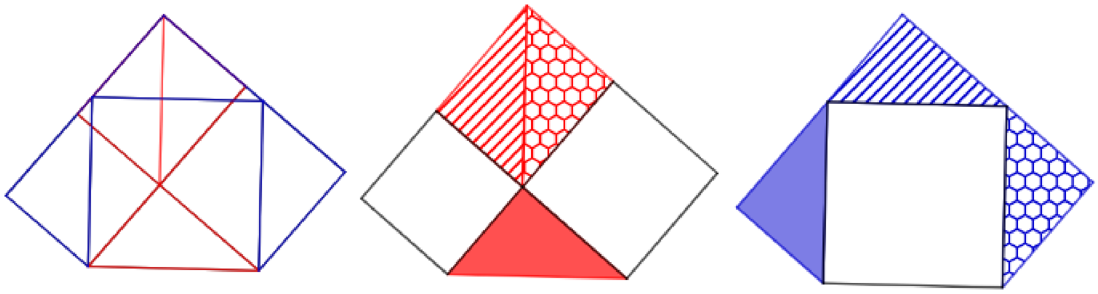
Dimostrazione del Teorema di Pitagora

a cura di Nicola Chicchirichì, IIM

Teorema di Pitagora

In ogni triangolo rettangolo l'area del quadrato costruito sull'ipotenusa è uguale alla somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti.

Dimostrazione:
Dato un triangolo rettangolo, costruisco i quadrati sui cateti e sull'ipotenusa in modo tale che questi ed il triangolo di partenza si trovino tutti nello stesso semipiano con origine la retta a cui appartiene l'ipotenusa. Considero i quadrati costruiti sui cateti e ne prolungo i lati che non hanno punti in comune col triangolo di partenza fino a che si incontrano in un punto formando così un pentagono, quello della prima figura. Si può dimostrare che ai lati che ho appena prolungato appartengono due dei vertici del quadrato costruito sull'ipotenusa del triangolo di partenza e da ciò si ha che il pentagono può essere scomposto in due modi differenti, come indicato nella seconda e nella terza figura. Nella seconda figura il pentagono è scomposto mediante i quadrati costruiti sui cateti e nei tre triangoli, che in figura sono quello rosso, triangolo di partenza, quello rosso a righe e quello rosso con la decorazione a nido d'ape. Questi ultimi due triangoli hanno in comune il segmento che ha un estremo nell'angolo retto del triangolo rosso e l'altro estremo nel vertice del pentagono che non appartiene ai quadrati costruiti sui cateti. Nella terza figura il pentagono è scomposto mediante il quadrato costruito sull'ipotenusa e in tre triangoli, che in figura sono quello blu, quello blu a righe e quello blu con la decorazione a nido d'ape. I tre triangoli rosso, rosso a righe e rosso con la decorazione a nido d'ape, tutti rettangoli, sono congruenti fra loro per il primo criterio di congruenza dei triangoli.



Per dimostrare che i tre triangoli blu sono congruenti al triangolo rosso può essere d'aiuto considerare anche la prima figura. Il triangolo rosso e quello blu sono congruenti perché, entrambi rettangoli, hanno un cateto e l'ipotenusa rispettivamente congruenti. Per lo stesso motivo sono congruenti anche triangolo rosso e quello blu con la decorazione a nido d'ape. Il triangolo rosso quello blu a righe sono congruenti per il secondo criterio di congruenza dal momento che hanno congruenti un lato e i due angoli ad esso adiacenti (tali angoli sono congruenti perchè alterni interni di rette parallele, quelle a cui appartengono i lati del quadrato costruito sull'ipotenusa del triangolo di partenza, tagliate da trasversali parallele, la retta a cui appartiene un cateto del triangolo rosso e il lato del pentagono che contiene il lato opposto del quadrato costruito sullo stesso cateto del triangolo rosso). Con riferimento alla terza figura, togliendo al pentagono i tre triangoli blu si ottiene il quadrato costruito sull'ipotenusa del triangolo di partenza.Con riferimento alla seconda figura, togliendo al pentagono i tre triangoli rossi si ottengono i quadrati costruiti sui cateti del triangolo di partenza. Dal momento però che i tre triangoli rossi e i tre triangoli blu sono tutti fra loro congruenti per la proprietà transitiva della congruenza, si può concludere che il quadrato costruito sull'ipotenusa del triangolo di partenza è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sui cateti dello stesso triangolo.