是 $i = 1/m$ 态的“女儿态”^[3].1989年,人们发现了“偶分母”的量子霍尔效应,这进一步说明电子在强磁场中的丰富的物理效应,对于分数霍尔效应还有诸多问题要研究.

4 新近兴起的一种新型霍尔效应——自旋霍尔效应

自1925年乌仑贝克等提出电子自旋假设,到现在电子自旋已成为量子物理重要的组成部分,并明确:自旋是基本粒子的固有内禀属性,对于电子其自旋量子数为 $\pm \hbar/2$.电子的自旋和轨道可以互相耦合^[5].

在外加电场中,材料中的自旋向上的电子和自旋向下的电子由于各自形成的磁场方向相反,会各自向相反的两边堆积,这就是自旋霍尔效应.根据其产生的物理机制不同,可分为两种:外禀自旋霍尔效应和内禀自旋霍尔效应.

1971年,俄国理论物理学家D'yakonov等人预言了外禀自旋霍尔效应.他们指出,在外电场中,与自旋有关的杂质散射会导致非磁半导体中自旋向上和自旋向下电子向相反方向偏折,从而引起自旋流的出现,导致两种电子分别累积在导电样品的两侧,产生自旋累积的现象^[6].由于这种现象是由自旋散射引起的,因此称为外禀自旋霍尔效应.

在本世纪初,内禀自旋霍尔效应的概念被提出.对非磁性半导体施加外电场,自旋轨道耦合会在与电场垂直的方向上产生自旋流,同时在样品的两个边界处形成取向相反的自旋积累^[7].这种自旋的积累是由于自旋轨道耦合所引起的,称为内禀自旋霍尔效应.目前,实验上已经在电子系统中观测到外禀的自旋霍尔效应,也在空穴系

统中观测到内禀的自旋霍尔效应^[8]。

自旋霍尔效应一经提出,人们就对其展开了大量的研究工作。理论研究表明:价带空穴的自旋霍尔效应不受杂质散射影响,因而其存在性得到人们的一致认可;而二维电子气中的内禀自旋霍尔效应从其提出以来就存在争议。人们争论的焦点问题是:杂质散射是否会将二维电子气中内禀自旋霍尔效应完全抵消。一直以来,人们都是将电子和空穴分别独立地近似处理,从而导致分歧。

1957年,Kane提出了无磁场情形下能够同时处理导带和价带的8带有效质量模型,Brown等在1966年将其推广到有磁场情形。8带有效质量模型是计算窄带隙材料电子态的有效工具,它严格考虑了导带和价带(包含自旋,共8个带)之间的耦合,并通过二阶微扰考虑它们与远带的耦合^[9]。

近年来,中国科学院半导体所的常凯、杨文等基于8带的有效质量理论,他们提出了统一的电子和空穴自旋霍尔效应的理论框架,并对8带模型采用了轴向近似(即忽略能带的各向异性),又考虑到杂质散射的因素,对N型HgCdTe/CdTe量子阱中的内禀自旋霍尔效应的霍尔电导率进行理论计算。他们发现,温度为 $T = 0\text{ K}$,在弱 $\Gamma_6 - \Gamma_8$ 耦合的情况下,没有顶角修正时,电子的本征自旋霍尔电导率随费米能的增加呈现台阶状上升,每次大约增加一个普适值 $\sigma_0 = e/(8\pi)$,其中第一(二)个台阶对应最低导带 E_1 (次低导带 E_2)的带边。计入杂质散射导致的顶角修正后,导带电子的内禀自旋霍尔效应全部消失,这与已有的结论一致。

对于强 $\Gamma_6 - \Gamma_8$ 耦合系统,他们研究发现,在接近零带隙的N型窄带隙HgCdTe/CdTe量子阱中,在 $\Gamma_6 - \Gamma_8$ 相变的正常相(正带隙)一侧,内禀自旋霍尔效应被杂质散射抵消;在反常相(负带隙)一侧,则存在几乎不受杂质散射影响的内禀自

旋霍尔效应。通过改变HgCdTe层中Cd的组分、阱宽、或垂直电场强度,可以驱动量子阱的能带从正常相变化到反常相(带隙从正变负),从而对本征自旋霍尔效应实施开关操作,甚至使之进入共振。这些操作均可以在已有的实验条件下完成^[9]。

5 结语

随着半导体物理学的迅猛发展,霍尔系数和电导率的测量已经成为研究半导体材料的主要方法之一。根据霍尔效应原理制成的霍尔器件被广泛地应用。整数量子霍尔效应的发现,为电阻阻值的确定提供了新的标准。整数量子霍尔效应、分数量子霍尔效应、自旋霍尔效应成为当代凝聚态物理学惊人的进展。随着物理学理论的不断发展和高新技术的应用,这一效应在新的理论和实验条件下,将会不断得到新的发展。

[参考文献]

- [1]刘恩科,朱秉升,罗来晋. 半导体物理学[M]. 北京:电子工业出版社,2003:375-392.
- [2]梁拥成,张英,郭万林,等. 反常霍尔效应理论的研究进展[J]. 物理,2007,36(5):385-390.
- [3]杨锡震,田强. 量子霍尔效应[J]. 物理实验,2001,21(6):3-7.
- [4]赵凯华,罗蔚茵. 量子物理:第2版[M]. 北京:高等教育出版社,2008:50.
- [5]钱伯初. 量子力学[M]. 北京:高等教育出版社,2006.
- [6]杨锡震,杨道生. 异常霍尔效应和自旋霍尔效应[J]. 物理实验,2005,25(10):3-6.
- [7]金佩卿,李有泉. 自旋轨道耦合系统中的自旋流与自旋霍尔效应物理学进展[J]. 2009,29(4):352-367.
- [8]王律尧. 自旋霍尔效应之简介[R]. 台湾磁性技术协会会讯,2009,49:14-18.
- [9]常凯,杨文. 半导体中自旋轨道耦合及自旋霍尔效应[J]. 物理学进展,2008,28(3):236-262.

Study of the development process of Hall Effect

LIU Xue - mei

(Electronic Engineering Department , Wuyi University , Wuyishan Fujian 354300 , China)

Abstract: Taking the development of the Hall Effect as a clue , starting from different kinds of carriers of the classic Hall Effect , the process of the principle of Hall Effect , and the development process of Anomalous Hall Effect , Integer Quantum Hall Effect , Fractional Quantum Hall Effect , Spin Hall Effect were systematically explained. At the same time , the latest research in this area in China was also introduced.

Key words: Hall Effect; carriers; Anomalous Hall Effect; Quantum Hall Effect; Spin Hall Effect

(责任编辑 吴 强)