



國立中山大學機械與機電工程學研究所

碩士論文

Department of Mechanical and Electro-Mechanical Engineering

National Sun Yat-Sen University

Master Thesis

凸輪連桿式沖床之合成與分析

Synthesis and Analysis of Cam-Link Mechanisms for Presses

研究生：洪育祥

Yu-Hsiang Hung

指導教授：蔡得民 博士

Dr. Der-Min Tsay

中華民國 101 年 6 月

June 2012

國立中山大學研究生學位論文審定書

本校機械與機電工程學系碩士班

研究生洪育祥（學號：M993020021）所提論文

凸輪連桿式沖床之合成與分析

Synthesis and Analysis of Cam-Link Mechanisms for Presses

於中華民國 101 年 5 月 19 日經本委員會審查並舉行口試，符合碩士學位論文標準。

學位考試委員簽章：

召集人 光灼華

委員 蔡得民

委員 黃光裕

委員 林博正

委員 黃冠雄

委員

指導教授(蔡得民)

(簽名)

## 致謝

兩年的研究所生涯終於結束了，也總算完成最後的任務。想起為了趕進度，沒日沒夜在實驗室裡打拼，總算是有結果了。在此，先感謝指導教授蔡得民老師在研究上給予的指導，同時，也謝謝口試委員光灼華老師、黃光裕老師、林博正老師和黃冠雄老師們對於論文上的建議。

研究所在這段時間裡，首先，最感謝的人就是我的父母了，多虧他們，可以讓我在求學階段，沒有經濟壓力，並成為我最大的精神支柱。在得知我即將畢業後，他們也相當開心，因為，我終於要回家陪他們兩位囉。其次，感謝幾何設計實驗室裡面的學長與學弟們，有庭皓、智煒、詩翰、重琪、趴批、偉向、其潔、大頭、小麥、小梁、佑安、宗憲與易倫，感謝你們這段日子的陪伴，讓我們一起身為 CAGD 的一份子為榮吧！

接著，感謝從大學部就認識，還一起念中山研究所的機電同學，有阿鋼、奇穎、阿聰、歐爺、阿修和神，除了一起在中山待了整整六年，還有那些一同玩樂的日子，真的很讓人不捨。

最後，即將要離開學校了，但，我一定還是會很想念那些在中山的日子，與曾經在我人生裡，留下痕跡的每一個人、事與物，感謝你們，再會啦！

洪育祥 2012 年 6 月

## 中文摘要

六連桿肘節機構因構型簡單，同時於肘節位置時具有極大的機械利益，故廣泛被應用在塑性成形加工機上。本研究針對傳統六連桿肘節機構進行分析，應用機構設計法合成兩種凸輪連桿機構，為凸輪曲柄滑塊連桿與凸輪雙滑塊連桿機構，透過運動與動力分析，比較其構型之差異。

凸輪連桿機構較連桿機構具有可滿足多精確點之設計優勢，因此，應用上可以針對塑性加工的速度與行程進行合成。由於肘節機構之運動特性，本論文使用數種不同的邊界條件合成沖頭運動曲線，並分析其特性，本論文選擇兩種曲線作為設計凸輪連桿機構。

關鍵字：六連桿肘節機構、機械利益、塑性成形、凸輪連桿機構、精確點。

# Abstract

Based on the traditional six-bar toggle mechanisms, this study is focused on the design of two types of cam-link mechanisms. Six-bar toggle mechanisms are simple, and they have an extreme mechanical advantage in toggle position so that they are widely used in plastic forming machines. Cam-crank-slider and cam-double-slider linkage are the two types mechanisms that we concerned. And we find the difference between these mechanisms for kinematic and dynamic performance.

The benefit of cam-link mechanisms compares to linkage mechanisms is more precision points. We can synthesize the curve profile with the demand for forming acceleration or stroke. Because we need interpret the kinematic characteristic of toggle mechanisms by using several boundaries condition of different curves. This study selects two kinds from foregoing curve for the model.

Keywords : Six-bar toggle mechanism, Mechanical advantage, Plastic forming, Cam-link mechanism, Precision points.

# 目錄

審定書 .....	i
致謝 .....	ii
中文摘要 .....	iii
Abstract .....	iv
目錄 .....	v
圖次 .....	vii
表次 .....	xii
第一章 緒論 .....	1
1-1 機械塑性加工成形簡介與需求 .....	1
1-2 沖床機構之種類與應用 .....	3
1-2-1 機械式沖床 .....	3
1-2-2 伺服控制 .....	4
1-3 機構運動與動力特性 .....	7
1-3-1 動態不平衡 .....	7
1-3-2 凸輪連桿式機構 .....	8
1-4 文獻回顧 .....	8
1-5 研究動機與目的 .....	10
1-6 論文架構 .....	10
第二章 構型分析與合成 .....	11
2-1 肘節機構之簡介 .....	11
2-2 創造性機構設計 .....	12
2-2-1 六連桿單自由度機構分析 .....	13
2-2-2 凸輪連桿式肘節機構構型合成 .....	15
第三章 運動分析 .....	17
3-1 背景說明 .....	17
3-2 六連桿肘節機構運動分析 .....	17
3-2-1 四連桿機構運動分析 .....	18
3-2-2 曲柄滑塊機構運動分析 .....	23
3-2-3 雙滑塊機構運動分析 .....	27
3-2-4 耦點運動分析 .....	30
3-3 凸輪連桿式肘節機構幾何分析 .....	32
第四章 動力分析 .....	40
4-1 背景說明 .....	40
4-2 六連桿肘節機構動力分析 .....	40
4-3 凸輪連桿式肘節機構動力分析 .....	47
4-3-1 凸輪曲柄滑塊連桿式肘節構型 .....	47

4-3-2	凸輪雙滑塊連桿式肘節構型 .....	51
4-3-3	凸輪驅動負荷 .....	55
<b>第五章</b>	<b>運動曲線之合成與分析 .....</b>	<b>58</b>
5-1	數值曲線之合成 .....	58
5-2	凸輪運動曲線 .....	58
5-2-1	曲線選用 .....	58
5-2-2	肘節機構運動特性 .....	62
<b>第六章</b>	<b>實例分析 .....</b>	<b>69</b>
6-1	整體分析 .....	69
6-1-1	六連桿肘節機構 .....	69
6-1-2	凸輪曲柄滑塊連桿機構 .....	75
6-1-3	凸輪雙滑塊連桿機構 .....	89
6-1-4	性能比較 .....	100
6-2	凸輪連桿機構參數探討 .....	100
<b>第七章</b>	<b>結論 .....</b>	<b>107</b>
	<b>參考文獻 .....</b>	<b>109</b>

## 圖次

圖 1-1 剪斷加工[1] .....	2
圖 1-2 鍛造加工[1] .....	2
圖 1-3 彎曲加工[1] .....	2
圖 1-4 引伸加工[1] .....	2
圖 1-5 SynchropressR 4000 kN[2].....	3
圖 1-6 J.A.M. SEP 1000N[3].....	3
圖 1-7 AIDA NS2-D [4] .....	4
圖 1-8 AMADA SDE-4515[5].....	4
圖 1-9 Komatsu H4LS-440[6].....	4
圖 1-10 變轉速下之剪切沖頭運動曲線.....	5
圖 1-11 變轉速下之鍛造沖頭運動曲線.....	5
圖 1-12 變轉速下之彎曲沖頭運動曲線.....	6
圖 1-13 變轉速下之引伸沖頭運動曲線.....	6
圖 2-1 系統能量圖[43].....	11
圖 2-2 六連桿肘節機構[44] .....	12
圖 2-3 六連桿肘節機構示意圖 .....	13
圖 2-4 六連桿單自由度機構.....	14
圖 2-5 單滑塊六連桿單自由度機構.....	14
圖 2-6 雙滑塊六連桿單自由度機構.....	15
圖 2-7 三滑塊六連桿單自由度機構.....	15
圖 2-8 直線式凸輪從動件機構.....	15
圖 2-9 搖擺式凸輪從動件機構.....	16
圖 2-10 複合式凸輪從動件機構.....	16
圖 3-1 六連桿機構 .....	17
圖 3-2 四連桿機構 .....	18
圖 3-3 四連桿質心運動 .....	22
圖 3-4 曲柄滑塊機構 .....	24
圖 3-5 曲柄滑塊質心運動 .....	26
圖 3-6 雙滑塊機構 .....	28
圖 3-7 耦點曲線運動 .....	31
圖 3-8 凸輪曲柄滑塊連桿機構 .....	32
圖 3-9 凸輪雙滑塊連桿機構 .....	33
圖 3-10 滑動對之滾子從動件 .....	34
圖 3-11 旋轉對之滾子從動件 .....	36
圖 3-12 壓力角 .....	38
圖 3-13 凸輪曲率關係 .....	39

圖 4-1 六連桿桿二自由體圖 .....	41
圖 4-2 六連桿桿三自由體圖 .....	41
圖 4-3 六連桿桿四自由體圖 .....	42
圖 4-4 六連桿桿五自由體圖 .....	43
圖 4-5 六連桿滑塊自由體圖 .....	43
圖 4-6 凸輪連桿式肘節凸輪曲柄滑塊連桿機構 .....	48
圖 4-7 凸輪曲柄滑塊連桿機構桿件二自由體圖 .....	48
圖 4-8 凸輪曲柄滑塊連桿機構桿件三自由體圖 .....	49
圖 4-9 凸輪曲柄滑塊連桿機構滑塊自由體圖 .....	49
圖 4-10 凸輪連桿式肘節凸輪雙滑塊連桿機構 .....	52
圖 4-11 凸輪雙滑塊連桿機構滑塊一自由體圖 .....	52
圖 4-12 凸輪雙滑塊連桿機構桿件三自由體圖 .....	53
圖 4-13 凸輪雙滑塊連桿機構滑塊二自由體圖 .....	54
圖 4-14 凸輪力分析 .....	56
圖 5-1 修正等速度運動 .....	59
圖 5-2 曲柄滑塊連續性比較圖 .....	63
圖 5-3 曲柄滑塊 MCV 曲線圖 .....	64
圖 5-4 曲柄滑塊多項式函數圖 .....	65
圖 5-5 雙滑塊連續性比較圖 .....	66
圖 5-6 雙滑塊 MCV 曲線圖 .....	67
圖 5-7 雙滑塊多項式函數圖 .....	68
圖 6-1 六連桿桿件運動特性 I .....	70
圖 6-2 六連桿桿件運動特性 II .....	71
圖 6-3 六連桿桿件機械利益 .....	72
圖 6-4 六連桿支座力 1X 力 .....	72
圖 6-5 六連桿支座力 1Y 力 .....	72
圖 6-6 六連桿支座力 2X 力 .....	73
圖 6-7 六連桿支座力 2Y 力 .....	73
圖 6-8 六連桿 23X 力 .....	73
圖 6-9 六連桿 23Y 力 .....	73
圖 6-10 六連桿 3X 力 .....	73
圖 6-11 六連桿 3Y 力 .....	73
圖 6-12 六連桿 4X 力 .....	74
圖 6-13 六連桿 4Y 力 .....	74
圖 6-14 六連桿 5X 力 .....	74
圖 6-15 六連桿 5Y 力 .....	74
圖 6-16 六連桿 5SX 力 .....	74
圖 6-17 六連桿 5SY 力 .....	74

圖 6-18 六連桿滑塊正向力 .....	75
圖 6-19 六連桿扭力特性圖 .....	75
圖 6-20 支座 X 合力 .....	75
圖 6-21 支座 Y 合力 .....	75
圖 6-22 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一運動特性 .....	77
圖 6-23 凸輪曲柄滑塊連桿機構從動件軌跡 .....	78
圖 6-24 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一凸輪外廓 .....	78
圖 6-25 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一壓力角 .....	79
圖 6-26 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一曲率半徑 .....	79
圖 6-27 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一機械利益 .....	80
圖 6-28 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一 .....	80
圖 6-29 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一 .....	80
圖 6-30 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一 .....	81
圖 6-31 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一 .....	81
圖 6-32 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一 .....	81
圖 6-33 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一 .....	81
圖 6-34 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一 .....	81
圖 6-35 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一 .....	81
圖 6-36 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一 .....	82
圖 6-37 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一 .....	82
圖 6-38 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一 .....	82
圖 6-39 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一 .....	82
圖 6-40 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一 .....	82
圖 6-41 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線二運動特性 .....	83
圖 6-42 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線二凸輪外廓 .....	84
圖 6-43 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線二壓力角 .....	84
圖 6-44 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線二曲率半徑 .....	85
圖 6-45 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線二機械利益 .....	85
圖 6-46 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線二 .....	86
圖 6-47 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線二 .....	86
圖 6-48 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線二 .....	86
圖 6-49 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線二 .....	86
圖 6-50 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線二 .....	86
圖 6-51 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線二 .....	86
圖 6-52 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線二 .....	87
圖 6-53 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線二 .....	87
圖 6-54 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線二 .....	87
圖 6-55 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線二 .....	87

圖 6-56 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線二 .....	87
圖 6-57 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線二 .....	87
圖 6-58 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線二 .....	88
圖 6-59 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一運動特性 .....	90
圖 6-60 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一從動件軌跡 .....	90
圖 6-61 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一凸輪外廓 .....	91
圖 6-62 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一壓力角 .....	91
圖 6-63 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一曲率半徑 .....	92
圖 6-64 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一機械利益 .....	92
圖 6-65 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一 $23X$ 力 .....	93
圖 6-66 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一 $23Y$ 力 .....	93
圖 6-67 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一正向力 1 .....	93
圖 6-68 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一 $c3$ 力 .....	93
圖 6-69 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一 $34X$ 力 .....	93
圖 6-70 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一 $34Y$ 力 .....	93
圖 6-71 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一 .....	94
圖 6-72 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一 .....	94
圖 6-73 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一 .....	94
圖 6-74 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一 .....	94
圖 6-75 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一 .....	94
圖 6-76 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一 .....	94
圖 6-77 凸輪雙滑塊連桿機構曲線二運動特性 .....	95
圖 6-78 凸輪雙滑塊連桿機構曲線二凸輪外廓 .....	96
圖 6-79 凸輪雙滑塊連桿機構曲線二壓力角 .....	96
圖 6-80 凸輪雙滑塊連桿機構曲線二曲率半徑 .....	97
圖 6-81 凸輪雙滑塊連桿機構曲線二機械利益 .....	97
圖 6-82 凸輪雙滑塊連桿機構曲線二 $23X$ 力 .....	98
圖 6-83 凸輪雙滑塊連桿機構曲線二 $23Y$ 力 .....	98
圖 6-84 凸輪雙滑塊連桿機構曲線二正向力 1 .....	98
圖 6-85 凸輪雙滑塊連桿機構曲線二 $c3$ 力 .....	98
圖 6-86 凸輪雙滑塊連桿機構曲線二 $34X$ 力 .....	98
圖 6-87 凸輪雙滑塊連桿機構曲線二 $34Y$ 力 .....	98
圖 6-88 凸輪雙滑塊連桿機構曲線二 .....	99
圖 6-89 凸輪雙滑塊連桿機構曲線二 .....	99
圖 6-90 凸輪雙滑塊連桿機構曲線二 .....	99
圖 6-91 凸輪雙滑塊連桿機構曲線二 .....	99
圖 6-92 凸輪雙滑塊連桿機構曲線二 .....	99
圖 6-93 凸輪雙滑塊連桿機構曲線二 .....	99

圖 6-94 凸輪尺寸參數探討 .....	101
圖 6-95 參數 $a$ 與凸輪外廓關連 .....	101
圖 6-96 參數 $a$ 與壓力角 .....	102
圖 6-97 參數 $\beta$ 與凸輪外廓關連 .....	102
圖 6-98 參數 $\beta$ 與壓力角關連 .....	103
圖 6-99 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一凸輪外廓 .....	104
圖 6-100 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一驅動扭矩 .....	104
圖 6-101 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一凸輪外廓 .....	105
圖 6-102 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一驅動扭矩 .....	105

## 表次

表 1-1 沖床之加工需求.....	2
表 5-1 多項式函數.....	62
表 6-1 六連桿設計參數.....	69
表 6-2 凸輪曲柄滑塊連桿機構設計參數.....	76
表 6-3 凸輪雙滑塊連桿機構設計參數.....	89
表 6-4 構型極值.....	100

# 第一章 緒論

## 1-1 機械塑性加工成形簡介與需求

塑性加工成形是將使材料受到超越其降伏強度(Yielding Strength)，甚至破壞強度(Failure Strength)之力量，令其產生永久塑性變形(Plastic Deformation)，以達到加工件所需形狀的加工方式。其加工法是綜合材料與機械加工的方法[1]，除考慮加工方式外，對於材料亦需同時考慮，以預測加工件之內部應力、應變、應變量、成形負荷、加工件品質等參數。

針對沖床機構而言，較常應用的機械加工法大致有剪斷(Shearing)、沖壓(Punching)、彎曲(Bending)、引伸(Drawing)、成形(Forming)與鍛造(Forging)加工等。然而，不同加工成形方式中，沖頭之加工速度、行程與運動曲線等之需求也不盡相同。沖床機構常用的加工法，主要有剪斷、鍛造、彎曲與引伸等四種[1]，其說明如下。

剪斷加工如圖 1-1，是使材料受到超越抗剪強度之應力，使其與原物料分離，以獲取所需之加工件。其沖頭加工行程為原材料厚度，而加工速度會影響其表面粗糙度；一般而言，會希望能使沖頭的運動曲線快速下降與上升，以提升表面平整性與加工效率。

鍛造加工如圖 1-2，則是給予材料超越降伏強度之壓力，使其產生塑性變形，令原物料之寬度增加、高度減少的加工方式。其加工行程須略大於材料厚度，而加工速度不能過快，使材料有足夠時間流動達成所需之加工外型；其運動曲線應緩慢下降，並於下死點停滯後快速上升，以提升整體之有效行程數(Strokes per Minute)。

彎曲加工如圖 1-3，是將管、板材等加以彎曲變形，以達到所需形狀之加工方式。其沖頭加工行程比剪斷與鍛造長，而加工速度則與材料之幾何外型有關；其運動曲線於接觸工件後應維持等速，在下死點之後則快速上升。

引伸加工如圖 1-4，是令材料產生內部空心，或是將空心件的尺寸作進一步的改變之加工方式。其加工行程略大於成品之高度，而加工速度則與材料各自的最大引伸速度有關；其運動曲線於加工過程中應緩慢降低以避免材料產生破裂現象，並於下死點後快速上升。

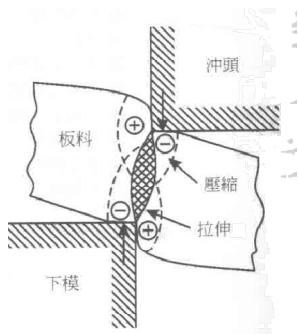


圖 1-1 剪斷加工[1]

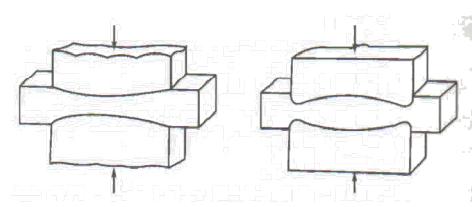


圖 1-2 鍛造加工[1]

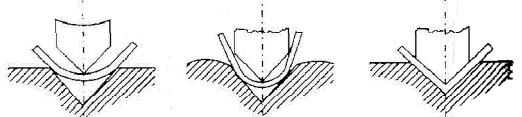


圖 1-3 彎曲加工[1]

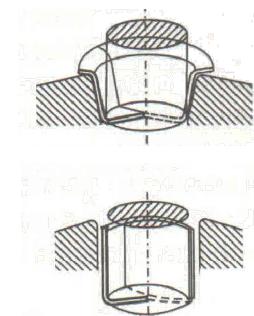


圖 1-4 引伸加工[1]

將不同種類之需求整理後，可得到表 1-1，其可讓我們評斷合成之運動曲線特性是否滿足。

表 1-1 沖床之加工需求

需求 \ 項目	剪斷	鍛造	彎曲	引伸
加工行程	短	短	長	長
加工速度	快	慢	等速	等速

當產品需有較複雜的外型或更小體積的電子零件時，若沖頭作動無法達到適合材料實際加工需求，例如速度、負荷之條件時，要再提高成品精度必是相當困難。但，若能先針對不同的塑性成形加工條件和成形過程，進行恰當的沖床機構設計與選用，並搭配成本與加工效率的考量下，便成為各研究單位與產業界關切的問題之一。

## 1-2 沖床機構之種類與應用

沖床機構依其動力源可分成機械式沖床(Mechanical Power Press)和液壓式沖床(Hydraulic Press)，而機械式沖床主要優點有生產效率高、維護容易、下死點位置正確，而液壓式沖床優點則在於負荷大、沖頭曲線與加工行程可調整等。但由於液壓式沖床相對較耗能，且生產效率與維護上亦較機械式差，故產業機台大多仍以機械式沖床為主流。

機械式沖床一般是以馬達為動力源，大致可分為連桿式、螺桿式及直驅式三種，依其機構作動方式不同，將於後文中分別說明。

### 1-2-1 機械式沖床

螺桿式沖床，如圖 1-5 與圖 1-6，是由馬達直接連接或透過皮帶與螺桿連接，將旋轉運動轉換成直線運動。其優點有摩擦阻力小、可直接控制加工速度、加工行程；缺點為成本高、負荷小、馬達需往復旋轉等。

直驅式沖床目前可分為兩種。一種是由馬達直接與曲軸連接，透過滑塊機構將旋轉運動轉成直線輸出加工，如圖 1-7 與圖 1-8；一種是利用線性馬達直接與滑塊連接，如圖 1-9。其優點是加工速度快，缺點為負荷取決於馬達本體，目前一般使用狀況為高速低負荷的狀況下。



圖 1-5 SynchropressR 4000 kN[2]



圖 1-6 J.A.M. SEP 1000N[3]



圖 1-7 AIDA NS2-D [4]



圖 1-8 AMADA SDE-4515[5]

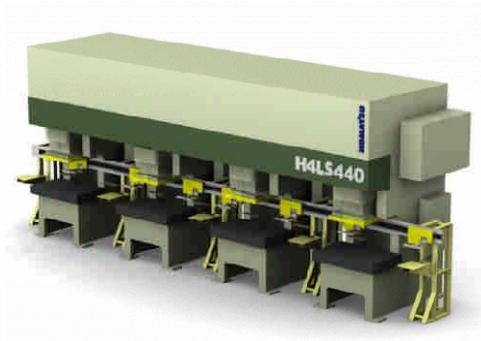


圖 1-9 Komatsu H4LS-440[6]

連桿式沖床主要由連桿組或齒輪、凸輪等傳動件搭配連桿組使用。常見的設計有肘節六連桿、瓦特六連桿、史蒂芬森六連桿機構等。而由於加工需求，有時會選用更多連桿數之機構或複合機構，以滿足不同沖頭運動曲線。經常被使用的有肘節連桿(Toggle Linkage)機構，其在肘節位置時具有很高之機械利益(Mechanical Advantage)。但其缺點為機構設計後，沖頭運動曲線便無法改變。本論文將以連桿式沖床為分析與比較。

### 1-2-2 伺服控制

傳統機械式沖床使用時，輸入源轉速為一定固定值，導致沖頭曲線無法變更。但由於不同塑性加工與不同的材料所需之沖頭運動曲線均異，故必定要使曲線能夠變化。而伺服馬達可透過本身控制模式，由改變馬達的轉速達成所需之運動曲

線，如圖 1-10 到圖 1-13，則是改變轉速時，影響的加工路徑。

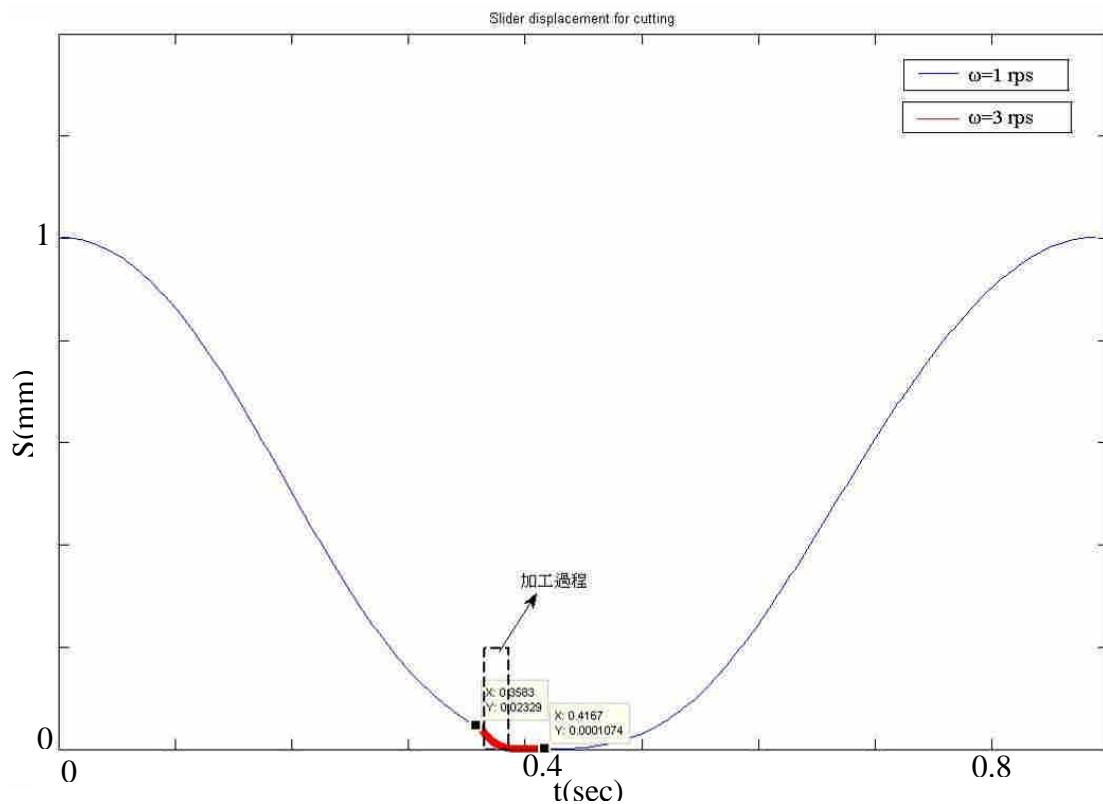


圖 1-10 變轉速下之剪切沖頭運動曲線

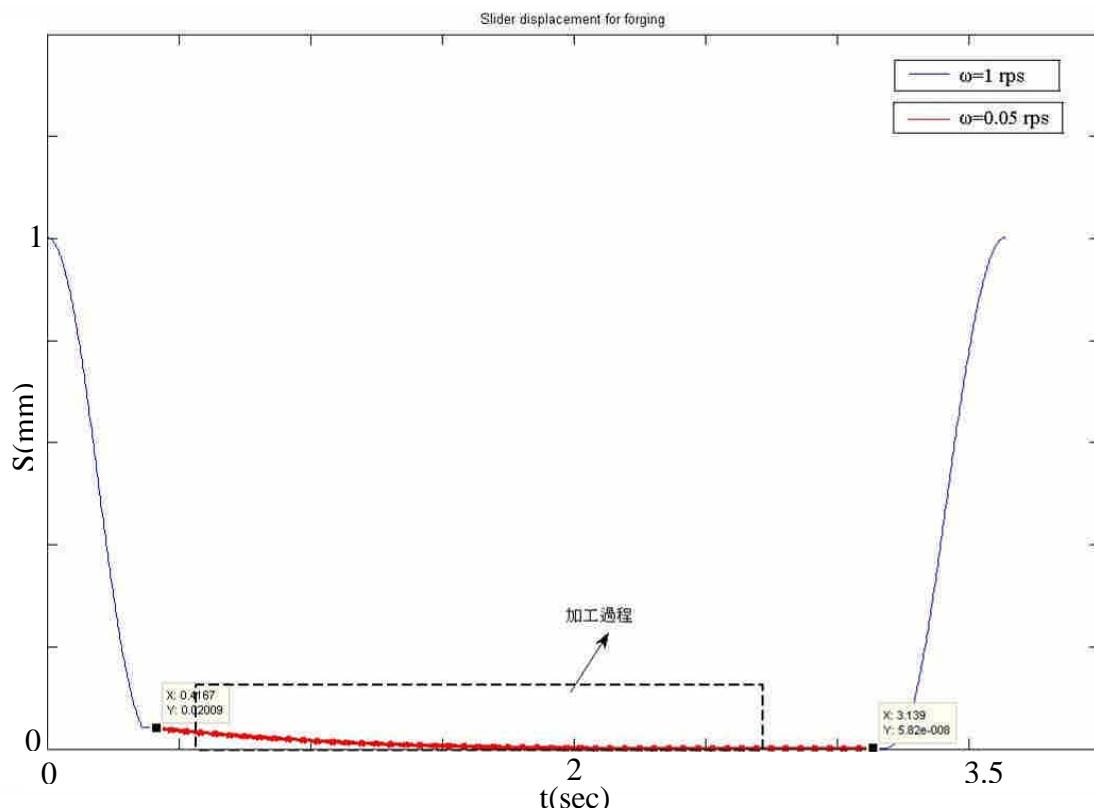


圖 1-11 變轉速下之鍛造沖頭運動曲線

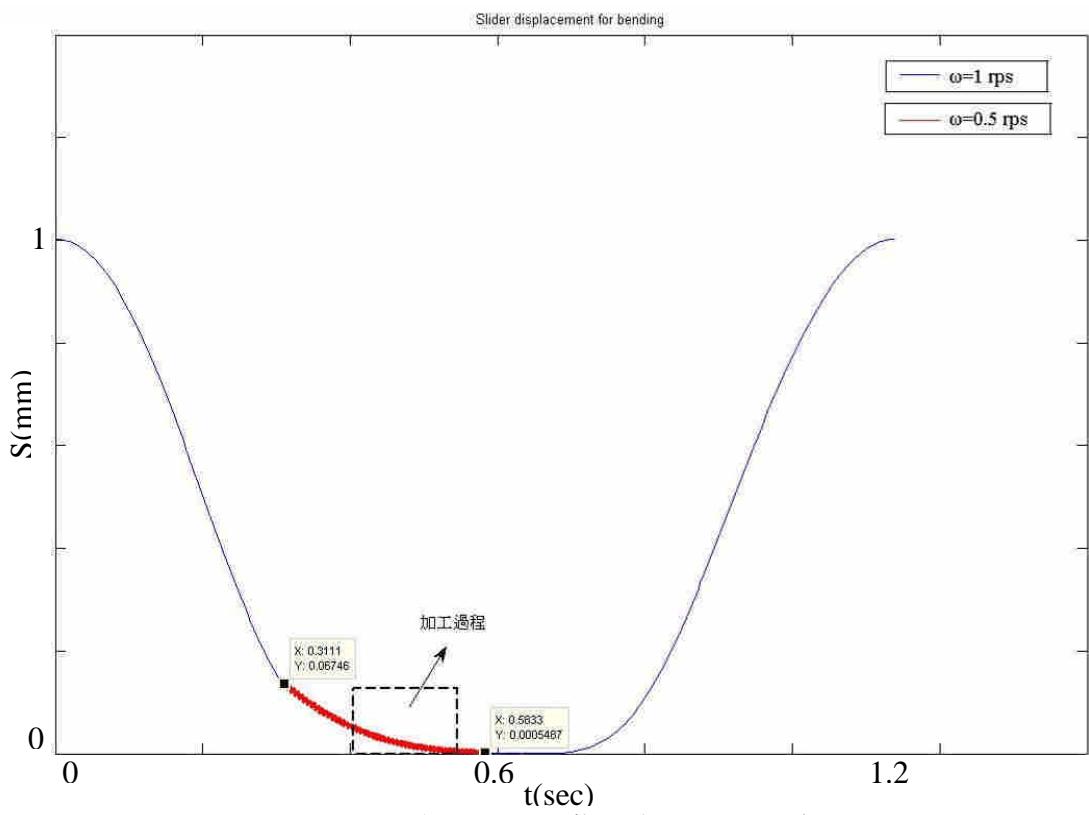


圖 1-12 變轉速下之彎曲沖頭運動曲線

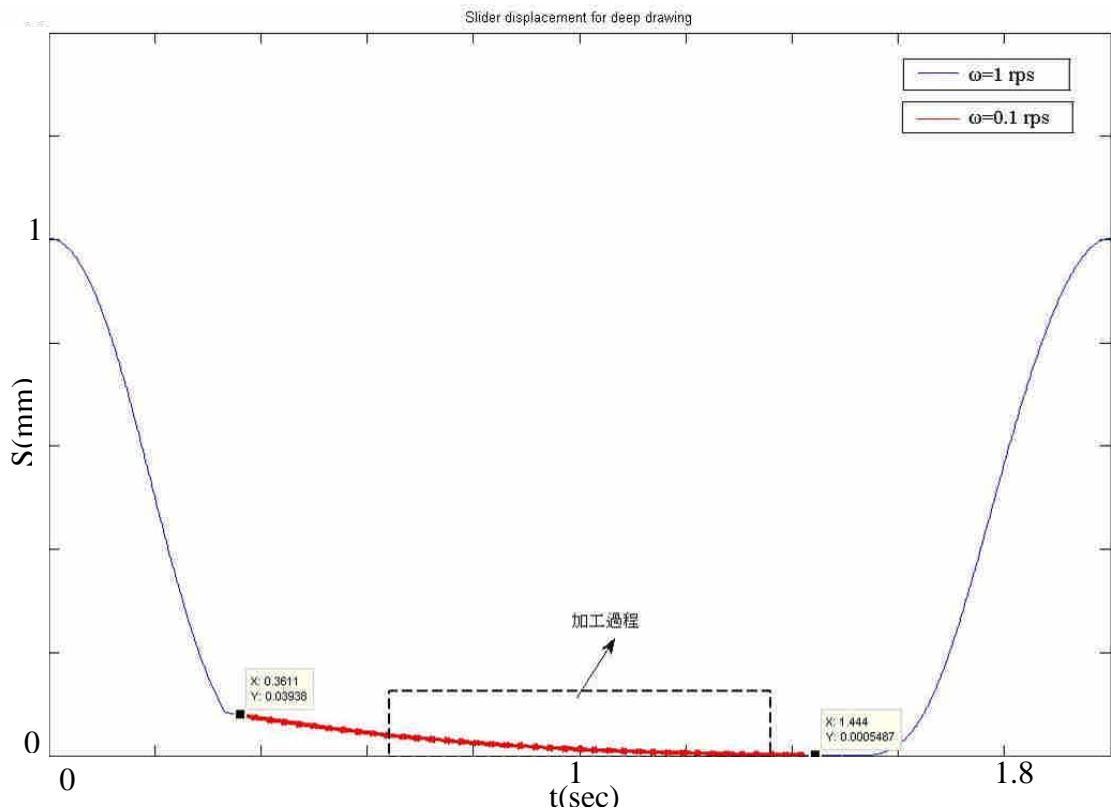


圖 1-13 變轉速下之引伸沖頭運動曲線

雖然已有相關研究針對動力源產生變轉速，但仍有下列缺點。

1. 伺服馬達變轉速控制時，不適合搭配飛輪使用。
2. 轉速改變時，受到慣性變化影響，無法儲存消耗能量。
3. 加工能力受到伺服馬達本身最大輸出限制。
4. 轉速變化過大時，負荷與扭矩需求皆會提高，且有控制上之困難處。
5. 功率高之伺服馬達成本問題。

雖伺服控制有上述之缺點，但其仍為複合加工所需之關鍵，故若能從機構端先改善運動曲線，即可降低伺服馬達的轉速變化。因此本論文將針對如何改善機械式沖床之機構特性，提出設計程序。

### 1-3 機構運動與動力特性

業界之沖床應用上，大多仍是以肘節六連桿機構為主，故其可以作為比較設計改善之基礎。其由一組四連桿與一組曲柄滑塊所組成，在不修改其滑塊輸出曲線的狀況下，仍可以改良其相關運動與動力特性。

在此將機構特性分為運動及動力特性。運動特性包含位移、速度、加速度與急跳度等，動力特性則包含驅動扭矩、正向力、支座反力等。其會隨著桿件的位置而改變，若設計不良或忽略，可能會大幅影響機構性能與加工品質，更可能產生共振與噪音等。

#### 1-3-1 動態不平衡

連桿式沖床中，由於各桿件具有質量，在轉動時會產生慣性力與力矩。而隨著轉速上升，可能會產生整體的搖晃與振動，其即為動態不平衡。其包含離心式與往復式不平衡；離心式不平衡為轉動重心未在旋轉中心上，往復式不平衡則是機構往復運動導致。

而在沖床機構中，如何減少動態不平衡產生的搖撼力(Shaking Force)、搖撼力矩(Shaking Moment)與沖頭側向推力(Side Thrust)等，則是我們所關心的。因機構高速運作時，其效應會更顯著。

### 1-3-2 凸輪連桿式機構

而傳統連桿式沖床機構中，存在著沖頭精確點有限之問題，因此運動曲線無法依實際需求設計，導致加工品質下降或誤差發生。本文提出一凸輪連桿式沖床設計，因凸輪在理論上可以設計以滿足精確點需求，也較容易獲得動平衡，故以此作為構型比較。

此外，傳統連桿式沖床在透過伺服控制加工時，由於精確點有限，若僅透過伺服調整轉置至最佳工作的曲線，會需要微調轉速變化；若透過凸輪預先合成沖頭運動曲線，預期可降低馬達輸出極值，或加快輕負荷時之加工速度，減少所需之加工週期。

### 1-4 文獻回顧

有關塑性加工部分，Jeswie 等[7]針對自兩千年以來的塑性成形加工技術與需求進行描述。Neugebauer 等[8]指出沖頭加工速度對於金屬塑性成形之影響與重要性。

針對沖床設計部份，Yossifon[9]等對板金成形沖床利用伺服控制沖頭加工速度，觀察不同沖壓力下之材料應變關係。Hwang[10]等針對六連桿沖床建立適合精密引伸加工之合成尺寸關係式，並提出機械利益、正向力、加工速度等需求，作為最佳化之目標函數。Chiou[11]等針對牽桿式沖床進行動平衡最佳化設計，並以 CV 值表示動平衡優缺，但由於桿件數過多，不易達成完全動平衡。Tso[12]等提出一齒輪九連桿沖床機構，但由於齒輪噪音、沖頭速度變化大與桿件尺寸等都是其問題點。Du [13]等利用基因演算法，設計七連桿雙自由度沖床機構。Soong [14]提出利用曲柄滑件產生變轉速效果，使沖頭輸出不同運動曲線，但滑件的磨耗與傳遞角等，尚待進一步改善，且轉速波動較無法任意選擇。Li[15]等利用直流搭配伺服馬達控制兩個自由度沖床，並透過逆向運動分析與尺寸最佳化來設計機構。Tso [16]亦是針對雙輸入進行最佳化設計，但雙自由度沖床設計變數過多，且伺服馬達受到直流馬達影響，重負載時應考量控制響應是否足夠，且高速時，無法動平衡之影響即浮現。

在連桿機構設計方面，Howell[17]試驗出肘節機構會依實際工件材料而需要不同的最小驅動力。Kirecci[18]等提出雙自由度的直流與伺服馬達複合連桿機構，雖可改變運動輸出特性，但缺點是需要更大的能量驅動，且伺服馬達的精確控制亦是問題。Shukla[19]等提出如何搜尋出六連桿機構中的曲柄桿。Dhingra[20]等提出搜尋多桿件機構耦點之方法。Lin[21]等提出傳遞角與連桿機構之性能影響關係。Zhang[22]則以曲柄滑塊機構之最大滑塊速度為參數，進行機構合成。Shirazi [23]將平面與空間機構的耦點曲線進行合成參數之分類。Rao [24]等則指出在連桿機構中，輸入與輸出的位移與機械利益之影響。Tari[25]等針對需要八精確點之四連桿曲柄滑塊機構提出解法。

以凸輪式連桿機構為設計，有 Huey[26]等利用路徑與函數產生法，決定等效四連桿之凸輪連桿機構。Sadler [27]等透過桿件、凸輪之幾何關係與彈簧裝置，經由最佳化方法與不同目標函數，改善凸輪連桿機構動力特性。Mundo [28]等利用兩組平板凸輪及路徑產生法，合成輸出點為等速的運動模式。Mundo[29]等又針對深引伸與剪切加工之凸輪連桿機構，進行合成與運動最佳化。但，研究內容未考慮輸出之速度條件是否滿足加工需求。Wu[30]等應用平移式凸輪連桿組獲得急回效應，但平移式凸輪難以獲得動平衡，實際應用上亦有摩擦阻力問題。Chavan[31]等利用部分精確點與最佳化方法，擬合凸輪連桿機構所需之耦點運動曲線。惟，其探討內容並非實際合成出凸輪從動件所需之運動曲線。Ge[32]等則透過複數法合成凸輪連桿機構所需軌跡，因凸輪其有較佳位置控制，可以避開連桿機構之奇異點。

針對凸輪應用之變轉速設計研究方面，Yan[33][34]等利用變轉速輸入方式改善凸輪從動件運動特性。Yan[35]等再以變轉速的方式控制凸輪轉速，改善其運動與動力模式，但若能先依針對凸輪運動曲線進行設計，便可省去使用伺服馬達進行轉速變化。Hsieh[36]等則透過歐丹聯軸器使其產生變轉速輸入，以符合深引伸之加工需求，但其壽命與輸出精度尚待進一步探討。

有關動平衡討論，Sinatra[37]實驗四連桿動平衡對於振動之影響。Arakelian[38]

等提出針對四連桿曲柄滑塊進行搖擺力與搖擺力矩的完全平衡。Arakelian[39]等針對常用的動平衡方式進行說明，如質量配重法、複製機構法與替代機構法。Moore[40]等提出皆為迴轉對之四連桿的完全動平衡。Wijk[41]等利用反向迴轉的質量配重，使機構動平衡。Nehemiah[42]等利用齒輪組來達成六連桿的動平衡。

## 1-5 研究動機與目的

傳統機械式沖床大多均為單純連桿機構，由於連桿之精確點有限，為滿足較特殊的加工路徑需求，會應用更高桿件數的連桿機構，但合成的加工曲線也僅能類似實際路徑需求。此外，在高轉速的加工情況下，動態不平衡之效應即出現，不僅使機台產生噪音、振動外，對於沖頭壽命與工件加工精度必有影響。

此外，目前產學界亦同時研究與開發伺服控制沖床，雖可改善沖床之加工特性，但，機構上整體設計必須同時納入考量才是解決之道，若非僅是透過伺服控制，修正補償近似的加工路徑與需求。本論文針對較常應用在產業界之六連桿肘節機構為基準，並與兩種凸輪式連桿機構進行運動、動力之比較，最後透過凸輪運動曲線設計，使整個機構能滿足加工路徑與需求。

## 1-6 論文架構

本論文第一章為緒論，介紹相關沖床與其相關背景。第二章為構型合成與分析，應用機構設計方法，分析六連桿肘節機構等效機構，並提出兩個構型。第三章為運動分析，在假設物體為剛性之情況下，應用向量迴路法、微分幾何與剛體轉置法，推導各桿件運動特性。

第四章為動力分析，於忽略磨擦力情況下，使用牛頓第二運動定律與角動量守恆，求取各桿件之動力特性。第五章為運動曲線合成分析，應用曲線插值，設計不同加工情況下之凸輪運動曲線。第六章則為實例分析，針對不同參數進行探討。七章為結論。

## 第二章 構型分析與合成

### 2-1 肘節機構之簡介

討論肘節機構前，需先提到機械利益的概念，如圖 2-1。在不考慮任何能量的損失下，我們可以把系統輸入與輸出的關係寫為

$$P_{in} = T_{in}\omega_{in} = T_{out}\omega_{out} = P_{out} \quad (2-1)$$

或為

$$P_{in} = F_{in} \cdot V_{in} = F_{out} \cdot V_{out} = P_{out} \quad (2-2)$$

其各自為針對旋轉或平移運動時，描述系統能量的關係圖。當我們了解輸入與輸出之關係後，即可得知機械利益為

$$MA = \frac{T_{out}}{T_{in}} \quad (2-3)$$

或為

$$MA = \frac{F_{out}}{F_{in}} \quad (2-4)$$

但機械利益並非一定為定值，需視瞬間之力或力矩之比例計算。具此概念，即可探討肘節機構之用途。

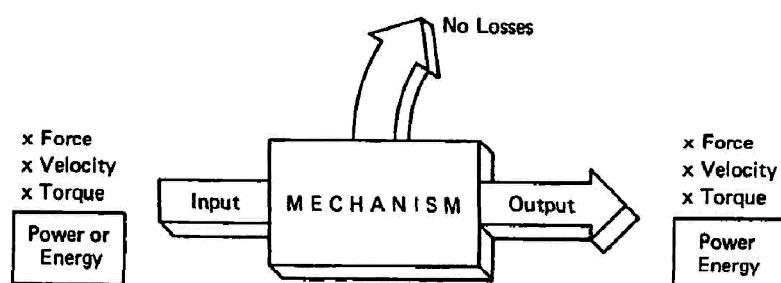


圖 2-1 系統能量圖[43]

肘節機構之類型很多，如圖 2-2，即為一六連桿肘節機構，當  $O_4C$  桿與  $CD$  桿快接近成一直線時，作用在  $C$  點上之輸入力  $P$  與負荷  $F$  可寫為

$$F = \frac{P}{2 \tan \alpha} \quad (2-5)$$

瞬間僅需要很小之  $P$ ，就可產生  $F$  之力，此時機械利益接近無窮大，亦稱為肘節效應。因其瞬間可產生極大的輸出力，故被廣泛應用在機構上，如碎石機、夾鉗等。而肘節效應發生時，對於輸出端也會產生自鎖效應(Self Locking)，對於桿件會變成一壓縮負荷。

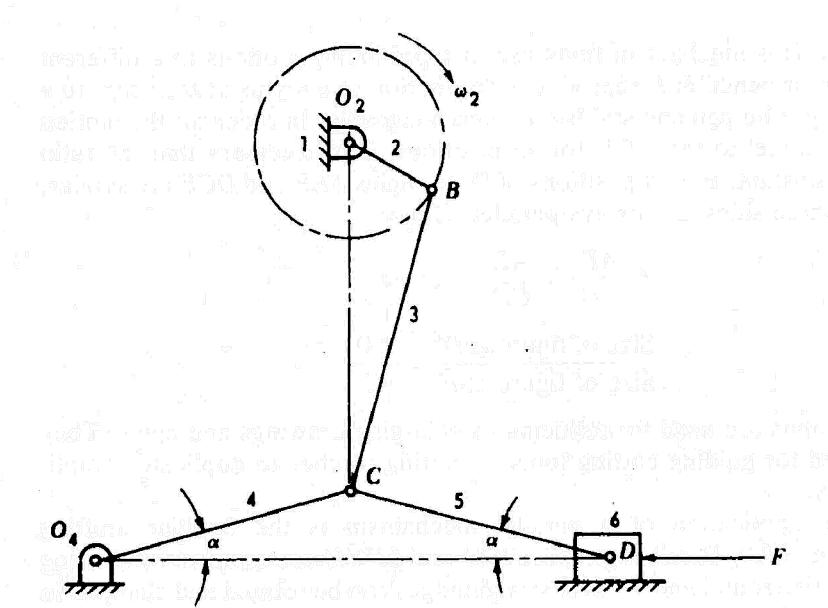


圖 2-2 六連桿肘節機構[44]

而本論文則是利用業界常使用的六連桿肘節機構做為後續之合成與分析比較，最終仍需針對合成的機構判斷其是否仍具有肘節效應。

## 2-2 創造性機構設計

本論文應用許[45]提出之機構構造設計方法，將欲分析之六連桿肘節機構構型一般化後，再挑選可應用之構型，並針對不同的輸入進行探討，最後再進行後續之運動與動力相關分析與設計。

應用機構構造設計方法之步驟如下

1. 確認構造需求與功能需求。

2. 決定機構自由度、運動型態與獨立迴路數目。
3. 列舉出所有滿足機構特性限制之可能性。
4. 選定機架及確認運動對接頭位置。
5. 繪製可應用之機構簡圖，並判斷與評估是否滿足需求。

### 2-2-1 六連桿單自由度機構分析

業界常應用的沖床機構為圖 2-3，此六連桿肘節機構由四連桿與曲柄滑塊機構組成。若輸入桿為桿 2，當桿 4 與桿 5 共線時即產生肘節效應，此時機械利益即為無窮大。

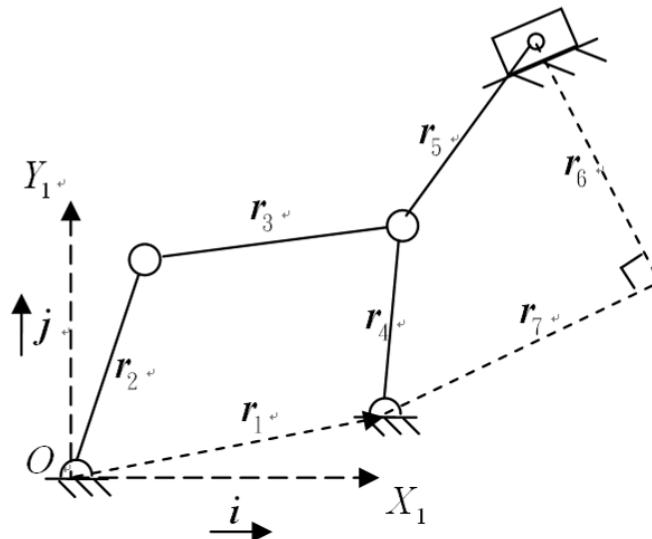


圖 2-3 六連桿肘節機構示意圖

在進行後續分析前，先針對其自由度進行計算[46]，對平面機構而言，計算方式如式(2-6)， $n_L$  為桿件數， $n'_J$  為拘束對，此六連桿有七個拘束對，故帶入計算後，確認其自由度為 1。

$$DF_{\text{planar}} = 3(n_L - 1) - 2n'_J \quad (2-6)$$

將桿件一般化後，可得到四組六連桿單自由度機構，如圖 2-4。此時，設定合成之限制條件為

1. 僅有旋轉對或滑動對。

2. 接地桿為三接頭桿件。
3. 滑塊數目無限制，但至少須有一個滑塊作為輸出。
4. 滑塊間不再以滑塊對方式連接。

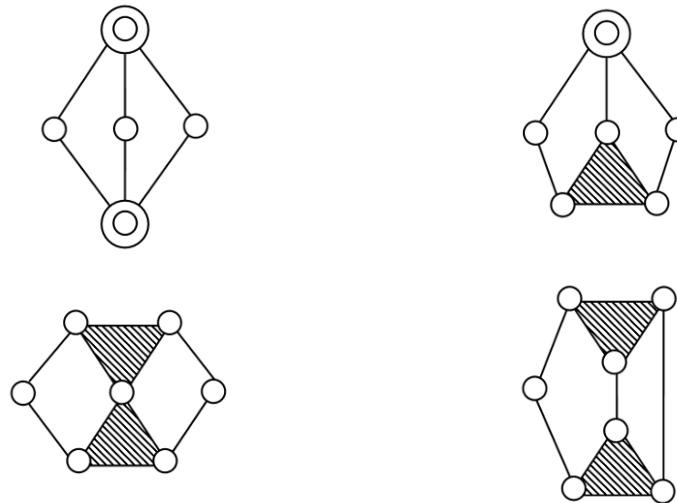


圖 2-4 六連桿單自由度機構

由原先六連桿肘節機構合成的單滑塊機構為圖 2-5，雙滑塊機構為圖 2-6，三滑塊機構為圖 2-7，總共列舉出十二組單自由度六連桿機構可以利用。

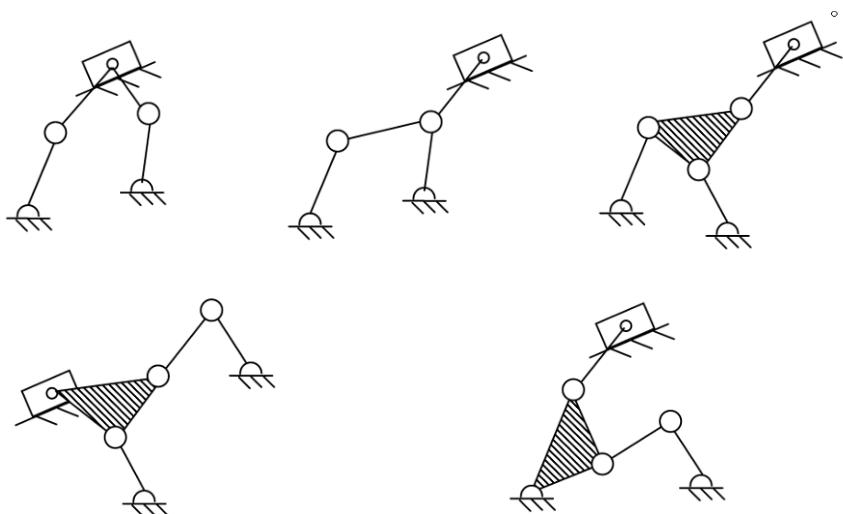


圖 2-5 單滑塊六連桿單自由度機構

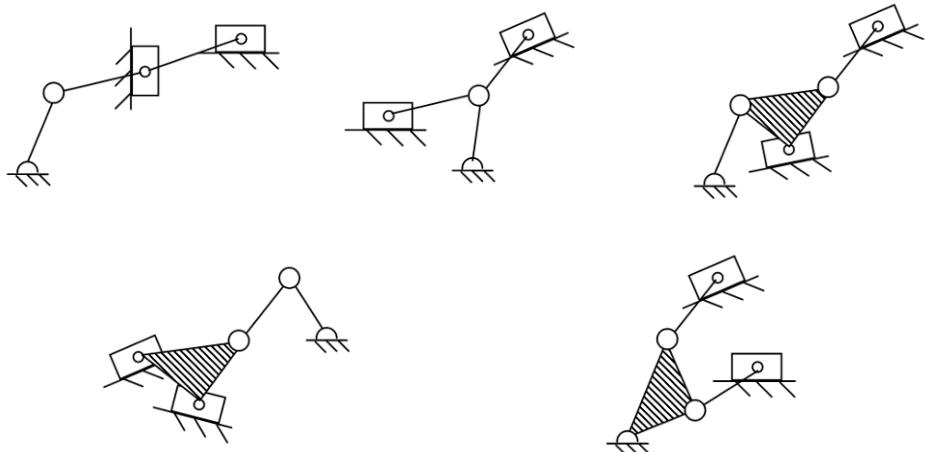


圖 2-6 雙滑塊六連桿單自由度機構



圖 2-7 三滑塊六連桿單自由度機構

## 2-2-2 凸輪連桿式肘節機構構型合成

在上小節列舉出 12 種可應用之構型中，即可開始合成所需之凸輪連桿機構。而此處合成限制為凸輪不為三接頭桿件，並依照凸輪對之從動件移動方式分類 [47]，除了可分為直線式(Translating)如圖 2-8 與搖擺式(Oscillating)如圖 2-9 外，尚多了尚未有人定義之複合式(Hybrid)滾子從動方式，如圖 2-10。

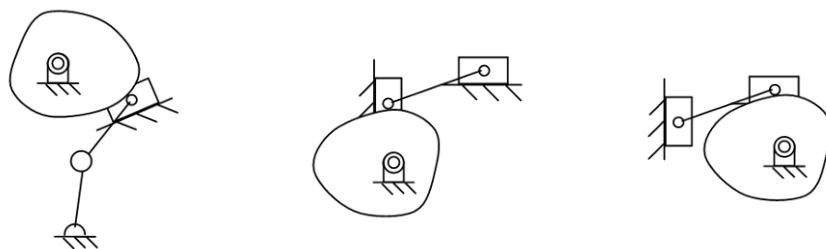


圖 2-8 直線式凸輪從動件機構

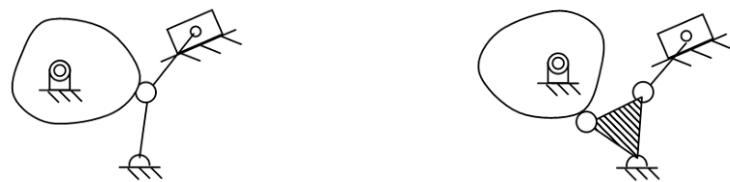


圖 2-9 搖擺式凸輪從動件機構



圖 2-10 複合式凸輪從動件機構

由於輸出滑塊直接連接輸入源凸輪時，無法確定可有肘節效應產生，故扣除兩種直線從動件分析，此外，搖擺式與直線式滾子亦不列入比較。而本論文共有兩個複合式從動件凸輪連桿機構，作為與原構型六連桿構型之分析與比較。

## 第三章 運動分析

### 3-1 背景說明

運動學，主要是說明物體之運動行為。在不考慮作用力與質量之影響下，描述空間中，其物體位置隨著時間變化而進行的改變。為簡化問題，在本章節分析其運動行為時，假設物體皆為剛體，不產生任何變形，其做平移或旋轉運動。

在本章節中，在分析機構運動之位移(Displacement)、速度(Velocity)、加速度(Acceleration)與急跳度(Jerk)時，利用相對運動之概念，如式(3-1)

$$\mathbf{V}_C = \mathbf{V}_B + \mathbf{V}_{CB} \quad (3-1)$$

用來描述機構中，各桿件相對於基準點之實際關係。

連桿機構分析部份，利用向量迴路法與微分幾何，推導各桿件之運動特性。凸輪運動分析部分，透過剛體轉置法，由從動件運動模式及尺寸，合成所需之凸輪外廓，並分析壓力角、曲率半徑等特性。

### 3-2 六連桿肘節機構運動分析

圖 3-1 為本節分析之基礎架構，其由兩組四連桿迴圈所組成。在此定義為各向量與水平  $X$  軸之逆時針夾角為  $\theta_i$ ，再將六連桿拆成兩類四連桿分開分析。

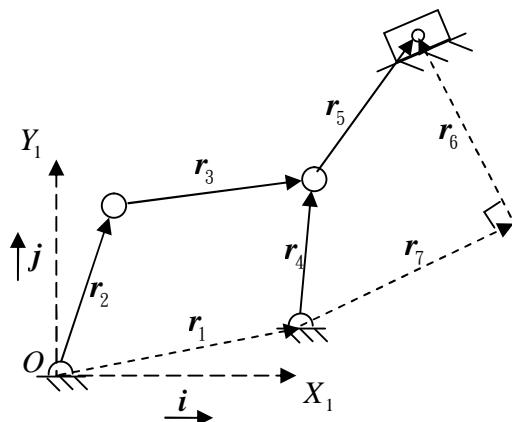


圖 3-1 六連桿機構

### 3-2-1 四連桿機構運動分析

首先針對圖 3-2，利用向量迴路法，可得

$$\mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3 = \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_4 \quad (3-2)$$

將其依分量展開，可得

$$r_2(\cos \theta_2 \mathbf{i} + \sin \theta_2 \mathbf{j}) + r_3(\cos \theta_3 \mathbf{i} + \sin \theta_3 \mathbf{j}) = r_1(\cos \theta_1 \mathbf{i} + \sin \theta_1 \mathbf{j}) + r_4(\cos \theta_4 \mathbf{i} + \sin \theta_4 \mathbf{j}) \quad (3-3)$$

或可寫成

$$r_2 \cos \theta_2 + r_3 \cos \theta_3 = r_1 \cos \theta_1 + r_4 \cos \theta_4 \quad (3-4)$$

$$r_2 \sin \theta_2 + r_3 \sin \theta_3 = r_1 \sin \theta_1 + r_4 \sin \theta_4 \quad (3-5)$$

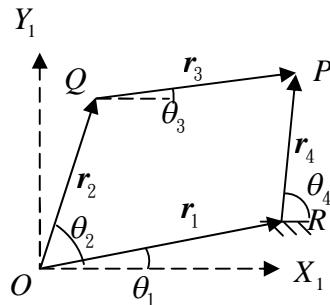


圖 3-2 四連桿機構

方程式中，若  $r_1$  為地桿， $r_2$  為輸入桿，則可透過  $\theta_2$  求解  $\theta_3$  與  $\theta_4$ ；同時，透過微分定理， $\dot{\theta}_3$ 、 $\dot{\theta}_4$ 、 $\ddot{\theta}_3$ 、 $\ddot{\theta}_4$ 、 $\ddot{\theta}_3$  與  $\ddot{\theta}_4$  亦能由  $\theta_2$ 、 $\dot{\theta}_2$ 、 $\ddot{\theta}_2$  計算其值。為了計算  $\theta_3$ ，將上式改寫為分量

$$r_3 \cos \theta_3 = r_1 \cos \theta_1 + r_4 \cos \theta_4 - r_2 \cos \theta_2 \quad (3-6)$$

$$r_3 \sin \theta_3 = r_1 \sin \theta_1 + r_4 \sin \theta_4 - r_2 \sin \theta_2 \quad (3-7)$$

利用三角函數定理  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ ，可得

$$\begin{aligned} r_3^2 &= r_1^2 + r_2^2 + r_4^2 + 2r_1r_4(\cos \theta_1 \cos \theta_4 + \sin \theta_1 \sin \theta_4) \\ &\quad - 2r_1r_2(\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2) - 2r_2r_4(\cos \theta_2 \cos \theta_4 + \sin \theta_2 \sin \theta_4) \end{aligned} \quad (3-8)$$

再將其改寫成

$$A \cos \theta_4 + B \sin \theta_4 + C = 0 \quad (3-9)$$

其中，

$$A = 2r_1r_4 \cos \theta_1 - 2r_2r_4 \cos \theta_2$$

$$B = 2r_1r_4 \sin \theta_1 - 2r_2r_4 \sin \theta_2$$

$$C = r_1^2 + r_2^2 + r_4^2 - r_3^2 - 2r_1r_2(\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2)$$

再利用半角定理，可將其寫成

$$(C - A)m^2 + 2Bm + (A + C) = 0 \quad (3-10)$$

其中，

$$m = \tan\left(\frac{\theta_4}{2}\right)$$

求解  $m$  可得為

$$m = \frac{-B + \sigma \sqrt{B^2 - C^2 + A^2}}{(C - A)} \quad (3-11)$$

$$\theta_4 = 2 \tan^{-1}(m) \quad (3-12)$$

此處， $\sigma$  為  $\pm 1$ ，是用來判斷四連桿的組合模式，而得到  $\theta_4$  後，可透過前式求解。

$$\theta_3 = \tan^{-1} \left( \frac{r_1 \sin \theta_1 + r_4 \sin \theta_4 - r_2 \sin \theta_2}{r_1 \cos \theta_1 + r_4 \cos \theta_4 - r_2 \cos \theta_2} \right) \quad (3-13)$$

得到各角度之值後，可求出  $Q$  與  $P$  的座標點。

$$\dot{\mathbf{r}}_Q = \dot{\mathbf{r}}_2 = r_2(\cos \theta_2 \mathbf{i} + \sin \theta_2 \mathbf{j}) \quad (3-14)$$

$$\dot{\mathbf{r}}_P = \dot{\mathbf{r}}_2 + \dot{\mathbf{r}}_3 = r_2(\cos \theta_2 \mathbf{i} + \sin \theta_2 \mathbf{j}) + r_3(\cos \theta_3 \mathbf{i} + \sin \theta_3 \mathbf{j}) \quad (3-15)$$

而計算速度、加速度與急跳度時，則可應用微分定理推導。

速度為

$$\dot{\mathbf{r}}_2 + \dot{\mathbf{r}}_3 = \dot{\mathbf{r}}_1 + \dot{\mathbf{r}}_4 \quad (3-16)$$

$$r_2 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 + r_3 \dot{\theta}_3 \sin \theta_3 = r_4 \dot{\theta}_4 \sin \theta_4 \quad (3-17)$$

$$r_2 \dot{\theta}_2 \cos \theta_2 + r_3 \dot{\theta}_3 \cos \theta_3 = r_4 \dot{\theta}_4 \cos \theta_4 \quad (3-18)$$

$$\begin{bmatrix} -r_3 \sin \theta_3 & r_4 \sin \theta_4 \\ -r_3 \cos \theta_3 & r_4 \cos \theta_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} r_2 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 \\ r_2 \dot{\theta}_2 \cos \theta_2 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_3 \sin \theta_3 & r_4 \sin \theta_4 \\ -r_3 \cos \theta_3 & r_4 \cos \theta_4 \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} r_2 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 \\ r_2 \dot{\theta}_2 \cos \theta_2 \end{Bmatrix}$$

$$\dot{\mathbf{r}}_Q = \dot{\mathbf{r}}_2 = r_2 \dot{\theta}_2 (-\sin \theta_2 \mathbf{i} + \cos \theta_2 \mathbf{j}) \quad (3-19)$$

$$\dot{\mathbf{r}}_P = \dot{\mathbf{r}}_2 + \dot{\mathbf{r}}_3 = r_2 \dot{\theta}_2 (-\sin \theta_2 \mathbf{i} + \cos \theta_2 \mathbf{j}) + r_3 \dot{\theta}_3 (-\sin \theta_3 \mathbf{i} + \cos \theta_3 \mathbf{j}) \quad (3-20)$$

加速度為

$$\ddot{\mathbf{r}}_2 + \ddot{\mathbf{r}}_3 = \ddot{\mathbf{r}}_1 + \ddot{\mathbf{r}}_4 \quad (3-21)$$

$$\begin{cases} \ddot{\theta}_3 \\ \ddot{\theta}_4 \end{cases} = \begin{bmatrix} -r_3 \sin \theta_3 & r_4 \sin \theta_4 \\ -r_3 \cos \theta_3 & r_4 \cos \theta_4 \end{bmatrix}^{-1} \begin{cases} r_2 \ddot{\theta}_2 \sin \theta_2 + r_2 \dot{\theta}_2^2 \cos \theta_2 + r_3 \dot{\theta}_3^2 \cos \theta_3 - r_4 \dot{\theta}_4^2 \cos \theta_4 \\ r_2 \ddot{\theta}_2 \cos \theta_2 - r_2 \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2 - r_3 \dot{\theta}_3^2 \sin \theta_3 + r_4 \dot{\theta}_4^2 \sin \theta_4 \end{cases}$$

$$\ddot{\mathbf{r}}_Q = \ddot{\mathbf{r}}_2 = (-r_2 \ddot{\theta}_2 \sin \theta_2 - r_2 \dot{\theta}_2^2 \cos \theta_2) \mathbf{i} + (r_2 \ddot{\theta}_2 \cos \theta_2 - r_2 \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2) \mathbf{j} \quad (3-22)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{r}}_P = \ddot{\mathbf{r}}_2 + \ddot{\mathbf{r}}_3 &= (-r_2 \ddot{\theta}_2 \sin \theta_2 - r_2 \dot{\theta}_2^2 \cos \theta_2 - r_3 \ddot{\theta}_3 \sin \theta_3 - r_3 \dot{\theta}_3^2 \cos \theta_3) \mathbf{i} \\ &\quad + (r_2 \ddot{\theta}_2 \cos \theta_2 - r_2 \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2 + r_3 \ddot{\theta}_3 \cos \theta_3 - r_3 \dot{\theta}_3^2 \sin \theta_3) \mathbf{j} \end{aligned} \quad (3-23)$$

急跳度為

$$\ddot{\mathbf{r}}_2 + \ddot{\mathbf{r}}_3 = \ddot{\mathbf{r}}_1 + \ddot{\mathbf{r}}_4 \quad (3-24)$$

$$\begin{cases} \ddot{\theta}_3 \\ \ddot{\theta}_4 \end{cases} = \begin{bmatrix} -r_3 \sin \theta_3 & r_4 \sin \theta_4 \\ -r_3 \cos \theta_3 & r_4 \cos \theta_4 \end{bmatrix}^{-1} \begin{cases} r_2 \ddot{\theta}_2 \sin \theta_2 - r_2 \dot{\theta}_2^3 \sin \theta_2 + 3r_2 \dot{\theta}_2 \ddot{\theta}_2 \cos \theta_2 - r_3 \dot{\theta}_3^3 \sin \theta_3 \\ + 3r_3 \dot{\theta}_3 \ddot{\theta}_3 \cos \theta_3 + r_4 \dot{\theta}_4^3 \sin \theta_4 - 3r_4 \dot{\theta}_4 \ddot{\theta}_4 \cos \theta_4 \\ r_2 \ddot{\theta}_2 \cos \theta_2 - r_2 \dot{\theta}_2^3 \cos \theta_2 - 3r_2 \dot{\theta}_2 \ddot{\theta}_2 \sin \theta_2 - r_3 \dot{\theta}_3^3 \cos \theta_3 \\ - 3r_3 \dot{\theta}_3 \ddot{\theta}_3 \sin \theta_3 + r_4 \dot{\theta}_4^3 \cos \theta_4 + 3r_4 \dot{\theta}_4 \ddot{\theta}_4 \sin \theta_4 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{r}}_Q = \ddot{\mathbf{r}}_2 &= (-r_2 \ddot{\theta}_2 \sin \theta_2 + r_2 \dot{\theta}_2^3 \sin \theta_2 - 3r_2 \dot{\theta}_2 \ddot{\theta}_2 \cos \theta_2) \mathbf{i} \\ &\quad + (r_2 \ddot{\theta}_2 \cos \theta_2 - r_2 \dot{\theta}_2^3 \cos \theta_2 - 3r_2 \dot{\theta}_2 \ddot{\theta}_2 \sin \theta_2) \mathbf{j} \end{aligned} \quad (3-25)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{r}}_P = \ddot{\mathbf{r}}_2 + \ddot{\mathbf{r}}_3 &= (-r_2 \ddot{\theta}_2 \sin \theta_2 + r_2 \dot{\theta}_2^3 \sin \theta_2 - 3r_2 \dot{\theta}_2 \ddot{\theta}_2 \cos \theta_2 \\ &\quad - r_3 \ddot{\theta}_3 \sin \theta_3 + r_3 \dot{\theta}_3^3 \sin \theta_3 - 3r_3 \dot{\theta}_3 \ddot{\theta}_3 \cos \theta_3) \mathbf{i} \\ &\quad + (r_2 \ddot{\theta}_2 \cos \theta_2 - r_2 \dot{\theta}_2^3 \cos \theta_2 - 3r_2 \dot{\theta}_2 \ddot{\theta}_2 \sin \theta_2 \\ &\quad + r_3 \ddot{\theta}_3 \cos \theta_3 - r_3 \dot{\theta}_3^3 \cos \theta_3 - 3r_3 \dot{\theta}_3 \ddot{\theta}_3 \sin \theta_3) \mathbf{j} \end{aligned} \quad (3-26)$$

而考慮各桿件質量中心之運動時，則需考慮其質量中心與桿件相對位置進行計算，如圖 3-3。此處定義  $r_{c,2}$ 、 $r_{c,3}$  與  $r_{c,4}$  為各桿件之質量中心，分別相對於  $O$ 、 $Q$  及  $R$  點距離  $\bar{r}_{g,2}$ 、 $\bar{r}_{g,3}$  與  $\bar{r}_{g,4}$ ，並各桿件分別夾  $\theta_{g,2}$ 、 $\theta_{g,3}$  及  $\theta_{g,4}$  角。

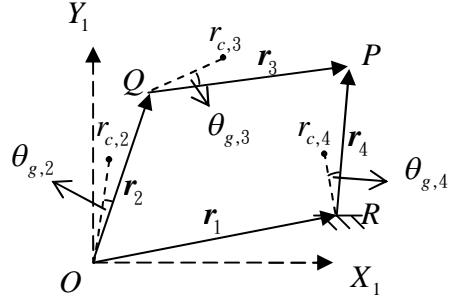


圖 3-3 四連桿質心運動

各桿件中心運動如下，位移為

$$\mathbf{r}_{g,2} = r_{g,2} \left[ \cos(\theta_2 + \theta_{g,2}) \mathbf{i} + \sin(\theta_2 + \theta_{g,2}) \mathbf{j} \right] \quad (3-27)$$

$$\mathbf{r}_{g,3} = \mathbf{r}_Q + \mathbf{r}_{g,3/Q} = r_2 (\cos \theta_2 \mathbf{i} + \sin \theta_2 \mathbf{j}) + r_{g,3} \left[ \cos(\theta_3 + \theta_{g,3}) \mathbf{i} + \sin(\theta_3 + \theta_{g,3}) \mathbf{j} \right] \quad (3-28)$$

$$\mathbf{r}_{g,4} = r_{g,4} \left[ \cos(\theta_4 + \theta_{g,4}) \mathbf{i} + \sin(\theta_4 + \theta_{g,4}) \mathbf{j} \right] \quad (3-29)$$

速度為

$$\dot{\mathbf{r}}_{g,2} = r_{g,2} \dot{\theta}_2 \left[ -\sin(\theta_2 + \theta_{g,2}) \mathbf{i} + \cos(\theta_2 + \theta_{g,2}) \mathbf{j} \right] \quad (3-30)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{r}}_{g,3} &= \dot{\mathbf{r}}_Q + \dot{\mathbf{r}}_{g,3/Q} \\ &= r_2 \dot{\theta}_2 (-\sin \theta_2 \mathbf{i} + \cos \theta_2 \mathbf{j}) + r_{g,3} \dot{\theta}_3 \left[ -\sin(\theta_3 + \theta_{g,3}) \mathbf{i} + \cos(\theta_3 + \theta_{g,3}) \mathbf{j} \right] \end{aligned} \quad (3-31)$$

$$\dot{\mathbf{r}}_{g,4} = r_{g,4} \dot{\theta}_4 \left[ -\sin(\theta_4 + \theta_{g,4}) \mathbf{i} + \cos(\theta_4 + \theta_{g,4}) \mathbf{j} \right] \quad (3-32)$$

加速度為

$$\ddot{\mathbf{r}}_{g,2} = \left[ -r_{g,2} \ddot{\theta}_2 \sin(\theta_2 + \theta_{g,2}) - r_{g,2} \dot{\theta}_2^2 \cos(\theta_2 + \theta_{g,2}) \right] \mathbf{i} \\ + \left[ r_{g,2} \ddot{\theta}_2 \cos(\theta_2 + \theta_{g,2}) - r_{g,2} \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_2 + \theta_{g,2}) \right] \mathbf{j} \quad (3-33)$$

$$\ddot{\mathbf{r}}_{g,3} = \ddot{\mathbf{r}}_Q + \ddot{\mathbf{r}}_{g,3/Q} \\ = \left[ -r_2 \ddot{\theta}_2 \sin \theta_2 - r_2 \dot{\theta}_2^2 \cos \theta_2 - r_{g,3} \ddot{\theta}_3 \sin(\theta_3 + \theta_{g,3}) - r_{g,3} \dot{\theta}_3^2 \cos(\theta_3 + \theta_{g,3}) \right] \mathbf{i} \\ + \left[ r_2 \ddot{\theta}_2 \cos \theta_2 - r_2 \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2 + r_{g,3} \ddot{\theta}_3 \cos(\theta_3 + \theta_{g,3}) - r_{g,3} \dot{\theta}_3^2 \sin(\theta_3 + \theta_{g,3}) \right] \mathbf{j} \quad (3-34)$$

$$\ddot{\mathbf{r}}_{g,4} = \left[ -r_{g,4} \ddot{\theta}_4 \sin(\theta_4 + \theta_{g,4}) - r_{g,4} \dot{\theta}_4^2 \cos(\theta_4 + \theta_{g,4}) \right] \mathbf{i} \\ + \left[ r_{g,4} \ddot{\theta}_4 \cos(\theta_4 + \theta_{g,4}) - r_{g,4} \dot{\theta}_4^2 \sin(\theta_4 + \theta_{g,4}) \right] \mathbf{j} \quad (3-35)$$

急跳度為

$$\ddot{\mathbf{r}}_{g,2} = \left[ -r_{g,2} \ddot{\theta}_2 \sin(\theta_2 + \theta_{g,2}) + r_{g,2} \dot{\theta}_2^3 \sin(\theta_2 + \theta_{g,2}) - 3r_{g,2} \dot{\theta}_2 \ddot{\theta}_2 \cos(\theta_2 + \theta_{g,2}) \right] \mathbf{i} \\ + \left[ (r_{g,2} \ddot{\theta}_2 \cos(\theta_2 + \theta_{g,2}) - r_{g,2} \dot{\theta}_2^3 \cos(\theta_2 + \theta_{g,2}) - 3r_{g,2} \dot{\theta}_2 \ddot{\theta}_2 \sin(\theta_2 + \theta_{g,2})) \right] \mathbf{j} \quad (3-36)$$

$$\ddot{\mathbf{r}}_{g,3} = \ddot{\mathbf{r}}_Q + \ddot{\mathbf{r}}_{g,3/Q} \\ = \left[ -r_2 \ddot{\theta}_2 \sin \theta_2 + r_2 \dot{\theta}_2^3 \sin \theta_2 - 3r_2 \dot{\theta}_2 \ddot{\theta}_2 \cos \theta_2 - r_{g,3} \ddot{\theta}_3 \sin(\theta_3 + \theta_{g,3}) \right] \mathbf{i} \\ + \left[ r_2 \ddot{\theta}_2 \cos \theta_2 - r_2 \dot{\theta}_2^3 \cos \theta_2 - 3r_2 \dot{\theta}_2 \ddot{\theta}_2 \sin \theta_2 + r_{g,3} \ddot{\theta}_3 \cos(\theta_3 + \theta_{g,3}) \right] \mathbf{j} \\ + \left[ -r_{g,3} \dot{\theta}_3^3 \cos(\theta_3 + \theta_{g,3}) - 3r_{g,3} \dot{\theta}_3 \ddot{\theta}_3 \sin(\theta_3 + \theta_{g,3}) \right] \mathbf{j} \quad (3-37)$$

$$\ddot{\mathbf{r}}_{g,4} = \left[ -r_{g,4} \ddot{\theta}_4 \sin(\theta_4 + \theta_{g,4}) + r_{g,4} \dot{\theta}_4^3 \sin(\theta_4 + \theta_{g,4}) - 3r_{g,4} \dot{\theta}_4 \ddot{\theta}_4 \cos(\theta_4 + \theta_{g,4}) \right] \mathbf{i} \\ + \left[ (r_{g,4} \ddot{\theta}_4 \cos(\theta_4 + \theta_{g,4}) - r_{g,4} \dot{\theta}_4^3 \cos(\theta_4 + \theta_{g,4}) - 3r_{g,4} \dot{\theta}_4 \ddot{\theta}_4 \sin(\theta_4 + \theta_{g,4})) \right] \mathbf{j} \quad (3-38)$$

### 3-2-2 曲柄滑塊機構運動分析

將圖 3-4 之向量關係寫成

$$\mathbf{r}_4 + \mathbf{r}_5 = \mathbf{r}_6 + \mathbf{r}_7 \quad (3-39)$$

$$r_4 \cos \theta_4 + r_5 \cos \theta_5 = r_7 \cos \theta_7 + r_6 \cos \theta_6 \quad (3-40)$$

$$r_4 \sin \theta_4 + r_5 \sin \theta_5 = r_7 \sin \theta_7 + r_6 \sin \theta_6 \quad (3-41)$$

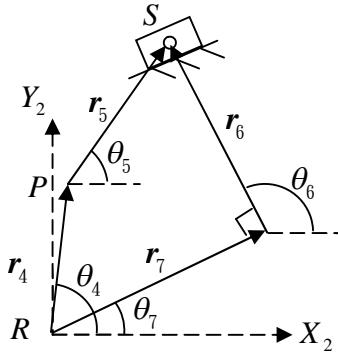


圖 3-4 曲柄滑塊機構

方程式中，若  $r_4$  為輸入桿，則可透過  $\theta_4$  求解  $\theta_5$  與  $r_7$ ；同時，透過微分定理， $\dot{\theta}_5$ 、  
 $\ddot{r}_7$ 、 $\ddot{\theta}_5$ 、 $\ddot{r}_7$ 、 $\ddot{\theta}_5$  與  $\ddot{r}_7$  亦能由  $\theta_4$ 、 $\dot{\theta}_4$ 、 $\ddot{\theta}_4$  及  $\ddot{\theta}_4$  計算其值。

$$r_7 = \frac{-A_1 + \sigma \sqrt{A_1^2 - 4B_1}}{2} \quad (3-42)$$

其中

$$A_1 = 2r_6(\cos \theta_7 \cos \theta_6 + \sin \theta_7 \sin \theta_6) - 2r_4(\cos \theta_7 \cos \theta_4 + \sin \theta_7 \sin \theta_4)$$

$$B_1 = r_4^2 + r_6^2 - r_5^2 - 2r_4r_6(\cos \theta_4 \cos \theta_6 + \sin \theta_4 \sin \theta_6)$$

位移為

$$\theta_5 = \tan^{-1} \left( \frac{r_7 \sin \theta_7 + r_6 \sin \theta_6 - r_4 \sin \theta_4}{r_7 \cos \theta_7 + r_6 \cos \theta_6 - r_4 \cos \theta_4} \right) \quad (3-43)$$

$$\mathbf{r}_s = \mathbf{r}_4 + \mathbf{r}_5 = r_4(\cos \theta_4 \mathbf{i} + \sin \theta_4 \mathbf{j}) + r_5(\cos \theta_5 \mathbf{i} + \sin \theta_5 \mathbf{j}) \quad (3-44)$$

速度為

$$\begin{Bmatrix} \dot{r}_7 \\ \dot{\theta}_5 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_7 & r_5 \sin \theta_5 \\ \sin \theta_7 & -r_5 \cos \theta_5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} -r_4 \dot{\theta}_4 \sin \theta_4 \\ r_4 \dot{\theta}_4 \cos \theta_4 \end{Bmatrix} \quad (3-45)$$

$$\dot{\mathbf{r}}_s = \dot{\mathbf{r}}_4 + \dot{\mathbf{r}}_5 = r_4 \dot{\theta}_4 (-\sin \theta_4 \mathbf{i} + \cos \theta_4 \mathbf{j}) + r_5 \dot{\theta}_5 (-\sin \theta_5 \mathbf{i} + \cos \theta_5 \mathbf{j}) \quad (3-46)$$

加速度為

$$\begin{Bmatrix} \ddot{r}_7 \\ \ddot{\theta}_5 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_7 & r_5 \sin \theta_5 \\ \sin \theta_7 & -r_5 \cos \theta_5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} -r_4 \ddot{\theta}_4 \sin \theta_4 - r_4 \dot{\theta}_4^2 \cos \theta_4 - r_5 \dot{\theta}_5^2 \cos \theta_5 \\ r_4 \ddot{\theta}_4 \cos \theta_4 - r_4 \dot{\theta}_4^2 \sin \theta_4 - r_5 \dot{\theta}_5^2 \sin \theta_5 \end{Bmatrix} \quad (3-47)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{r}}_s = \ddot{\mathbf{r}}_4 + \ddot{\mathbf{r}}_5 = & (-r_4 \ddot{\theta}_4 \sin \theta_4 - r_4 \dot{\theta}_4^2 \cos \theta_4 - r_5 \ddot{\theta}_5 \sin \theta_5 - r_5 \dot{\theta}_5^2 \cos \theta_5) \mathbf{i} \\ & + (r_4 \ddot{\theta}_4 \cos \theta_4 - r_4 \dot{\theta}_4^2 \sin \theta_4 + r_5 \ddot{\theta}_5 \cos \theta_5 - r_5 \dot{\theta}_5^2 \sin \theta_5) \mathbf{j} \end{aligned} \quad (3-48)$$

急跳度為

$$\begin{Bmatrix} \dddot{r}_7 \\ \ddot{\theta}_5 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_7 & r_5 \sin \theta_5 \\ \sin \theta_7 & -r_5 \cos \theta_5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} -r_4 \ddot{\theta}_4 \sin \theta_4 + r_4 \dot{\theta}_4^3 \sin \theta_4 - 3r_4 \dot{\theta}_4 \ddot{\theta}_4 \cos \theta_4 \\ + r_5 \dot{\theta}_5^3 \sin \theta_5 - 3r_5 \dot{\theta}_5 \ddot{\theta}_5 \cos \theta_5 \\ r_4 \ddot{\theta}_4 \cos \theta_4 - r_4 \dot{\theta}_4^3 \cos \theta_4 - 3r_4 \dot{\theta}_4 \ddot{\theta}_4 \sin \theta_4 \\ - r_5 \dot{\theta}_5^3 \cos \theta_5 - 3r_5 \dot{\theta}_5 \ddot{\theta}_5 \sin \theta_5 \end{Bmatrix} \quad (3-49)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{r}}_s = \ddot{\mathbf{r}}_4 + \ddot{\mathbf{r}}_5 = & (-r_4 \ddot{\theta}_4 \sin \theta_4 + r_4 \dot{\theta}_4^3 \sin \theta_4 - 3r_4 \dot{\theta}_4 \ddot{\theta}_4 \cos \theta_4 \\ & - r_5 \ddot{\theta}_5 \sin \theta_5 + r_5 \dot{\theta}_5^3 \sin \theta_5 - 3r_5 \dot{\theta}_5 \ddot{\theta}_5 \cos \theta_5) \mathbf{i} \\ & + (r_4 \ddot{\theta}_4 \cos \theta_4 - r_4 \dot{\theta}_4^3 \cos \theta_4 - 3r_4 \dot{\theta}_4 \ddot{\theta}_4 \sin \theta_4 \\ & + r_5 \ddot{\theta}_5 \cos \theta_5 - r_5 \dot{\theta}_5^3 \cos \theta_5 - 3r_5 \dot{\theta}_5 \ddot{\theta}_5 \sin \theta_5) \mathbf{j} \end{aligned} \quad (3-50)$$

同時，亦須考慮曲柄滑塊之桿件質量中心運動，此處定義  $r_{c,5}$  與  $r_{c,s}$  為各桿件之

質量中心，如圖 3-5。分別相對於  $P$  及  $S$  點距離  $\bar{r}_{g,5}$  與  $\bar{r}_{g,s}$ ，並各桿件分別夾  $\theta_{g,5}$  及

$\theta_{g,s}$  角。

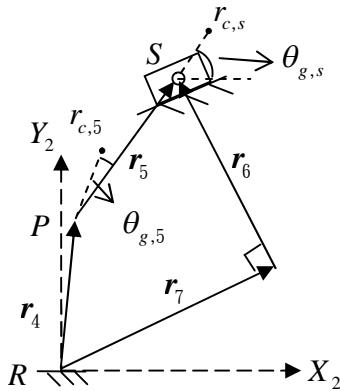


圖 3-5 曲柄滑塊質心運動

位移為

$$\mathbf{r}_{g,5} = \mathbf{r}_P + \mathbf{r}_{g,5/P} = r_4(\cos \theta_4 \mathbf{i} + \sin \theta_4 \mathbf{j}) + r_{g,5} [\cos(\theta_5 + \theta_{g,5}) \mathbf{i} + \sin(\theta_5 + \theta_{g,5}) \mathbf{j}] \quad (3-51)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{g,s} &= \mathbf{r}_S + \mathbf{r}_{g,s/S} = r_4(\cos \theta_4 \mathbf{i} + \sin \theta_4 \mathbf{j}) + r_5(\cos \theta_5 \mathbf{i} + \sin \theta_5 \mathbf{j}) \\ &\quad + r_{g,s}(\cos \theta_{g,s} \mathbf{i} + \sin \theta_{g,s} \mathbf{j}) \end{aligned} \quad (3-52)$$

速度為

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{r}}_{g,5} &= \dot{\mathbf{r}}_P + \dot{\mathbf{r}}_{g,5/P} = r_4 \dot{\theta}_4 (-\sin \theta_4 \mathbf{i} + \cos \theta_4 \mathbf{j}) \\ &\quad + r_{g,5} \dot{\theta}_5 [-\sin(\theta_5 + \theta_{g,5}) \mathbf{i} + \cos(\theta_5 + \theta_{g,5}) \mathbf{j}] \end{aligned} \quad (3-53)$$

$$\dot{\mathbf{r}}_{g,s} = \dot{\mathbf{r}}_S \quad (3-54)$$

加速度為

$$\begin{aligned}\ddot{\mathbf{r}}_{g,5} &= \ddot{\mathbf{r}}_P + \ddot{\mathbf{r}}_{g,5/P} \\ &= \left[ -r_4 \ddot{\theta}_4 \sin \theta_4 - r_4 \dot{\theta}_4^2 \cos \theta_4 - r_{g,5} \ddot{\theta}_5 \sin(\theta_5 + \theta_{g,5}) - r_{g,5} \dot{\theta}_5^2 \cos(\theta_5 + \theta_{g,5}) \right] \mathbf{i} \\ &\quad + \left[ r_4 \ddot{\theta}_4 \cos \theta_4 - r_4 \dot{\theta}_4^2 \sin \theta_4 + r_{g,5} \ddot{\theta}_5 \cos(\theta_5 + \theta_{g,5}) - r_{g,5} \dot{\theta}_5^2 \sin(\theta_5 + \theta_{g,5}) \right] \mathbf{j}\end{aligned}\quad (3-55)$$

$$\ddot{\mathbf{r}}_{g,s} = \ddot{\mathbf{r}}_S \quad (3-56)$$

急跳度為

$$\begin{aligned}\ddot{\mathbf{r}}_{g,5} &= \ddot{\mathbf{r}}_P + \ddot{\mathbf{r}}_{g,5/P} \\ &= \left[ -r_4 \ddot{\theta}_4 \sin \theta_4 + r_4 \dot{\theta}_4^3 \sin \theta_4 - 3r_4 \dot{\theta}_4 \ddot{\theta}_4 \cos \theta_4 - r_{g,5} \ddot{\theta}_5 \sin(\theta_5 + \theta_{g,5}) \right] \mathbf{i} \\ &\quad + \left[ +r_{g,5} \dot{\theta}_5^3 \sin(\theta_5 + \theta_{g,5}) - 3r_{g,5} \dot{\theta}_5 \ddot{\theta}_5 \cos(\theta_5 + \theta_{g,5}) \right. \\ &\quad \left. + \left[ r_4 \ddot{\theta}_4 \cos \theta_4 - r_4 \dot{\theta}_4^3 \cos \theta_4 - 3r_4 \dot{\theta}_4 \ddot{\theta}_4 \sin \theta_4 + r_{g,5} \ddot{\theta}_5 \cos(\theta_5 + \theta_{g,5}) \right] \mathbf{j} \right. \\ &\quad \left. + \left[ -r_{g,5} \dot{\theta}_5^3 \cos(\theta_5 + \theta_{g,5}) - 3r_{g,5} \dot{\theta}_5 \ddot{\theta}_5 \sin(\theta_5 + \theta_{g,5}) \right] \right]\end{aligned}\quad (3-57)$$

$$\ddot{\mathbf{r}}_{g,s} = \ddot{\mathbf{r}}_S \quad (3-58)$$

### 3-2-3 雙滑塊機構運動分析

將圖 3-6 之向量關係寫成

$$\mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3 = \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_4 \quad (3-59)$$

$$r_2 + r_3 \cos \theta_3 = r_1 \cos \theta_1 + r_4 \cos \theta_4 \quad (3-60)$$

$$r_3 \sin \theta_3 = r_1 \sin \theta_1 + r_4 \sin \theta_4 \quad (3-61)$$

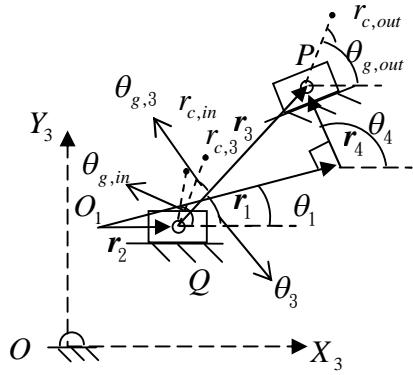


圖 3-6 雙滑塊機構

此方程式中，若  $r_2$  為輸入桿，則可透過  $r_2$  求解  $\theta_3$  與  $r_1$ ；同時，透過微分定理，

$\dot{\theta}_3$ 、 $\dot{r}_1$ 、 $\ddot{\theta}_3$ 、 $\ddot{r}_1$ 、 $\ddot{\theta}_3$  與  $\ddot{r}_1$  亦能由  $r_2$ 、 $\dot{r}_2$ 、 $\ddot{r}_2$  及  $\ddot{r}_2$  計算其值。

$$r_1 = \frac{-A_2 + \sigma \sqrt{A_2^2 - 4B_2}}{2} \quad (3-62)$$

$$A_2 = 2r_4(\cos \theta_1 \cos \theta_4 + \sin \theta_1 \sin \theta_4) - 2r_2 \cos \theta_1$$

$$B_2 = r_2^2 + r_4^2 - r_3^2 - 2r_2r_4 \cos \theta_4$$

$$\theta_3 = \tan^{-1} \left( \frac{r_1 \sin \theta_1 + r_4 \sin \theta_4}{r_1 \cos \theta_1 + r_4 \cos \theta_4 - r_2} \right) \quad (3-63)$$

速度為

$$\dot{r}_2 + \dot{r}_3 = \dot{r}_1 \quad (3-64)$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{r}_1 \\ \dot{\theta}_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & r_3 \sin \theta_3 \\ \sin \theta_1 & -r_3 \cos \theta_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \dot{r}_2 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3-65)$$

加速度為

$$\ddot{r}_2 + \ddot{r}_3 = \ddot{r}_1 \quad (3-66)$$

$$\begin{Bmatrix} \ddot{r}_1 \\ \ddot{\theta}_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & r_3 \sin \theta_3 \\ \sin \theta_1 & -r_3 \cos \theta_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \ddot{r}_2 - \dot{\theta}_3^2 r_3 \cos \theta_3 \\ -\dot{\theta}_3^2 r_3 \sin \theta_3 \end{Bmatrix} \quad (3-67)$$

急跳度為

$$\ddot{r}_2 + \ddot{r}_3 = \ddot{r}_1 \quad (3-68)$$

$$\begin{Bmatrix} \ddot{r}_1 \\ \ddot{\theta}_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & r_3 \sin \theta_3 \\ \sin \theta_1 & -r_3 \cos \theta_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \ddot{r}_2 - 3\dot{\theta}_3 \ddot{\theta}_3 r_3 \cos \theta_3 + \dot{\theta}_3^3 r_3 \sin \theta_3 \\ -3\dot{\theta}_3 \ddot{\theta}_3 r_3 \sin \theta_3 - \dot{\theta}_3^3 r_3 \cos \theta_3 \end{Bmatrix} \quad (3-69)$$

同時，亦須考慮雙滑塊之桿件質量中心運動，此處定義  $r_{c,in}$ 、 $r_{c,3}$  與  $r_{c,out}$  為各桿件之質量中心，分別相對於  $Q_0$ 、 $Q$  及  $P$  點距離  $\bar{r}_{g,in}$ 、 $\bar{r}_{g,3}$  與  $\bar{r}_{g,out}$ ，並各桿件分別夾角  $\theta_{g,in}$ 、 $\theta_{g,3}$  及  $\theta_{g,out}$  角。

位移為

$$\mathbf{r}_{g,in} = \mathbf{r}_{g,in/Q_0} = (r_2 + r_{g,in} \cos \theta_{g,in}) \mathbf{i} + (r_{g,in} \sin(\theta_{g,in})) \mathbf{j} \quad (3-70)$$

$$\mathbf{r}_{g,3} = \mathbf{r}_Q + \mathbf{r}_{g,3/Q} = r_2 \mathbf{i} + r_{g,3} [\cos(\theta_3 + \theta_{g,3}) \mathbf{i} + \sin(\theta_3 + \theta_{g,3}) \mathbf{j}] \quad (3-71)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{g,out} = \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_4 + \mathbf{r}_{g,out/P} &= r_1 (\cos \theta_1 \mathbf{i} + \sin \theta_1 \mathbf{j}) + r_4 (\cos \theta_4 \mathbf{i} + \sin \theta_4 \mathbf{j}) \\ &+ r_{g,out} (\cos \theta_{g,out} \mathbf{i} + \sin \theta_{g,out} \mathbf{j}) \end{aligned} \quad (3-72)$$

速度為

$$\dot{\mathbf{r}}_{g,in} = \dot{\mathbf{r}}_2 \quad (3-73)$$

$$\dot{\mathbf{r}}_{g,3} = \dot{\mathbf{r}}_Q + \dot{\mathbf{r}}_{g,3/Q} = \dot{r}_2 \mathbf{i} + r_{g,3} [-\dot{\theta}_3 \sin(\theta_3 + \theta_{g,3}) \mathbf{i} + \dot{\theta}_3 \cos(\theta_3 + \theta_{g,3}) \mathbf{j}] \quad (3-74)$$

$$\dot{\mathbf{r}}_{g,out} = \dot{r}_1 (\cos \theta_1 \mathbf{i} + \sin \theta_1 \mathbf{j}) \quad (3-75)$$

加速度為

$$\ddot{\mathbf{r}}_{g,in} = \ddot{\mathbf{r}}_2 \quad (3-76)$$

$$\ddot{\mathbf{r}}_{g,3} = \ddot{\mathbf{r}}_Q + \ddot{\mathbf{r}}_{g,3/Q} = \ddot{r}_2 \mathbf{i} + r_{g,3} \begin{bmatrix} (-\ddot{\theta}_3 \sin(\theta_3 + \theta_{g,3}) - \dot{\theta}_3^2 \cos(\theta_3 + \theta_{g,3})) \mathbf{i} \\ + (\ddot{\theta}_3 \cos(\theta_3 + \theta_{g,3}) - \dot{\theta}_3^2 \sin(\theta_3 + \theta_{g,3})) \mathbf{j} \end{bmatrix} \quad (3-77)$$

$$\ddot{\mathbf{r}}_{g,out} = \ddot{r}_1 (\cos \theta_1 \mathbf{i} + \sin \theta_1 \mathbf{j}) \quad (3-78)$$

急跳度為

$$\ddot{\mathbf{r}}_{g,in} = \ddot{\mathbf{r}}_2 \quad (3-79)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{r}}_{g,3} &= \ddot{\mathbf{r}}_Q + \ddot{\mathbf{r}}_{g,3/Q} \\ &= \ddot{r}_2 \mathbf{i} + r_{g,3} \begin{bmatrix} (-\ddot{\theta}_3 \sin(\theta_3 + \theta_{g,3}) - 3\ddot{\theta}_3 \dot{\theta}_3 \cos(\theta_3 + \theta_{g,3}) + \dot{\theta}_3^3 \sin(\theta_3 + \theta_{g,3})) \mathbf{i} \\ + (\ddot{\theta}_3 \cos(\theta_3 + \theta_{g,3}) - 3\ddot{\theta}_3 \dot{\theta}_3 \sin(\theta_3 + \theta_{g,3}) - \dot{\theta}_3^3 \cos(\theta_3 + \theta_{g,3})) \mathbf{j} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3-80)$$

$$\ddot{\mathbf{r}}_{g,out} = \ddot{r}_1 (\cos \theta_1 \mathbf{i} + \sin \theta_1 \mathbf{j}) \quad (3-81)$$

### 3-2-4 耦點運動分析

而由於複合式從動作為耦點曲線，需了解其運動關係才能正確合成出所需之凸輪外廓，並以此分析壓力角、曲率等相關數據。利用前幾小節之機構運動分析，此處定義  $r_{3,1}$  與  $\alpha$ ，如圖 3-7，即可開始進行其運動分析。

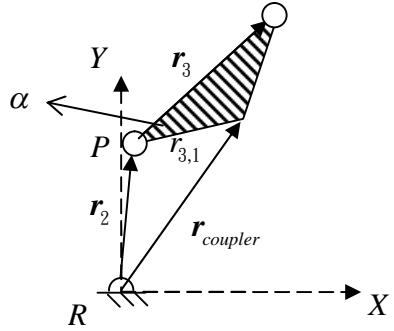


圖 3-7 耦點曲線運動

位移為

$$\mathbf{r}_{coupler} = \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_{3,1} = r_2(\cos \theta_2 \mathbf{i} + \sin \theta_2 \mathbf{j}) + r_{3,1} [\cos(\theta_3 - \alpha) \mathbf{i} + \sin(\theta_3 - \alpha) \mathbf{j}] \quad (3-82)$$

速度為

$$\dot{\mathbf{r}}_{coupler} = \dot{\mathbf{r}}_2 + \dot{\mathbf{r}}_{3,1} = r_2 \dot{\theta}_2 (-\sin \theta_2 \mathbf{i} + \cos \theta_2 \mathbf{j}) + r_{3,1} \dot{\theta}_3 [-\sin(\theta_3 - \alpha) \mathbf{i} + \cos(\theta_3 - \alpha) \mathbf{j}] \quad (3-83)$$

加速度為

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{r}}_{coupler} &= \ddot{\mathbf{r}}_2 + \ddot{\mathbf{r}}_{3,1} \\ &= \left[ -r_2 \ddot{\theta}_2 \sin \theta_2 - r_2 \dot{\theta}_2^2 \cos \theta_2 - r_{3,1} \ddot{\theta}_3 \sin(\theta_3 - \alpha) - r_{3,1} \dot{\theta}_3^2 \cos(\theta_3 - \alpha) \right] \mathbf{i} \\ &\quad + \left[ r_2 \ddot{\theta}_2 \cos \theta_2 - r_2 \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2 + r_{3,1} \ddot{\theta}_3 \cos(\theta_3 - \alpha) - r_{3,1} \dot{\theta}_3^2 \sin(\theta_3 - \alpha) \right] \mathbf{j} \end{aligned} \quad (3-84)$$

急跳度為

$$\begin{aligned} \dddot{\mathbf{r}}_{coupler} &= \dddot{\mathbf{r}}_2 + \dddot{\mathbf{r}}_{3,1} \\ &= \left[ -r_2 \ddot{\theta}_2 \ddot{\sin} \theta_2 + r_2 \dot{\theta}_2^3 \sin \theta_2 - 3r_2 \dot{\theta}_2 \ddot{\theta}_2 \cos \theta_2 - r_{3,1} \ddot{\theta}_3 \sin(\theta_3 - \alpha) \right] \mathbf{i} \\ &\quad + \left[ +r_{3,1} \dot{\theta}_3^3 \sin(\theta_3 - \alpha) - 3r_{3,1} \dot{\theta}_3 \ddot{\theta}_3 \cos(\theta_3 - \alpha) \right. \\ &\quad \left. + \left[ r_2 \ddot{\theta}_2 \cos \theta_2 - r_2 \dot{\theta}_2^3 \cos \theta_2 - 3r_2 \dot{\theta}_2 \ddot{\theta}_2 \sin \theta_2 + r_{3,1} \ddot{\theta}_3 \cos(\theta_3 - \alpha) \right] \mathbf{j} \right. \\ &\quad \left. + \left[ -r_{3,1} \dot{\theta}_3^3 \cos(\theta_3 - \alpha) - 3r_{3,1} \dot{\theta}_3 \ddot{\theta}_3 \sin(\theta_3 - \alpha) \right] \mathbf{j} \right] \end{aligned} \quad (3-85)$$

耦點角為

$$\phi_s = \angle \mathbf{r}_{coupler} \quad (3-86)$$

### 3-3 凸輪連桿式肘節機構幾何分析

本文欲分析之凸輪連桿為圖 3-8 與圖 3-9 兩種構型，凸輪皆為輸入源，而一滑塊作為輸出。其輸入與輸出關係可寫成為

$$S = f(\theta_c) \quad (3-87)$$

滑塊的位移量由凸輪的旋轉角度決定，而為先驗證，本文僅先以溝槽式平板凸輪(Grooved plate cam)作為設計範例，雖其具有熱處理不易、加工死角問題與背隙問題，但其構型可作為可行性判斷。待確認實際加工需求與負荷時，可考慮改為使用共軛凸輪或立體凸輪進行設計。

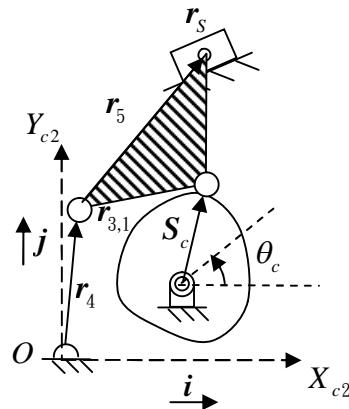


圖 3-8 凸輪曲柄滑塊連桿機構

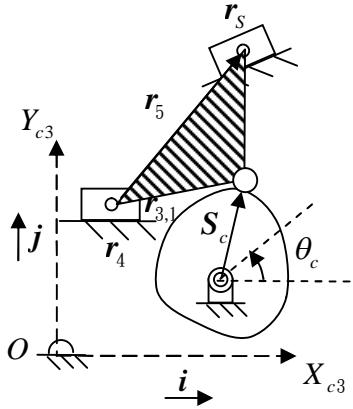


圖 3-9 凸輪雙滑塊連桿機構

此處利用 Tsay 等[48]提出之剛體轉置法，其理論基礎是假設從動件在不產生變形之情況下，若將凸輪視為靜止，而從動件相對於凸輪沿著逆凸輪旋轉方向旋繞凸輪軸移動。

利用此法之特性為從動件中心旋繞凸輪外廓產生的曲線之切線，其與凸輪外廓曲線接觸點之切線相互平行，而從動件中心軌跡之垂直線必與凸輪外廓垂直。故應用此法，僅需確定運動曲線，即可獲得凸輪外廓與實際加工刀具路徑，故無需再進行加工補正之動作。

而求取凸輪外廓曲面時，只需先求取從動件移動時之節曲面，再對其推微分取外積，便可得到其曲面之單位法向量。只要在沿此正負平移從動件半徑之長度，就可以得到實際凸輪外廓曲面。

首先，先定義滑動對之從動件中心位置，如圖 3-10。但需先求解  $\delta_1$  與  $\phi_1$  之關連，透過前述雙滑塊機構之分析結果，如圖 3-6 與圖 3-7，在此定義

$$\delta_1 = r_2 \quad (3-88)$$

$$\phi_1 = \theta_3 - \alpha \quad (3-89)$$

即可由凸輪之  $\phi_2$  角求取實際凸輪外廓。

$$S_{f,o}(\phi_2) = (a - \delta_1 - \delta_2 \cos \phi_1)i + (\delta_2 \sin \phi_1)j \quad (3-90)$$

此時，假設凸輪固定不動，利用剛體轉置法，將從動件中心位置相對於凸輪軸旋轉，此定義旋轉矩陣轉動  $\phi_2$  角。

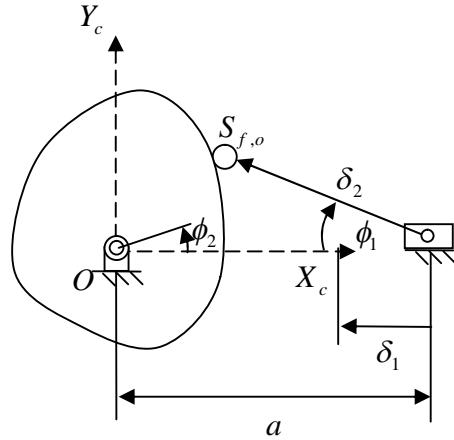


圖 3-10 滑動對之滾子從動件

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{f,c}(\phi_2) &= [a - \delta_1 - \delta_2 \cos \phi_1 \quad \delta_2 \sin \phi_1 \quad 1] \begin{bmatrix} \cos \phi_2 & \sin \phi_2 & 0 \\ -\sin \phi_2 & \cos \phi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-91) \\ &= [a_{1,1} \quad a_{1,2} \quad 1] \end{aligned}$$

其中，

$$a_{1,1} = a \cos \phi_2 - \delta_1 \cos \phi_2 + \delta_2 \cos(\phi_1 - \phi_2),$$

$$a_{1,2} = a \sin \phi_2 - \delta_1 \sin \phi_2 + \delta_2 \sin(\phi_1 - \phi_2).$$

為求實際凸輪外廓，需尋找相對於  $O$  點之單位法向量，

$$\mathbf{n} = \frac{\frac{\partial \bar{S}_{f,c}}{\partial z} \times \frac{\partial \bar{S}_{f,c}}{\partial \phi_2}}{\left| \frac{\partial \bar{S}_{f,c}}{\partial z} \times \frac{\partial \bar{S}_{f,c}}{\partial \phi_2} \right|} = \frac{-\frac{dy_c}{d\phi_2} \mathbf{i} + \frac{dx_c}{d\phi_2} \mathbf{j}}{\sqrt{\left(\frac{dx_c}{d\phi_2}\right)^2 + \left(\frac{dy_c}{d\phi_2}\right)^2}} = [n_x \ n_y] \quad (3-92)$$

$$n_x = \frac{-a \cos \phi_2 + \delta'_1 \sin \phi_2 + \delta_1 \cos \phi_2 - \delta_2 (\phi'_1 - 1) \cos(\phi_1 - \phi_2)}{\sqrt{n}}$$

$$n_y = \frac{-a \sin \phi_2 - \delta'_1 \cos \phi_2 + \delta_1 \sin \phi_2 - \delta_2 (\phi'_1 + 1) \sin(\phi_1 - \phi_2)}{\sqrt{n}}$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{n} &= a^2 + \delta_1'^2 + \delta_1^2 + \delta_2^2 (\phi'_1 - 1)^2 + 2a\delta_2(\phi'_1 - 1) \cos(\phi_1 - 2\phi_2) \\ &\quad + 2\delta'_1\delta_2(\phi'_1 - 1) \sin(\phi_1 - 2\phi_2) - 2\delta_1\delta_2(\phi'_1 - 1) \cos(\phi_1 - 2\phi_2), \end{aligned}$$

$$\phi'_1 = \frac{d\phi_1}{d\phi_2}, \delta'_1 = \frac{d\delta_1}{d\phi_2}.$$

將滾子中心進行滾子半徑乘上單位向量之偏置後，可得到實際凸輪外廓。

$$S_c(\phi_2) = S_{f,c}(\phi_2) \pm r \cdot \mathbf{n} \quad (3-93)$$

此外，針對旋轉對之從動件中心位置，如圖 3-11，先求解  $\phi_1$  與  $\phi_3$  之關連，透過前述曲柄滑塊之分析結果，如圖 3-4、圖 3-7，定義

$$\phi_1 = \theta_4 \quad (3-94)$$

$$\phi_3 = \theta_5 - \alpha \quad (3-95)$$

即可由凸輪之  $\phi_2$  角求取實際凸輪外廓。

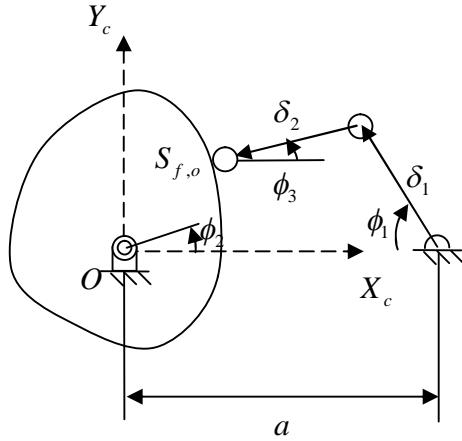


圖 3-11 旋轉對之滾子從動件

$$S_{f,o}(\phi_2) = (a - \delta_1 \cos \phi_1 - \delta_2 \cos \phi_3) \mathbf{i} + (\delta_1 \sin \phi_1 - \delta_2 \sin \phi_3) \mathbf{j} \quad (3-96)$$

滾子中心位置相對於凸輪轉動  $\phi_2$  角為

$$\begin{aligned} & S_{f,c}(\phi_2) \\ &= [a - \delta_1 \cos \phi_1 - \delta_2 \cos \phi_3 \quad \delta_1 \sin \phi_1 - \delta_2 \sin \phi_3 \quad 1] \begin{bmatrix} \cos \phi_2 & \sin \phi_2 & 0 \\ -\sin \phi_2 & \cos \phi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-97) \\ &= [a_{1,1} \quad a_{1,2} \quad 1] \end{aligned}$$

其中，

$$a_{1,1} = a \cos \phi_2 - \delta_1 \cos(\phi_1 - \phi_2) - \delta_2 \cos(\phi_2 + \phi_3),$$

$$a_{1,2} = a \sin \phi_2 + \delta_1 \sin(\phi_1 - \phi_2) - \delta_2 \sin(\phi_2 + \phi_3).$$

其單位法向量為

$$\mathbf{n} = \frac{\frac{\partial \bar{S}_{f,c}}{\partial z} \times \frac{\partial \bar{S}_{f,c}}{\partial \phi_2}}{\left| \frac{\partial \bar{S}_{f,c}}{\partial z} \times \frac{\partial \bar{S}_{f,c}}{\partial \phi_2} \right|} = \frac{-\frac{dy_c}{d\phi_2} \mathbf{i} + \frac{dx_c}{d\phi_2} \mathbf{j}}{\sqrt{\left(\frac{dx_c}{d\phi_2}\right)^2 + \left(\frac{dy_c}{d\phi_2}\right)^2}} = [n_x \ n_y] \quad (3-98)$$

$$n_x = \frac{-a \cos \phi_2 - \delta_1(\phi'_1 - 1) \cos(\phi_1 - \phi_2) + \delta_2(1 + \phi'_3) \cos(\phi_2 + \phi_3)}{\sqrt{n}}$$

$$n_y = \frac{-a \sin \phi_2 + \delta_1(\phi'_1 - 1) \sin(\phi_1 - \phi_2) + \delta_2(1 + \phi'_3) \sin(\phi_2 + \phi_3)}{\sqrt{n}}$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{n} = & a^2 + \delta_1^2(\phi'_1 - 1)^2 + \delta_2^2(1 + \phi'_3)^2 + 2a\delta_1(\phi'_1 - 1) \cos \phi_1 \\ & - 2a\delta_2(1 + \phi'_3) \cos \phi_3 - 2\delta_1\delta_2(\phi'_1 - 1)(1 + \phi'_3) \cos(\phi_1 + \phi_3), \end{aligned}$$

$$\phi'_1 = \frac{d\phi_1}{d\phi_2}, \phi'_3 = \frac{d\phi_3}{d\phi_2}.$$

而對於凸輪之壓力角而言，其為從動件運動方向跟節曲線法向量之夾角  $\alpha$  [49]，如圖 3-12。此處為區隔，故將及定義成  $\psi$  角，對於平板凸輪而言，壓力角越小，代表傳遞損失之分力越少，故其可作為尺寸設計之參考，此外，亦可用來判斷凸輪作動是否連續。

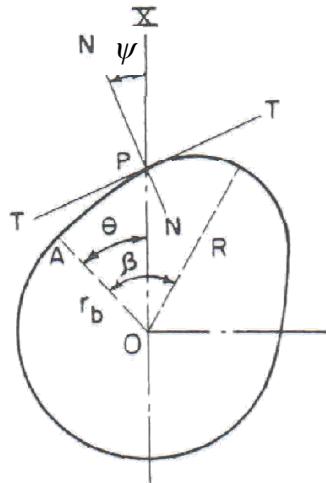


圖 3-12 壓力角

而對於耦點曲線移動方式之壓力角，定義為

$$\begin{aligned}\psi &= \cos^{-1}(\mathbf{n}_O \cdot \dot{\mathbf{r}}_{coupler}) \\ &= \cos^{-1} \left[ (\mathbf{n}_{x,O} \mathbf{i} + \mathbf{n}_{y,O} \mathbf{j}) \cdot \left[ (-r_2 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 - r_{3,1} \dot{\theta}_3 \sin(\theta_3 - \alpha)) \mathbf{i} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (r_2 \dot{\theta}_2 \cos \theta_2 + r_{3,1} \dot{\theta}_3 \cos(\theta_3 - \alpha)) \mathbf{j} \right] \right]\end{aligned}\quad (3-99)$$

如圖 3-13，計算曲率半徑是為了判斷凸輪外廓曲線是否銜接平順。因凸輪具有凸曲面與凹曲面，為了運轉順利，通常會考慮曲率半徑絕對值不為零，避免產生尖點(Cusp)，與負曲率半徑絕對值不小於滾子半徑，否則會產生過切(Undercutting)。

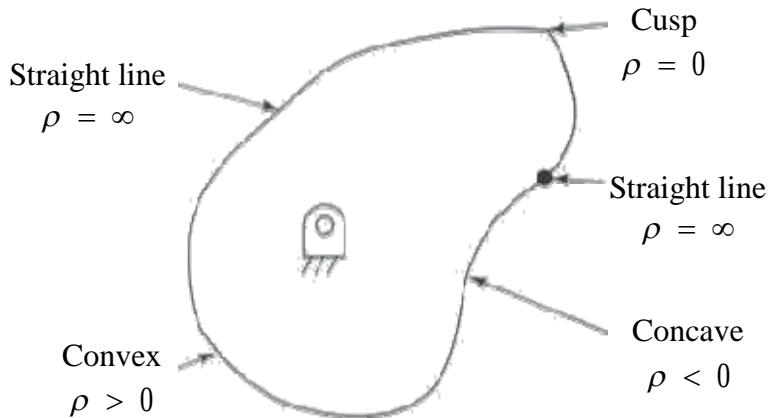


圖 3-13 凸輪曲率關係

而曲率分析原定義為

$$\rho = \frac{\left[ \left( \frac{dx}{d\theta} \right)^2 + \left( \frac{dy}{d\theta} \right)^2 \right]^{3/2}}{\left( \frac{dx}{d\theta} \right) \left( \frac{d^2y}{d\theta^2} \right) - \left( \frac{dy}{d\theta} \right) \left( \frac{d^2x}{d\theta^2} \right)} \quad (3-100)$$

此處，將  $x$  與  $y$  分別帶入  $S_c$  之分量， $\theta$  為  $\phi_2$ ，即可計算其曲率。

在本章節，完成了三類四連桿機構、兩類從動件凸輪機構分析，了解各桿件之輸入與輸出關係後，僅需撰寫相關程式，便可清楚了解桿件之作動關聯。

## 第四章 動力分析

### 4-1 背景說明

動力學，主要是了解力與運動學之關係與影響，透過古典力學概念，計算出各桿件之力與力矩分析。首先針對機構受力，使用牛頓第二運動定律與角動量守恆定理如進行求解

$$\Sigma F_x = ma_x \quad (4-1)$$

$$\Sigma F_y = ma_y \quad (4-2)$$

$$\Sigma M_o = I\alpha \quad (4-3)$$

此處，僅考慮桿件自重與實際外加負荷，忽略摩擦力之影響。

而凸輪機構部分，則計算其所需驅動扭矩、支座負荷，以供整體機構分析比較，此外，亦須確認是否符合預期之機械利益。最後，再考慮各桿件本身機械特性，是否滿足設計需求。

### 4-2 六連桿肘節機構動力分析

為求得各桿件接頭上之受力與正向力，需同時利用前章節運動分析之數據，並考慮各桿件質量、質量中心、外加負荷及所需之驅動扭矩。而兩桿件接頭之利必大小相等，方向相反，才能滿足定理。

而圖 4-1 由可得

$$R_{x,1} + F_{r,23x} = m_2 a_{x,2} \quad (4-4)$$

$$R_{y,1} + F_{r,23y} - m_2 g = m_2 a_{y,2} \quad (4-5)$$

$$\begin{aligned} & -F_{r,23x} r_2 \sin \theta_2 + F_{r,23y} r_2 \cos \theta_2 + T_i - m_2 g r_{g,2} \cos(\theta_2 + \theta_{g,2}) \\ & = I_2 \alpha_2 - m_2 a_{x,2} r_{g,2} \sin(\theta_2 + \theta_{g,2}) + m_2 a_{y,2} r_{g,2} \cos(\theta_2 + \theta_{g,2}) \end{aligned} \quad (4-6)$$

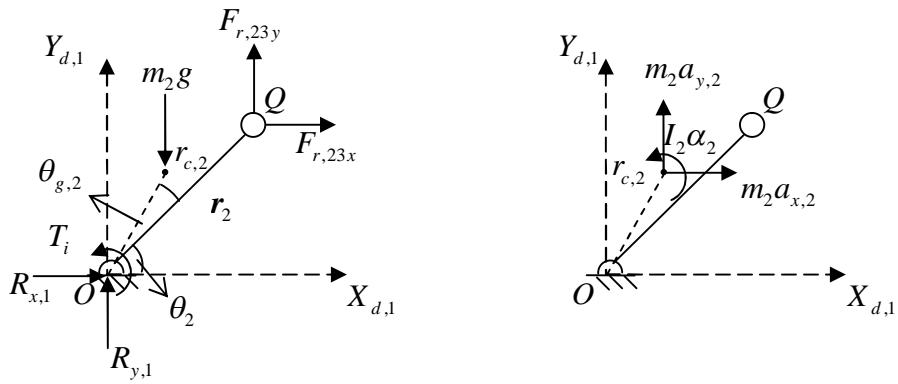


圖 4-1 六連桿桿二自由體圖

圖 4-2 可得

$$-F_{r,23x} + F_{r,3x} = m_3 a_{x,3} \quad (4-7)$$

$$-F_{r,23y} + F_{r,3y} - m_3 g = m_3 a_{y,3} \quad (4-8)$$

$$\begin{aligned} & -F_{r,3x} r_3 \sin \theta_3 + F_{r,3y} r_3 \cos \theta_3 - m_3 g r_{g,3} \cos(\theta_3 + \theta_{g,3}) \\ &= I_3 \alpha_3 - m_3 a_{x,3} r_{g,3} \sin(\theta_3 + \theta_{g,3}) + m_3 a_{y,3} r_{g,3} \cos(\theta_3 + \theta_{g,3}) \end{aligned} \quad (4-9)$$

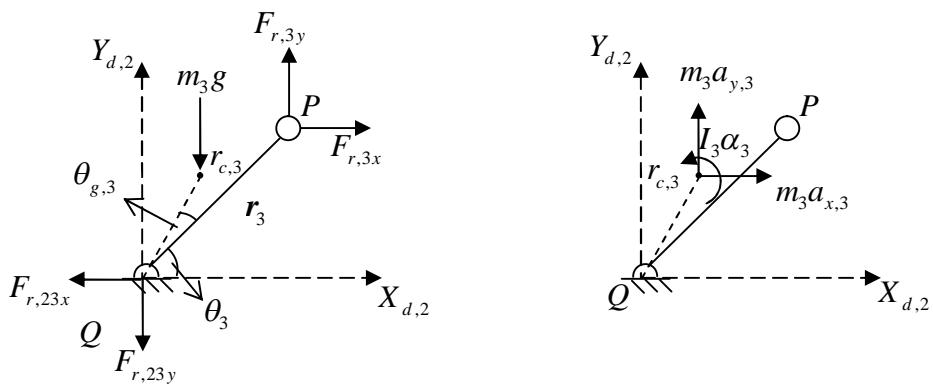


圖 4-2 六連桿桿三自由體圖

圖 4-3 可得

$$R_{x,2} + F_{r,4x} = m_4 a_{x,4} \quad (4-10)$$

$$R_{y,2} + F_{r,4y} - m_4 g = m_4 a_{y,4} \quad (4-11)$$

$$\begin{aligned} & -F_{r,4x} r_4 \sin \theta_4 + F_{r,4y} r_4 \cos \theta_4 - m_4 g r_{g,4} \cos(\theta_4 + \theta_{g,4}) \\ & = I_4 \alpha_4 - m_4 a_{x,4} r_{g,4} \sin(\theta_4 + \theta_{g,4}) + m_4 a_{y,4} r_{g,4} \cos(\theta_4 + \theta_{g,4}) \end{aligned} \quad (4-12)$$

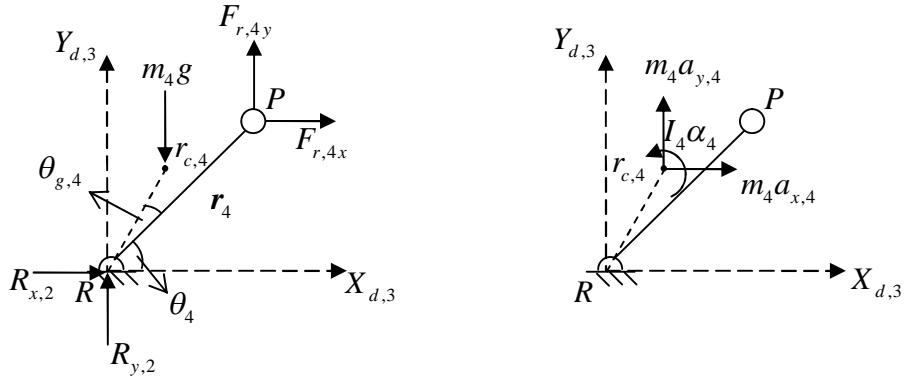


圖 4-3 六連桿桿四自由體圖

圖 4-4 可得

$$F_{r,5x} + F_{r,5xx} = m_5 a_{x,5} \quad (4-13)$$

$$F_{r,5y} + F_{r,5sy} - m_5 g = m_5 a_{y,5} \quad (4-14)$$

$$\begin{aligned} & -F_{r,5x} r_5 \sin \theta_5 + F_{r,5y} r_5 \cos \theta_5 - m_5 g r_{g,5} \cos(\theta_5 + \theta_{g,5}) \\ & = I_5 \alpha_5 - m_5 a_{x,5} r_{g,5} \sin(\theta_5 + \theta_{g,5}) + m_5 a_{y,5} r_{g,5} \cos(\theta_5 + \theta_{g,5}) \end{aligned} \quad (4-15)$$

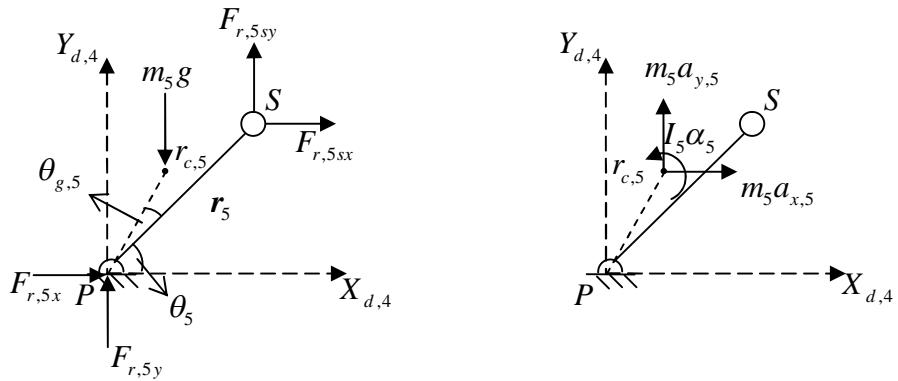


圖 4-4 六連桿桿五自由體圖

圖 4-5 可得

$$-F_{r,5sx} + N \cos(\theta_7 + 90^\circ) - F_0 \cos(\theta_7) = m_s a_{x,s} \quad (4-16)$$

$$-F_{r,5sy} + N \sin(\theta_7 + 90^\circ) - F_0 \sin(\theta_7) - m_s g = m_s a_{y,s} \quad (4-17)$$

$$r_n N - m_s g r_{g,s} \cos(\theta_s) = m_s a_{y,s} r_{g,s} \cos(\theta_s) - m_s a_{x,s} r_{g,s} \sin(\theta_s) \quad (4-18)$$

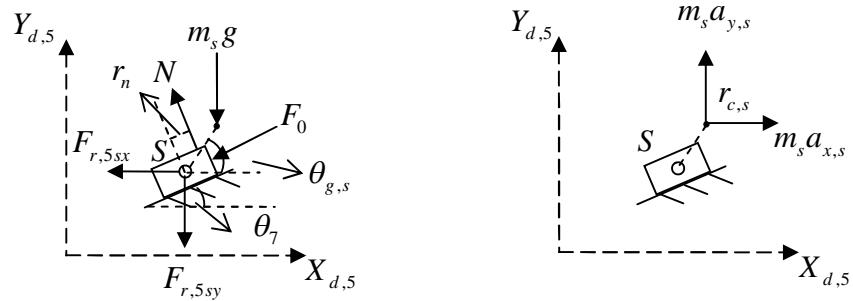


圖 4-5 六連桿滑塊自由體圖

由三接頭桿上之合力必為 0，可得

$$F_{r,3x} + F_{r,4x} + F_{r,5x} = 0 \quad (4-19)$$

$$F_{r,3y} + F_{r,4y} + F_{r,5y} = 0 \quad (4-20)$$

將上前述推導之結果整理，為方便求解，將已知移項至右邊，左邊留下未知數，可得

$$R_{x,1} + F_{r,23x} = m_2 a_{x,2} \quad (4-21)$$

$$R_{y,1} + F_{r,23y} = m_2 a_{y,2} + m_2 g \quad (4-22)$$

$$\begin{aligned} -F_{r,23x} r_2 \sin \theta_2 + F_{r,23y} r_2 \cos \theta_2 + T_i &= m_2 g r_{g,2} \cos(\theta_2 + \theta_{g,2}) \\ + I_2 \alpha_2 - m_2 a_{x,2} r_{g,2} \sin(\theta_2 + \theta_{g,2}) + m_2 a_{y,2} r_{g,2} \cos(\theta_2 + \theta_{g,2}) \end{aligned} \quad (4-23)$$

$$-F_{r,23x} + F_{r,3x} = m_3 a_{x,3} \quad (4-24)$$

$$-F_{r,23y} + F_{r,3y} = m_3 a_{y,3} + m_3 g \quad (4-25)$$

$$\begin{aligned} -F_{r,3x} r_3 \sin \theta_3 + F_{r,3y} r_3 \cos \theta_3 &= m_3 g r_{g,3} \cos(\theta_3 + \theta_{g,3}) \\ + I_3 \alpha_3 - m_3 a_{x,3} r_{g,3} \sin(\theta_3 + \theta_{g,3}) + m_3 a_{y,3} r_{g,3} \cos(\theta_3 + \theta_{g,3}) \end{aligned} \quad (4-26)$$

$$R_{x,2} + F_{r,4x} = m_4 a_{x,4} \quad (4-27)$$

$$R_{y,2} + F_{r,4y} = m_4 a_{y,4} + m_4 g \quad (4-28)$$

$$\begin{aligned} -F_{r,4x}r_4 \sin \theta_4 + F_{r,4y}r_4 \cos \theta_4 &= m_4gr_{g,4} \cos(\theta_4 + \theta_{g,4}) \\ +I_4\alpha_4 - m_4a_{x,4}r_{g,4} \sin(\theta_4 + \theta_{g,4}) + m_4a_{y,4}r_{g,4} \cos(\theta_4 + \theta_{g,4}) \end{aligned} \quad (4-29)$$

$$F_{r,5x} + F_{r,5xx} = m_5a_{x,5} \quad (4-30)$$

$$F_{r,5y} + F_{r,5sy} = m_5a_{y,5} + m_5g \quad (4-31)$$

$$\begin{aligned} -F_{r,5sx}r_5 \sin \theta_5 + F_{r,5sy}r_5 \cos \theta_5 &= m_5gr_{g,5} \cos(\theta_5 + \theta_{g,5}) \\ +I_5\alpha_5 - m_5a_{x,5}r_{g,5} \sin(\theta_5 + \theta_{g,5}) + m_5a_{y,5}r_{g,5} \cos(\theta_5 + \theta_{g,5}) \end{aligned} \quad (4-32)$$

$$-F_{r,5sx} + N \cos(\theta_7 + 90^\circ) = F_0 \cos(\theta_7) + m_s a_{x,s} \quad (4-33)$$

$$-F_{r,5sy} + N \sin(\theta_7 + 90^\circ) = F_0 \sin(\theta_7) + m_s a_{y,s} + m_s g \quad (4-34)$$

$$F_{r,3x} + F_{r,4x} + F_{r,5x} = 0 \quad (4-35)$$

$$F_{r,3y} + F_{r,4y} + F_{r,5y} = 0 \quad (4-36)$$

與正向力之作用位置

$$r_n = \frac{m_s gr_{g,s} \cos(\theta_s) + m_s a_{y,s} r_{g,s} \cos(\theta_s) - m_s a_{x,s} r_{g,s} \sin(\theta_s)}{N} \quad (4-37)$$

其為十六個未知數，亦有十六個方程式，將其寫成矩陣之模式，再透過電腦輸入已知數即可求解，矩陣如下

$$\begin{bmatrix} M_1 \end{bmatrix}_{16 \times 16} \begin{bmatrix} M_2 \end{bmatrix}_{16 \times 1} = \begin{bmatrix} M_3 \end{bmatrix}_{16 \times 1} \quad (4-38)$$

$$M_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r_2 \sin \theta_2 & r_2 \cos \theta_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -r_3 \sin \theta_3 & r_3 \cos \theta_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -r_4 \sin \theta_4 & r_4 \cos \theta_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -r_5 \sin \theta_5 & r_5 \cos \theta_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & \cos(\theta_7 + 90^\circ) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \sin(\theta_7 + 90^\circ) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$M_2 = \begin{bmatrix} R_{x,1} \\ R_{y,1} \\ F_{r,23x} \\ F_{r,23y} \\ F_{r,3x} \\ F_{r,3y} \\ R_{x,2} \\ R_{y,2} \\ F_{r,4x} \\ F_{r,4y} \\ F_{r,5x} \\ F_{r,5y} \\ F_{r,5sx} \\ F_{r,5sy} \\ N \\ T_i \end{bmatrix}$$

$$M_3 = \begin{bmatrix} m_2 a_{x,2} \\ m_2 a_{y,2} + m_2 g \\ m_2 g r_{g,2} \cos(\theta_2 + \theta_{g,2}) + I_2 \alpha_2 - m_2 a_{x,2} r_{g,2} \sin(\theta_2 + \theta_{g,2}) + m_2 a_{y,2} r_{g,2} \cos(\theta_2 + \theta_{g,2}) \\ m_3 a_{x,3} \\ m_3 a_{y,3} + m_3 g \\ m_3 g r_{g,3} \cos(\theta_3 + \theta_{g,3}) + I_3 \alpha_3 - m_3 a_{x,3} r_{g,3} \sin(\theta_3 + \theta_{g,3}) + m_3 a_{y,3} r_{g,3} \cos(\theta_3 + \theta_{g,3}) \\ m_4 a_{x,4} \\ m_4 a_{y,4} + m_4 g \\ m_4 g r_{g,4} \cos(\theta_4 + \theta_{g,4}) + I_4 \alpha_4 - m_4 a_{x,4} r_{g,4} \sin(\theta_4 + \theta_{g,4}) + m_4 a_{y,4} r_{g,4} \cos(\theta_4 + \theta_{g,4}) \\ m_5 a_{x,5} \\ m_5 a_{y,5} + m_5 g \\ m_5 g r_{g,5} \cos(\theta_5 + \theta_{g,5}) + I_5 \alpha_5 - m_5 a_{x,5} r_{g,5} \sin(\theta_5 + \theta_{g,5}) + m_5 a_{y,5} r_{g,5} \cos(\theta_5 + \theta_{g,5}) \\ F_0 \cos(\theta_7) + m_s a_{x,s} \\ F_0 \sin(\theta_7) + m_s a_{y,s} + m_s g \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

求解後，即可得到  $O$  點與  $R$  點支座力、各桿件間傳遞力、滑塊正向力等相關參數。

### 4-3 凸輪連桿式肘節機構動力分析

本節探討凸輪連桿式機構動力特性，並透過前章壓力角之計算，分析各桿件受力關係，最後，再分析凸輪所需提供之驅動扭矩及支座力。

#### 4-3-1 凸輪曲柄滑塊連桿式肘節構型

如圖 4-6，係由曲柄滑塊搭配凸輪所構成，首先，由圖 4-7 可得

$$R_{x,1} + F_{r,23x} = m_2 a_{x,2} \quad (4-39)$$

$$R_{y,1} + F_{r,23y} - m_2 g = m_2 a_{y,2} \quad (4-40)$$

$$\begin{aligned} & -F_{r,23x} r_2 \sin \theta_2 + F_{r,23y} r_2 \cos \theta_2 - m_2 g r_{g,2} \cos(\theta_2 + \theta_{g,2}) \\ & = I_2 \alpha_2 - m_2 a_{x,2} r_{g,2} \sin(\theta_2 + \theta_{g,2}) + m_2 a_{y,2} r_{g,2} \cos(\theta_2 + \theta_{g,2}) \end{aligned} \quad (4-41)$$

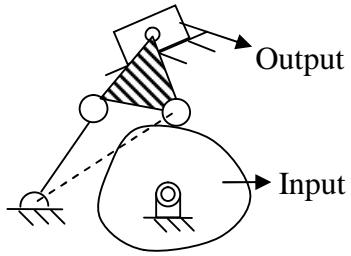


圖 4-6 凸輪連桿式肘節凸輪曲柄滑塊連桿機構

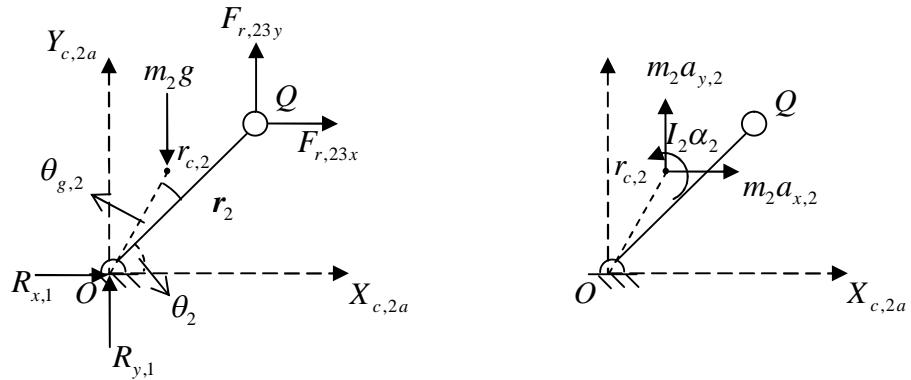


圖 4-7 凸輪曲柄滑塊連桿機構桿件二自由體圖

圖 4-8 可得

$$-F_{r,23x} + F_{r,34x} + F_{r,c3} \cos(\phi_v - \psi) = m_3 a_{x,3} \quad (4-42)$$

$$-F_{r,23y} + F_{r,34y} + F_{r,c3} \sin(\phi_v - \psi) - m_3 g = m_3 a_{y,3} \quad (4-43)$$

$$\begin{aligned} & -F_{r,34x} r_3 \sin \theta_3 + F_{r,34y} r_3 \cos \theta_3 + F_{r,c3} \sin(\phi_v - \psi) r_{3,1} \cos(\theta_3 - \alpha) \\ & -F_{r,c3} \cos(\phi_v - \psi) r_{3,1} \sin(\theta_3 - \alpha) - m_3 g r_{g,3} \cos(\theta_3 + \theta_{g,3}) \\ & = I_3 \alpha_3 - m_3 a_{x,3} r_{g,3} \sin(\theta_3 + \theta_{g,3}) + m_3 a_{y,3} r_{g,3} \cos(\theta_3 + \theta_{g,3}) \end{aligned} \quad (4-44)$$

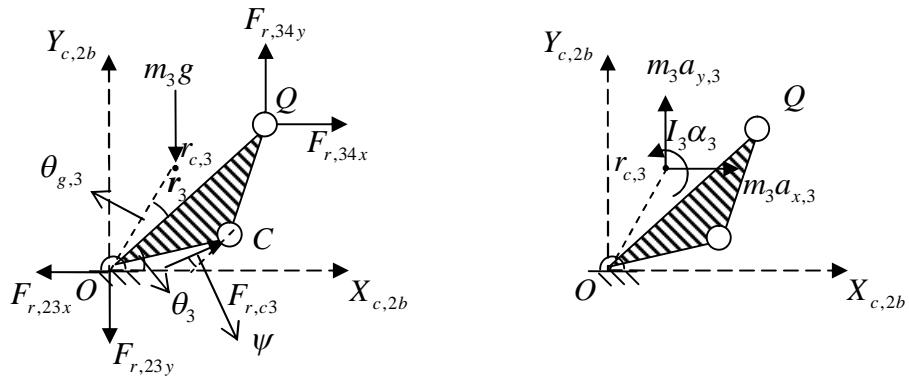


圖 4-8 凸輪曲柄滑塊連桿機構桿件三自由體圖

圖 4-9 可得

$$-F_{r,34x} + N \cos(\theta_1 + 90^\circ) - F_0 \cos(\theta_1) = m_4 a_{x,4} \quad (4-45)$$

$$-F_{r,34y} + N \sin(\theta_1 + 90^\circ) - F_0 \sin(\theta_1) - m_4 g = m_4 a_{y,4} \quad (4-46)$$

$$r_n N - m_4 g r_{g,4} \cos(\theta_{g,4}) = m_4 a_{y,4} r_{g,4} \cos(\theta_{g,4}) - m_4 a_{x,4} r_{g,4} \cos(\theta_{g,4}) \quad (4-47)$$

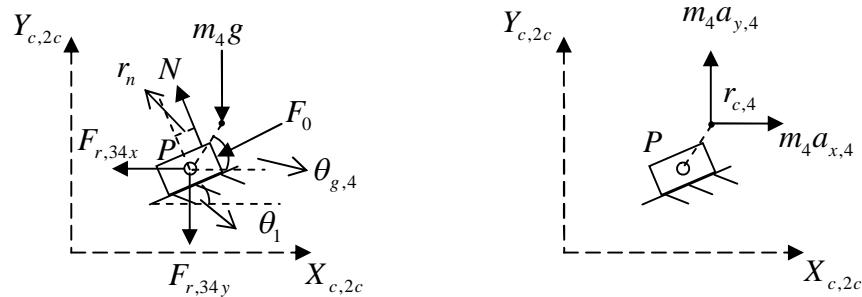


圖 4-9 凸輪曲柄滑塊連桿機構滑塊自由體圖

同樣，將已知數移項可得

$$R_{x,1} + F_{r,23x} = m_2 a_{x,2} \quad (4-48)$$

$$R_{y,1} + F_{r,23y} = m_2 g + m_2 a_{y,2} \quad (4-49)$$

$$\begin{aligned} -F_{r,23x} r_2 \sin \theta_2 + F_{r,23y} r_2 \cos \theta_2 &= m_2 g r_{g,2} \cos(\theta_2 + \theta_{g,2}) \\ +I_2 \alpha_2 - m_2 a_{x,2} r_{g,2} \sin(\theta_2 + \theta_{g,2}) + m_2 a_{y,2} r_{g,2} \cos(\theta_2 + \theta_{g,2}) \end{aligned} \quad (4-50)$$

$$-F_{r,23x} + F_{r,34x} + F_{r,c3} \cos(\phi_v - \psi) = m_3 a_{x,3} \quad (4-51)$$

$$-F_{r,23y} + F_{r,34y} + F_{r,c3} \sin(\phi_v - \psi) = m_3 g + m_3 a_{y,3} \quad (4-52)$$

$$\begin{aligned} -F_{r,34x} r_3 \sin \theta_3 + F_{r,34y} r_3 \cos \theta_3 + F_{r,c3} \sin(\phi_v - \psi) r_{3,1} \cos(\theta_3 - \alpha) \\ -F_{r,c3} \cos(\phi_v - \psi) r_{3,1} \sin(\theta_3 - \alpha) = m_3 g r_{g,3} \cos(\theta_3 + \theta_{g,3}) \\ +I_3 \alpha_3 - m_3 a_{x,3} r_{g,3} \sin(\theta_3 + \theta_{g,3}) + m_3 a_{y,3} r_{g,3} \cos(\theta_3 + \theta_{g,3}) \end{aligned} \quad (4-53)$$

$$-F_{r,34x} + N \cos(\theta_1 + 90^\circ) = F_0 \cos(\theta_1) + m_4 a_{x,4} \quad (4-54)$$

$$-F_{r,34y} + N \sin(\theta_1 + 90^\circ) = F_0 \sin(\theta_1) + m_4 g + m_4 a_{y,4} \quad (4-55)$$

有八組未知數與八組方程式

$$\begin{bmatrix} M_4 \\ M_5 \end{bmatrix}_{8 \times 8} \begin{bmatrix} M_6 \end{bmatrix}_{8 \times 1} = \begin{bmatrix} M_6 \end{bmatrix}_{8 \times 1} \quad (4-56)$$

$$M_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r_2 \sin \theta_2 & r_2 \cos \theta_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & \cos(\phi_v - \psi) & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & \sin(\phi_v - \psi) & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sin(\phi_v - \psi)r_{3,1} \cos(\theta_3 - \alpha) - \cos(\phi_v - \psi)r_{3,1} \sin(\theta_3 - \alpha) & -r_3 \sin \theta_3 & r_3 \cos \theta_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\theta_l + 90) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sin(\theta_l + 90) \end{bmatrix}$$

$$M_5 = \begin{bmatrix} R_{x,1} \\ R_{y,1} \\ F_{r,23x} \\ F_{r,23y} \\ F_{r,c3} \\ F_{r,34x} \\ F_{r,34y} \\ N \end{bmatrix}$$

$$M_6 = \begin{bmatrix} m_2 a_{x,2} \\ m_2 g + m_2 a_{y,2} \\ m_2 g r_{g,2} \cos(\theta_2 + \theta_{g,2}) + I_2 \alpha_2 - m_2 a_{x,2} r_{g,2} \sin(\theta_2 + \theta_{g,2}) + m_2 a_{y,2} r_{g,2} \sin(\theta_2 + \theta_{g,2}) \\ m_3 a_{x,3} \\ m_3 g + m_3 a_{y,3} \\ m_3 g r_{g,3} \cos(\theta_3 + \theta_{g,3}) + I_3 \alpha_3 - m_3 a_{x,3} r_{g,3} \sin(\theta_3 + \theta_{g,3}) + m_3 a_{y,3} r_{g,3} \sin(\theta_3 + \theta_{g,3}) \\ F_0 \cos(\theta_l) + m_4 a_{x,4} \\ F_0 \sin(\theta_l) + m_4 g + m_4 a_{y,4} \end{bmatrix}$$

再求正向力位置

$$r_n = \frac{m_4 g r_{g,4} \cos(\theta_{g,4}) + m_4 a_{y,4} r_{g,4} \cos(\theta_{g,4}) - m_4 a_{x,4} r_{g,4} \cos(\theta_{g,4})}{N} \quad (4-57)$$

即可得到凸輪曲柄滑塊連桿機構之相關分析數據。

#### 4-3-2 凸輪雙滑塊連桿式肘節構型

由圖 4-10 看來，其是雙滑塊機構搭配凸輪。首先，由圖 4-11 可得

$$F_{r,23x} = m_2 a_{x,2} \quad (4-58)$$

$$F_{r,23y} - m_2 g + N_1 = 0 \quad (4-59)$$

$$-r_{n,1}N_1 - m_2 g \cos \theta_{g,2} = -m_2 a_{x,2} r_{g,2} \sin \theta_{g,2} \quad (4-60)$$

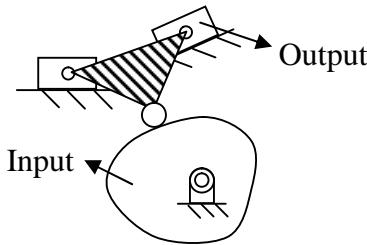


圖 4-10 凸輪連桿式肘節凸輪雙滑塊連桿機構

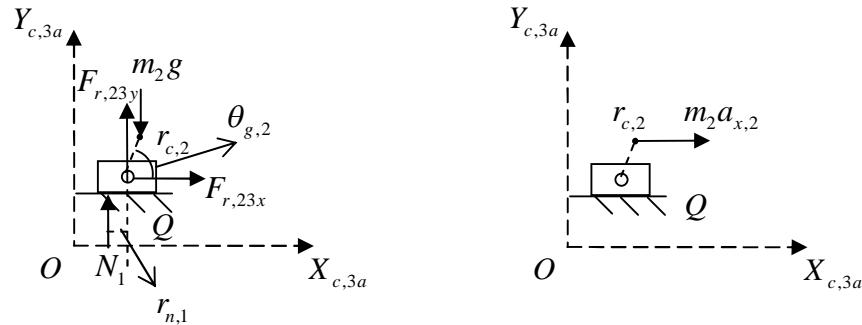


圖 4-11 凸輪雙滑塊連桿機構滑塊一自由體圖

圖 4-12 可得

$$-F_{r,23x} + F_{r,34x} + F_{r,c3} \cos(\phi_v - \psi) = m_3 a_{x,3} \quad (4-61)$$

$$-F_{r,23y} + F_{r,34y} + F_{r,c3} \sin(\phi_v - \psi) - m_3 g = m_3 a_{y,3} \quad (4-62)$$

$$\begin{aligned}
& -F_{r,34x}r_3 \sin \theta_3 + F_{r,34y}r_3 \cos \theta_3 + F_{r,c3} \sin(\phi_v - \psi)r_{3,1} \cos(\theta_3 - \alpha) \\
& -F_{r,c3} \cos(\phi_v - \psi)r_{3,1} \sin(\theta_3 - \alpha) - m_3 gr_{g,3} \cos(\theta_3 + \theta_{g,3}) \\
& = I_3 \alpha_3 - m_3 a_{x,3} r_{g,3} \sin(\theta_3 + \theta_{g,3}) + m_3 a_{y,3} r_{g,3} \cos(\theta_3 + \theta_{g,3})
\end{aligned} \tag{4-63}$$

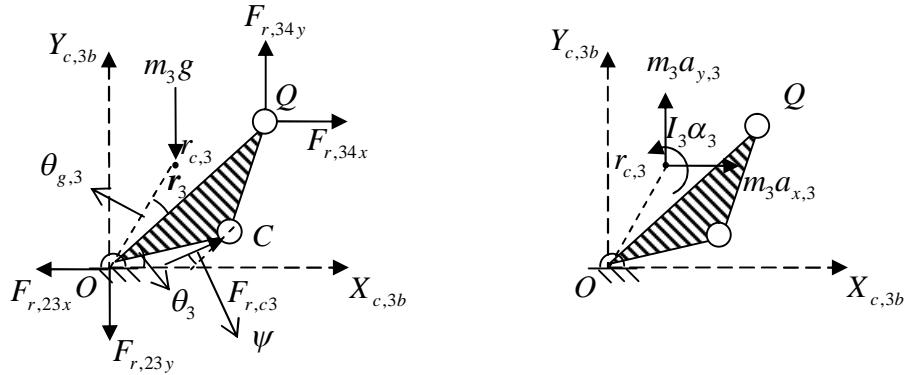


圖 4-12 凸輪雙滑塊連桿機構元件三自由體圖

圖 4-13 可得

$$-F_{r,34x} + N_2 \cos(\theta_1 + 90^\circ) - F_0 \cos(\theta_1) = m_4 a_{x,4} \tag{4-64}$$

$$-F_{r,34y} + N_2 \sin(\theta_1 + 90^\circ) - F_0 \sin(\theta_1) - m_4 g = m_4 a_{y,4} \tag{4-65}$$

$$r_{n,2} N_2 - m_4 g r_{g,4} \cos(\theta_{g,4}) = m_4 a_{y,4} r_{g,4} \cos(\theta_{g,4}) - m_4 a_{x,4} r_{g,4} \cos(\theta_{g,4}) \tag{4-66}$$

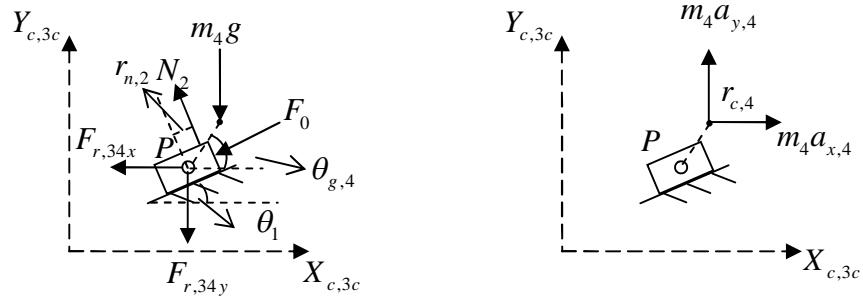


圖 4-13 凸輪雙滑塊連桿機構滑塊二自由體圖

同樣，將已知數移項可得

$$F_{r,23x} = m_2 a_{x,2} \quad (4-67)$$

$$F_{r,23y} + N_1 = m_2 g \quad (4-68)$$

$$-F_{r,23x} + F_{r,34x} + F_{r,c3} \cos(\phi_v - \psi) = m_3 a_{x,3} \quad (4-69)$$

$$-F_{r,23y} + F_{r,34y} + F_{r,c3} \sin(\phi_v - \psi) = m_3 g + m_3 a_{y,3} \quad (4-70)$$

$$\begin{aligned} & -F_{r,34x} r_3 \sin \theta_3 + F_{r,34y} r_3 \cos \theta_3 + F_{r,c3} \sin(\phi_v - \psi) r_{3,1} \cos(\theta_3 - \alpha) \\ & -F_{r,c3} \cos(\phi_v - \psi) r_{3,1} \sin(\theta_3 - \alpha) = m_3 g r_{g,3} \cos(\theta_3 + \theta_{g,3}) \\ & + I_3 \alpha_3 - m_3 a_{x,3} r_{g,3} \sin(\theta_3 + \theta_{g,3}) + m_3 a_{y,3} r_{g,3} \cos(\theta_3 + \theta_{g,3}) \end{aligned} \quad (4-71)$$

$$-F_{r,34x} + N_2 \cos(\theta_1 + 90^\circ) = F_0 \cos(\theta_1) + m_4 a_{x,4} \quad (4-72)$$

$$-F_{r,34y} + N_2 \sin(\theta_1 + 90^\circ) = F_0 \sin(\theta_1) + m_4 g + m_4 a_{y,4} \quad (4-73)$$

有七個未知數與方程式

$$[M_7]_{7 \times 7} [M_8]_{7 \times 1} = [M_9]_{7 \times 1} \quad (4-74)$$

$$M_7 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & \cos(\phi_v - \psi) & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & \sin(\phi_v - \psi) & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \sin(\phi_v - \psi)r_{3,1}\cos(\theta_3 - \alpha) - \cos(\phi_v - \psi)r_{3,1}\sin(\theta_3 - \alpha) & -r_3\sin\theta_3 & r_3\cos\theta_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\theta_1 + 90) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \sin(\theta_1 + 90) \end{bmatrix}$$

$$M_8 = \begin{bmatrix} F_{r,23x} \\ F_{r,23y} \\ N_1 \\ F_{r,c3} \\ F_{r,34x} \\ F_{r,34y} \\ N_2 \end{bmatrix}$$

$$M_9 = \begin{bmatrix} m_2 a_{x,2} \\ m_2 g \\ m_3 a_{x,3} \\ m_3 g + m_3 a_{y,3} \\ m_3 g r_{g,3} \cos(\theta_3 + \theta_{g,3}) + I_3 \alpha_3 - m_3 a_{x,3} r_{g,3} \sin(\theta_3 + \theta_{g,3}) + m_3 a_{y,3} r_{g,3} \cos(\theta_3 + \theta_{g,3}) \\ F_0 \cos(\theta_1) + m_4 a_{x,4} \\ F_0 \sin(\theta_1) + m_4 g + m_4 a_{y,4} \end{bmatrix}$$

再求正向力位置

$$r_{n,1} = -\frac{m_2 g \cos \theta_{g,2} - m_2 a_{x,2} r_{g,2} \sin \theta_{g,2}}{N_1} \quad (4-75)$$

$$r_{n,2} = \frac{m_4 g r_{g,4} \cos(\theta_{g,4}) + m_4 a_{y,4} r_{g,4} \cos(\theta_{g,4}) - m_4 a_{x,4} r_{g,4} \cos(\theta_{g,4})}{N_2} \quad (4-76)$$

經整理後，即可得到凸輪雙滑塊連桿機構之相關分析數據。

### 4-3-3 凸輪驅動負荷

為實際了解凸輪本身所受之力與其驅動扭矩，需透過圖 4-14 進行相關分析。

首先，相對於從動件中心之單位向量，可寫成

$$\mathbf{t}_c = \sin \phi_2 \mathbf{i} + \cos \phi_2 \mathbf{j} \quad (4-77)$$

$$\mathbf{r}_c = \cos \phi_2 \mathbf{i} - \sin \phi_2 \mathbf{j} \quad (4-78)$$

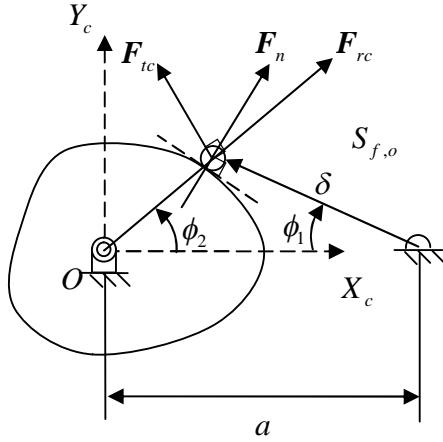


圖 4-14 凸輪力分析

接著，為求取凸輪切線力，將其與從動件中心之單位向量進行運算

$$\mathbf{F}_{tc} = (\mathbf{F}_n \cdot \mathbf{t}_c) \mathbf{t}_c \quad (4-79)$$

$$\mathbf{F}_n \cdot \mathbf{t}_c = |\mathbf{F}_n| (n_x \sin \phi_2 + n_y \cos \phi_2) \quad (4-80)$$

此處， $\mathbf{F}_n$  即為耦點上之受力。同時，亦須考慮凸輪徑向力

$$\mathbf{F}_{rc} = (\mathbf{F}_n \cdot \mathbf{r}_c) \mathbf{r}_c \quad (4-81)$$

$$\mathbf{F}_n \cdot \mathbf{r}_c = |\mathbf{F}_n| (n_x \cos \phi_2 - n_y \sin \phi_2) \quad (4-82)$$

此外，為求得凸輪基座支座力，需將其座標逆旋轉，才可得實際運作時之支座力。

$$\mathbf{F}_{n,o} = -\mathbf{F}_n \cdot \mathbf{n} \begin{bmatrix} \cos \phi_2 & \sin \phi_2 & 0 \\ -\sin \phi_2 & \cos \phi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T - m_{cam}g \quad (4-83)$$

最後，為了瞭解凸輪需提供之驅動扭矩，需以從動件中心進行分析。其關係式可寫成

$$\mathbf{T}_c = \mathbf{S}_{f,c}(\phi_2) \times \mathbf{F}_{tc} \quad (4-84)$$

在本章中，推導出各桿件之實際受力、正向力、支座力與驅動扭矩等參數，可依使用者之需求，進行後續分析，而在後續章節，亦會訂定設計參數進行實例分析。

## 第五章 運動曲線之合成與分析

### 5-1 數值曲線之合成

凸輪機構設計中，其外廓之運動曲線(Motion Curve)為考量重點之一，在理想的運轉情況下，會希望其加速度連續。根據牛頓第二運動定律，當質量未改變時，若加速度瞬間不連續，代表機構受力瞬間變化，若不連續的跳動幅度過大，等於承受瞬間撞擊之力，對於機構亦容易造成損壞。

因此，為了擬合數據，有時甚至必須使用曲線插值(Interpolation)的方式合成運動曲線，再將其轉換成凸輪外廓。而曲線合成的重點，除了須符合實際加工所需，如上死點與下死點外，亦可加入特殊運動條件限制。例如沖頭遠離工件時，速度越快越好，但重點是須確認其運動連續性與極值特性是否符合使用者需求及設計規範。

### 5-2 凸輪運動曲線

本章引用 Chen[49]裡所提供之凸輪運動曲線，供設計與比較參考用。而其方程式皆為單程運動，再依需求修改串聯方式，即可使用作為凸輪運動曲線。

#### 5-2-1 曲線選用

本論文應用簡諧運動(Simple Harmonic Motion)、擺線運動(Cycloidal Motion)與 4-5-6-7 多項式運動，邊界條件為： $\theta = 0$  時， $\dot{\theta} = 0$ 、 $\ddot{\theta} = 0$  與  $\dddot{\theta} = 0$ ； $\theta = 1$  時， $\dot{\theta} = 0$ 、 $\ddot{\theta} = 0$  與  $\dddot{\theta} = 0$ 。

修正等速度曲線(Modified Constant Velocity Curve)，其為特殊需求之運動曲線，因有等速區間。將其無因次化後，運動曲線可分成五個部份，如下圖。

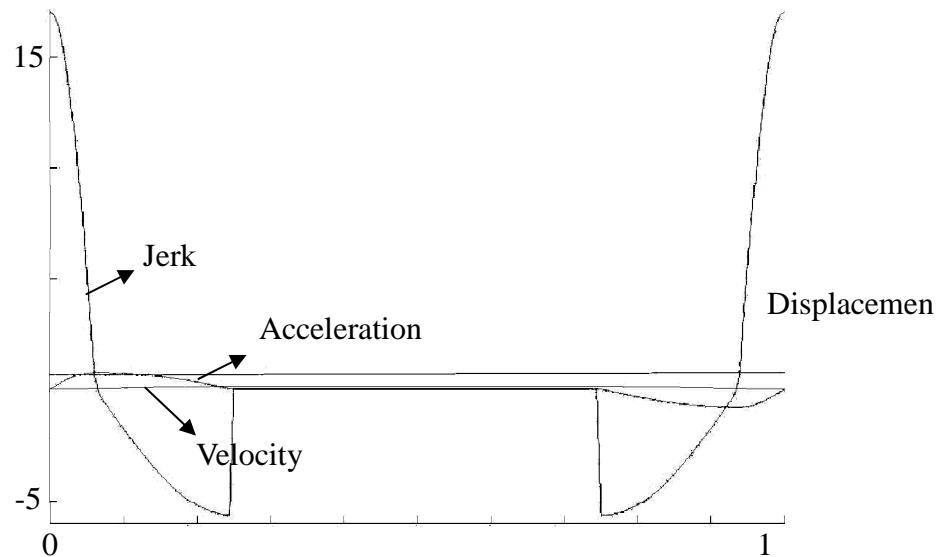


圖 5-1 修正等速度運動

當  $0 \leq \theta \leq \frac{\beta}{16}$

$$S = \frac{h}{5\pi + 4} \left[ 2\pi \frac{\theta}{\beta} - \frac{1}{4} \sin(8\pi \frac{\theta}{\beta}) \right] \quad (5-1)$$

$$V = \frac{2h\pi\dot{\theta}}{(5\pi + 4)\beta} - \frac{2h\pi\dot{\theta}}{(5\pi + 4)\beta} \cos(8\pi \frac{\theta}{\beta}) \quad (5-2)$$

$$A = \frac{2h\pi\ddot{\theta}}{(5\pi + 4)\beta} - \frac{2h\pi\ddot{\theta}}{(5\pi + 4)\beta} \cos(8\pi \frac{\theta}{\beta}) + \frac{16h\pi^2\dot{\theta}^2}{(5\pi + 4)\beta^2} \sin(8\pi \frac{\theta}{\beta}) \quad (5-3)$$

$$\begin{aligned} J = & \frac{2h\pi\ddot{\theta}}{(5\pi + 4)\beta} - \frac{2h\pi\ddot{\theta}}{(5\pi + 4)\beta} \cos(8\pi \frac{\theta}{\beta}) + \frac{48h\pi^2\dot{\theta}\ddot{\theta}}{(5\pi + 4)\beta^2} \sin(8\pi \frac{\theta}{\beta}) \\ & + \frac{108h\pi^3\dot{\theta}^3}{(5\pi + 4)\beta^3} \cos(8\pi \frac{\theta}{\beta}) \end{aligned} \quad (5-4)$$

$$\text{當 } \frac{\beta}{16} \leq \theta \leq \frac{\beta}{4}$$

$$S = \frac{h}{5\pi + 4} \left[ 2 + 2\pi \frac{\theta}{\beta} - \frac{9}{4} \cos\left(\frac{8\pi}{3}\left(\frac{\theta}{\beta} - \frac{1}{16}\right)\right) \right] \quad (5-5)$$

$$V = \frac{2h\pi\dot{\theta}}{(5\pi + 4)\beta} + \frac{6h\pi\dot{\theta}}{(5\pi + 4)\beta} \sin\left[\frac{8\pi}{3}\left(\frac{\theta}{\beta} - \frac{1}{16}\right)\right] \quad (5-6)$$

$$A = \frac{2h\pi\ddot{\theta}}{(5\pi + 4)\beta} + \frac{6h\pi\ddot{\theta}}{(5\pi + 4)\beta} \sin\left[\frac{8\pi}{3}\left(\frac{\theta}{\beta} - \frac{1}{16}\right)\right] \\ + \frac{16h\pi^2\dot{\theta}^2}{(5\pi + 4)\beta^2} \cos\left[\frac{8\pi}{3}\left(\frac{\theta}{\beta} - \frac{1}{16}\right)\right] \quad (5-7)$$

$$J = \frac{2h\pi\ddot{\theta}}{(5\pi + 4)\beta} + \frac{6h\pi\ddot{\theta}}{(5\pi + 4)\beta} \sin\left[\frac{8\pi}{3}\left(\frac{\theta}{\beta} - \frac{1}{16}\right)\right] \\ + \frac{48h\pi^2\dot{\theta}\ddot{\theta}}{(5\pi + 4)\beta^2} \cos\left[\frac{8\pi}{3}\left(\frac{\theta}{\beta} - \frac{1}{16}\right)\right] - \frac{108h\pi^3\dot{\theta}^3}{(5\pi + 4)3\beta^3} \sin\left[\frac{8\pi}{3}\left(\frac{\theta}{\beta} - \frac{1}{16}\right)\right] \quad (5-8)$$

$$\text{當 } \frac{\beta}{4} \leq \theta \leq \frac{3\beta}{4}$$

$$S = \frac{h}{5\pi + 4} \left[ 2 - \frac{3\pi}{2} + 8\pi \frac{\theta}{\beta} \right] \quad (5-9)$$

$$V = \frac{8h\pi\dot{\theta}}{(5\pi + 4)\beta} \quad (5-10)$$

$$A = \frac{8h\pi\ddot{\theta}}{(5\pi + 4)\beta} \quad (5-11)$$

$$J = \frac{8h\pi\ddot{\theta}}{(5\pi + 4)\beta} \quad (5-12)$$

$$\text{當 } \frac{3\beta}{4} \leq \theta \leq \frac{15\beta}{16}$$

$$S = \frac{h}{5\pi + 4} \left[ 3\pi + 2 + 2\pi \frac{\theta}{\beta} + \frac{9}{4} \sin\left(\frac{8\pi}{3}\left(\frac{\theta}{\beta} - \frac{3}{4}\right)\right) \right] \quad (5-13)$$

$$V = \frac{2h\pi\dot{\theta}}{(5\pi + 4)\beta} + \frac{6h\pi\dot{\theta}}{(5\pi + 4)\beta} \cos\left[\frac{8\pi}{3}\left(\frac{\theta}{\beta} - \frac{3}{4}\right)\right] \quad (5-14)$$

$$A = \frac{2h\pi\ddot{\theta}}{(5\pi + 4)\beta} + \frac{6h\pi\ddot{\theta}}{(5\pi + 4)\beta} \cos\left[\frac{8\pi}{3}\left(\frac{\theta}{\beta} - \frac{3}{4}\right)\right] - \frac{16h\pi^2\dot{\theta}^2}{(5\pi + 4)\beta^2} \sin\left[\frac{8\pi}{3}\left(\frac{\theta}{\beta} - \frac{3}{4}\right)\right] \quad (5-15)$$

$$J = \frac{2h\pi\ddot{\theta}}{(5\pi + 4)\beta} + \frac{6h\pi\ddot{\theta}}{(5\pi + 4)\beta} \cos\left[\frac{8\pi}{3}\left(\frac{\theta}{\beta} - \frac{3}{4}\right)\right] - \frac{48h\pi^2\dot{\theta}\ddot{\theta}}{(5\pi + 4)\beta^2} \sin\left[\frac{8\pi}{3}\left(\frac{\theta}{\beta} - \frac{3}{4}\right)\right] - \frac{108h\pi^3\dot{\theta}^3}{(5\pi + 4)3\beta^3} \cos\left[\frac{8\pi}{3}\left(\frac{\theta}{\beta} - \frac{3}{4}\right)\right] \quad (5-16)$$

$$\text{當 } \frac{15\beta}{16} \leq \theta \leq \beta$$

$$S = \frac{h}{5\pi + 4} \left[ 4 + 3\pi + 2\pi \frac{\theta}{\beta} + \frac{1}{4} \cos\left(8\pi\left(\frac{\theta}{\beta} - \frac{15}{16}\right)\right) \right] \quad (5-17)$$

$$V = \frac{2h\pi\dot{\theta}}{(5\pi + 4)\beta} - \frac{2h\pi\dot{\theta}}{(5\pi + 4)\beta} \sin\left[8\pi\left(\frac{\theta}{\beta} - \frac{15}{16}\right)\right] \quad (5-18)$$

$$A = \frac{2h\pi\ddot{\theta}}{(5\pi + 4)\beta} - \frac{2h\pi\ddot{\theta}}{(5\pi + 4)\beta} \sin\left[8\pi\left(\frac{\theta}{\beta} - \frac{15}{16}\right)\right] - \frac{16h\pi^2\dot{\theta}^2}{(5\pi + 4)\beta^2} \cos\left[8\pi\left(\frac{\theta}{\beta} - \frac{15}{16}\right)\right] \quad (5-19)$$

$$J = \frac{2h\pi\ddot{\theta}}{(5\pi + 4)\beta} - \frac{2h\pi\ddot{\theta}}{(5\pi + 4)\beta} \sin \left[ 8\pi \left( \frac{\theta}{\beta} - \frac{15}{16} \right) \right] \\ - \frac{48h\pi^2\dot{\theta}\ddot{\theta}}{(5\pi + 4)\beta^2} \cos \left[ 8\pi \left( \frac{\theta}{\beta} - \frac{15}{16} \right) \right] + \frac{108h\pi^3\dot{\theta}^3}{(5\pi + 4)\beta^3} \sin \left[ 8\pi \left( \frac{\theta}{\beta} - \frac{15}{16} \right) \right] \quad (5-20)$$

此外，再使用其他多項式函數，如表 5-1，其可表示為

$$f(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i \quad (5-21)$$

此處，Ping 為急跳度一次微分，Puff 為急跳度二次微分，其限制條件為判斷肘節效應與曲線連續性之關連。

表 5-1 多項式函數

名稱	係數	合成條件
5-6-7-8-9	126、-420、540、-315、70	Ping=0
4-6-7-8-9	21、-126、204、-126、28	Puff=0
6-7-8-9-10-11	4620、-19800、34650、-30800、13860、-2520	Ping&Puff=0

### 5-2-2 肘節機構運動特性

此處以圖 5-1 滑塊之作動曲線做為曲線合成，由於實際加工時，輸出滑塊的作動特性，是我們想要了解的。

先針對曲柄滑塊機構，觀察其擺線、簡諧與 4-5-6-7 曲線運動，如圖 5-2。於肘節效應發生，當滑塊加速度不為 0 時，會導致其他桿四與桿五速度不連續；當滑塊急跳度不連續時，桿四與桿五之加速度不連續。而圖 5-3 可看出，滑塊急跳度不連續，桿四與桿五加速度同樣不連續，但其可以符合特殊需求，如引伸所需之等速加工，故僅需修改串聯曲線即可。而由圖 5-4 可看出，若想使桿件的急跳度連續，除了要到 Ping 連續外，在肘節點前後之斜率亦需同號。

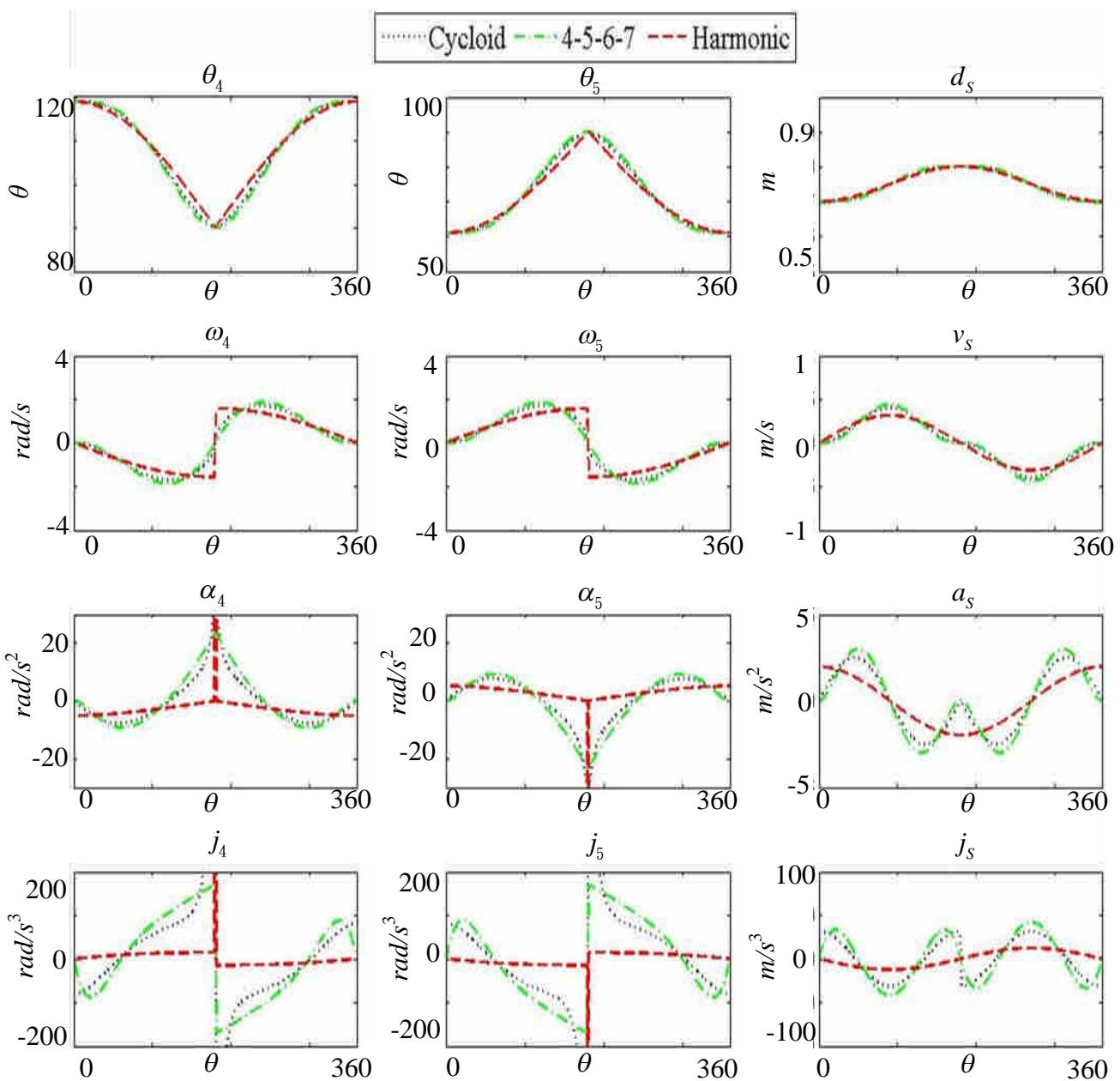


圖 5-2 曲柄滑塊連續性比較圖

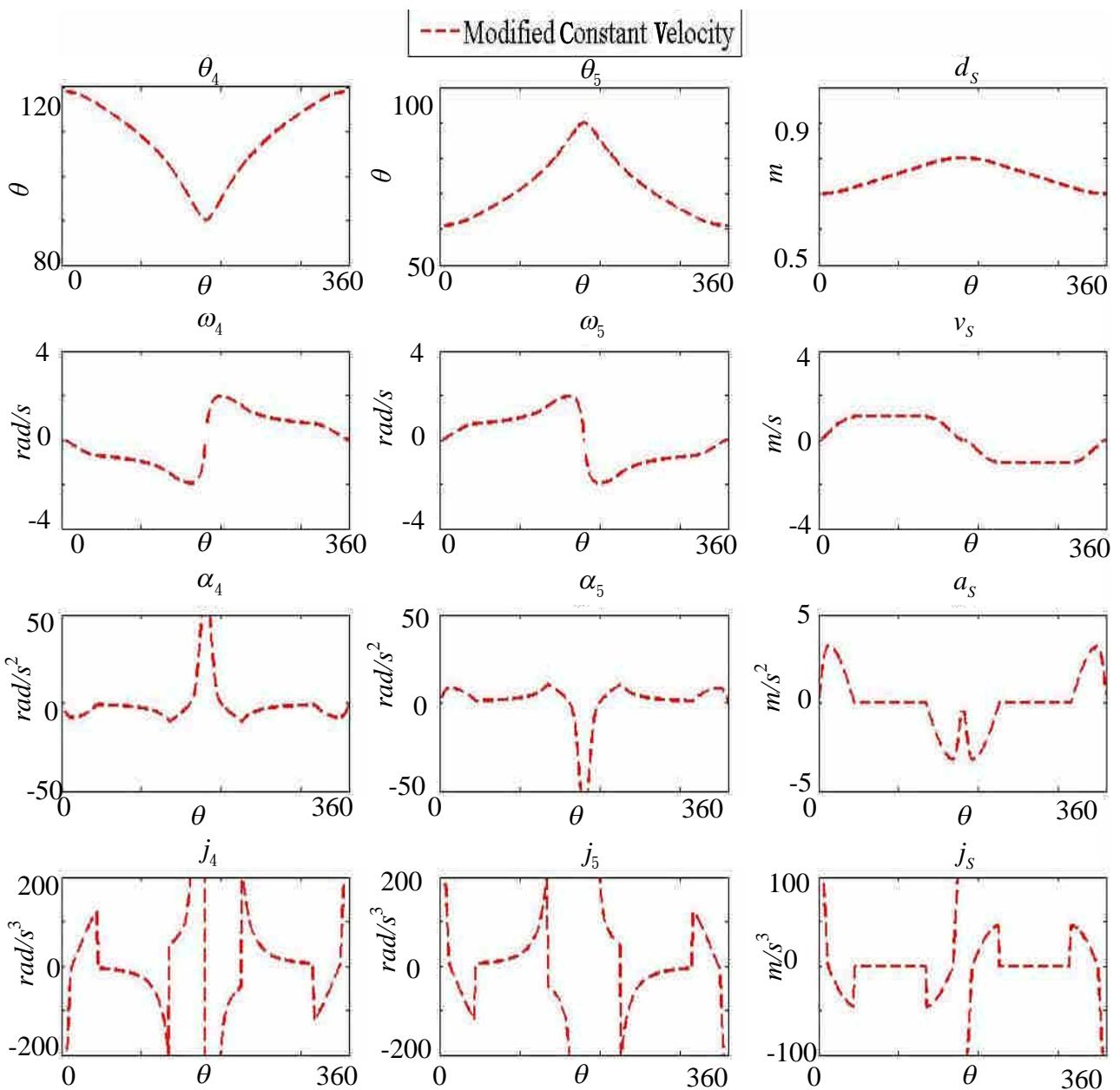


圖 5-3 曲柄滑塊 MCV 曲線圖

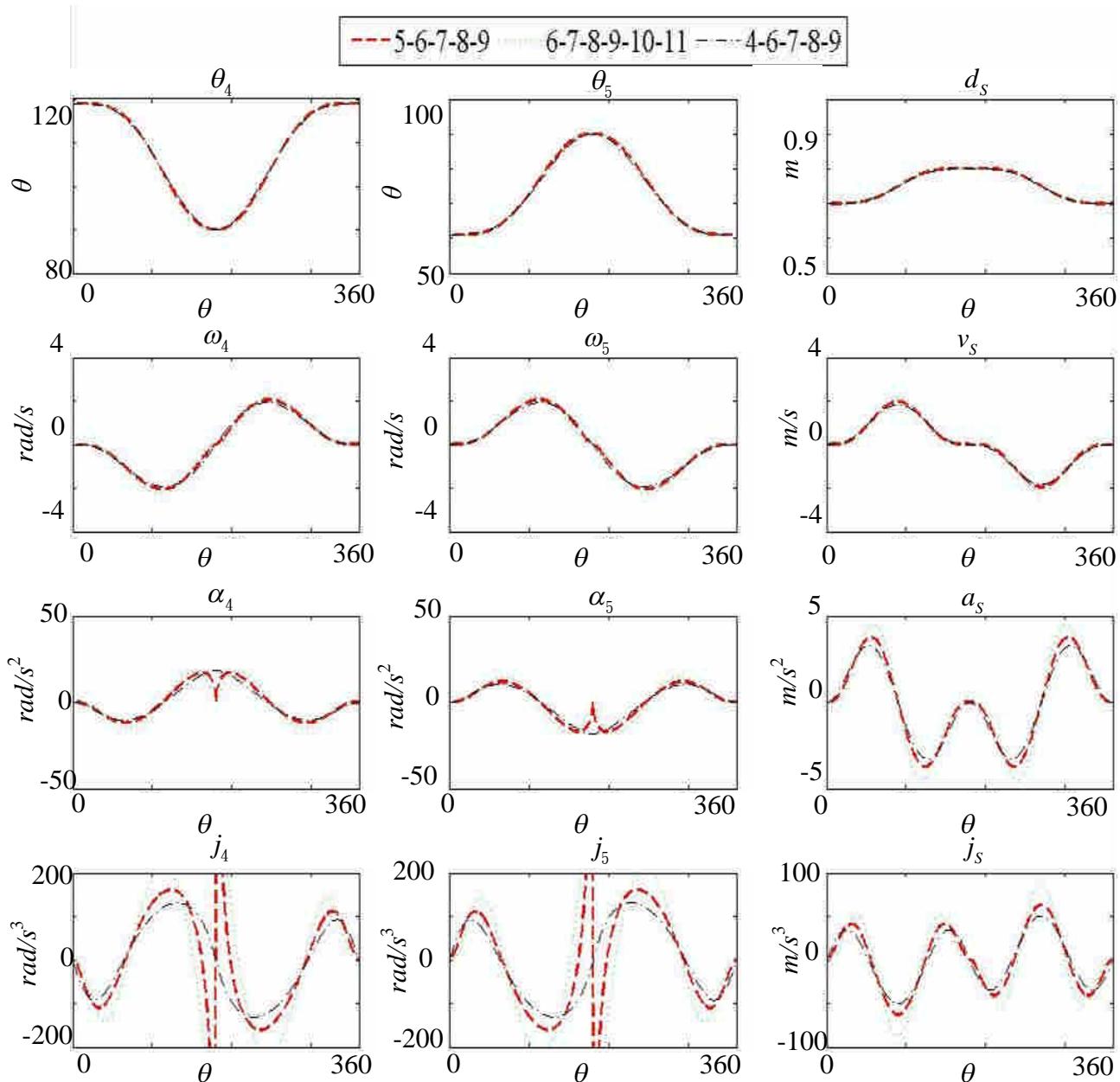


圖 5-4 曲柄滑塊多項式函數圖

而針對雙滑塊機構分析時，如圖 5-5、圖 5-6 與圖 5-7，發現其與曲柄滑塊所要求之運動曲線連續性一致。故當我們設計凸輪運動曲線時，在肘節效應情況下，輸出滑塊須符合下列限制

1. 加速度需為 0，且連續。
2. 急跳度需為 0，且連續。
3. Ping 連續，斜率需同號。

故而後續凸輪的合成曲線，將會以 4-6-7-8-9 多項式與其串聯之等速曲線作為設計範例。

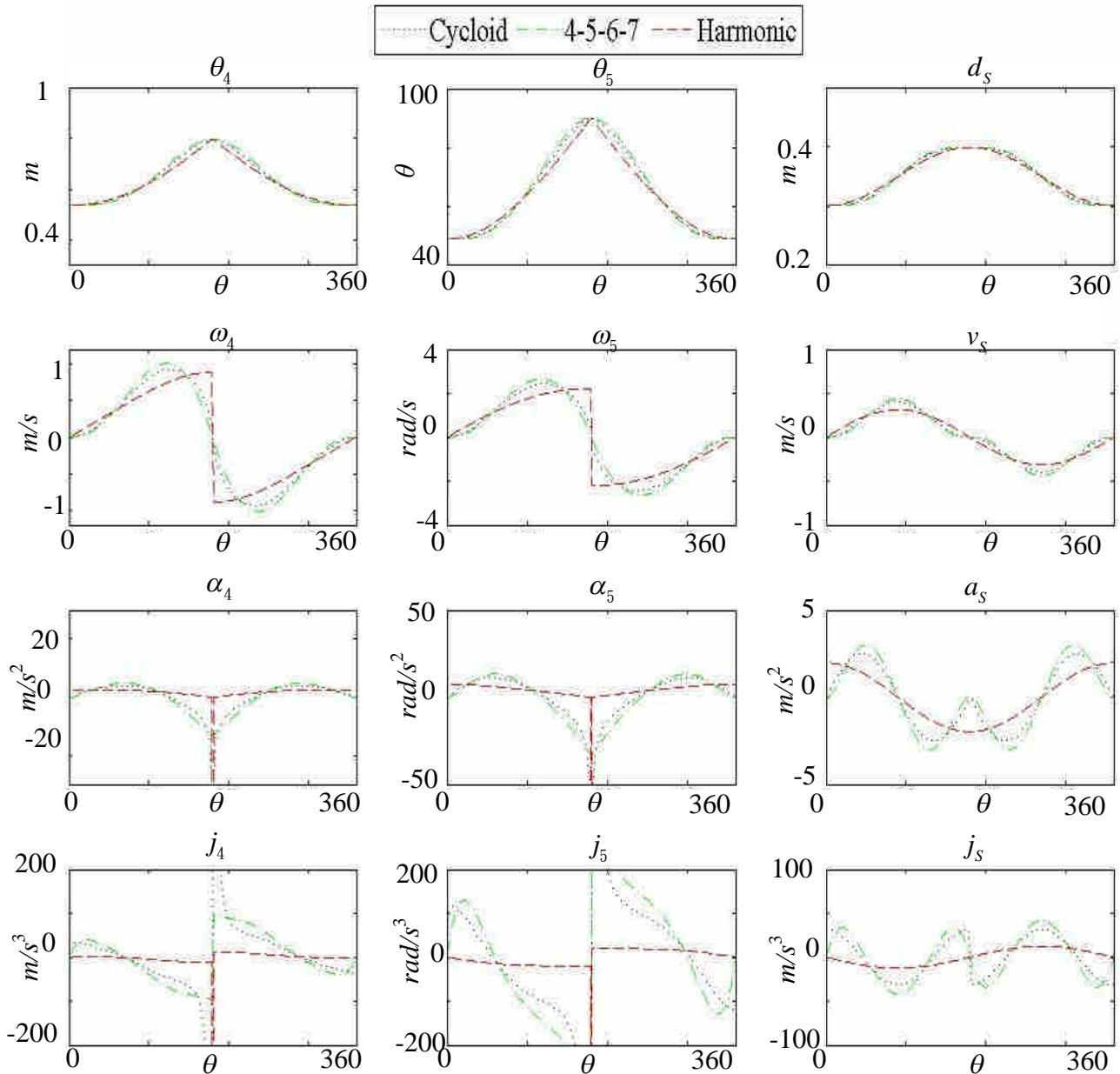


圖 5-5 雙滑塊連續性比較圖

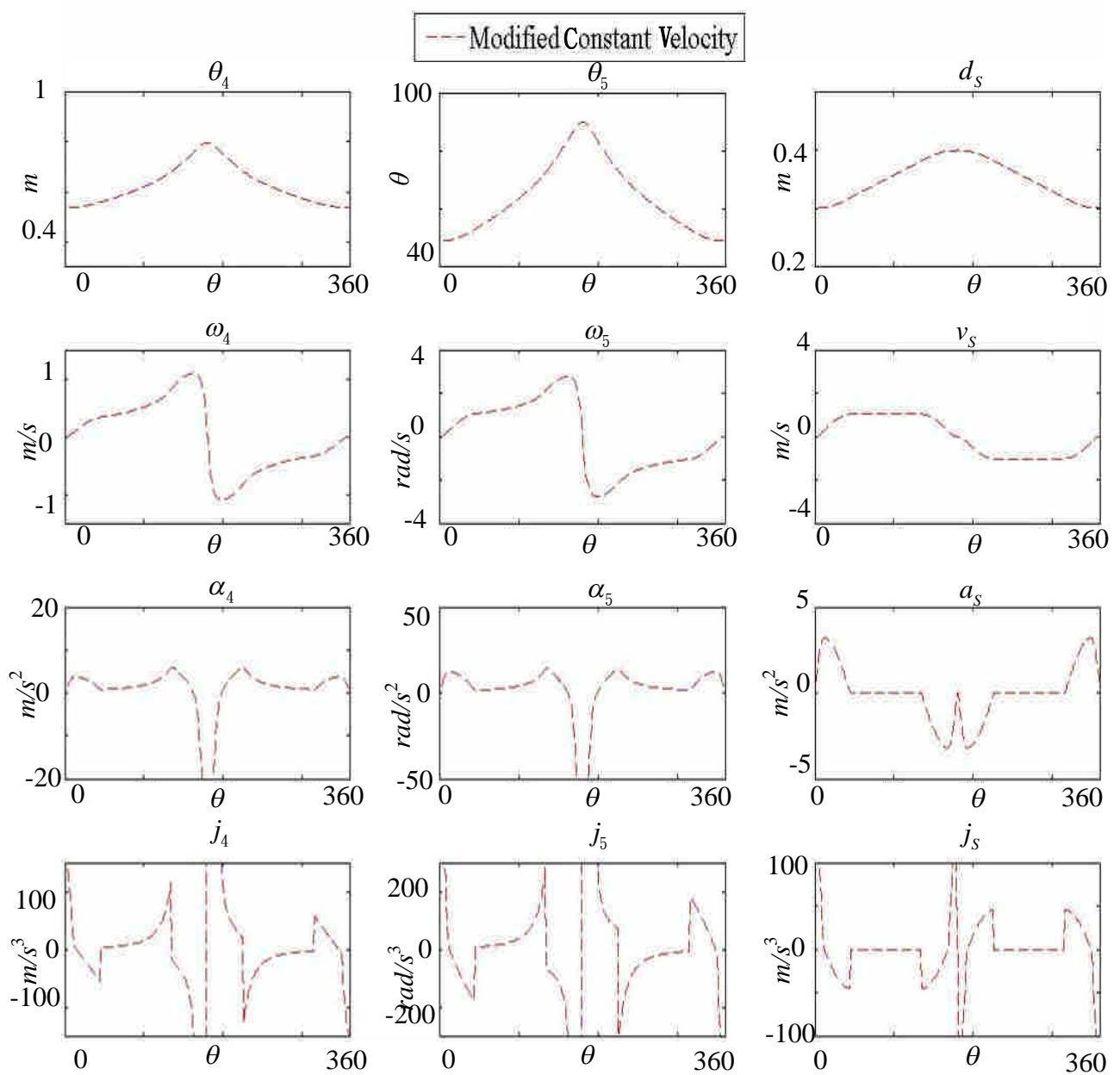


圖 5-6 雙滑塊 MCV 曲線圖

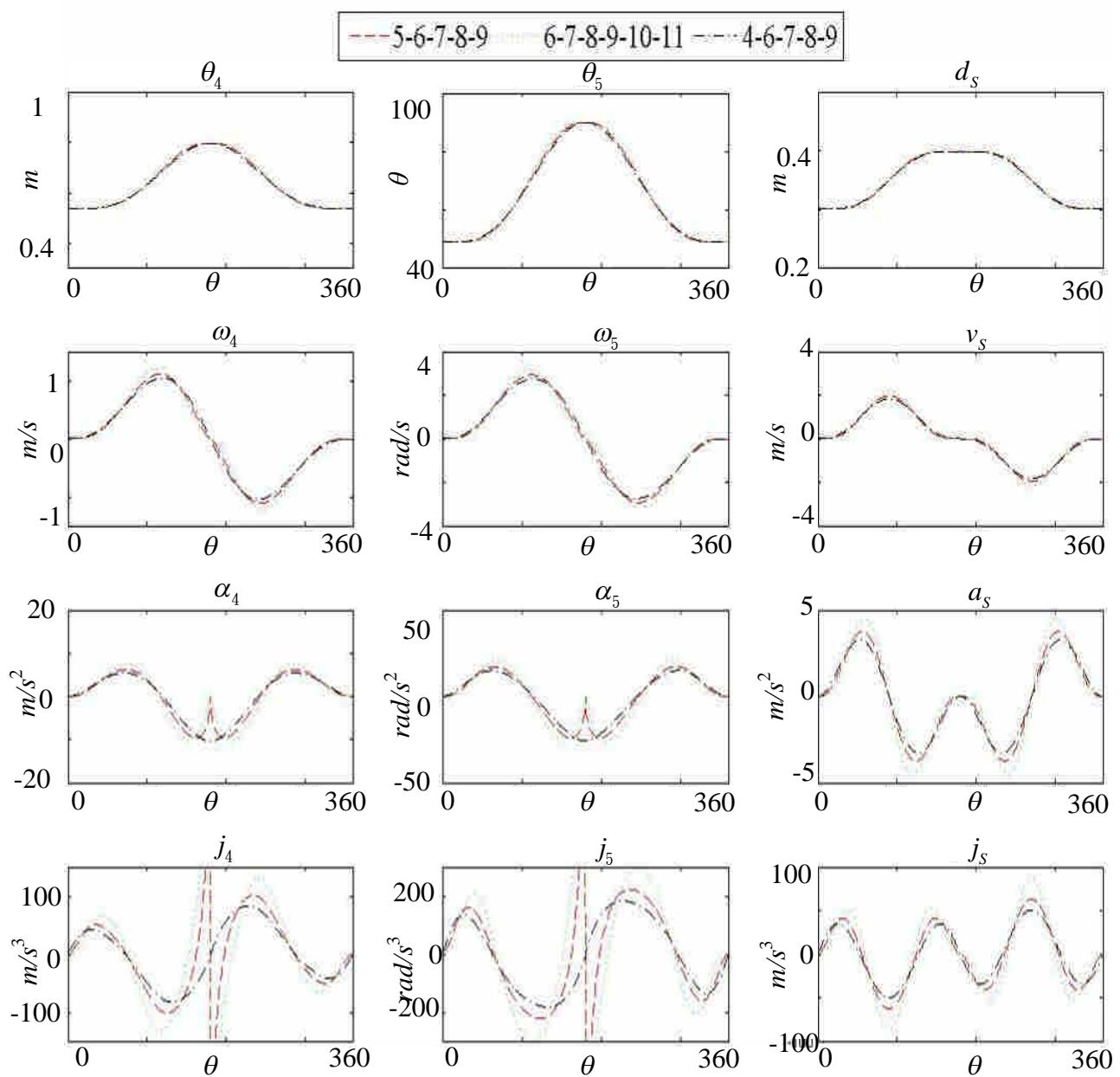


圖 5-7 雙滑塊多項式函數圖

## 第六章 實例分析

本章利用前幾章之分析流程，假設凸輪與連桿皆為剛體，並給予設定之尺寸與重量，分析其實際運動特性。

### 6-1 整體分析

#### 6-1-1 六連桿肘節機構

本小節針對六連桿肘節機構之參數進行分析，如

表 6-1，其為連桿之幾何尺寸。此外，令  $\theta_6 = 0^\circ$  及  $\theta_7 = 90^\circ$ ，外加負荷為  $1000\text{N}$ 。

表 6-1 六連桿設計參數

編號	長度 (m)	質量 (kg)	轉動慣量 ( $\text{kgm}^2$ )	重心位置 (m)	重心夾角 (deg)
$r_1$	0.5				
$r_2$	0.1	6.4	0.003	0.05	0
$r_3$	0.3	19.1	0.052	0.15	0
$r_4$	0.4	25.5	0.119	0.2	0
$r_5$	0.4	25.5	0.119	0.2	0
$r_s$	0	30		0	0

圖 6-1 及圖 6-2 則為其機構運動特性圖。首先，觀察滑塊作動，其行程為 0.7 至 0.8m，其便是我們凸輪連桿機構所需之合成數據。

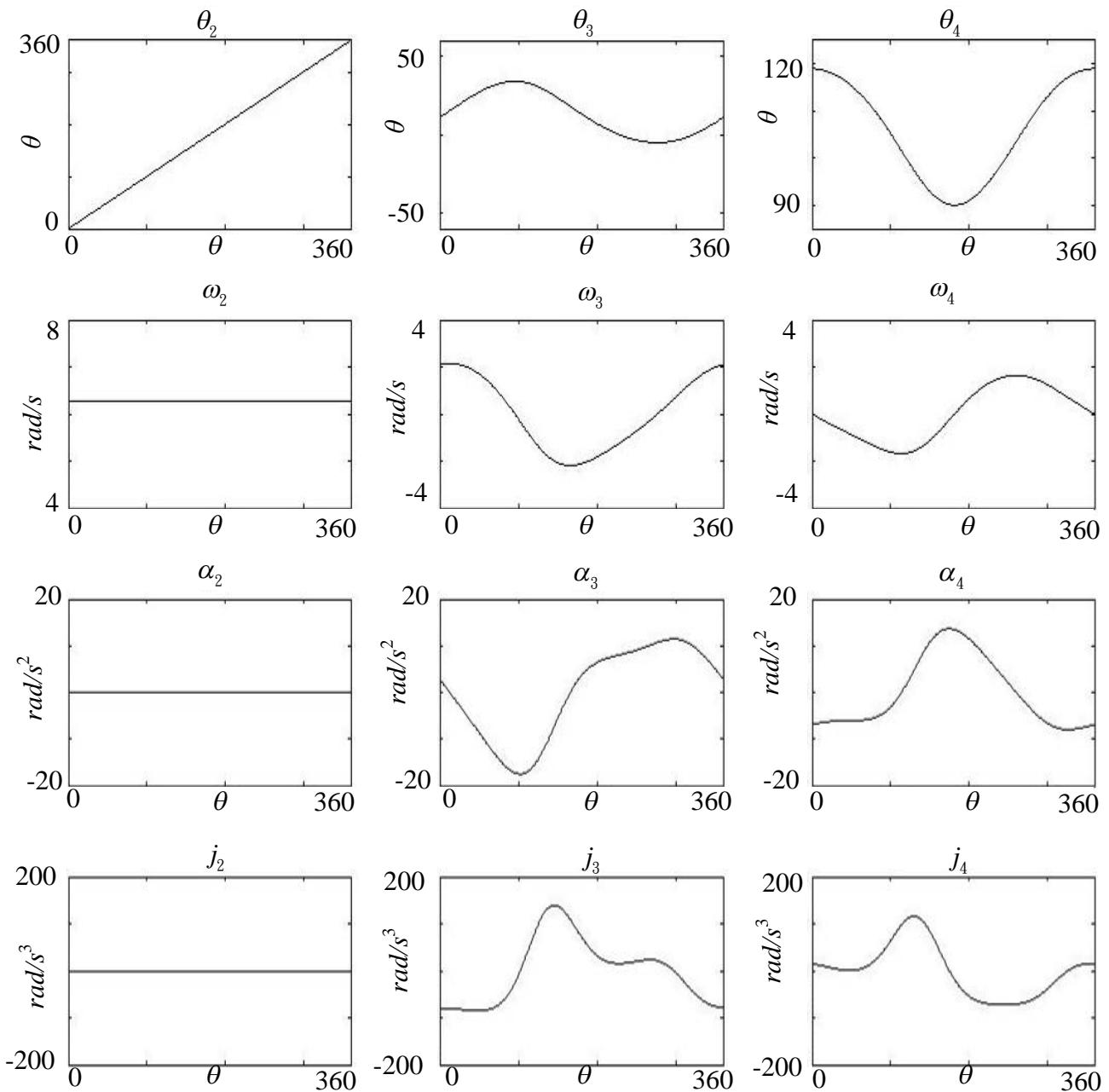


圖 6-1 六連桿桿件運動特性 I

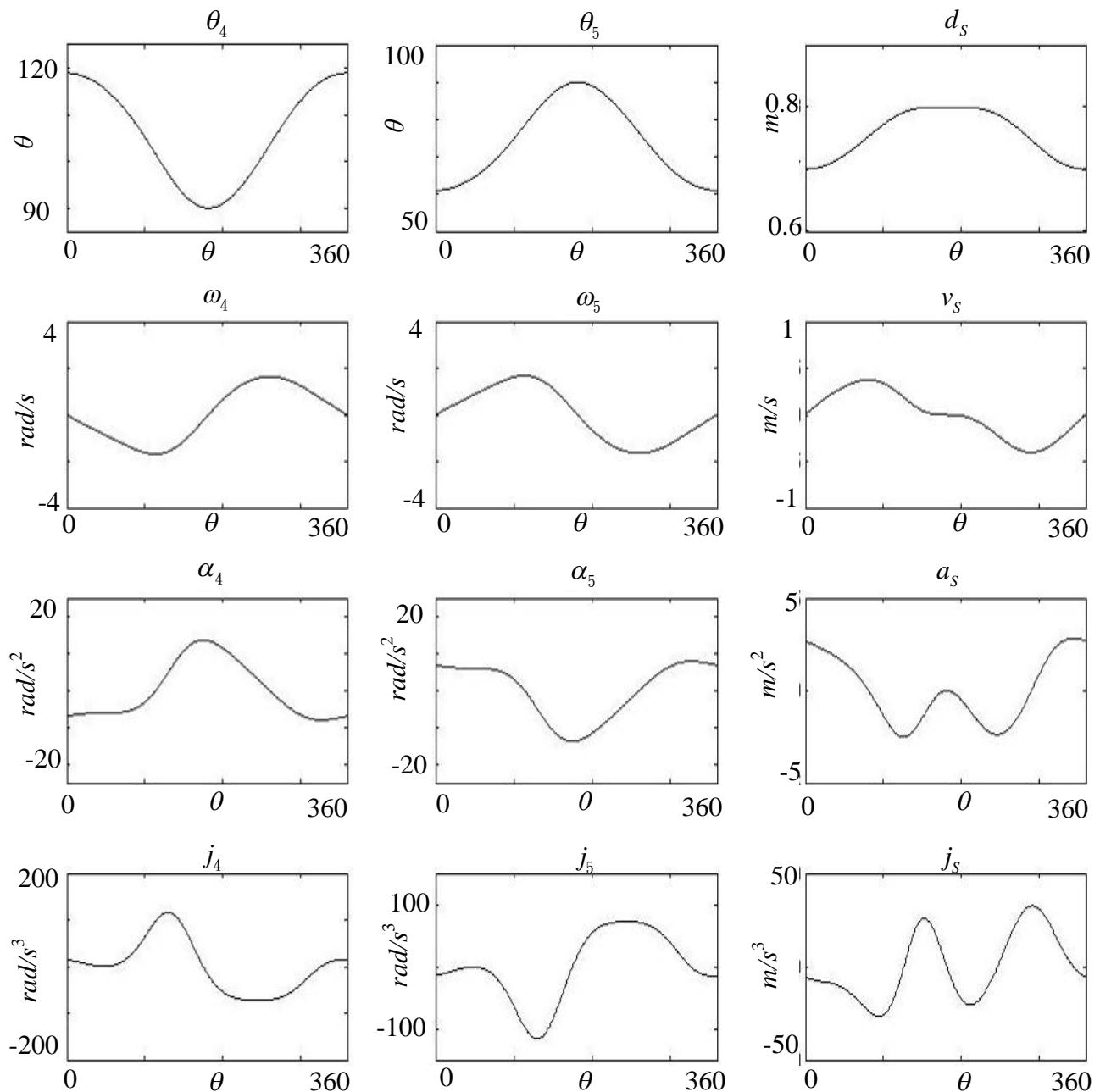


圖 6-2 六連桿桿件運動特性 II

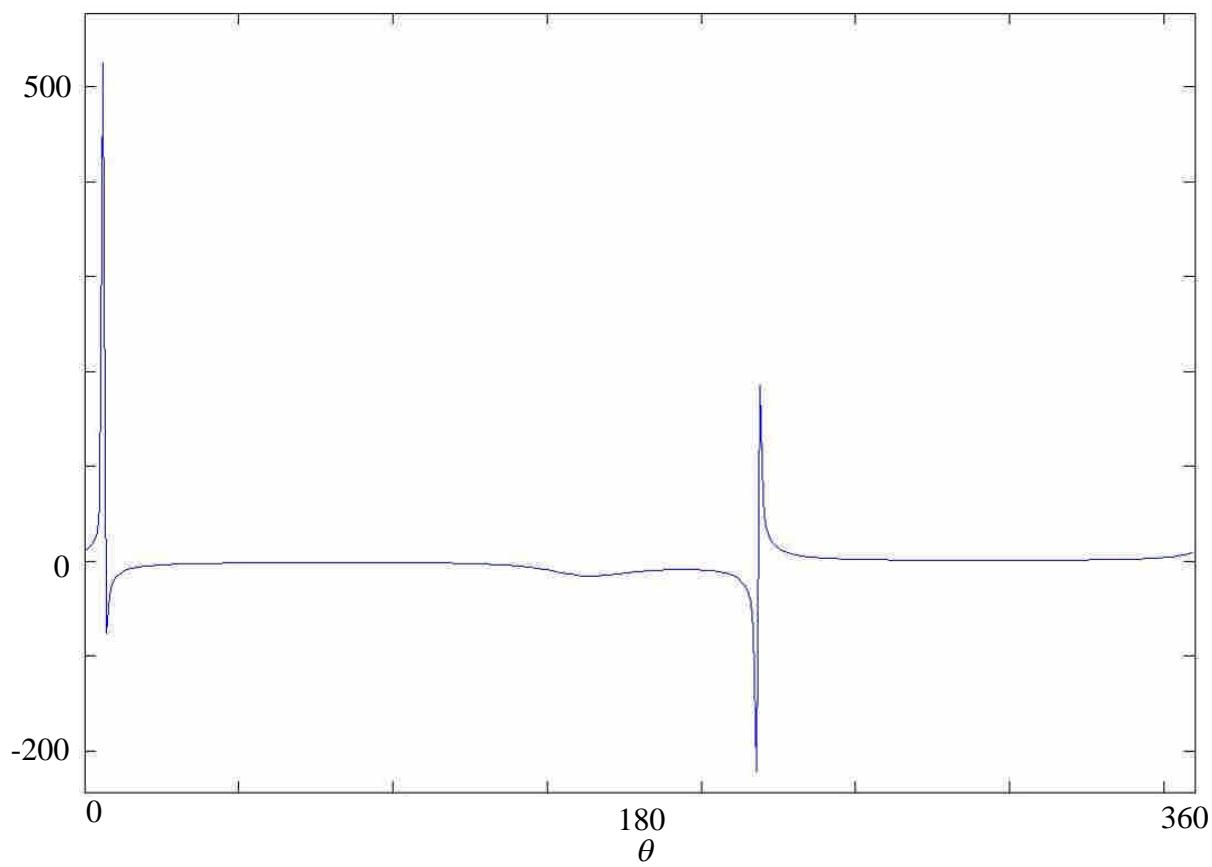


圖 6-3 六連桿桿件機械利益

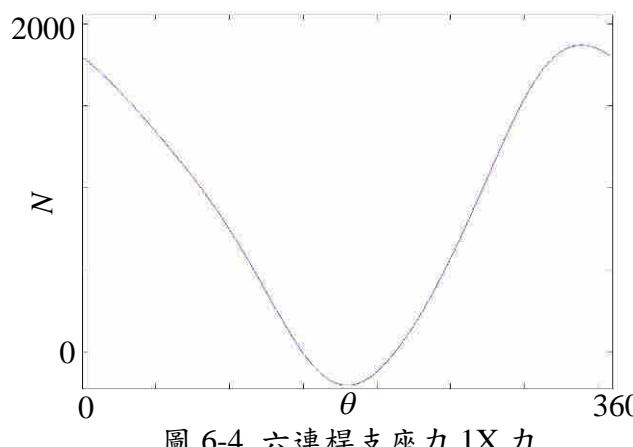


圖 6-4 六連桿支座力 1X 力

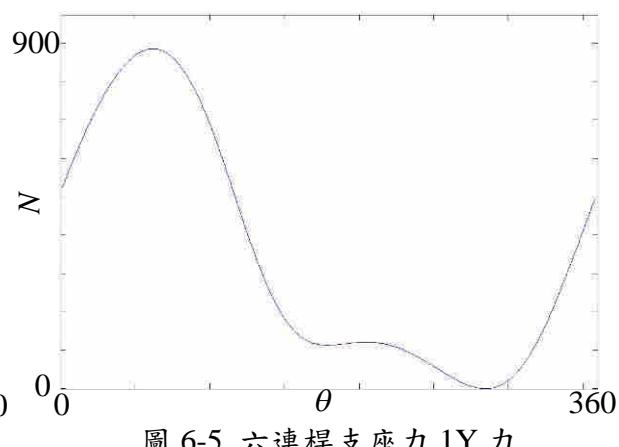


圖 6-5 六連桿支座力 1Y 力

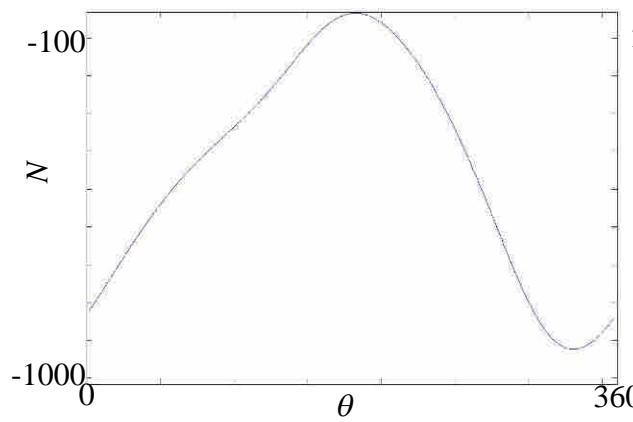


圖 6-6 六連桿支座力 2X 力

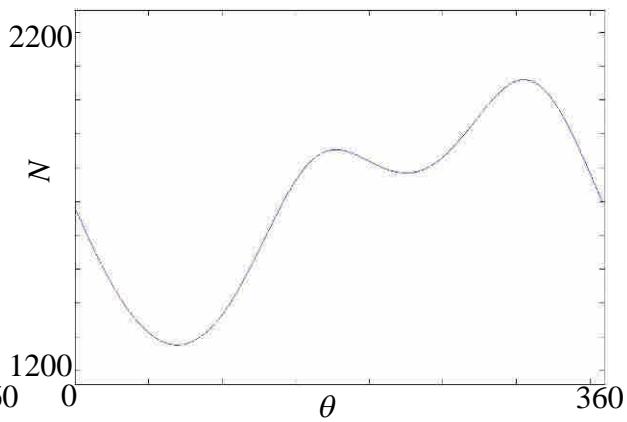


圖 6-7 六連桿支座力 2Y 力

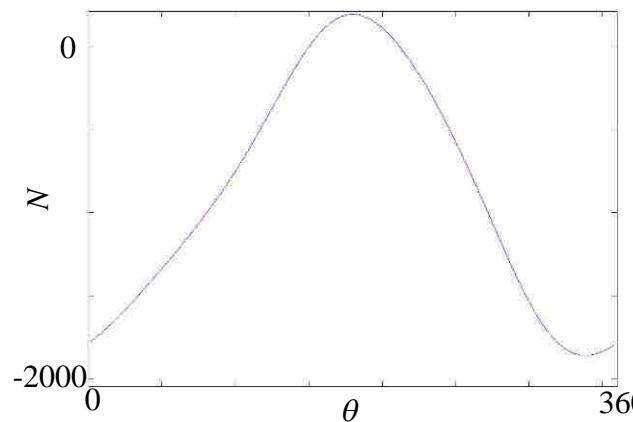


圖 6-8 六連桿 23X 力

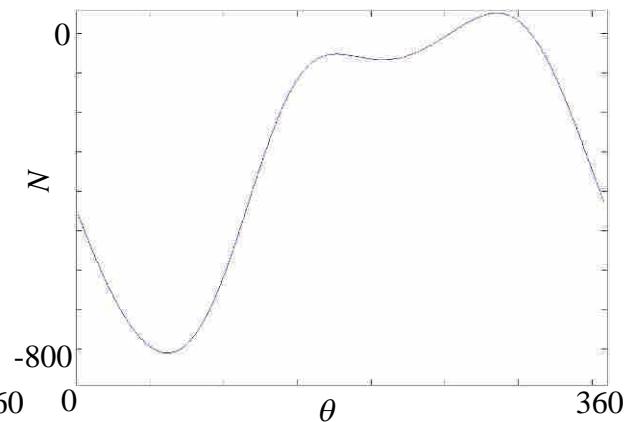


圖 6-9 六連桿 23Y 力

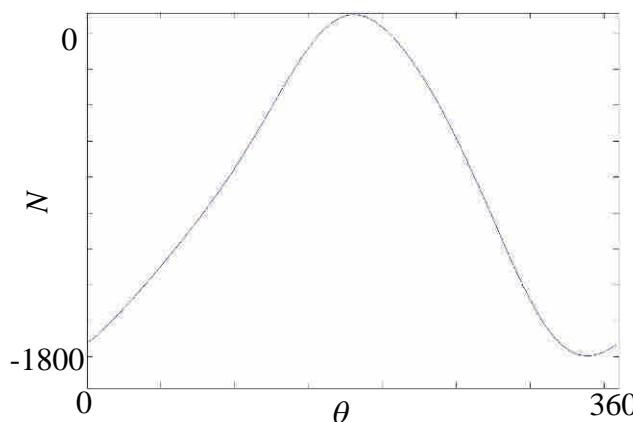


圖 6-10 六連桿 3X 力

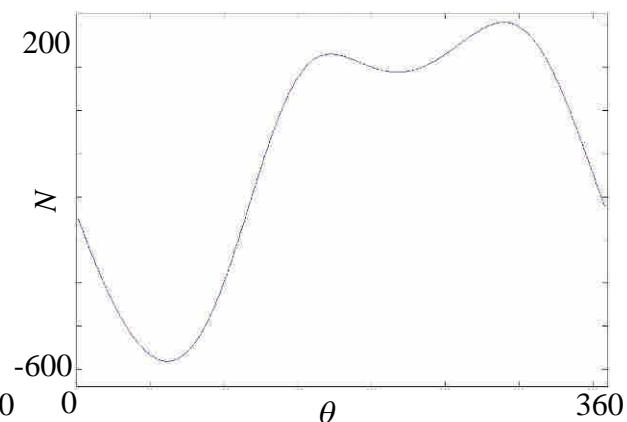


圖 6-11 六連桿 3Y 力

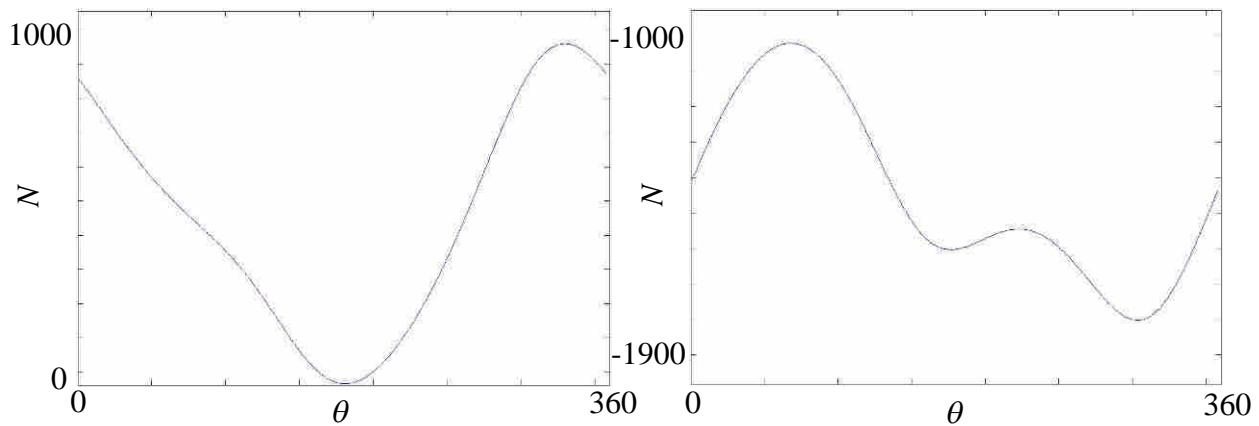


圖 6-12 六連桿 4X 力

圖 6-13 六連桿 4Y 力

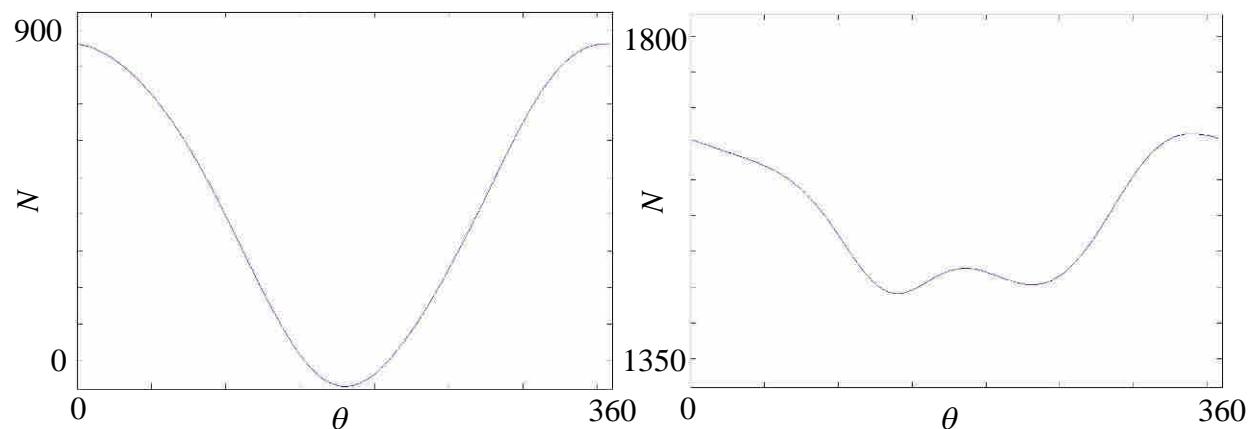


圖 6-14 六連桿 5X 力

圖 6-15 六連桿 5Y 力

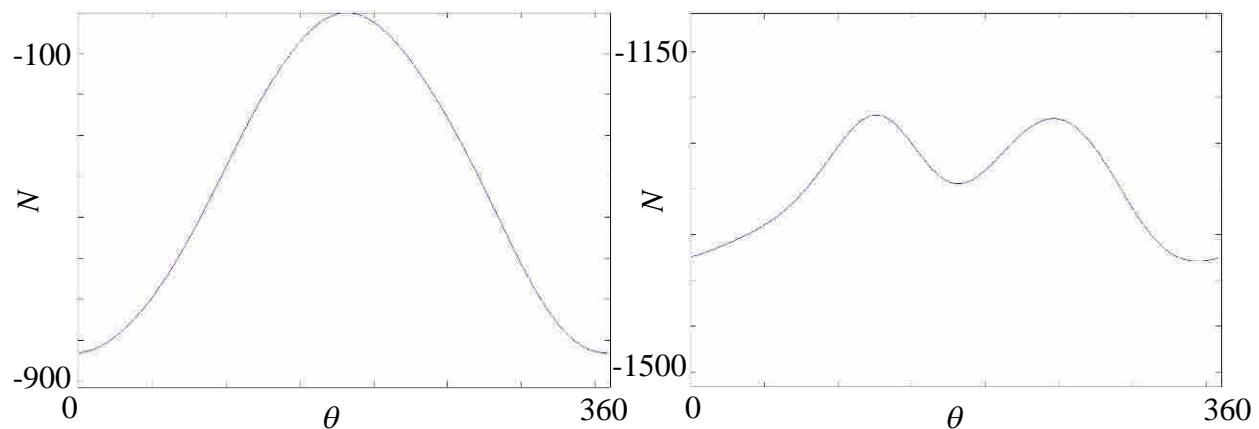


圖 6-16 六連桿 5SX 力

圖 6-17 六連桿 5SY 力

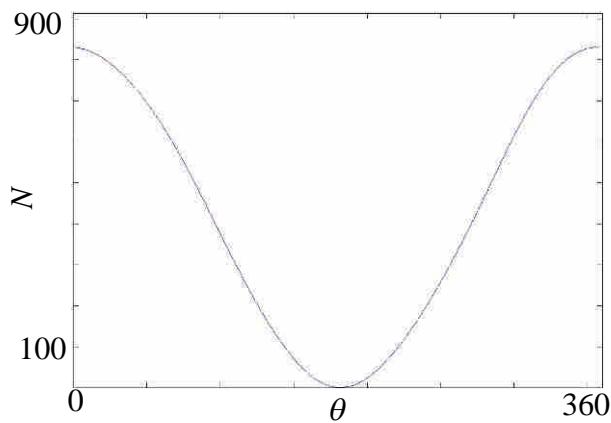


圖 6-18 六連桿滑塊正向力

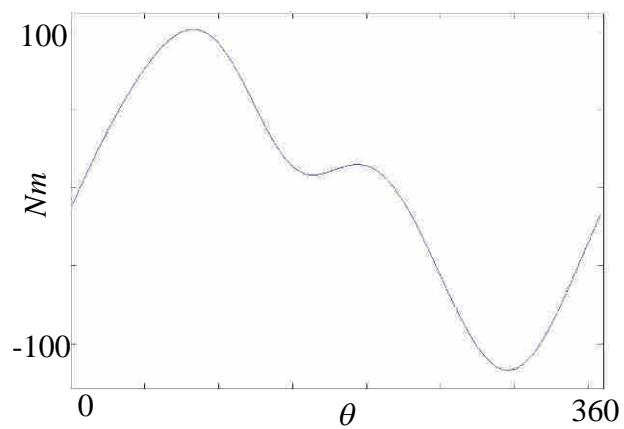


圖 6-19 六連桿扭力特性圖

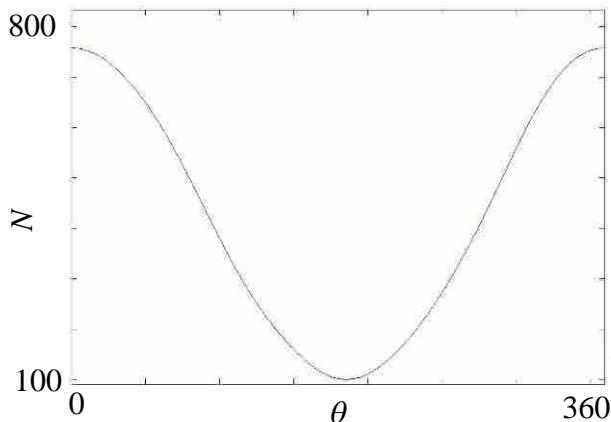


圖 6-20 支座 X 合力

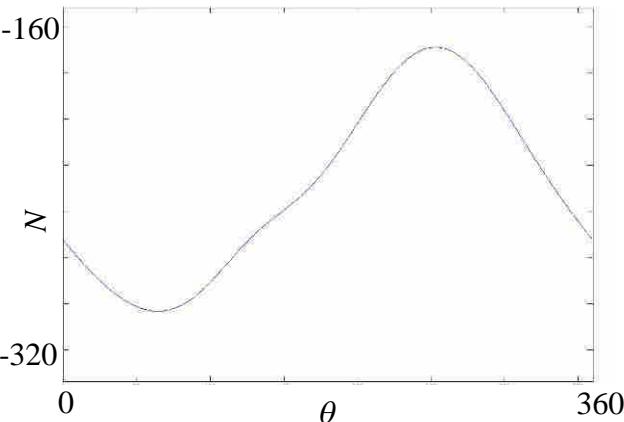


圖 6-21 支座 Y 合力

### 6-1-2 凸輪曲柄滑塊連桿機構

凸輪連桿凸輪曲柄滑塊連桿機構之尺寸參數如表 6-2，而針對滑塊合成條件，為位移下死點 0.7 m，上死點 0.8 m。此處，我們使用 4-6-7-8-9 多項式與修改等速曲線多項式做為凸輪合成之範例。

表 6-2 凸輪曲柄滑塊連桿機構設計參數

編號	長度 (m)	質量 (kg)	轉動慣量 (kgm <sup>2</sup> )	重心位置 (m)	夾角 (deg)
$r_4$	0.4	25.5	0.119	0.2	0
$r_5$	0.4	25.5	0.119	0.2	0
$r_{5,1}$	0.4				90
$r_s$	0	30		0	0
$r_{cam}$		45		0	0
從動件半徑	0.02				

圖 6-22 為凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一之運動特性，而從動件運動軌跡如圖 6-23，而圖 6-24 則為凸輪外廓，圖 6-25 為壓力角。

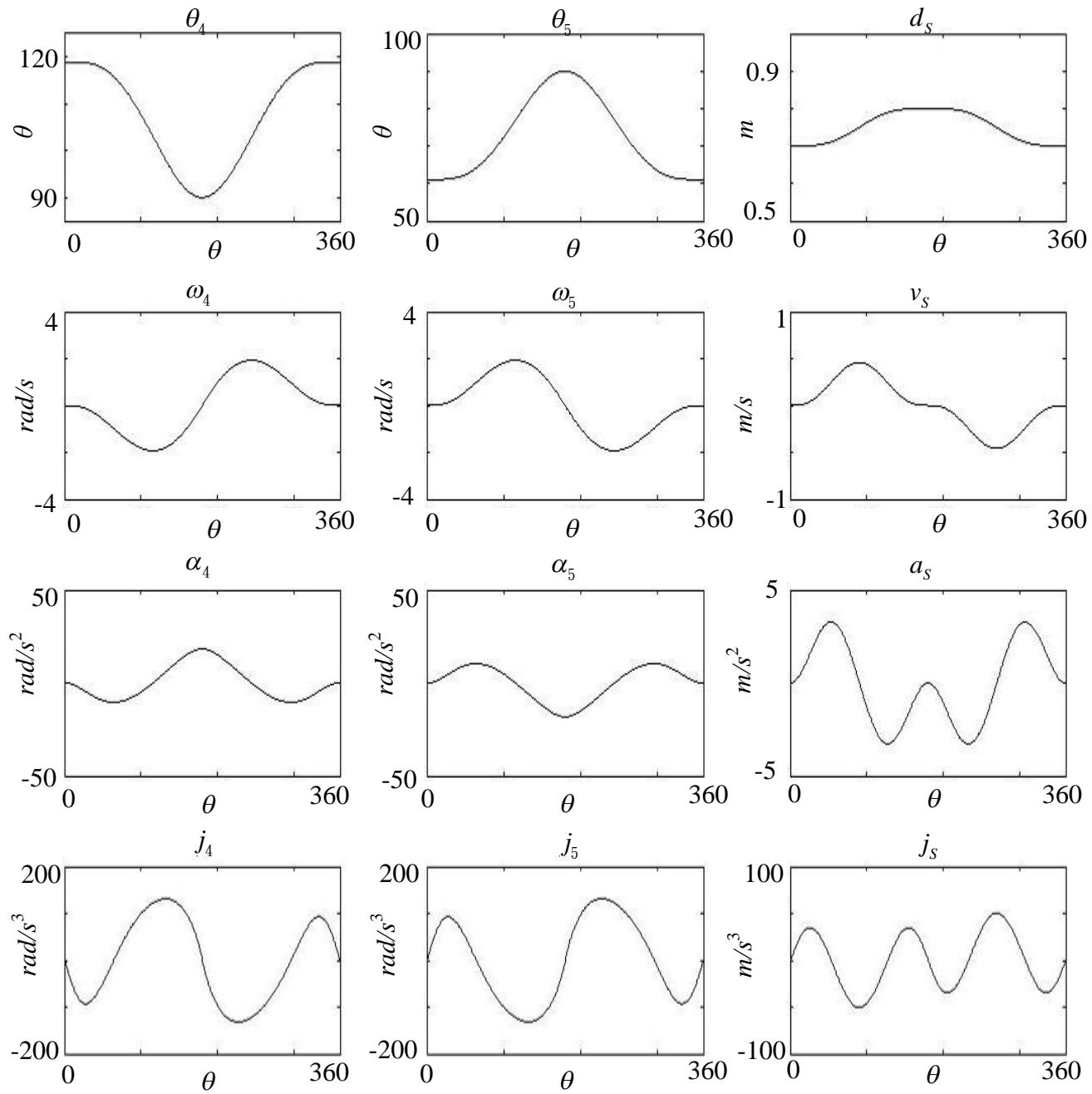


圖 6-22 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一運動特性

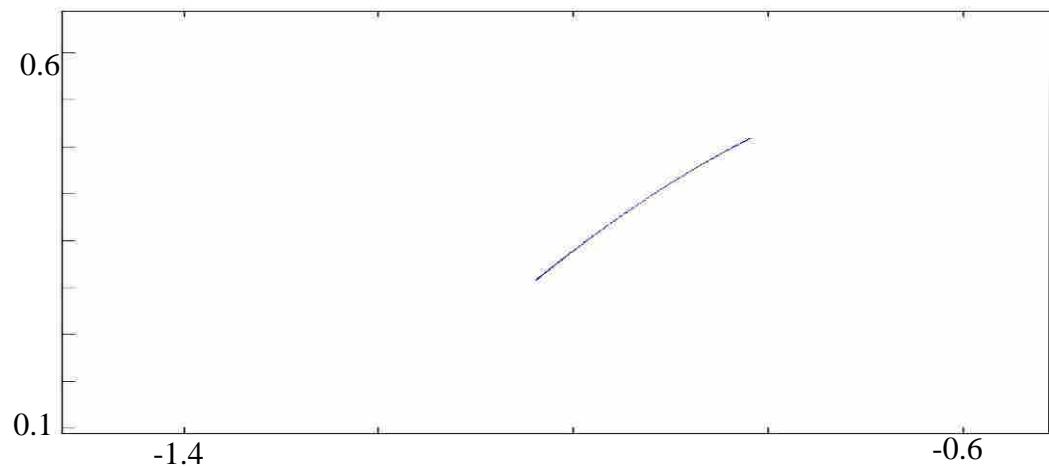


圖 6-23 凸輪曲柄滑塊連桿機構從動件軌跡

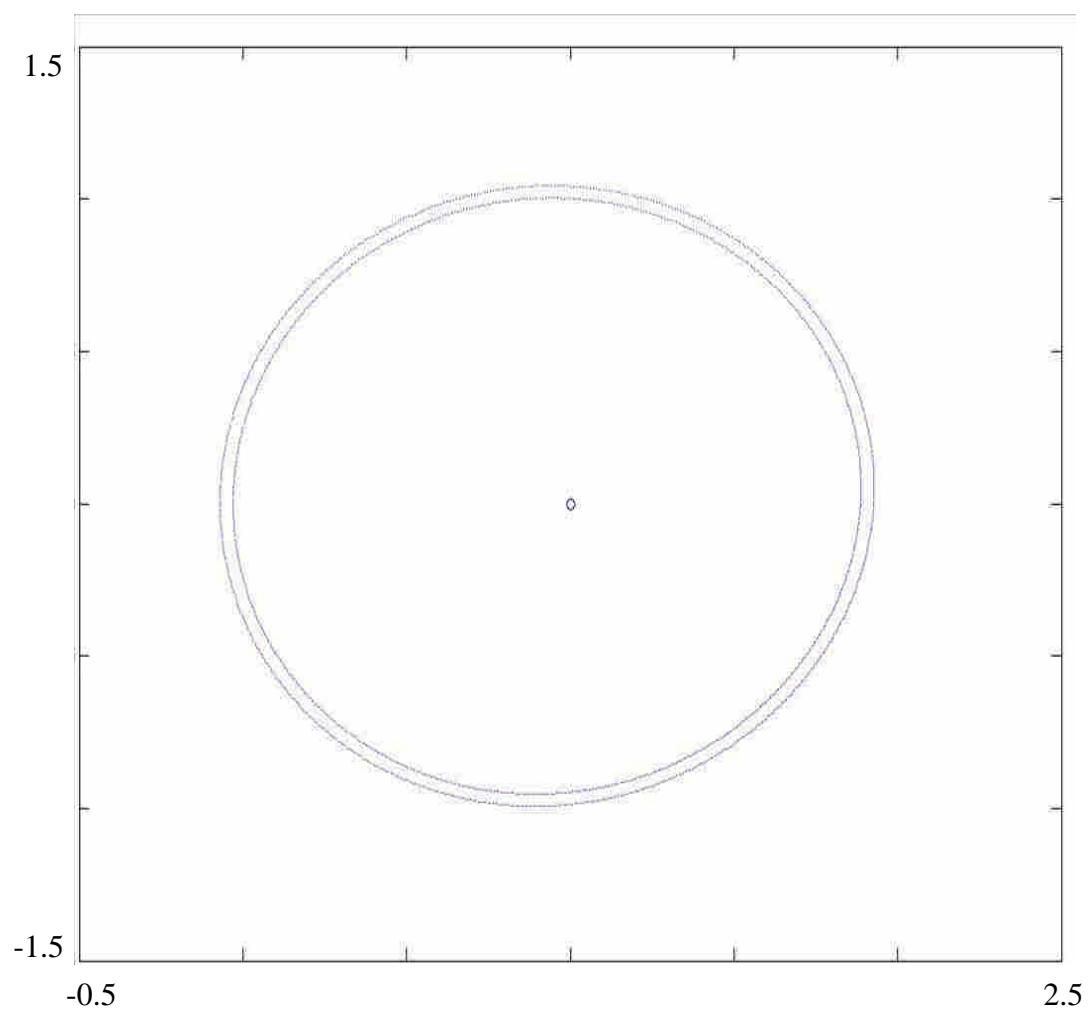


圖 6-24 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一凸輪外廓

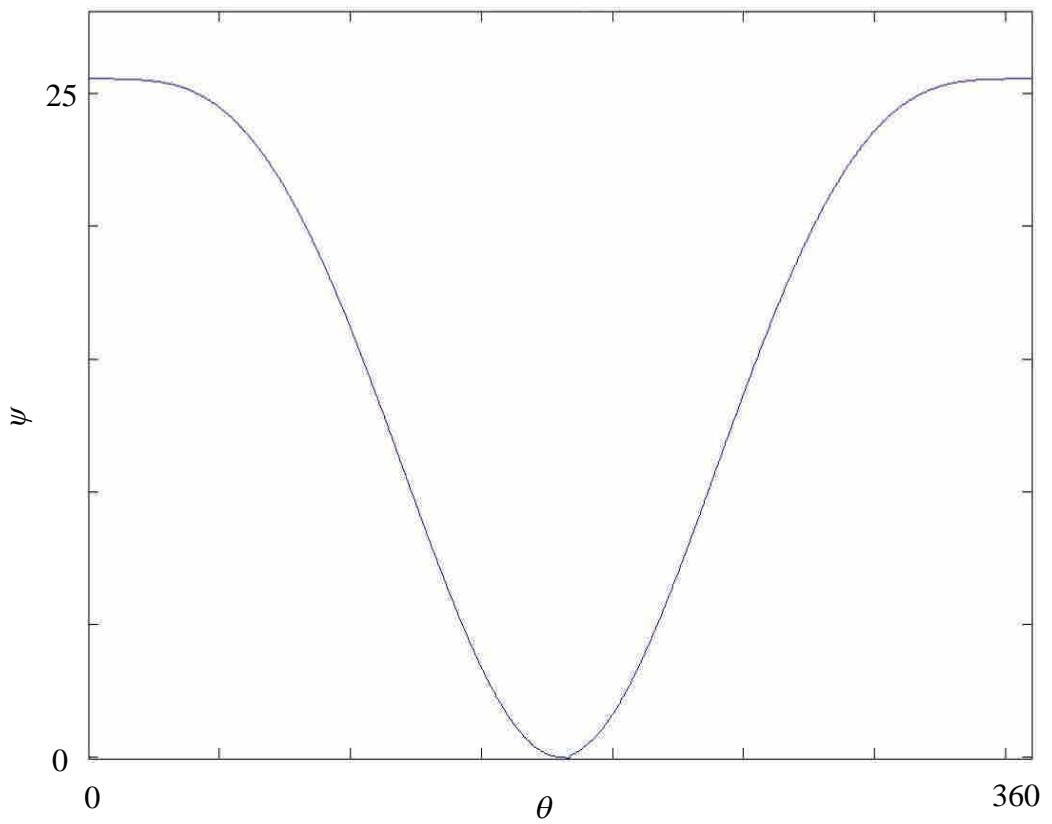


圖 6-25 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一壓力角

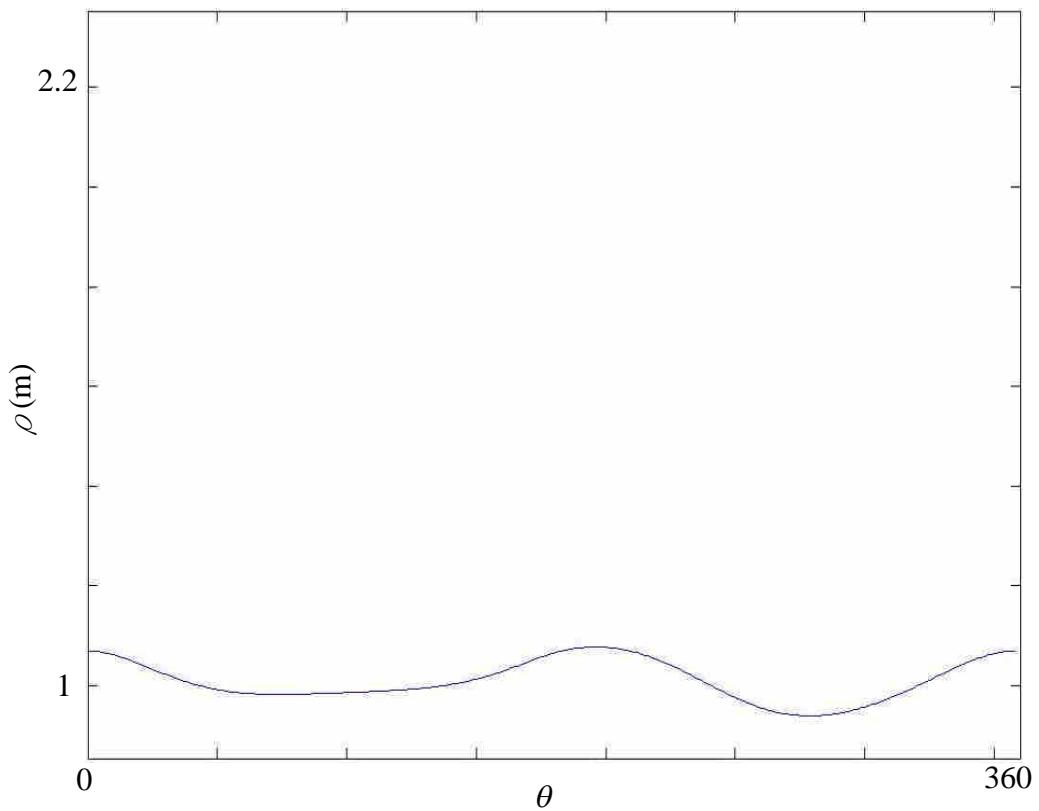


圖 6-26 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一曲率半徑

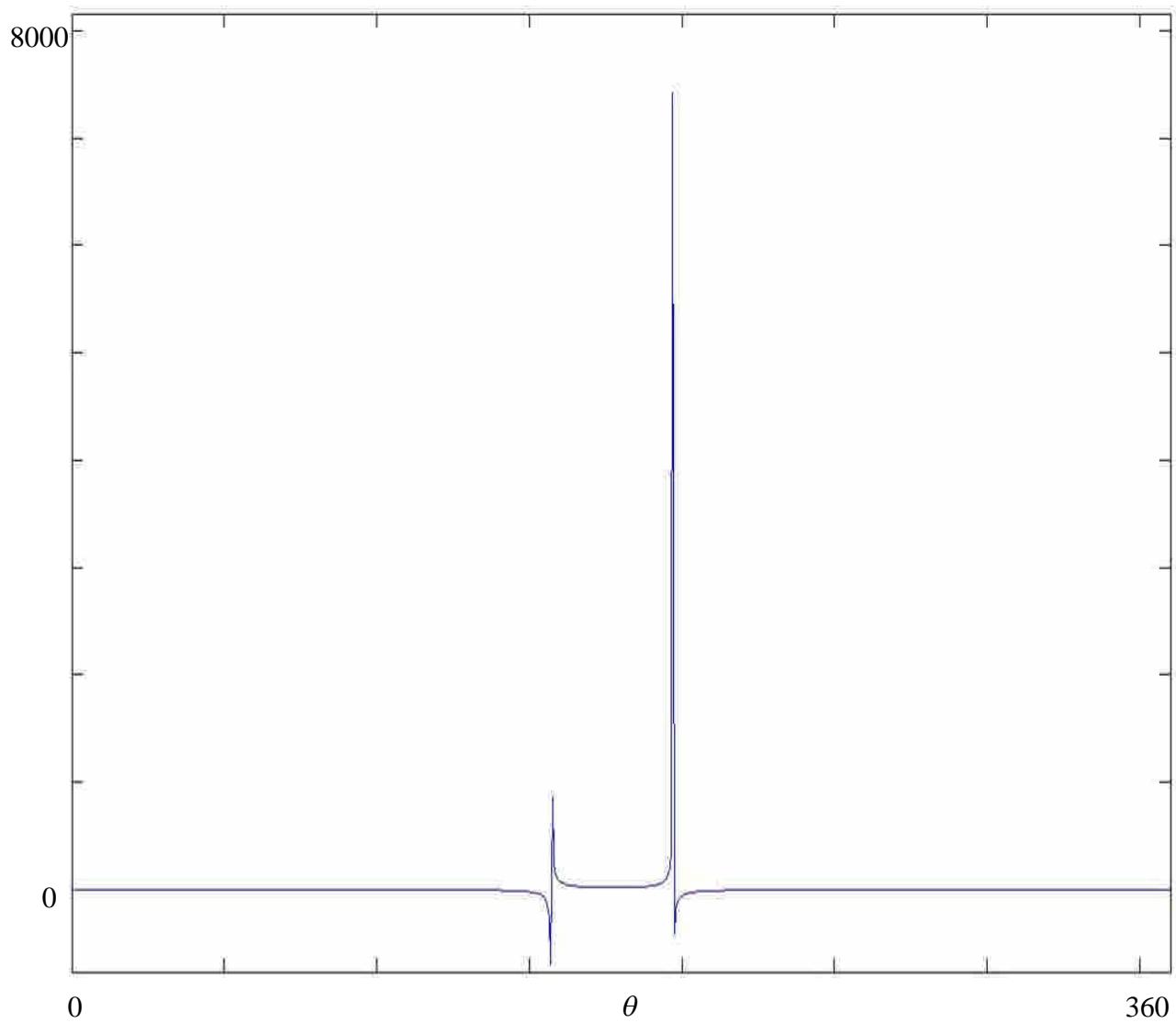


圖 6-27 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一機械利益

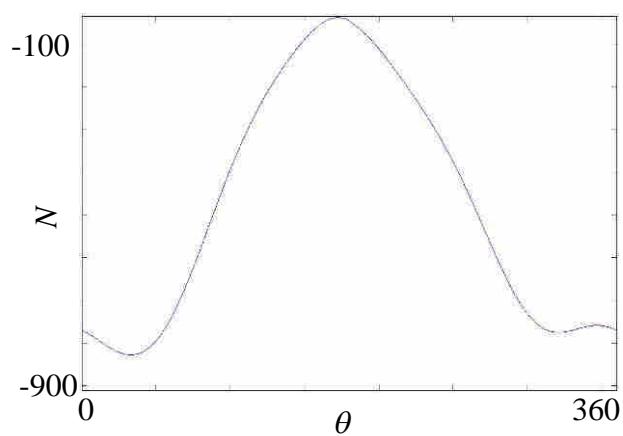


圖 6-28 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一  
支座 X 力

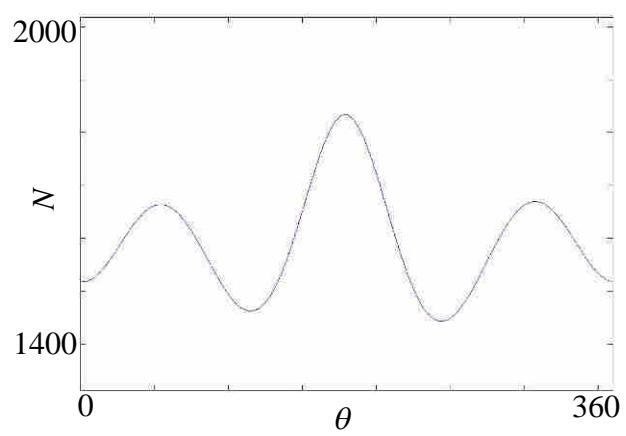


圖 6-29 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一  
支座 Y 力

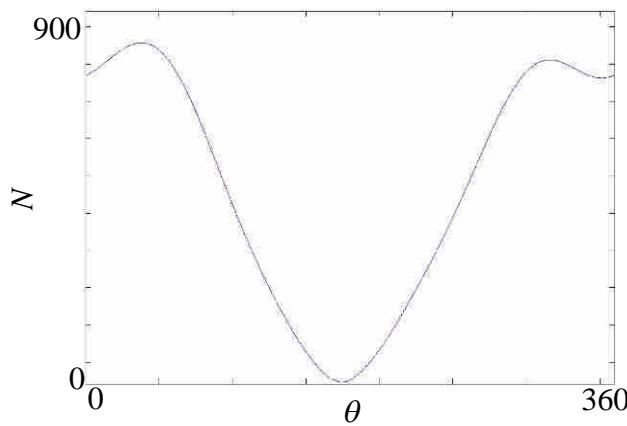


圖 6-30 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一

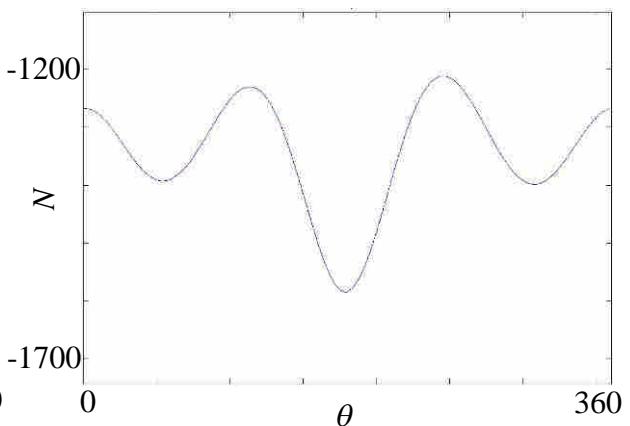


圖 6-31 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一

23X 力

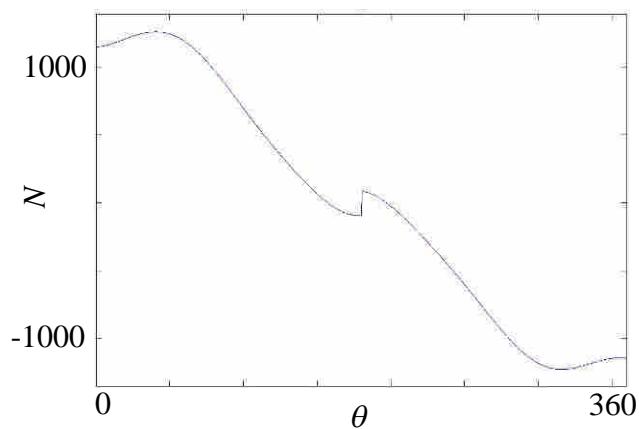


圖 6-32 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一

23Y 力

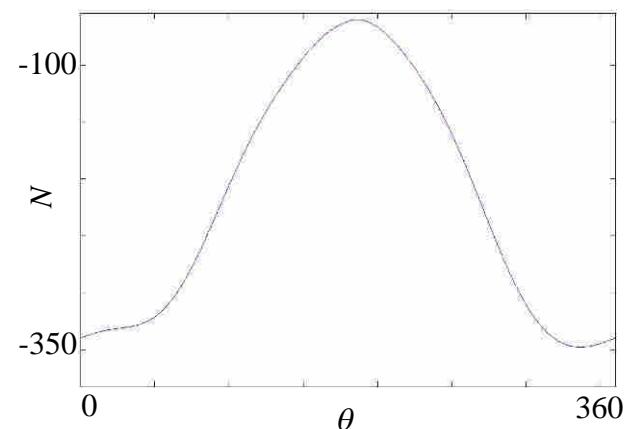


圖 6-33 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一

c3 力

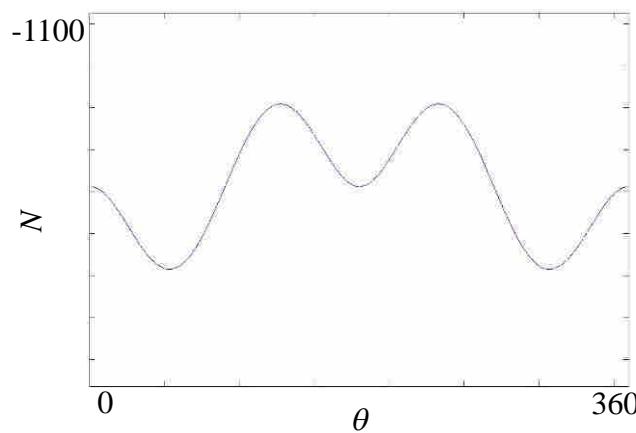


圖 6-34 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一

34Y 力

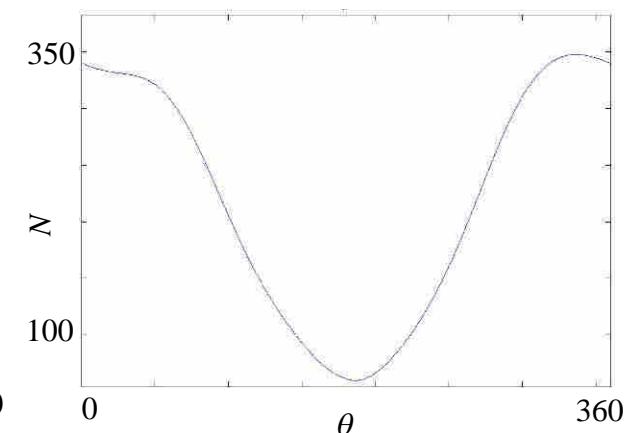


圖 6-35 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一

正向力

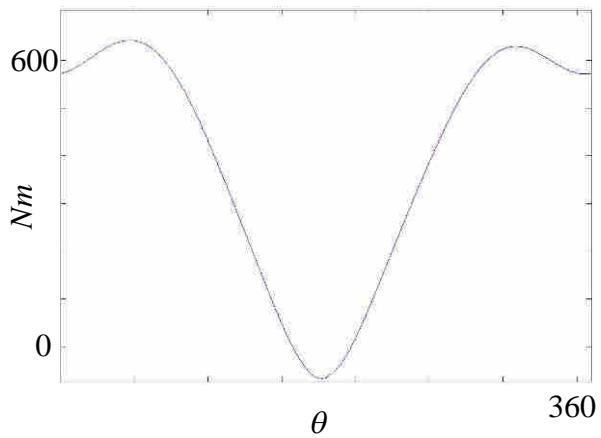


圖 6-36 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一  
驅動扭矩

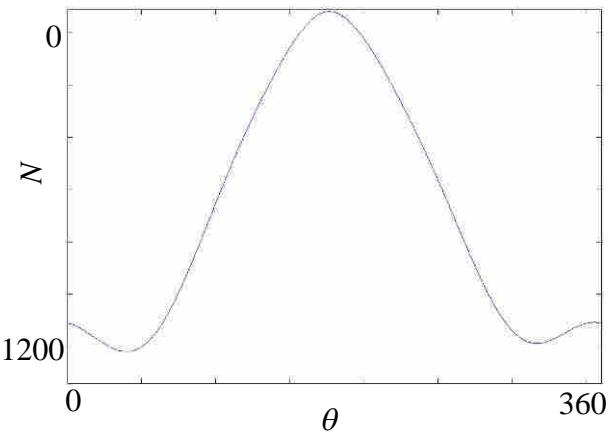


圖 6-37 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一  
凸輪支座 X 力

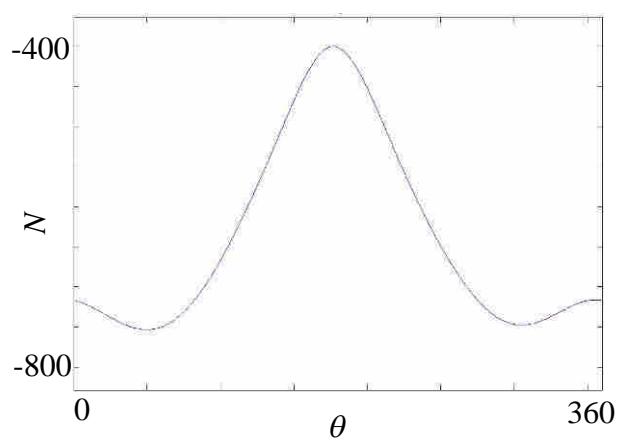


圖 6-38 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一  
支座 Y 力

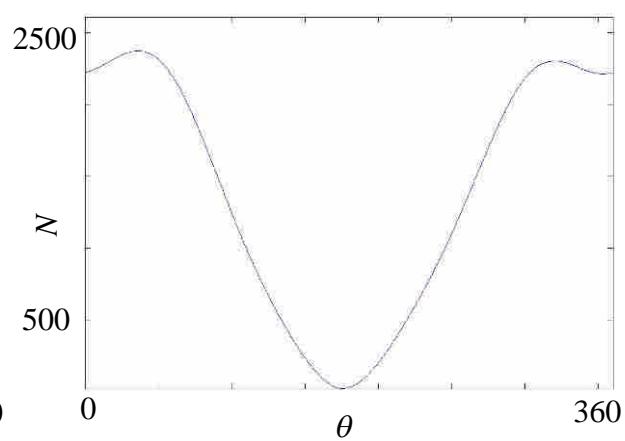


圖 6-39 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一  
支座 X 合力

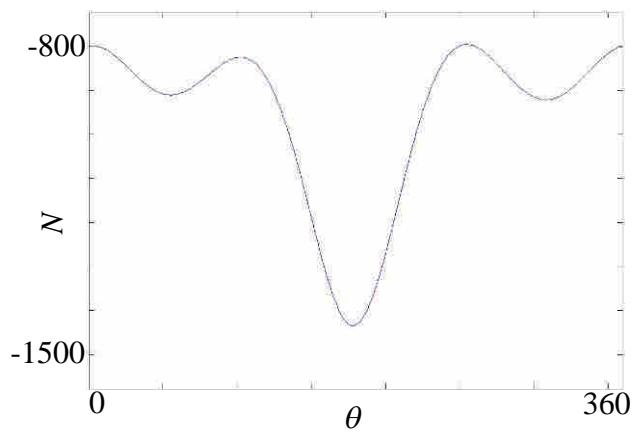


圖 6-40 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一  
支座 Y 合力

曲線二運動特性如圖 6-41，圖 6-42 為凸輪外廓，圖 6-43 為壓力角。

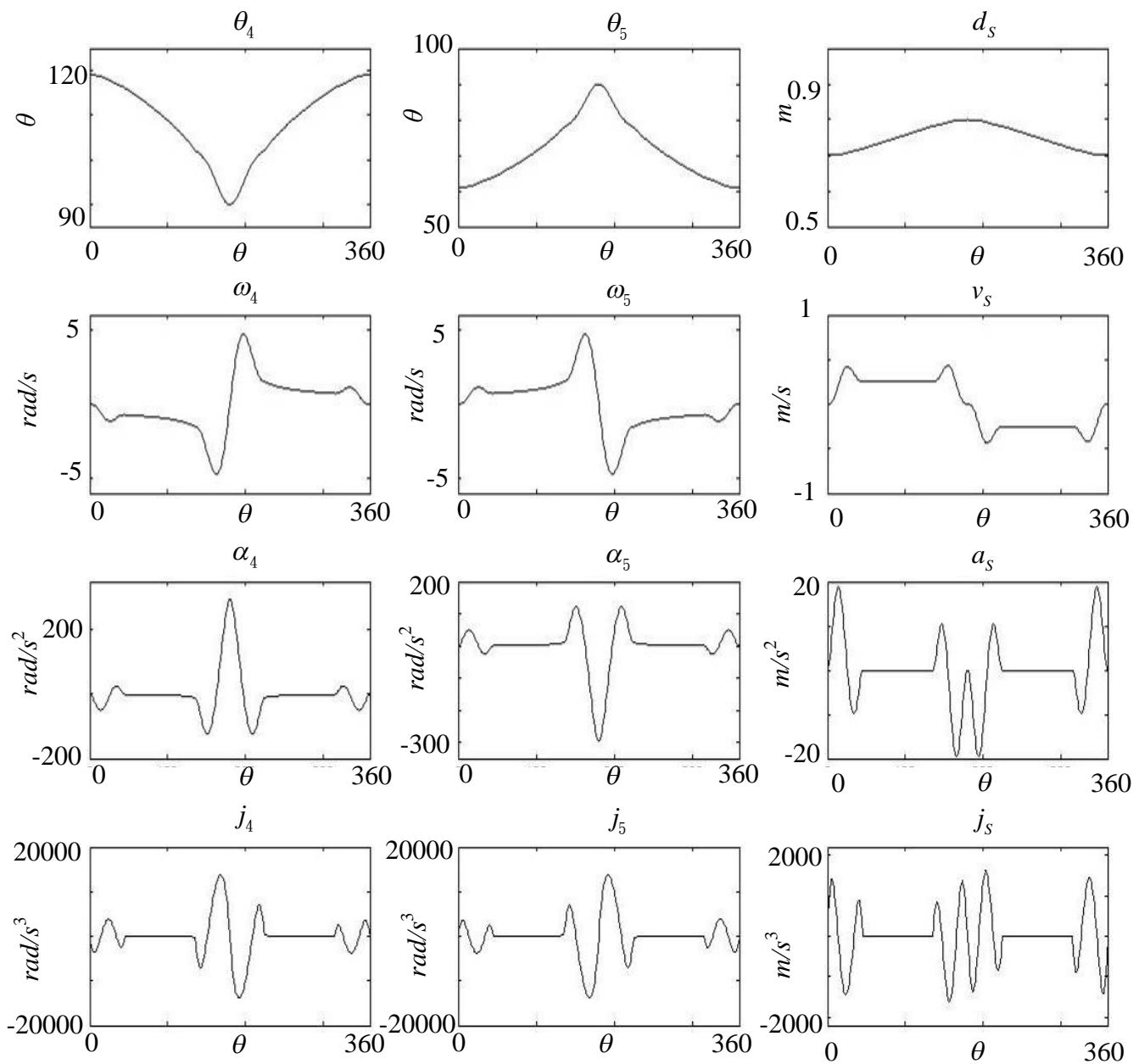


圖 6-41 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線二運動特性

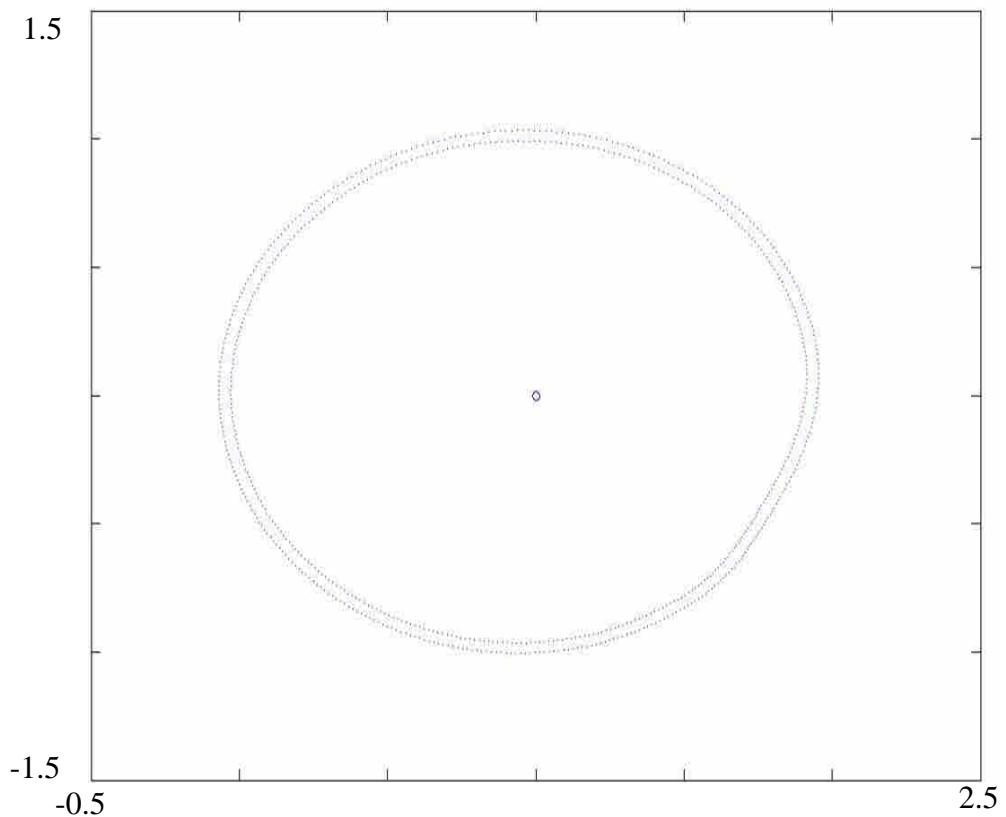


圖 6-42 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線二凸輪外廓

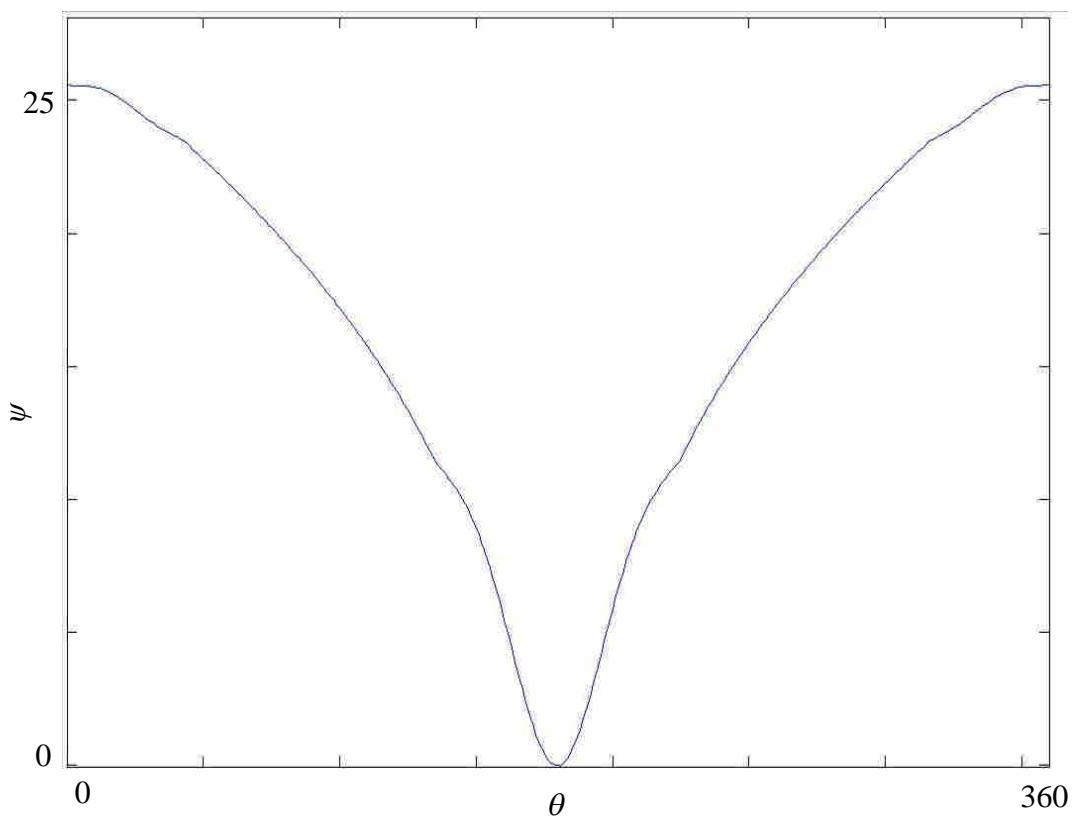


圖 6-43 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線二壓力角

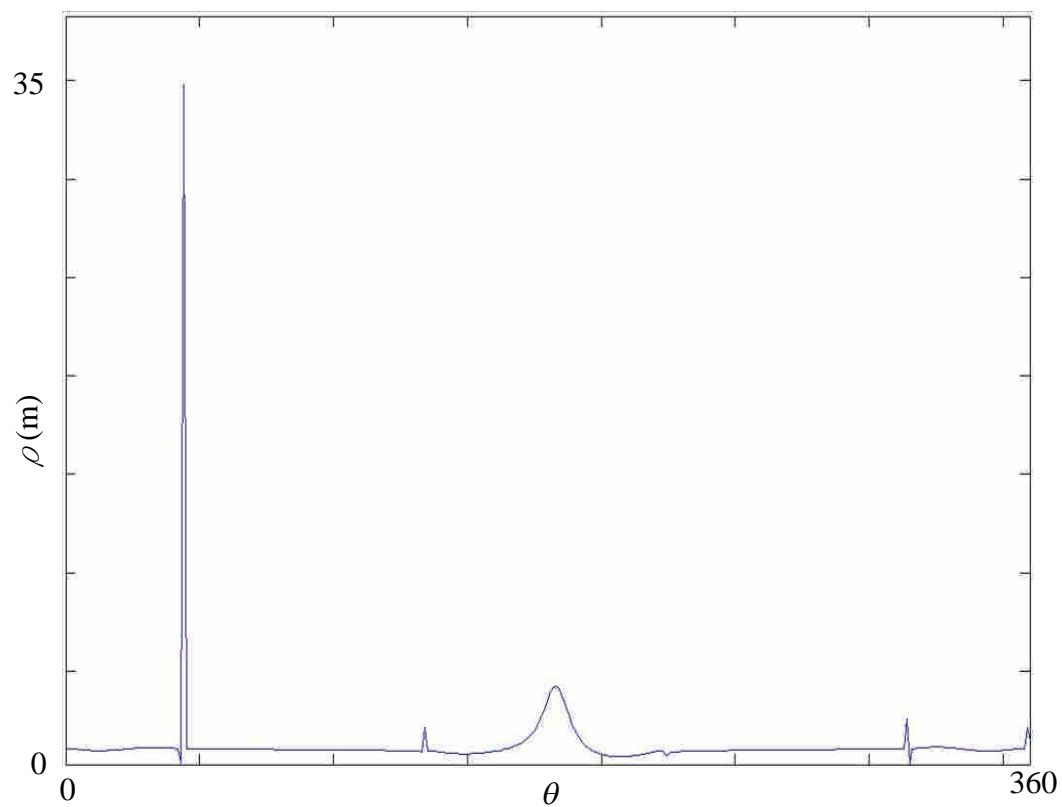


圖 6-44 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線二曲率半徑

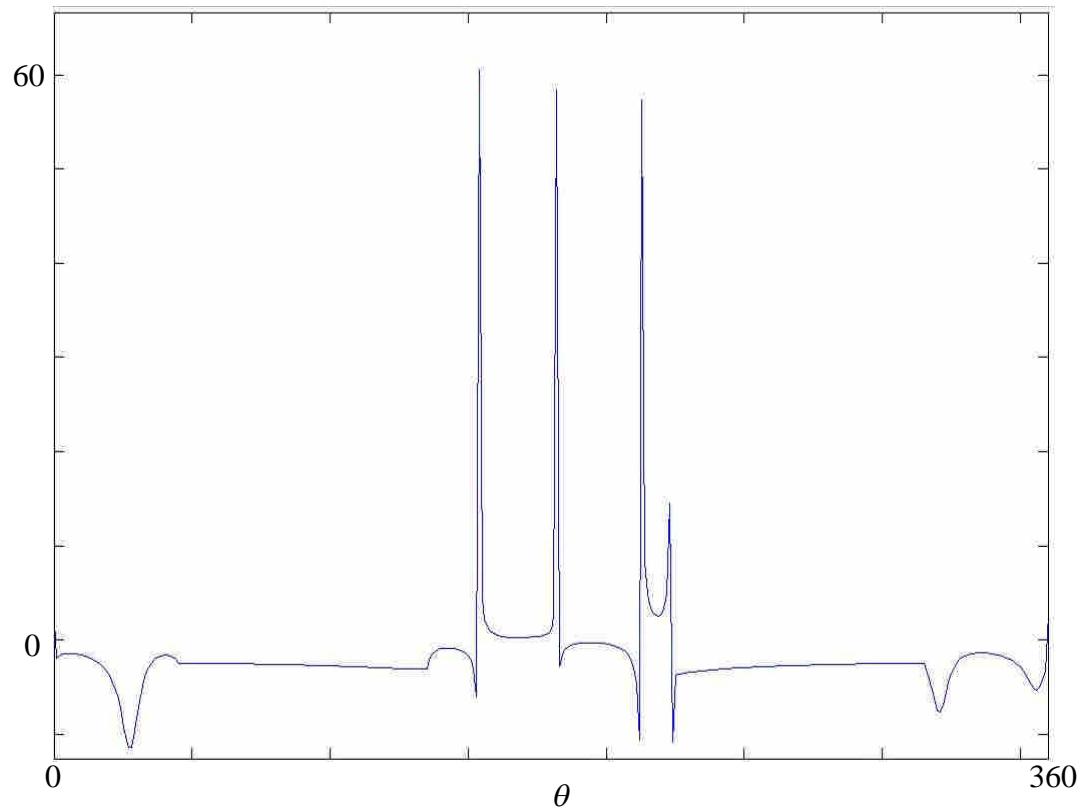


圖 6-45 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線二機械利益

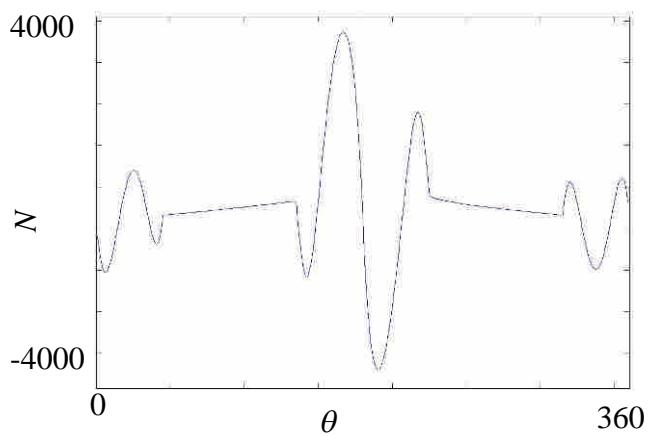


圖 6-46 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線二

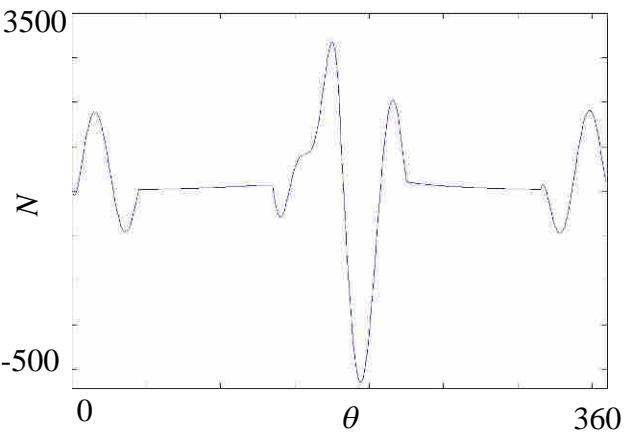


圖 6-47 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線二

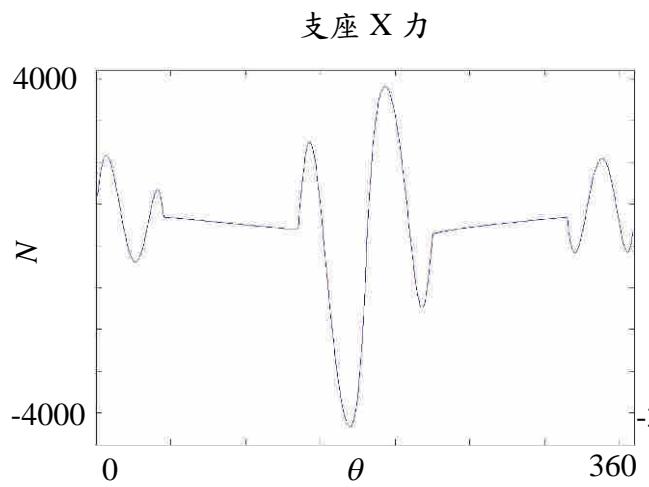


圖 6-48 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線二

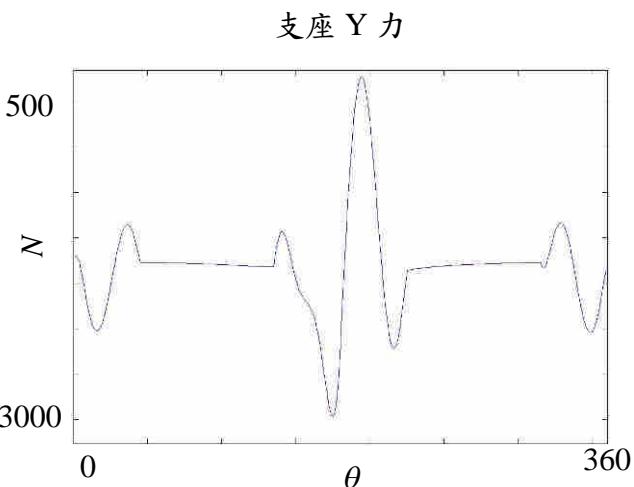


圖 6-49 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線二

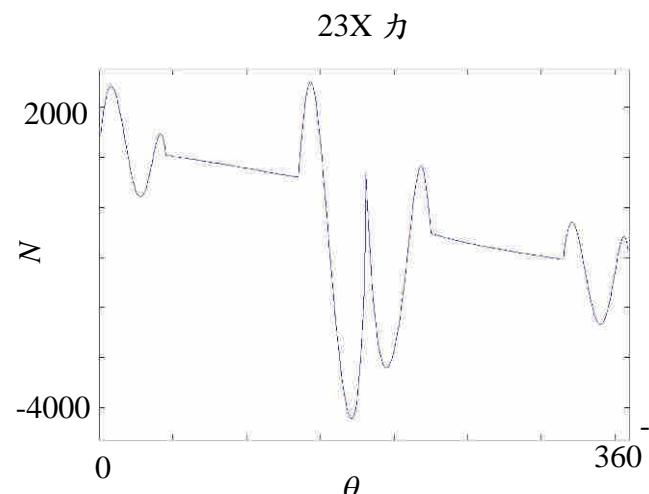


圖 6-50 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線二

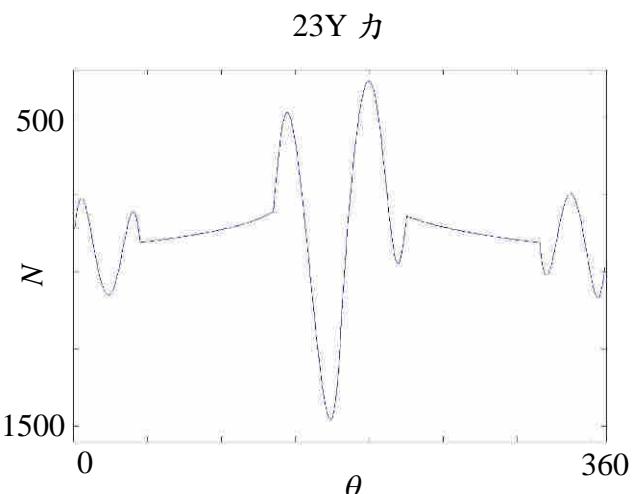


圖 6-51 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線二

c3 力

34X 力

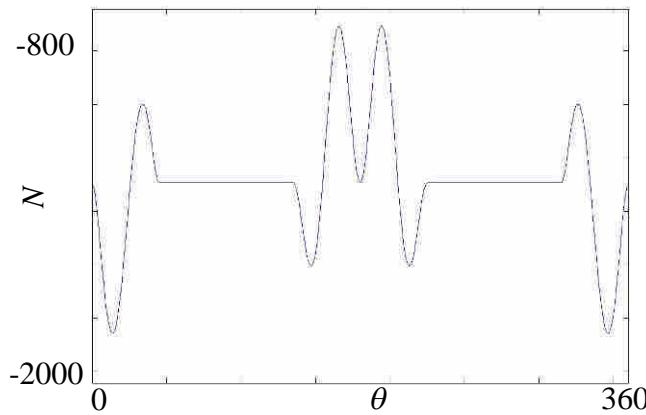


圖 6-52 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線二

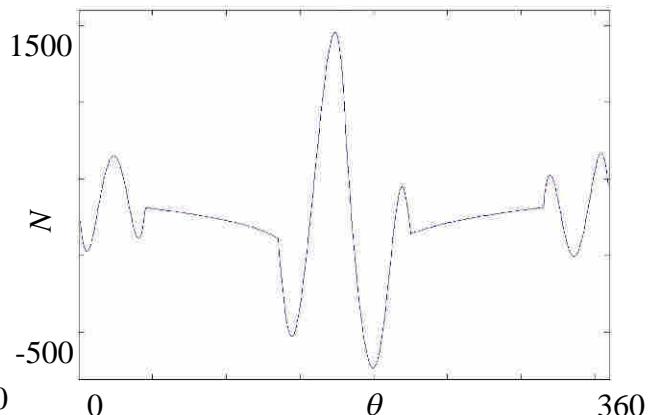


圖 6-53 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線二

34Y 力

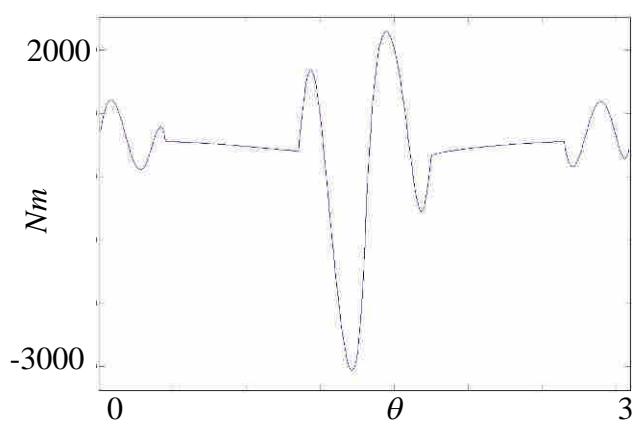


圖 6-54 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線二

正向力

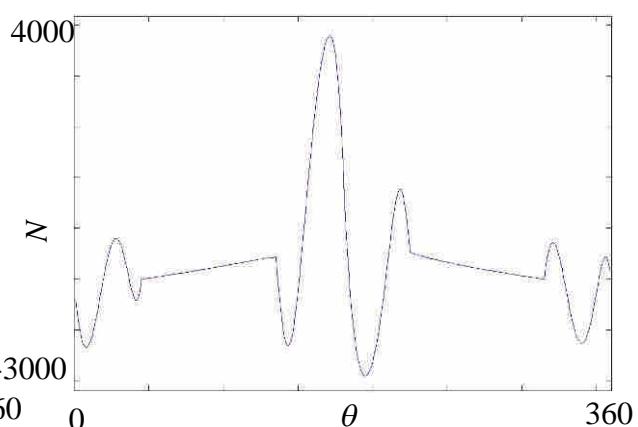


圖 6-55 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線二

驅動扭矩

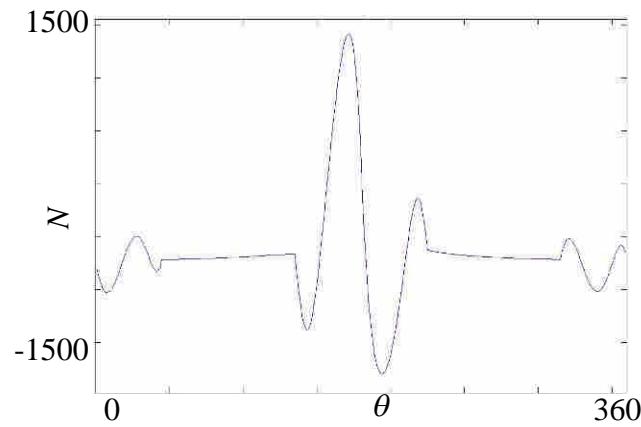


圖 6-56 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線二

凸輪支座 X 力

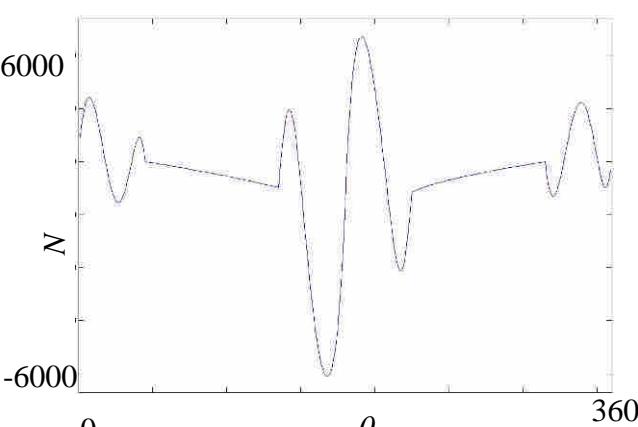


圖 6-57 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線二

凸輪支座 Y 力

支座 X 合力

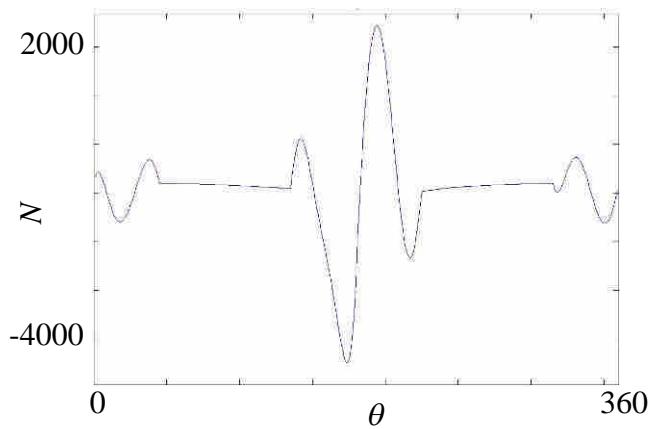


圖 6-58 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線二

支座 Y 合力

### 6-1-3 凸輪雙滑塊連桿機構

凸輪連桿凸輪雙滑塊連桿機構之尺寸參數如表 6-3，滑塊合成條件為位移下死點 0.3 m，上死點 048 m。此處，同樣使用 4-6-7-8-9 多項式與修改等速曲線多項式做為凸輪合成之範例。

表 6-3 凸輪雙滑塊連桿機構設計參數

編號	長度 (m)	質量 (kg)	轉動慣量 ( $\text{kgm}^2$ )	重心位置 (m)	重心夾角 (deg)
$r_4$	0	30		0	0
$r_5$	0.4	25.5	0.119	0.2	0
$r_{5,1}$	0.4				90
$r_s$	0	30		0	0
$r_{cam}$		45		0	0
從動件半徑	0.02				

圖 6-59 為凸輪雙滑塊連桿機構曲線一之運動特性，而從動件運動軌跡如圖 6-60，而圖 6-61 則為凸輪外廓，圖 6-62 為壓力角。

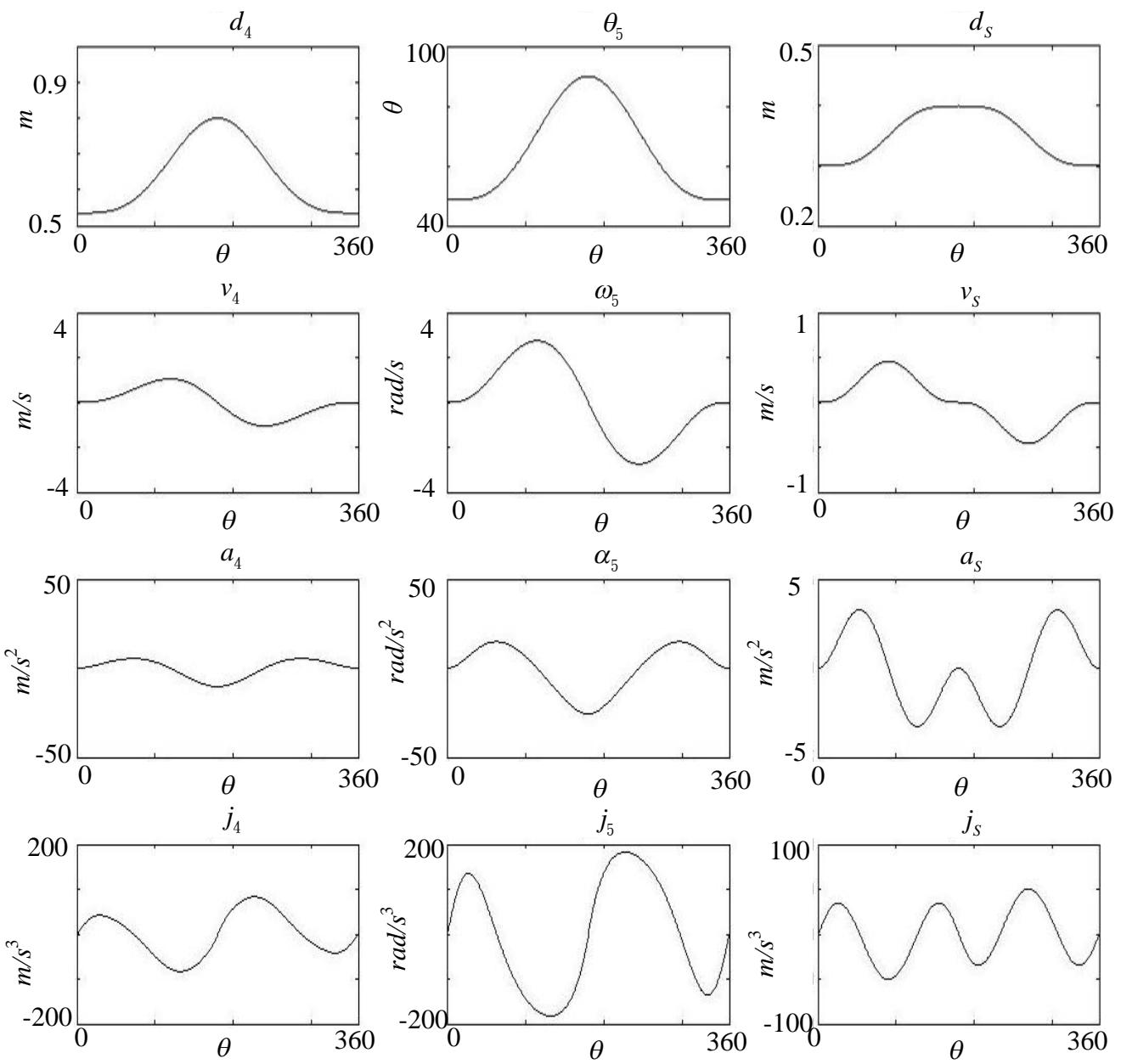


圖 6-59 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一運動特性

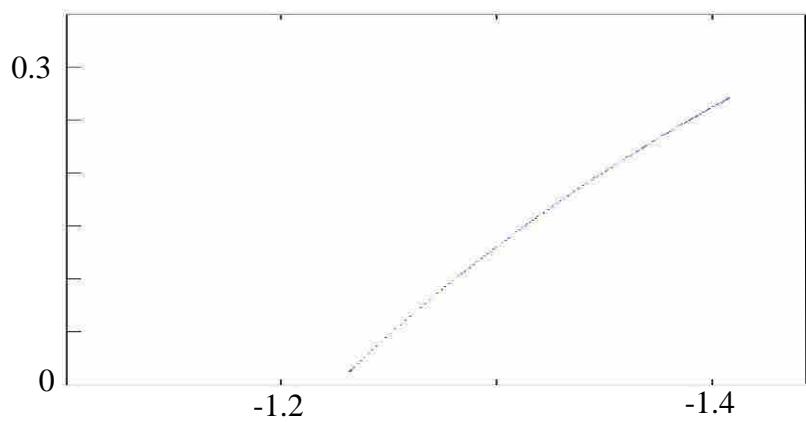


圖 6-60 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一從動件軌跡

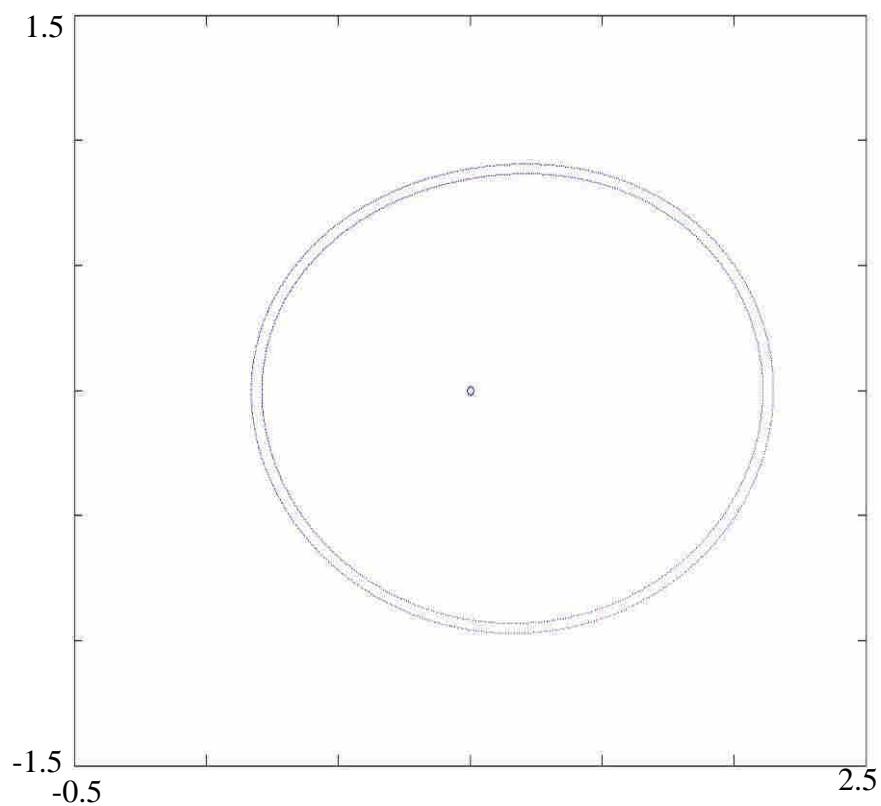


圖 6-61 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一凸輪外廓

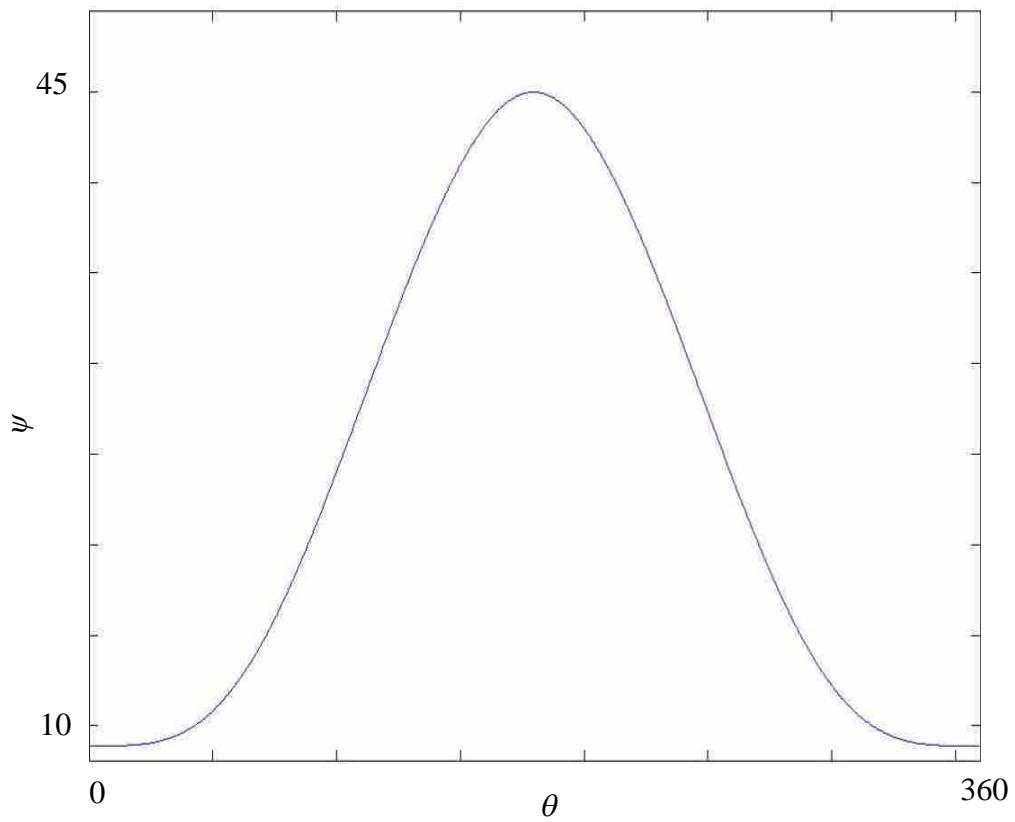


圖 6-62 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一壓力角

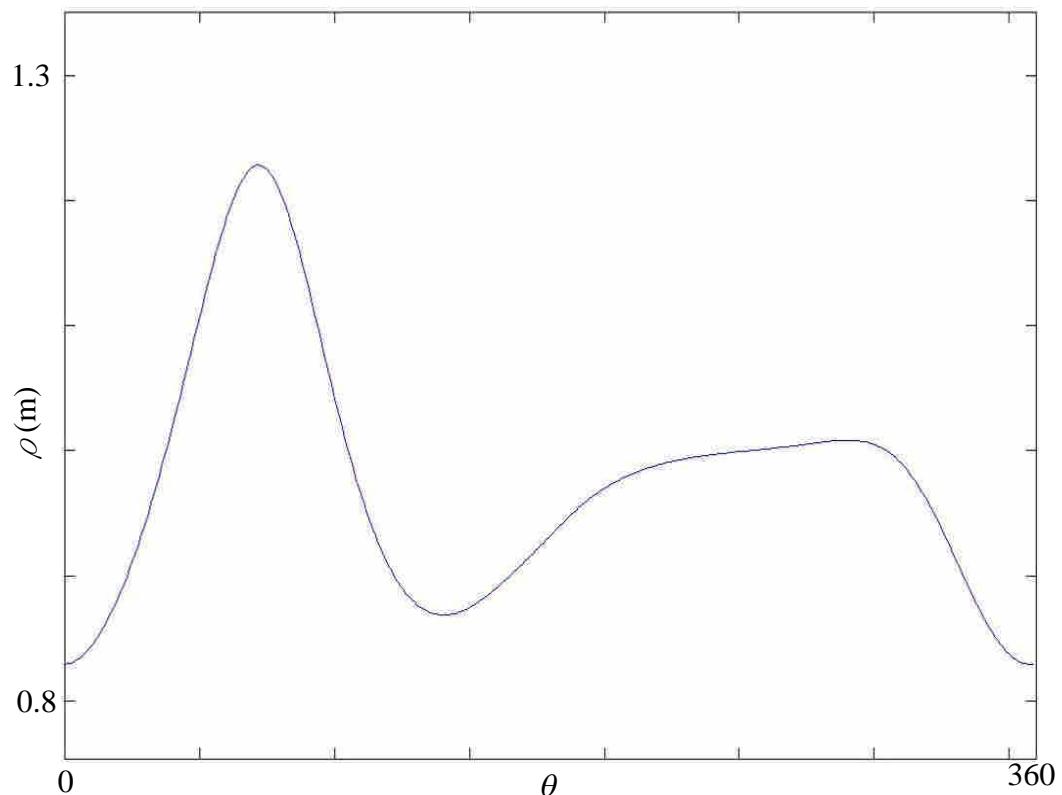


圖 6-63 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一曲率半徑

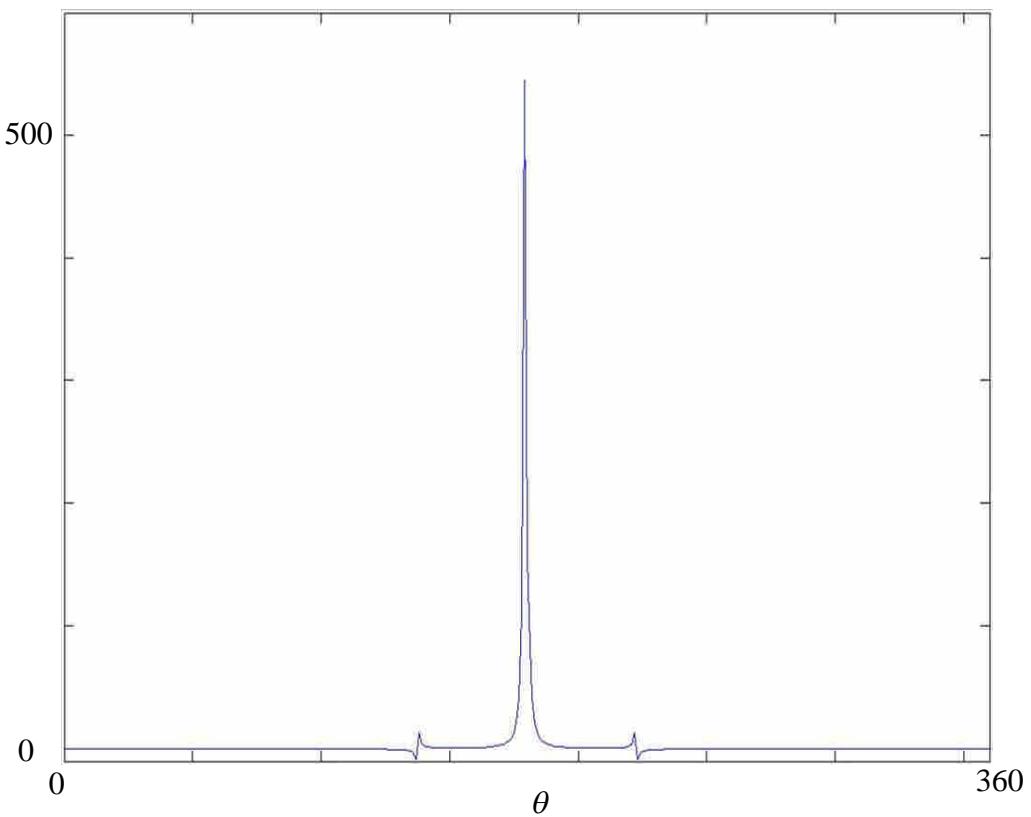


圖 6-64 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一機械利益

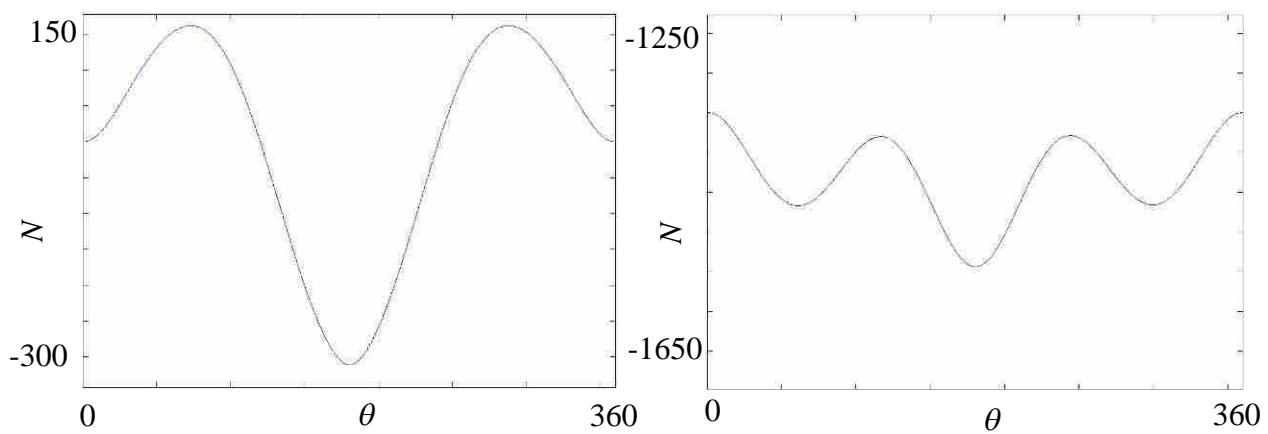


圖 6-65 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一 23X 力 圖 6-66 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一 23Y 力

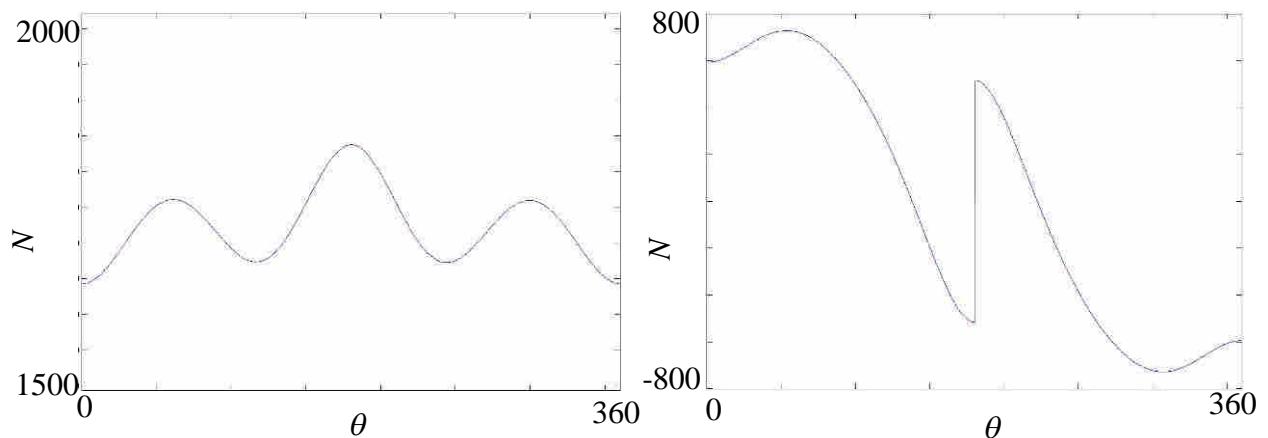


圖 6-67 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一正向力 1 圖 6-68 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一 c3 力

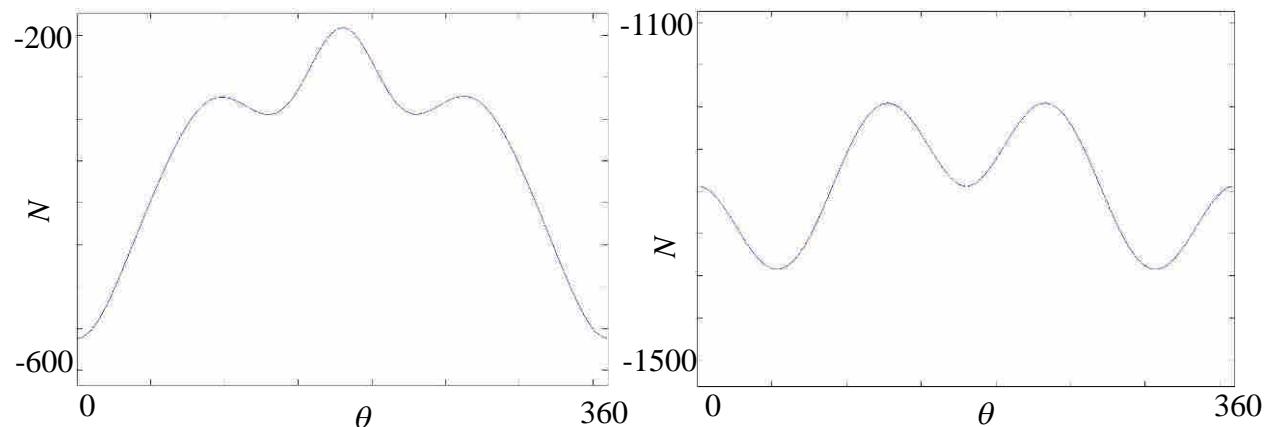


圖 6-69 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一 34X 力 圖 6-70 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一 34Y 力

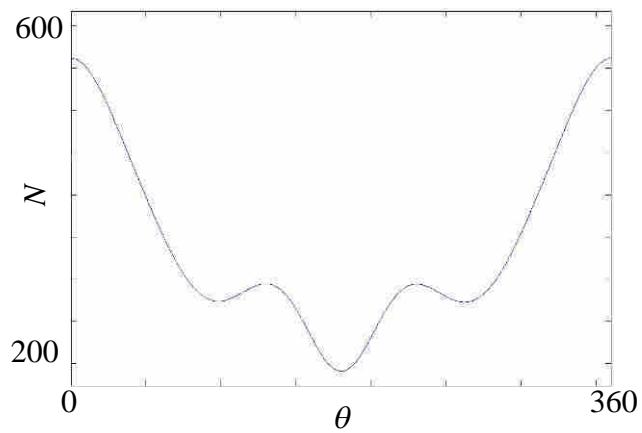


圖 6-71 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一

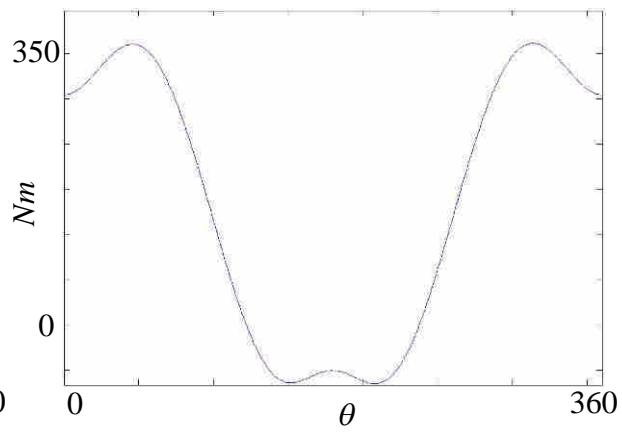


圖 6-72 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一

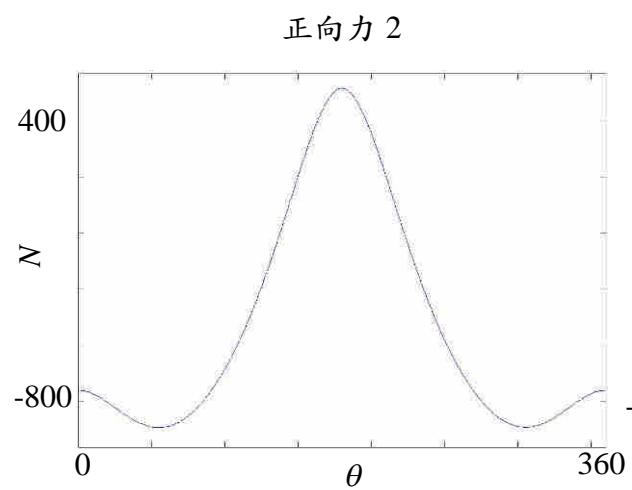


圖 6-73 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一

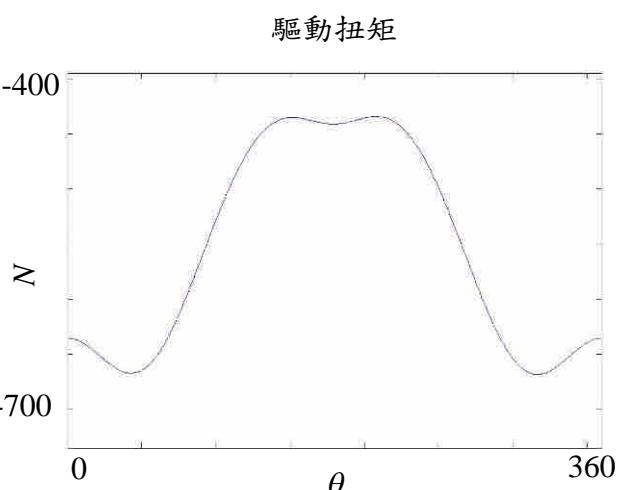


圖 6-74 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一

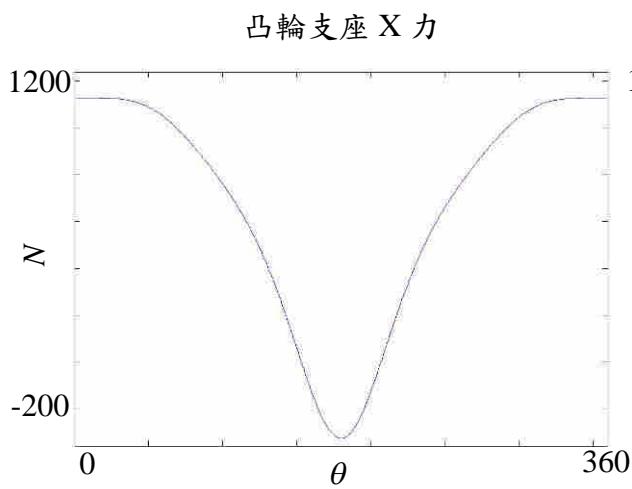


圖 6-75 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一

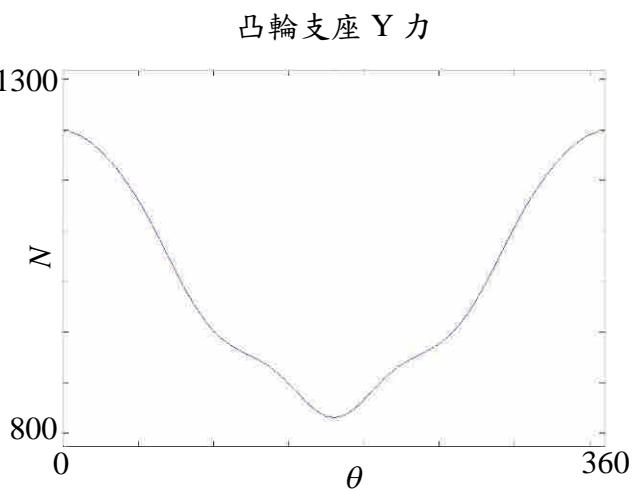


圖 6-76 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一

支座 X 合力

支座 Y 合力

曲線二運動特性如圖 6-77，圖 6-78 為凸輪外廓，圖 6-79 為壓力角。

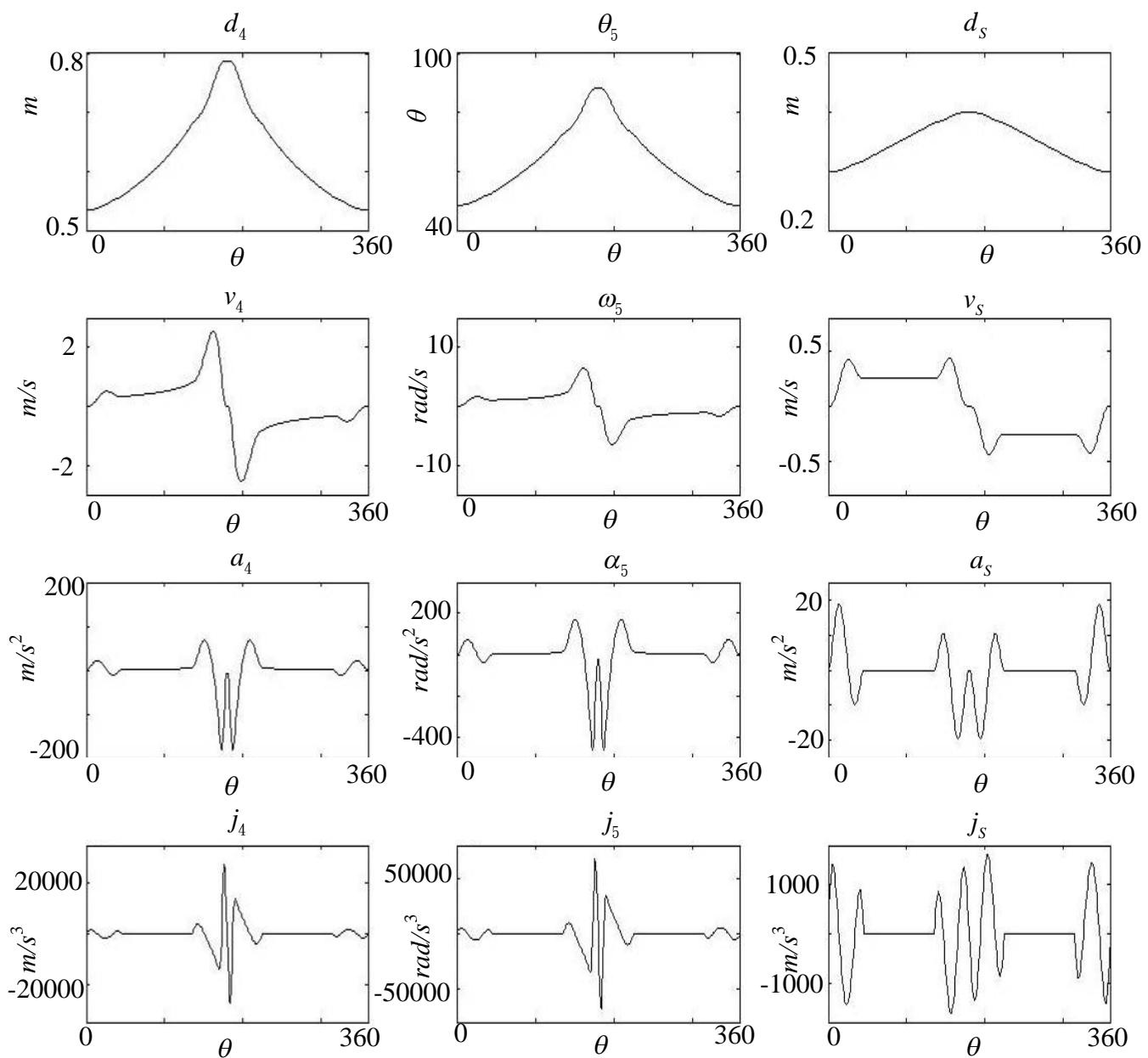


圖 6-77 凸輪雙滑塊連桿機構曲線二運動特性

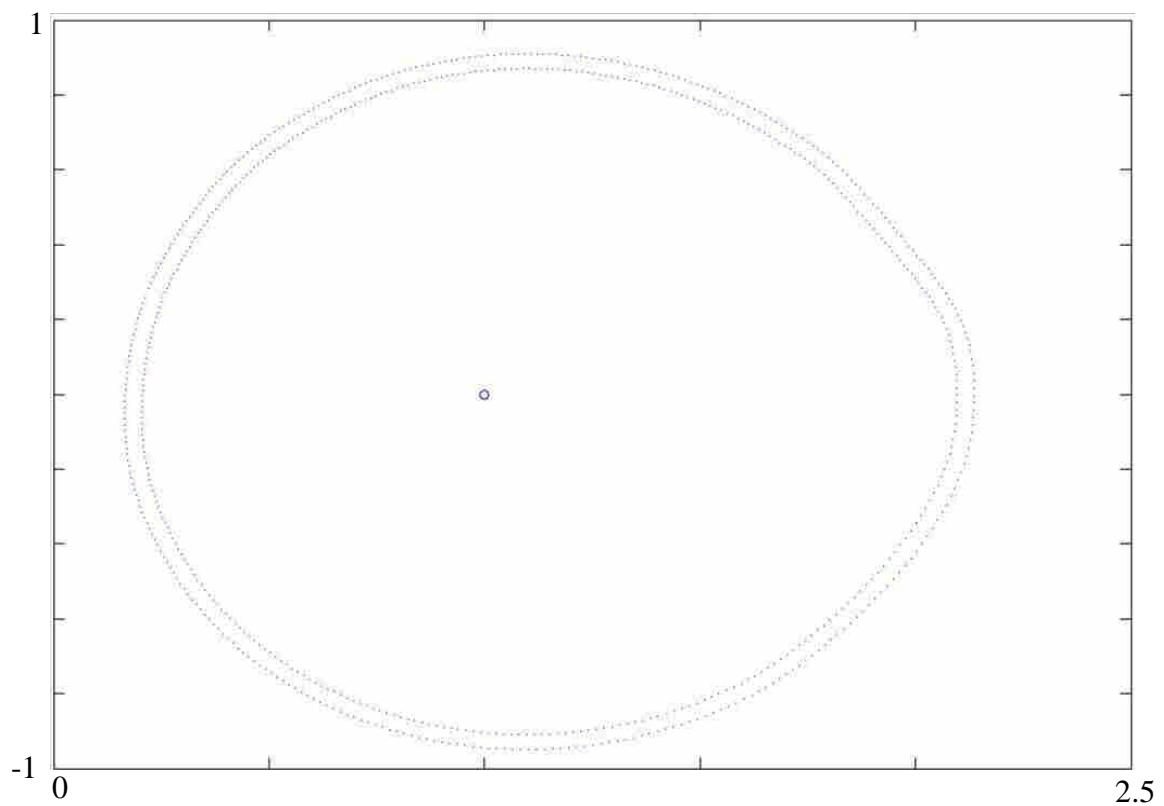


圖 6-78 凸輪雙滑塊連桿機構曲線二凸輪外廓

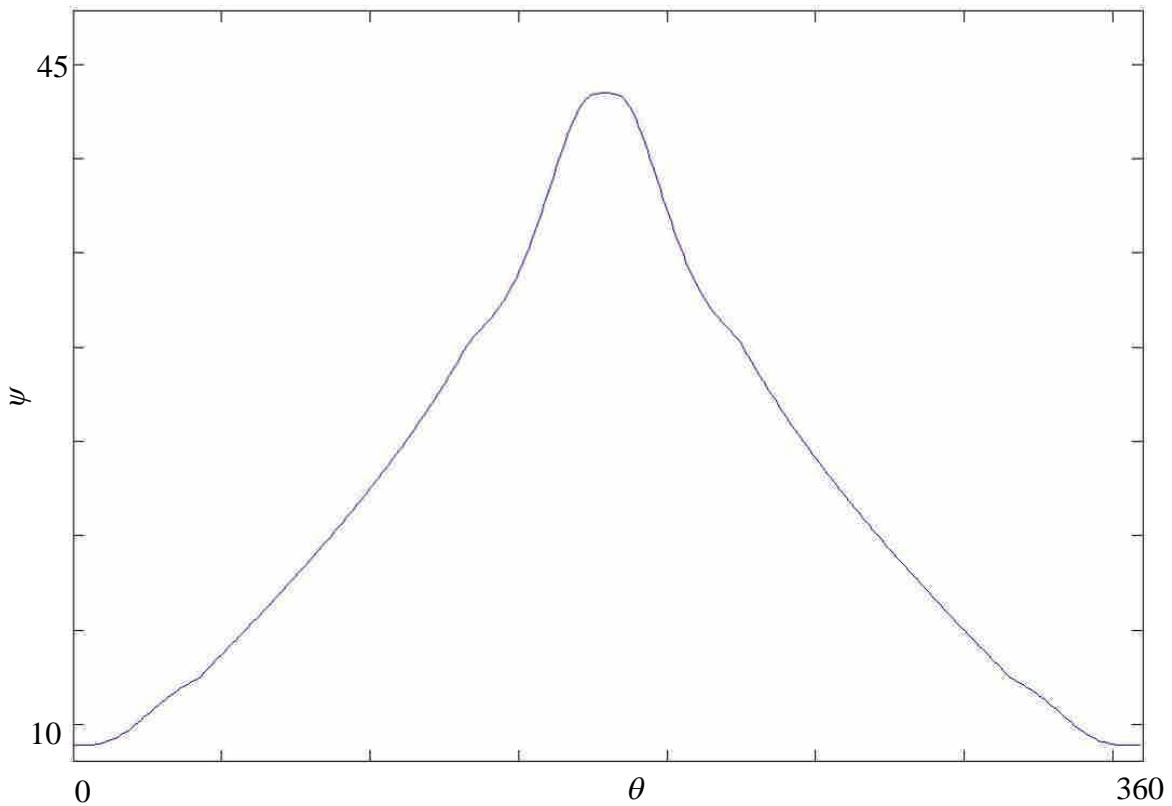


圖 6-79 凸輪雙滑塊連桿機構曲線二壓力角

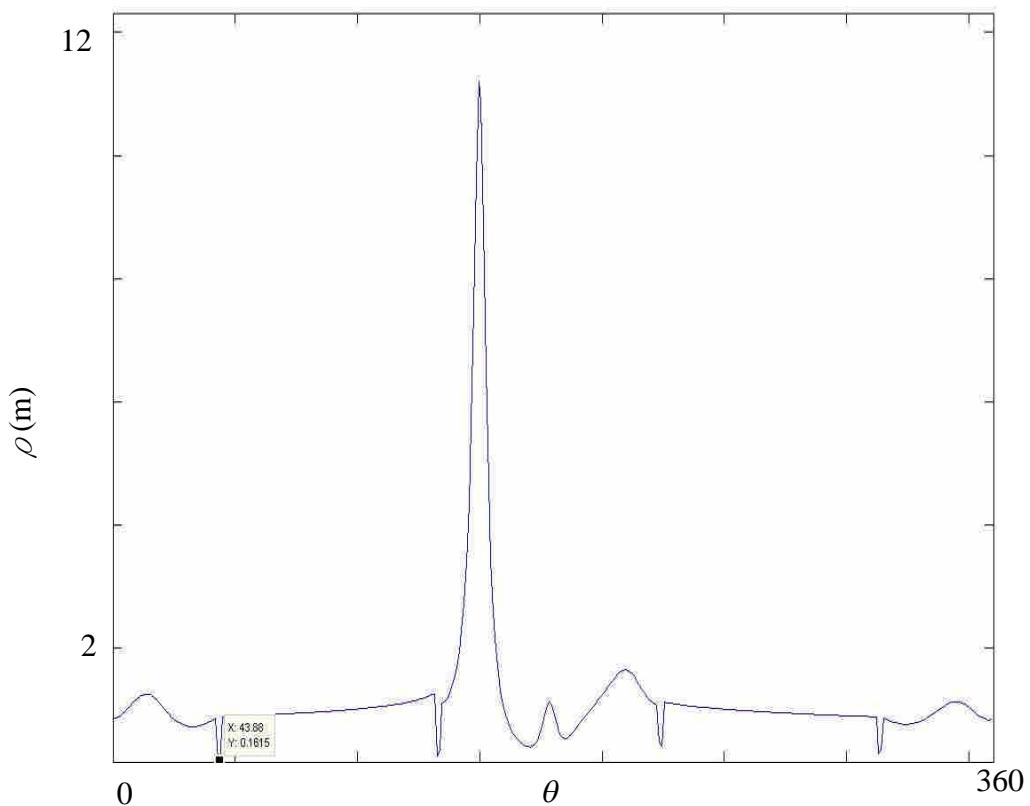


圖 6-80 凸輪雙滑塊連桿機構曲線二曲率半徑

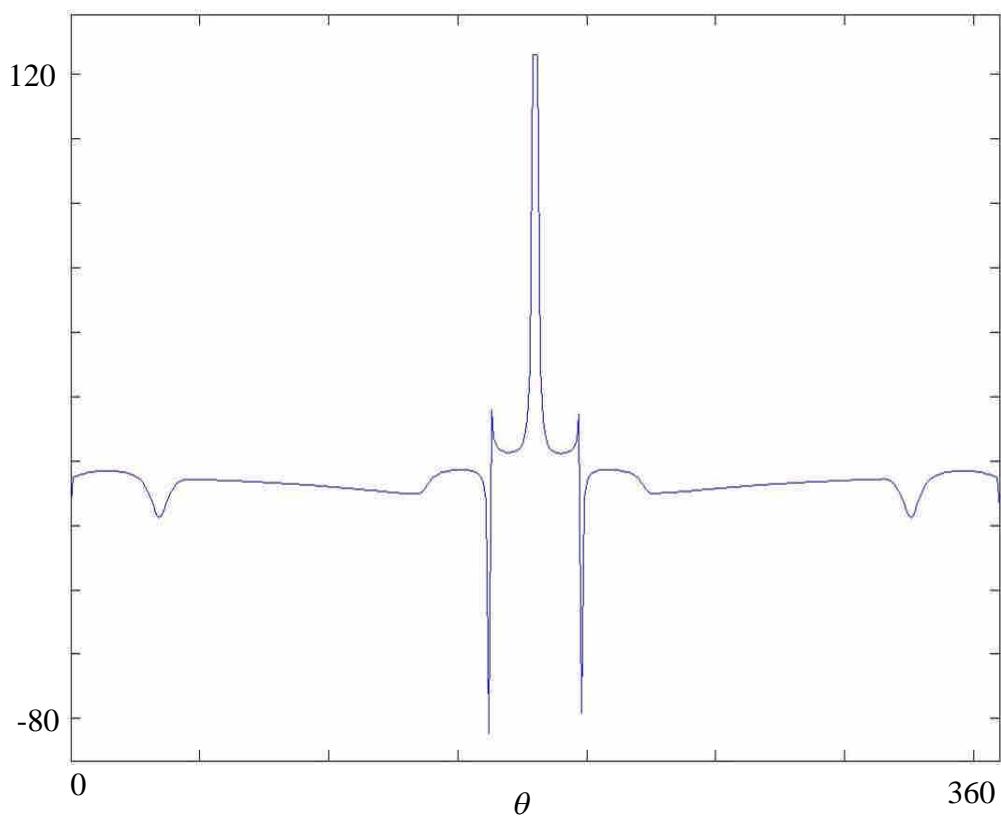


圖 6-81 凸輪雙滑塊連桿機構曲線二機械利益

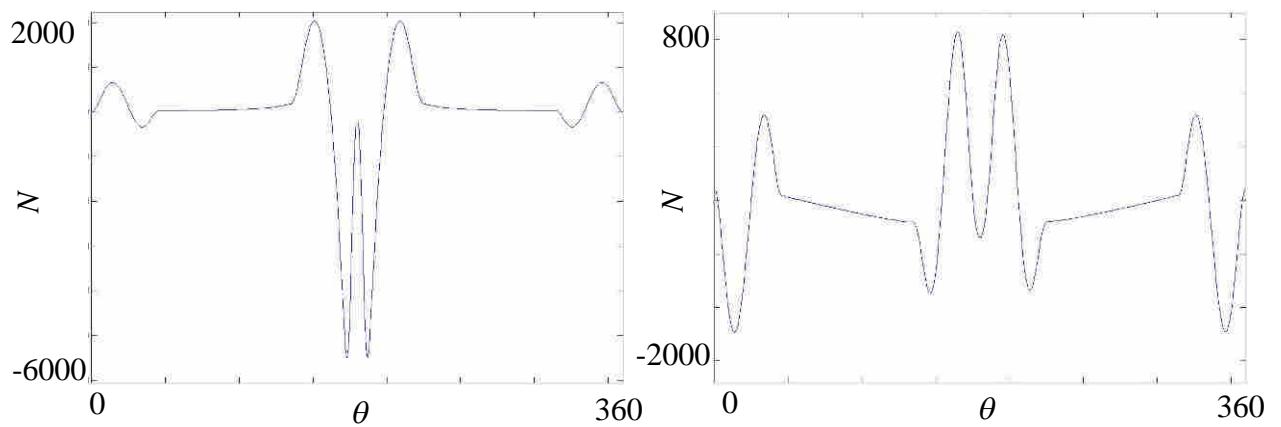


圖 6-82 凸輪雙滑塊連桿機構曲線二 23X 力 圖 6-83 凸輪雙滑塊連桿機構曲線二 23Y 力

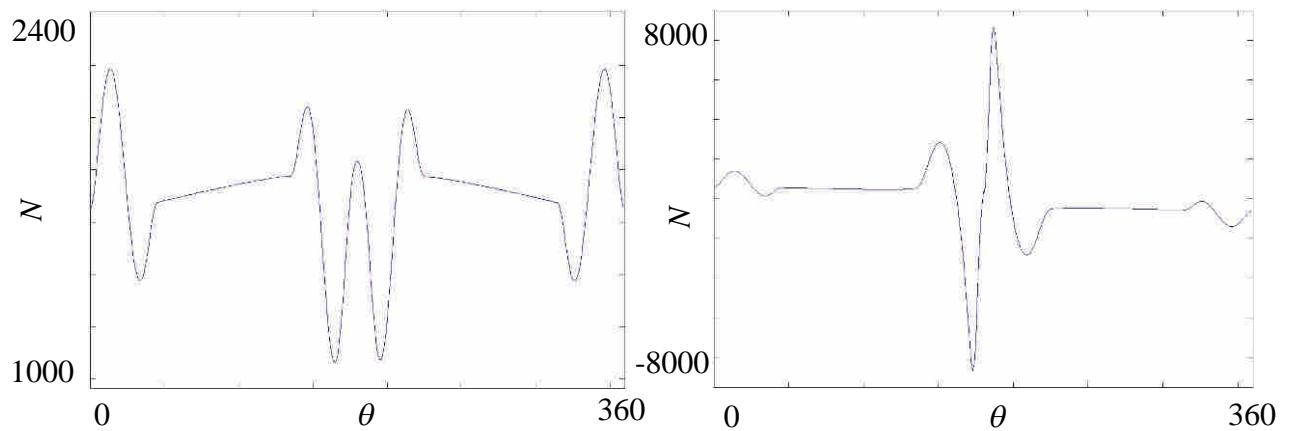


圖 6-84 凸輪雙滑塊連桿機構曲線二正向力 1 圖 6-85 凸輪雙滑塊連桿機構曲線二 c3 力

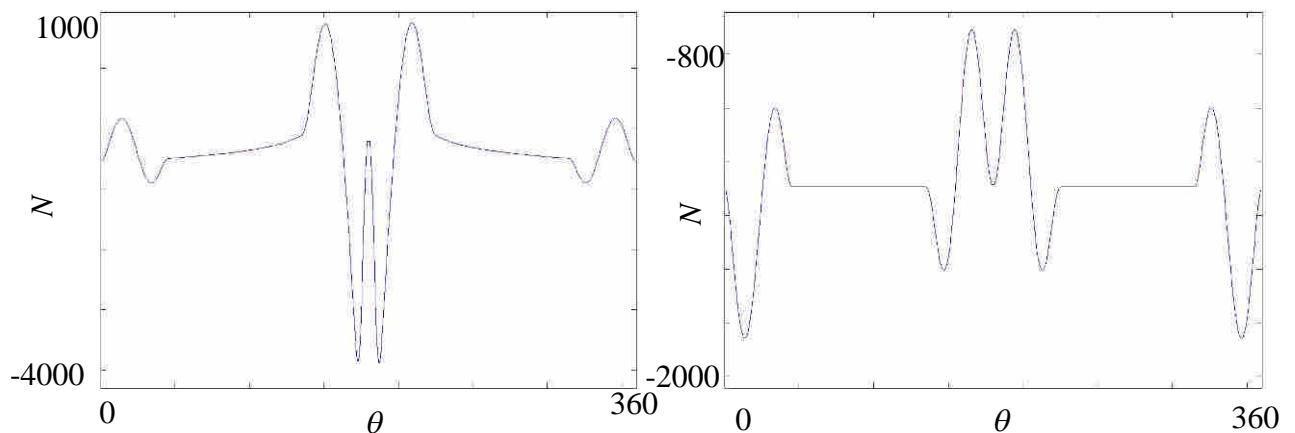


圖 6-86 凸輪雙滑塊連桿機構曲線二 34X 力 圖 6-87 凸輪雙滑塊連桿機構曲線二 34Y 力

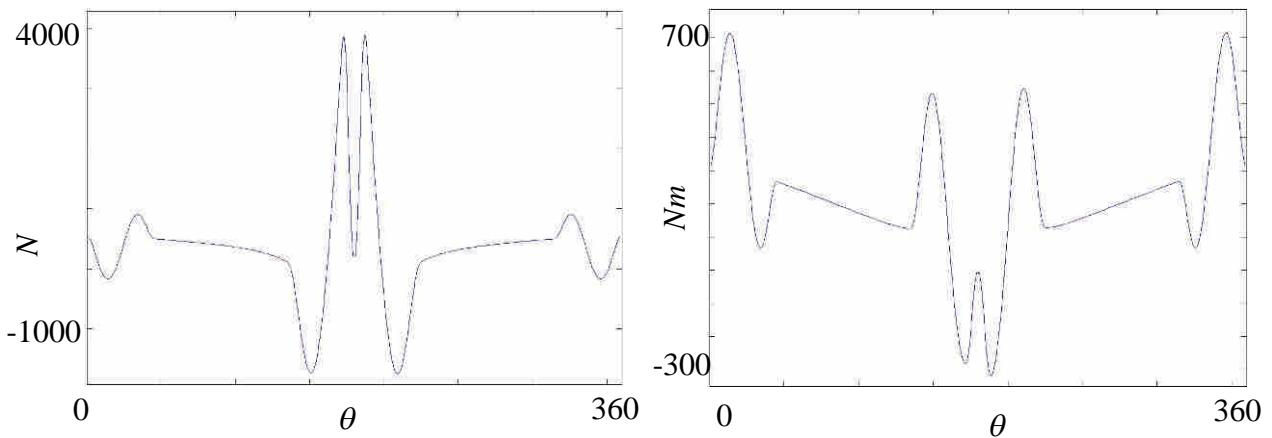


圖 6-88 凸輪雙滑塊連桿機構曲線二

圖 6-89 凸輪雙滑塊連桿機構曲線二

正向力 2

驅動扭矩

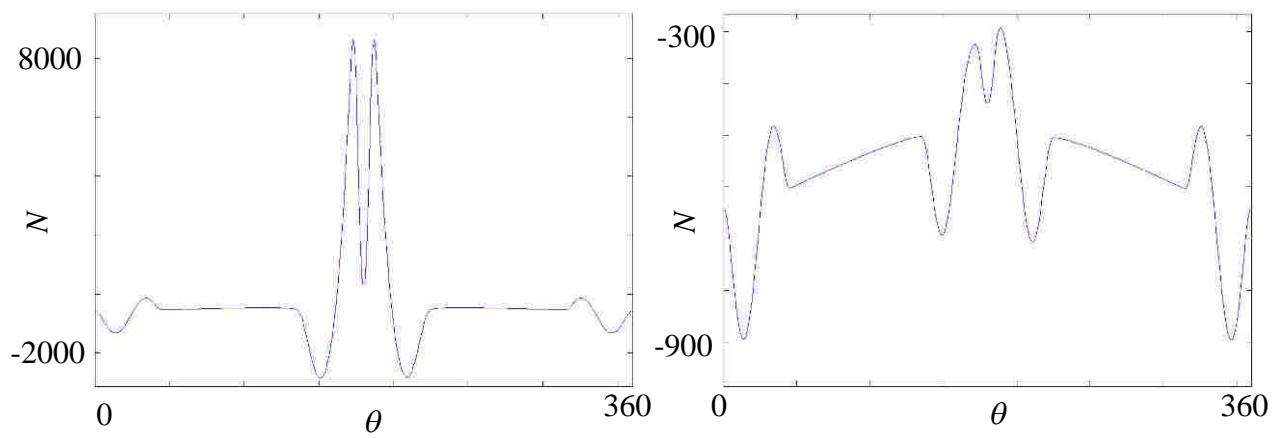


圖 6-90 凸輪雙滑塊連桿機構曲線二

圖 6-91 凸輪雙滑塊連桿機構曲線二

凸輪支座 X 力

凸輪支座 Y 力

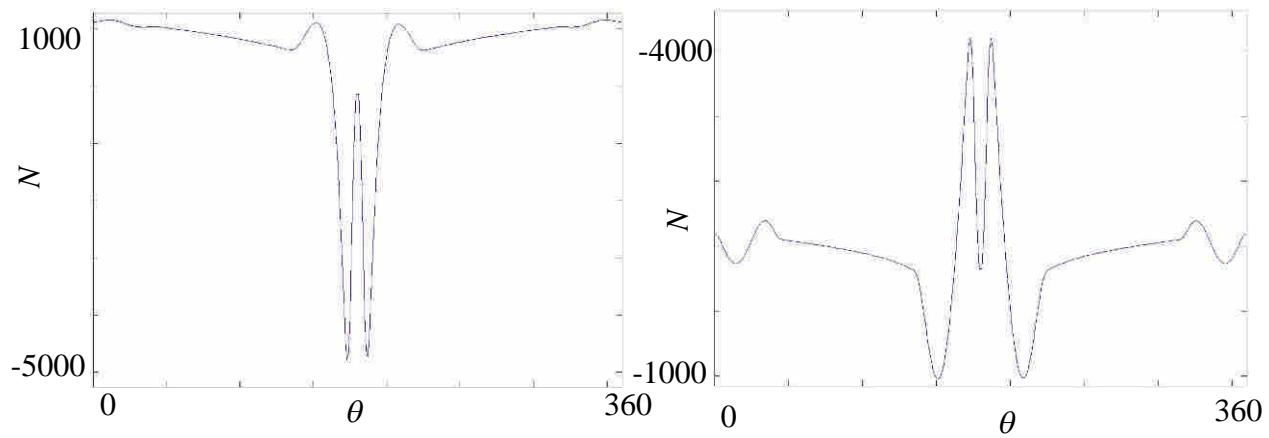


圖 6-92 凸輪雙滑塊連桿機構曲線二

圖 6-93 凸輪雙滑塊連桿機構曲線二

支座 X 合力

支座 Y 合力

#### 6-1-4 性能比較

此處，我們比較不同機構所需之驅動扭矩及其支座合力之極值。如表 6-4，可看出驅動扭矩若使用凸輪連桿機構，所需扭矩會上升，其可能為凸輪尺寸、位置參數並無進行最佳化搜尋。而曲線二由於為中間具等速效果，導致其加減速區間的極值會過大，實際使用時，應需考量其實際需求增長加工週期以降低負荷。

表 6-4 構型極值

種類	極值	驅動扭矩(Nm)	支座 X 合力(N)	支座 Y 合力(N)
六連桿肘節機構	+100/-120	+750/+100	-190/-305	
凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線 I	+630/-50	+2300/0	-800/-1450	
凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線 II	+2300/-3000	+6500/-6000	+2200/-5000	
凸輪雙滑塊連桿機構曲線 I	+350/-20	+1100/-300	+1200/-650	
凸輪雙滑塊連桿機構曲線 II	+700/-300	+1500/-4500	+4200/-1000	

#### 6-2 凸輪連桿機構參數探討

此節，將介紹圖 6-94 之  $a$  與  $\beta$  對於凸輪尺寸與壓力角之影響。首先，圖 6-95 為改變距離  $a$  時，對凸輪尺寸之影響，同時，其壓力角如圖 6-96，會隨著  $a$  增大，而逐漸變負。而圖 6-97 則是改變偏移角  $\beta$  與凸輪尺寸之影響，其壓力角同時也會如圖 6-98 改變，但其具有隨偏移角增大而大小區間逐漸收斂之情形。

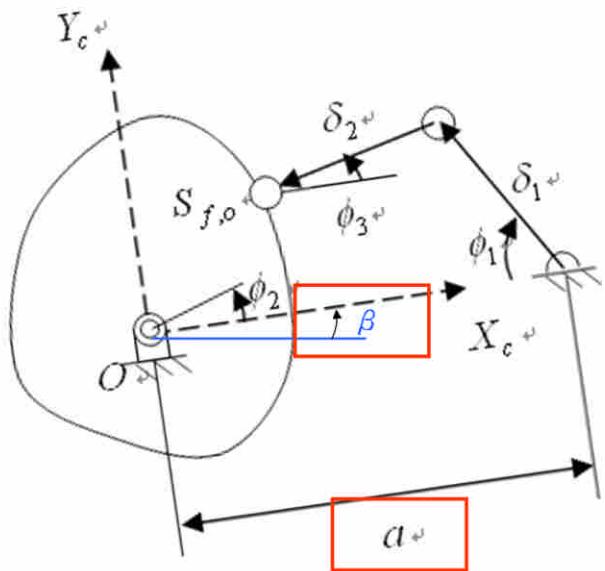


圖 6-94 凸輪尺寸參數探討

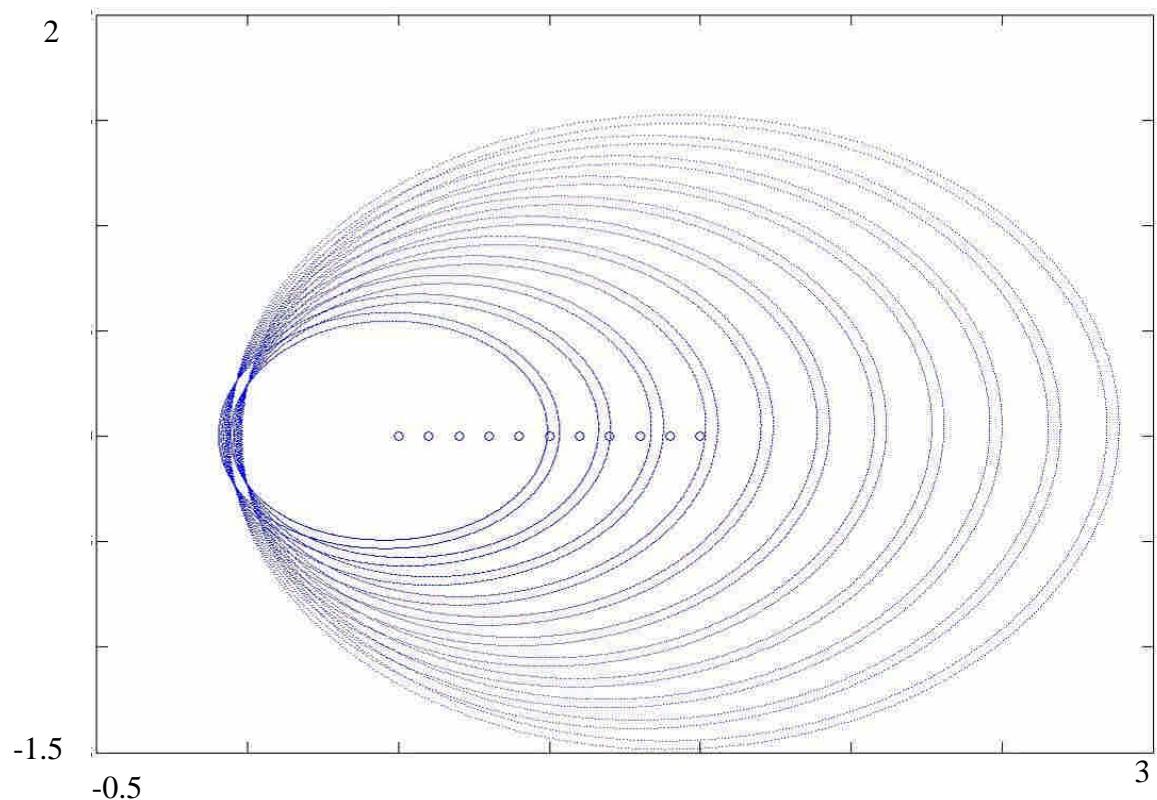


圖 6-95 參數  $a$  與凸輪外廓關連

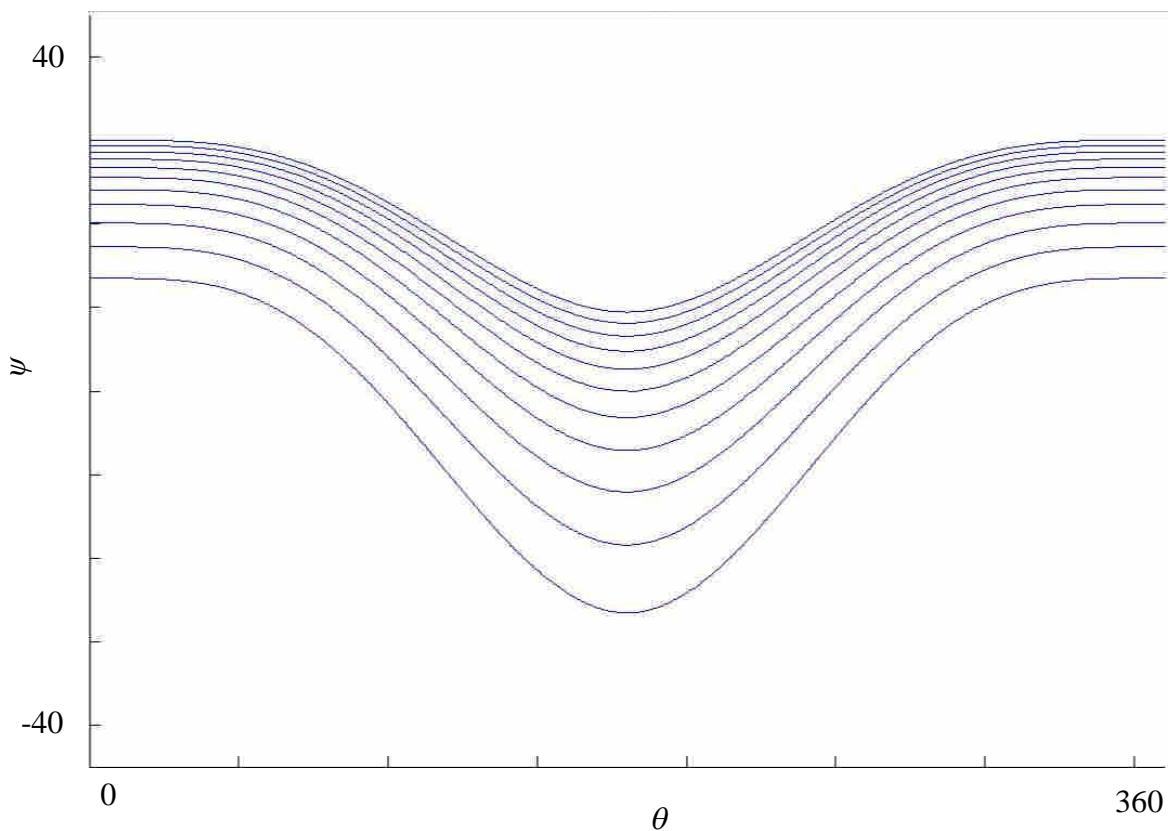


圖 6-96 參數  $a$  與壓力角

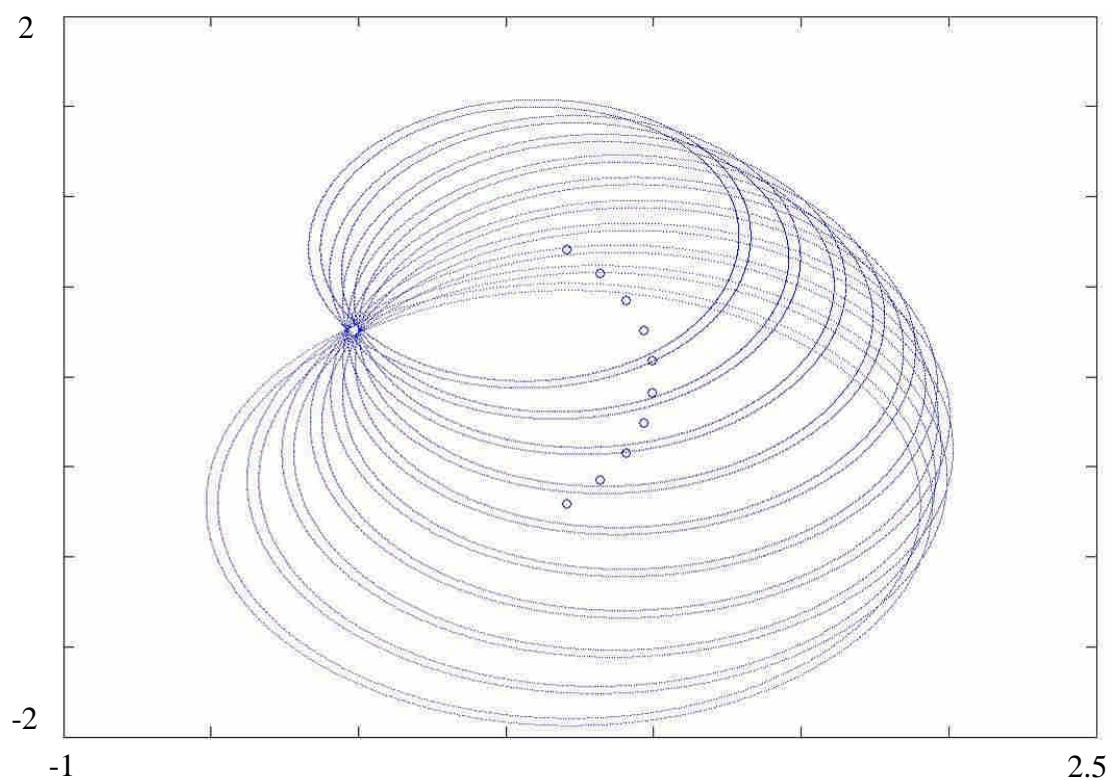


圖 6-97 參數  $\beta$  與凸輪外廓關連

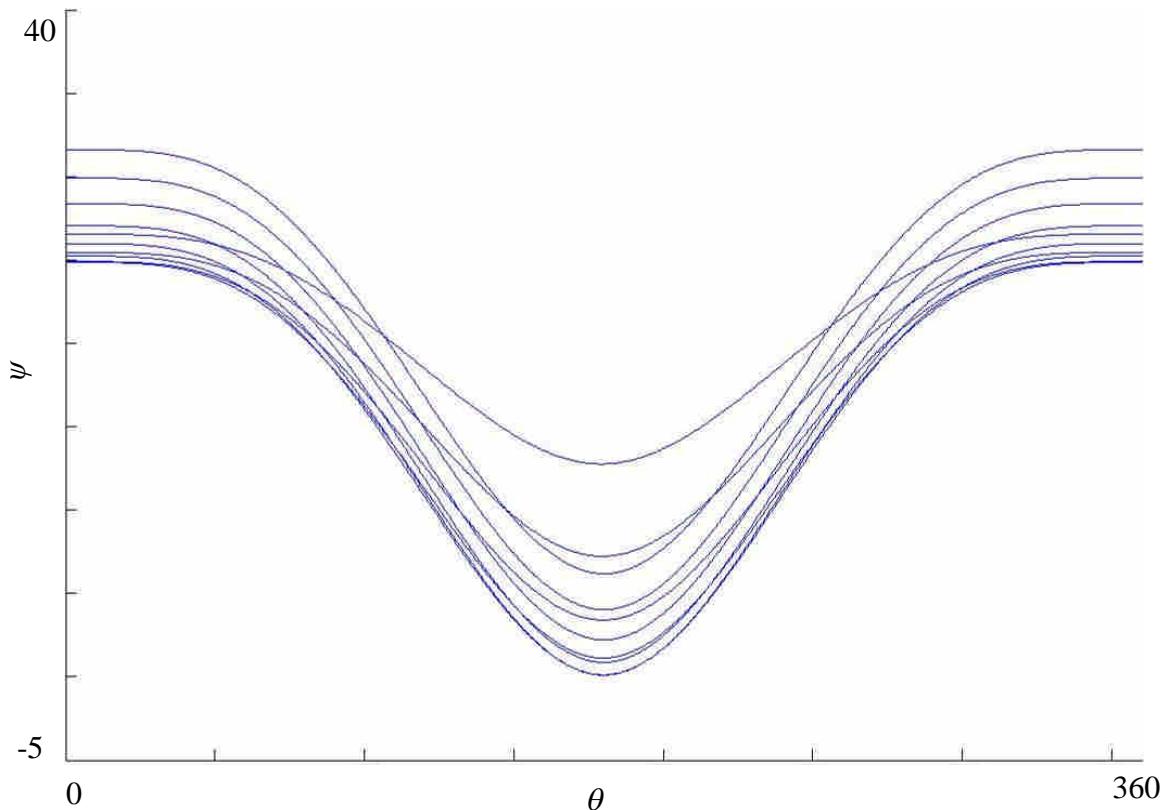


圖 6-98 參數  $\beta$  與壓力角關連

針對凸輪曲柄滑塊連桿機構，針對  $a$  參數變更，可得圖 6-99 之凸輪外廓，其較原先設計有得到較佳的驅動扭矩，如圖 6-100；凸輪雙滑塊連桿機構亦同，如圖 6-101，同樣可獲得較小之驅動扭矩，如圖 6-102。

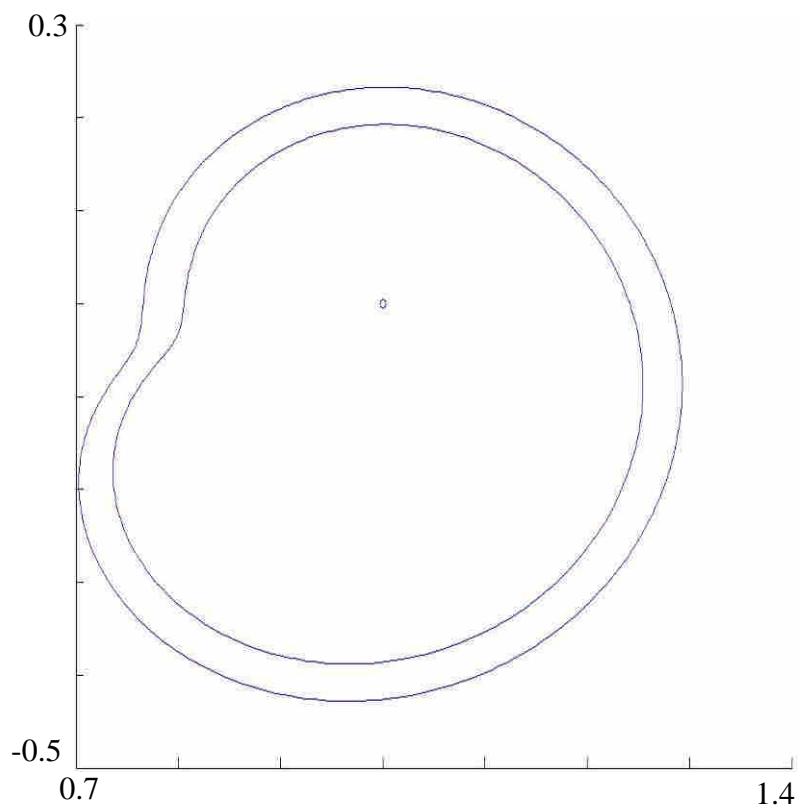


圖 6-99 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一凸輪外廓

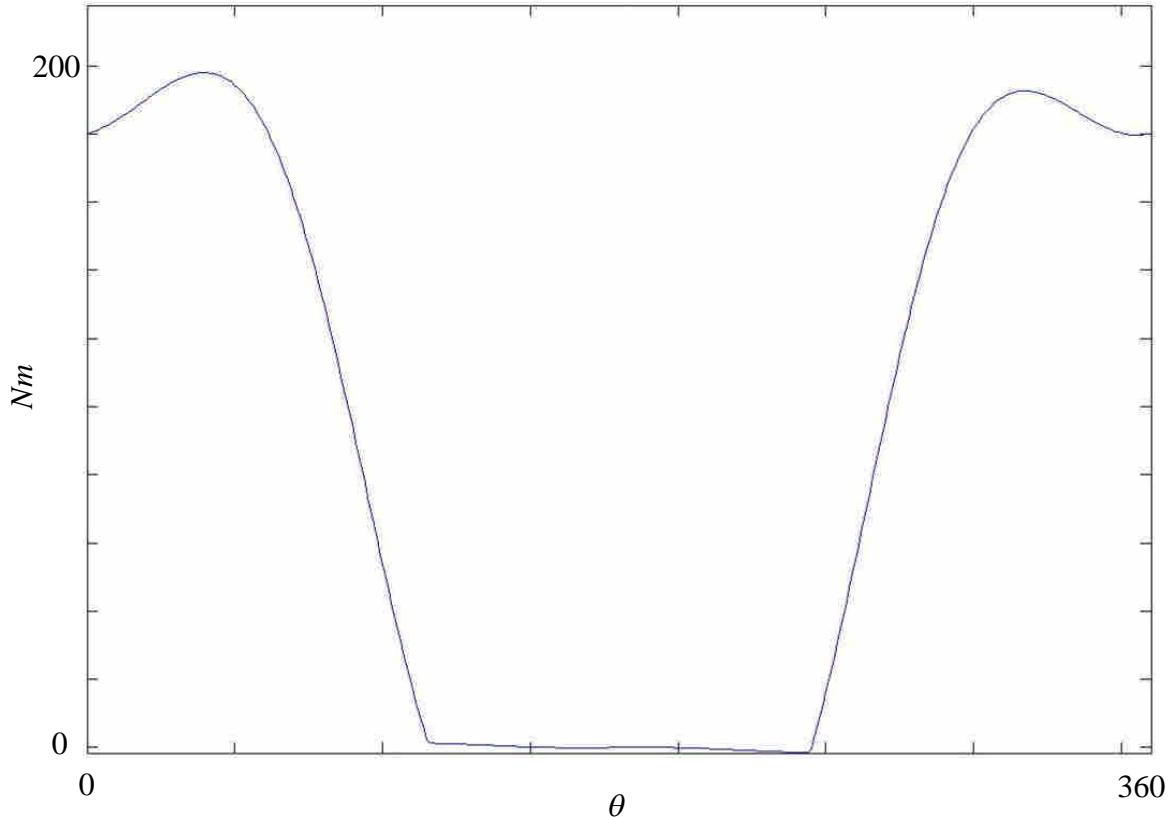


圖 6-100 凸輪曲柄滑塊連桿機構曲線一驅動扭矩

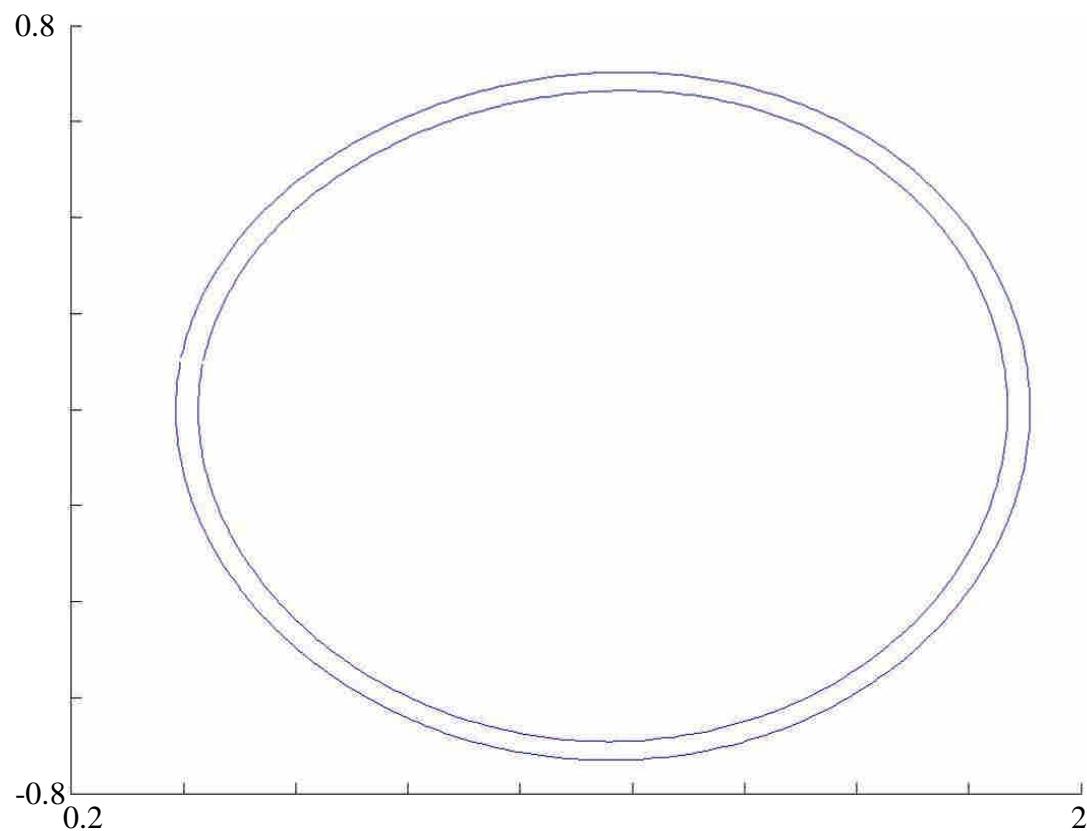


圖 6-101 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一凸輪外廓

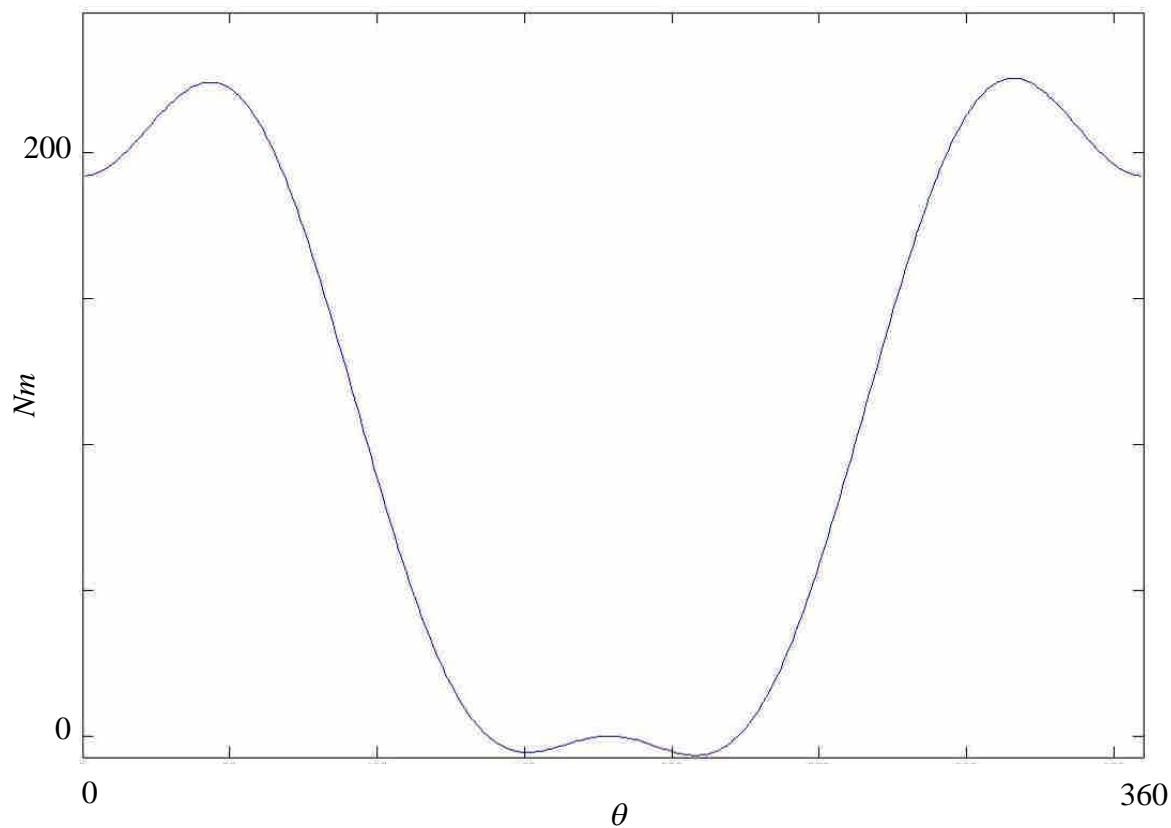


圖 6-102 凸輪雙滑塊連桿機構曲線一驅動扭矩

本論文並未對於此兩參數進行最佳化搜尋，由於耦點曲線不同的緣故，此兩參數並不一定會有相同的趨勢，故須先確定實際加工的耦點曲線後，再搜尋參數，預期應可降低相關動力特性。

## 第七章 結論

本論文從傳統六連桿機構進行創意性機構設計，合成出兩種構型後，建立傳統六連桿肘節機構與兩種凸輪連桿機構之運動與動力分析過程，並透過路徑函數產生方式，合成所需之凸輪外廓。而塑性加工中，輸出滑塊之加工路徑、速度及力依照材料與加工件尺寸各有不相同的需求，若使用傳統六連桿機構，並無法直接合成出所需機構，但凸輪機構具有無限精確點之優勢，若透過此機構，便可以應用本論文的合成流程設計所需之加工曲線。

而針對肘節機構之運動特性，本論文使用數種不同的邊界條件分析其運動特性，最後，選擇兩種曲線作為本論文凸輪的合成案例。而本文之凸輪連桿構型從動件是由兩根桿件所構成，傳統凸輪合成方式並無法直接求解所需凸輪外廓，本論文提出此類從動件構型之凸輪外廓分析方式，並探討其參數對於凸輪特性之影響。

本論文提出的構型相較於傳統六連桿機構，除了桿件數較少，亦可由輸出端逆向合成所需之凸輪外廓。本論文成果整理如下

1. 合成兩類等效六連桿之五桿凸輪連桿機構。
2. 建立可應用於塑性成形加工機之凸輪連桿機構的合成與分析流程。
3. 提出一凸輪從動件，其運動軌跡可為任意曲線，並非僅能受限於圓弧或直線軌跡。
4. 探討肘節機構於肘節效應時各桿件之運動連續性關係。
5. 提出可應用之加工需求合成所需運動曲線，合成凸輪輸入源之凸輪外廓。

未來可進行之研究方向

1. 五桿凸輪連桿機構之耦點曲線合成，分析不同耦點曲線對於凸輪及整體的動力特性影響。
2. 凸輪與從動件原點之距離與偏移角的參數搜尋，並加上限制條件，搜尋最佳化參數。
3. 目前負荷皆為定值，但實際加工時，應會隨時間而改變而不同，若能得到相關數據，對於實際分析上應會較合理。
4. 目前分析時，皆考慮桿件未變形、剛體、忽略摩擦與無能量損失，但現實應用上，其應同時考量。

5. 本論文之目前僅分析單自由度之機構，未來可考慮雙自由度機構進行分析。
6. 目前五桿凸輪機構雖較傳統六連桿少一桿，但是否能完全動平衡，亦是可研究之方向。

## 參考文獻

- [1] 許源泉，*塑性加工學*，全華科技圖書，西元 2004 年。
- [2] Synchropress® 4000 kN, <http://synchropress.com>.
- [3] J.A.M. SEP 1000N, <http://www.jam-net.co.jp>.
- [4] AIDA NS2-D, <http://aidapress.com>.
- [5] AMADA SDE-4515, <http://www.minster.com>.
- [6] “Introduction of High-speed Linear Servo-press-line (HLS) Product,” Komatsu technical report, <http://www.komatsu.com>.
- [7] J. Jeswiet, M. Geiger, U Engel, M. Kleiner, M. Schikorra, J. Duflou, R. Neugebauer, P. Bariani, and S. Bruschi, “Metal forming progress since 2000,” *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology*, Vol. 1, No. 1, pp. 2-17, 2008.
- [8] R. Neugebauer, K. D. Bouzakis, B. Denkena, F. Klocke, A. Sterzing, A. E. Tekkaya, and R. Wertheim, “Velocity Effects in Metal Forming and Machining Processes,” *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, Vol. 60, No. 2, pp. 627-650, 2011.
- [9] S. Yossifon, D. Messerly, E. Kropp, R. Shivpuri, and T. Altan, “A Servo Motor Driven Multi-Action Press for Sheet Metal Forming,” *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 31, No. 3, pp. 345-359, 1991.
- [10] W. M. Hwang, Y. C. Hwang, and S. T. Chiou, “A Drag-Link Drive of Mechanical Presses for Precision Drawing,” *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 35, No. 10, pp. 1425-1433, 1995.
- [11] S. T. Chiou, G. J. Bai, and W. K. Chang, “Optimum Balancing Designs of the Drag-Link Drive of Mechanical Presses for Precision Cutting,” *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 38, No. 3, pp. 131-141, 1998.

- [12] P. L. Tso and K. C. Liang, “A nine-bar linkage for mechanical forming presses,” *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 42 , No.1, pp. 139-145, 2002.
- [13] R. Du and W. Z. Guo, “The Design of a New Metal Forming Press With Controllable Mechanism,” *Journal of Mechanical Design*, Vol. 125, No. 3, pp. 582-592, 2003.
- [14] R. C. Soong, “A new design method for single DOF mechanical presses with variable speeds and length-adjustable driving links,” *Mechanism and Machine Theory*, Vol.45, No.3 , pp.496-510, 2010.
- [15] H. Li, L. Fu, and Y. Zhang, “Optimum Design of a Hybrid-Driven Mechanical Press Based on Inverse Kinematics,” *Journal of Mechanical Engineering*, Vol. 56, No. 5, pp. 301-306, 2010.
- [16] P. L. Tso, “Optimal Design of a Hybrid-Driven Servo Press and Experimental Verification,” *Journal of Mechanical Design*, Vol. 132, No. 3, Article Number: 034503, 2010.
- [17] L. L. Howell, “The Effects of a Compliant Workpiece on the Input/Output Characteristics of Rigid-Link Toggle Mechanisms,” *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 30, No. 6, pp. 801-810, 1995.
- [18] A. Kirecci and L. C. Dulger, “A study on a hybrid actuator,” *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 35, No. 8, pp. 1141-1149, 2000.
- [19] G. Shukla and A. K. Mallik, “Detection of a crank in six-link planar mechanisms,” *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 35, No. 7, pp. 911-926, 2000.
- [20] A. K. Dhingra, A. N Almadi, and D. Kohli, “A Closed-Form Approach to Coupler-Curves of Multi-Loop Mechanisms,” *Journal of Mechanical Design*,

- Vol. 122, No. 4, pp. 464-471, 2000.
- [21] C. C. Lin and W. T. Chang, "The Force Transmissivity Index of Planar Linkage Mechanisms," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 37, No. 12, pp. 1465-1485, 2002.
- [22] W. J. Zhang and Q. Li, "A Closed-Form Solution to the Crank Position Corresponding to the Maximum Velocity of the Slider in a Centric Slider-Crank Mechanism," *Journal of Mechanical Design*, Vol. 128, No. 3, pp. 654-656, 2006.
- [23] K. H. Shirazi, "Symmetrical Coupler Curve and Singular Point Classification in Planar and Spherical Swinging-Block Linkages," *Journal of Mechanical Design*, Vol. 128, No. 2, pp. 436-443, 2006.
- [24] A. C. Rao and A. Srinath, "Planar Linkages: Structural Influence on Mechanical Advantage and Function Generation," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 42, No. 4, pp. 472-481, 2007.
- [25] H. Tari and H. J. Su, "Complete Solution to the Eight-Point Path Generation of Slider-Crank Four-Bar Linkages," *Journal of Mechanical Design*, Vol. 132, No. 8, Article Number: 081003, 2010.
- [26] C. O. Huey and M. W. Dixon, "The Cam-Link Mechanism for Structural Error-Free Path and Function Generation," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 9, No. 3-4, pp. 367-384, 1974.
- [27] J. P. Sadler and Z. Yang, "Optimal Design of Cam-Linkage Mechanisms for Dynamics-Force Characteristics," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 25, No.1, pp. 41-57, 1990.
- [28] D. Mundo, J. Y. Liu, and H. S. Yan, "Optimal Synthesis of Cam-Linkage Mechanisms for Precise Path Generation," *Journal of Mechanical Design*, Vol. 128, No. 6, pp.1253-1260, 2006.

- [29] D. Mundo, G. A. Danieli, and H. S. Yan, "Kinematic Optimization of Mechanical Presses by Optimal Synthesis of Cam-Integrated Linkages," *Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering*, Vol. 30, No. 4, pp. 519-532, 2006.
- [30] L. I. Wu, W. T. Chang, and C. H. Liu, "The Design of Varying-Velocity Translating Cam Mechanisms," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 42, No. 3, pp 352-364, 2007.
- [31] U. S. Chavan and S. V. Joshi, "Synthesis and Analysis of Coupler Curves with Combined Planar Cam Follower Mechanisms," *International Journal of Engineering, Science and Technology*, Vol. 2, No. 6, pp. 231-243, 2010.
- [32] Z. Ge, Y. Li, K. Zhang, and F. Yang, "On the Hybrid Cam-Linkage Mechanism Realizing Variable Trajectory," Computer, Mechatronics, Control and Electronic Engineering, 2010 International Conference, Vol.2, pp.273-276.
- [33] H. S. Yan, M. C. Tsai, and M. H. Msu, "An experimental study of the effects of cam speeds on cam-follower systems," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 31, No. 4, pp 397-412, 1996.
- [34] H. S. Yan and W. J. Tsai, "Motion adaptation of cam-follower systems by varying input speeds," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 222 no. 3, pp. 459-472, 2008.
- [35] H. S. Yan and C. C. Yeh, "Integrated Kinematic and Dynamic Designs for Variable-Speed Plate Cam Mechanisms," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 225 No. 1, pp. 194-203, 2011.
- [36] W. H. Hsieh and C. H. Tsai, "On a Novel Press System with Six Links for Precision Deep Drawing," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 46, No. 2, pp. 239-252, 2011.

- [37] R. Sinatra, "Effect of Dynamic Balancing on Four-Bar Linkage Vibrations," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 32, No. 6, pp. 715-728, 1997.
- [38] V. H. Arakelian and M. R. Smith, "Complete Shaking Force and Shaking Moment Balancing of Linkages," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 34, No. 8, pp. 1141-1153, 1999.
- [39] V. H. Arakelian and M. R. Smith, "Shaking Force and Shaking Moment Balancing of Mechanisms: A Historical Review With New Examples," *Journal of Mechanical Design*, Vol. 127, No. 2, pp. 334-339, 2005.
- [40] B. Moore, J. Schicho, and C. M. Gosselin, "Determination of the Completeset of Shaking Force and Shaking Moment Balanced Planar Four-Bar Linkages," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 44, No. 7, pp. 1338-1347, 2009.
- [41] V. V. D. Wijk and J. L. Herder, "Synthesis of Dynamically Balanced Mechanisms by Using Counter-Rotary Countermass Balanced Double Pendula," *Journal of Mechanical Design*, Vol. 131, No. 11, Article Number: 111003, 2009.
- [42] P. Nehemiah, B. S. K. S. S. Rao and K. Ramji, "Shaking Force and Shaking Moment Balancing of Planar Mechanisms with High Degree of Complexity," *Jordan Journal of Mechanical and Industrial Engineering*, Vol. 6, No. 1, pp. 17-24, 2012.
- [43] A. G. Erdman, G. N. Sandor and S. Kota, *Mechanism Design: Analysis and Synthesis*, 4th ed. Prentice Hall, 2001.
- [44] G. H. Martin, *Kinematics and Dynamics of Machines*, 2nd ed. McGraw-Hill, 1982.
- [45] 許正和, 創造性機構設計學, 高立圖書, 西元 2006 年。
- [46] C. E. Wilson and J. P Sadler, *Kinematics and Dynamics of Machinery*, 3rd ed. Prentice-Hall, 2003.

- [47] H. A. Rothbart, *Cams: Design, Dynamics and Accuracy*, John Wiley & Sons Inc, 1956.
- [48] D. M. Tsay and B. J. Lin, “Profile Determination of Planar and Spatial Cams with Cylindrical Roller-Followers,” *IMechE Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 210, No. 6, pp. 565-574, 1996.
- [49] F. Y. Chen, *Mechanics and Design of Cam Mechanisms*, Pergamon Pr, 1982.