Dimostrazione del Teorema di Pitagora

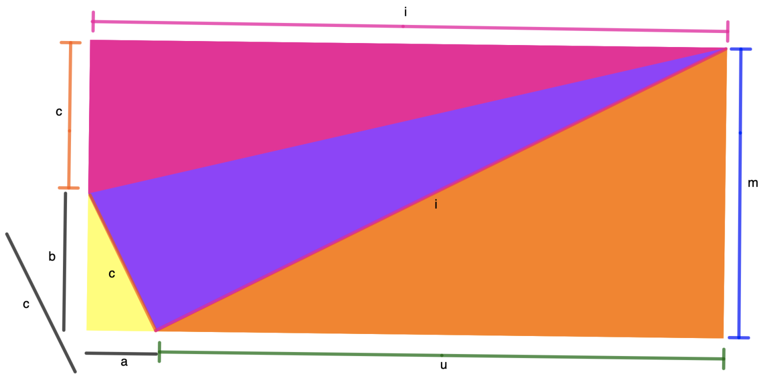
a cura di Marco Esposto, IIM

Teorema di Pitagora

In ogni triangolo rettangolo l'area del quadrato costruito sull'ipotenusa è uguale alla somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti.

Dimostrazione:

Costruzione preliminare:



Sia dato un triangolo rettangolo, quello giallo in figura, i cui cateti misurano $a \leq$ b e l'ipotenusa misura c.
Dalla parte del vertice dell'angolo acuto, prolungo il cateto maggiore di un segmento congruente all'ipotenusa. L'ipotenusa del triangolo ed il prolungamento del cateto maggiore formano un angolo minore di 180° di cui disegno la bisettrice.

Disegno poi la perpendicolare all'ipotenusa e la perpendicolare al prolungamento del cateto maggiore passanti rispettivamente per l'estremo che non hanno in comune. Trovo il loro punto di intersezione fra queste due rette e disegno la parallela al cateto maggiore del triangolo giallo passante per esso. Prolungo infine il cateto minore del triangolo giallo fino ad incontrare la retta appena disegnata. Ottengo così la figura in immagine, costituita da un triangolo giallo, un triangolo fucsia, uno viola e uno arancione.

I triangoli viola e fucsia sono congruenti per il primo criterio di congruenza tra triangoli.

I triangoli rettangoli giallo e arancione sono simili per il primo criterio di similitudine fra triangoli e il rapporto fra i loro lati corrispondenti è costante.
Si ha dunque:

$$\frac{m}{a} = \frac{u}{b} = \frac{i}{c}$$

Da cui:

$$i = \frac{c \cdot m}{a}; u = \frac{b \cdot m}{a}.$$

Essendo m = b + c le relazioni precedenti possono essere scritte nella forma:

$$i = \frac{c \cdot (b + c)}{a}; u = \frac{b \cdot (b + c)}{a}.$$

Ma i = u+a da cui, sostituendo le espressioni appena trovate per i ed u, si ha:

$$\frac{c \cdot (b + c)}{a} = \frac{b \cdot (b + c)}{a} + a$$

Da cui, semplificando l'espressione, si ha $\mathrm{a}^2 + b^2 = c^2$.