Отчёт по лабораторной работе №6  
Математическое моделирование

Задача об эпидемии. Вариант №26

Выполнил: Скандарова Полина Юрьевна  
НПИбд-02-22, 1132221815

Содержание

[1 Цель работы 1](#_Toc197047857)

[2 Теоретическое введение. Построение математической модели. 1](#_Toc197047858)

[3 Задание 2](#_Toc197047859)

[4 Задачи 3](#_Toc197047860)

[5 Выполнение лабораторной работы 3](#_Toc197047861)

[5.1 Решение с помощью программ 3](#_Toc197047862)

[5.1.1 Julia 3](#_Toc197047863)

[5.1.2 Результаты работы кода на Julia 5](#_Toc197047864)

[5.2 OpenModelica 6](#_Toc197047865)

[5.2.1 Результаты работы кода на OpenModelica 7](#_Toc197047866)

[6 Анализ полученных результатов. Сравнение языков. 8](#_Toc197047867)

[7 Вывод 8](#_Toc197047868)

[8 Список литературы. Библиография. 8](#_Toc197047869)

# 1 Цель работы

Изучить и построить модель эпидемии.

# 2 Теоретическое введение. Построение математической модели.

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через . Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их . А третья группа, обозначающаяся через – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда , тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа меняется по следующему закону:

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, то есть:

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

Постоянные пропорциональности - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени нет особей с иммунитетом к болезни , а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей и соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: и

# 3 Задание

**Вариант 26**

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове в момент начала эпидемии число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) , А число здоровых людей с иммунитетом к болезни . Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени . Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп.

Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

# 4 Задачи

Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп , , . Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случаях:

# 5 Выполнение лабораторной работы

## 5.1 Решение с помощью программ

### 5.1.1 Julia

Код программы для случая :

using Plots  
using DifferentialEquations  
  
N = 11200  
I0 = 230 # заболевшие особи  
R0 = 45 # особи с иммунитетом  
S0 = N - I0 - R0 # здоровые, но восприимчивые особи  
  
alpha = 0.6 # коэффициент заболеваемости  
beta = 0.2 # коэффициент выздоровления  
  
  
#I0 <= I\*  
function ode\_fn(du, u, p, t)  
 S, I, R = u  
 du[1] = 0  
 du[2] = -beta\*u[2]  
 du[3] = beta\*I  
end  
  
v0 = [S0, I0, R0]  
tspan = (0.0, 60.0)  
prob = ODEProblem(ode\_fn, v0, tspan)  
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)  
S = [u[1] for u in sol.u]  
I = [u[2] for u in sol.u]  
R = [u[3] for u in sol.u]  
T = [t for t in sol.t]  
plt = plot(  
 dpi = 600,  
 legend = :topright)  
plot!(  
 plt,  
 T,  
 S,  
 label = "Восприимчивые особи",  
 color = :blue)  
plot!(  
 plt,  
 T,  
 I,  
 label = "Инфицированные особи",  
 color = :green)  
plot!(  
 plt,  
 T,  
 R,  
 label = "Особи с иммунитетом",  
 color = :red)  
  
savefig(plt, "lab6\_1.png")

Код программы для случая :

using Plots  
using DifferentialEquations  
  
N = 11200  
I0 = 230 # заболевшие особи  
R0 = 45 # особи с иммунитетом  
S0 = N - I0 - R0 # здоровые, но восприимчивые особи  
  
alpha = 0.4 # коэффициент заболеваемости  
beta = 0.1 # коэффициент выздоровления  
  
  
#I0 > I\*  
function ode\_fn(du, u, p, t)  
 S, I, R = u  
 du[1] = -alpha\*u[1]  
 du[2] = alpha\*u[1] - beta\*u[2]  
 du[3] = beta\*I  
end  
  
v0 = [S0, I0, R0]  
tspan = (0.0, 120.0)  
prob = ODEProblem(ode\_fn, v0, tspan)  
sol = solve(prob, dtmax=0.05)  
S = [u[1] for u in sol.u]  
I = [u[2] for u in sol.u]  
R = [u[3] for u in sol.u]  
T = [t for t in sol.t]  
  
plt = plot(  
 dpi=600,  
 legend=:right)  
  
plot!(  
 plt,  
 T,  
 S,  
 label="Восприимчивые особи",  
 color=:blue)  
plot!(  
 plt,  
 T,  
 I,  
 label="Инфицированные особи",  
 color=:green)  
plot!(  
 plt,  
 T,  
 R,  
 label="Особи с иммунитетом",  
 color=:red)  
  
  
savefig(plt, "lab6\_2.png")

### 5.1.2 Результаты работы кода на Julia

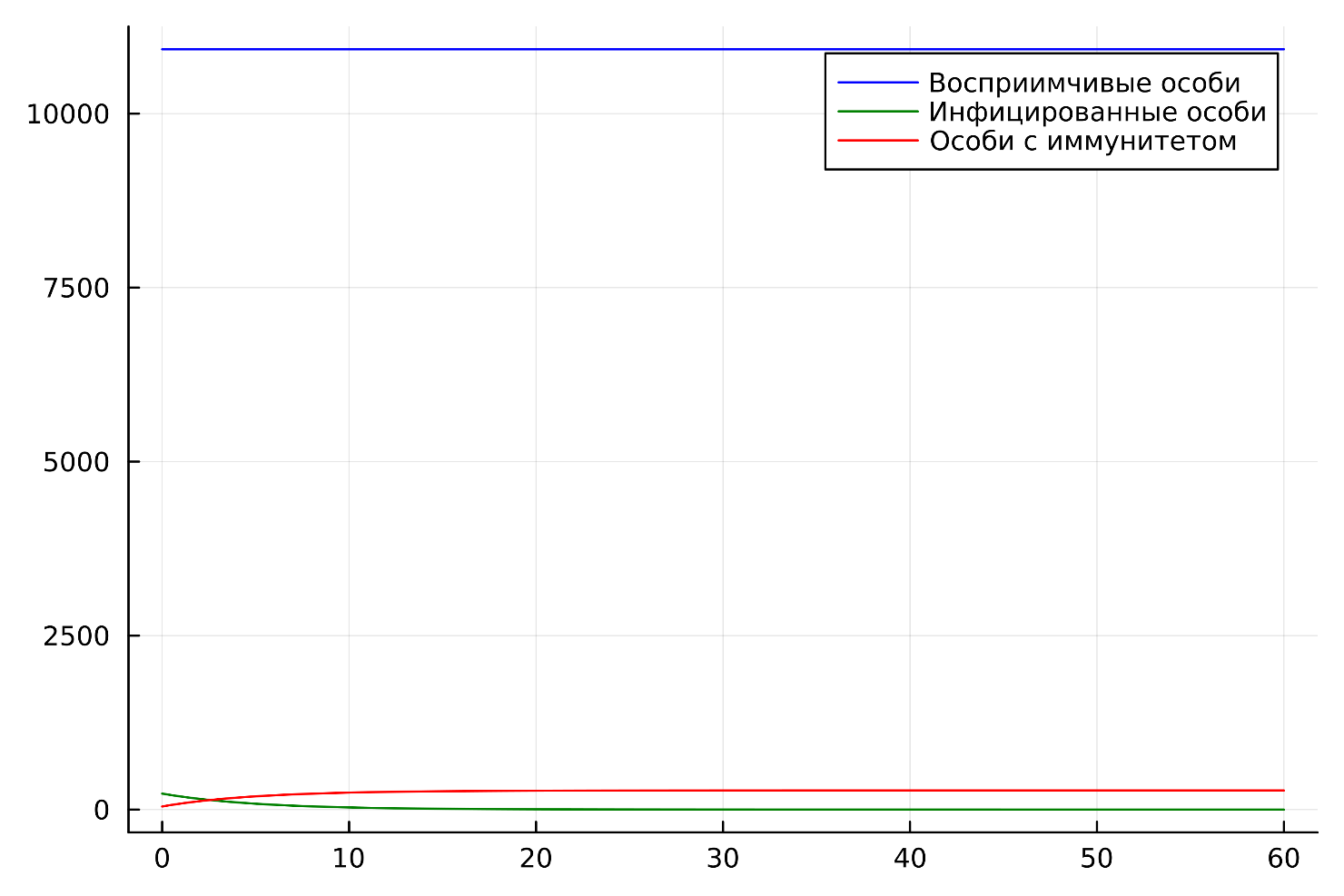


Рис. 1: Графики численности особей трех групп S, I, R, построенные на Julia, для случая, когда больные изолированы

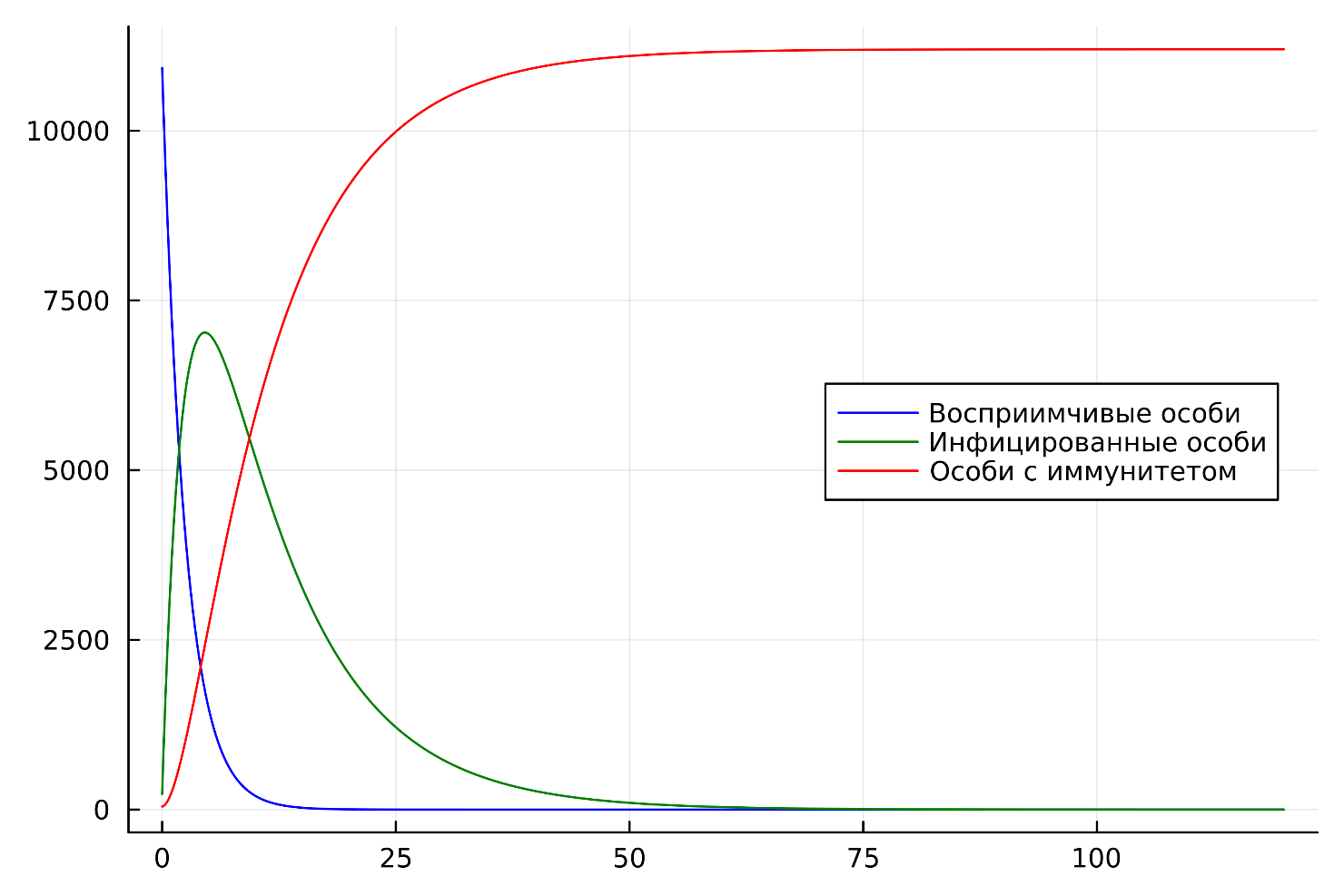


Рис. 2: Графики численности особей трех групп S, I, R, построенные на Julia, для случая, когда больные могут заражать особей группы S

# 7 Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель эпидемии и построена модель на языке Julia.

# 8 Список литературы. Библиография.

[1] Документация по Julia: https://docs.julialang.org/en/v1/

[2] Решение дифференциальных уравнений: https://www.wolframalpha.com/

[3] Конструирование эпидемиологических моделей: https://habr.com/ru/post/551682/