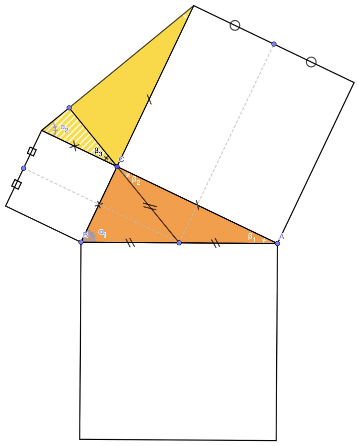
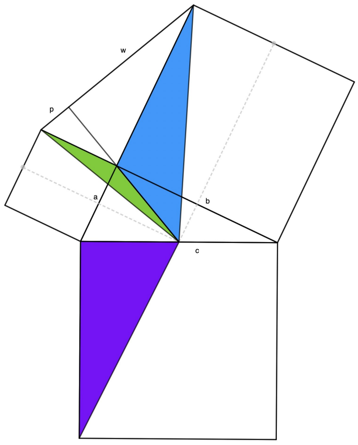
Dimostrazione del teorema di Pitagora

a cura di Alex Tafa, II M

Teorema di Pitagora

In ogni triangolo rettangolo l'area del quadrato costruito sull'ipotenusa è uguale alla somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti.





Dimostrazione di Ann Condit:

- Disegno i quadrati costruiti sui lati del triangolo rettangolo, quello arancione, esternamente a esso.
- Disegno il triangolo giallo (rettangolo)
- Disegno la mediana del triangolo arancione e la prolungo fino a che incontra l'ipotenusa del triangolo giallo.
- Disegno le perpendicolari ai cateti del triangolo arancione e le prolungo fino a che incontrano il lato, che non ha dei punti in comune col triangolo arancione, del quadrato costruito sul cateto che non ha dei punti in comune col triangolo arancione.
- Disegno i triangoli verde, blu e viola.

Prima di tutto dimostro che il prolungamento della mediana del triangolo arancione è perpendicolare all'ipotenusa di quello giallo.

I triangoli rettangoli arancione e giallo sono congruenti per il secondo criterio di congruenza e in particolare $\alpha_1 \cong \alpha_2$.

Ciascuno dei due triangoli in cui quello arancione viene diviso dalla mediana relativa all'ipotenusa è isoscele (la mediana relativa all'ipotenusa è congruente alla metà dell'ipotenusa stessa) e in particolare $\beta_1 \cong \beta_2$.

Ma $\beta_2 \cong \beta_3$ perché opposti al vertice quindi il triangolo giallo a righe è rettangolo perché β_3 è complementare a α_2 essendo $\alpha_2 \cong \alpha_1$ e $\beta_3 \cong \beta_1$ con α_1 e β_1 complementari.

Il rapporto tra le aree di triangoli con le basi congruenti è il rapporto tra le altezze, pertanto:

$$\frac{\textcolor{green}{A}}{\textcolor{purple}{A}} = \frac{p}{c} \text{ e } \frac{\textcolor{cyan}{A}}{\textcolor{purple}{A}} = \frac{w}{c} \text{ da cui } \frac{\textcolor{cyan}{A} + \textcolor{green}{A}}{\textcolor{purple}{A}} = \frac{w+p}{c}$$

Quindi $\textcolor{green}{A} + \textcolor{cyan}{A} = \textcolor{purple}{A}$.

Consideriamo ancora le aree dei triangoli verde e azzurro. Prendendo rispettivamente come basi i lati che hanno in comune con i quadrati costruiti sui cateti:

$$\textcolor{green}{A} = a \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{a^2}{4} \wedge \textcolor{cyan}{A} = b \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{b^2}{4} \wedge \textcolor{purple}{A} = c \cdot \frac{c}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{c^2}{4}$$

Sostituendo questa espressione in $\textcolor{green}{A} + \textcolor{cyan}{A} = \textcolor{purple}{A}$ si ha $a^2 + b^2 = c^2$.

QED