

二 绝对值不等式

第1课时 绝对值三角不等式

一、选择题

1. 已知 $h > 0, a, b \in \mathbf{R}$, 命题甲: $|a-b| < 2h$; 命题乙: $|a-1| < h$ 且 $|b-1| < h$, 则甲是乙的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
2. 设 $|a| < 1, |b| < 1$, 则 $|a+b| + |a-b|$ 与 2 的大小关系是 ()
A. $|a+b| + |a-b| > 2$ B. $|a+b| + |a-b| < 2$
C. $|a+b| + |a-b| = 2$ D. 不能比较大小
3. 对任意 $x, y \in \mathbf{R}$, $|x-1| + |x| + |y-1| + |y+1|$ 的最小值为 ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
4. 设变量 x, y 满足 $|x-1| + |y-a| \leq 1$, 若 $2x+y$ 的最大值是 5, 则实数 a 的值是 ()
A. 2 B. 1 C. 0 D. -1
5. 若关于 x 的不等式 $|x-2| + |x+2| > a$ 的解是全体实数, 则实数 a 的取值范围是 ()
A. $a < 4$ B. $a > 4$
C. $a > 0$ D. $a < 0$
6. 对于实数 x, y , 若 $|x-1| \leq 1, |y-2| \leq 1$, 则 $|x-2y+1|$ 的最大值为 ()
A. 5 B. 4 C. 8 D. 7

二、填空题

7. “ $|x-A| < \frac{q}{2}$, 且 $|y-A| < \frac{q}{2}$ ”是“ $|x-y| < q$ ”的 _____ 条件.
8. 已知函数 $f(x) = |x-3| - |x-a|$. 若存在实数 x , 使得不等式 $f(x) \geq a$ 成立, 则实数 a 的取值范围为 _____.
9. 以下三个命题:
① 若 $|a-b| \leq 1$, 则 $|a| \leq |b| + 1$;
② 若 $a, b \in \mathbf{R}$, 则 $|a+b| - 2|a| \leq |a-b|$;
③ $|x| < 2, |y| > 3$, 则 $\left| \frac{x}{y} \right| < \frac{2}{3}$.
其中正确命题的序号为 _____.
10. 若不等式 $|2a-1| \leq \left| x + \frac{1}{x} \right|$ 对一切非零实数 x 恒成立, 则实数 a 的取值范围是 _____.

11. 已知函数 $f(x) = |x-3| - 2, g(x) = -|x+1| + 4$, 若函数 $f(x) - g(x) \geq m+1$ 的解集为 \mathbf{R} , 则 m 的取值范围是 _____.

三、解答题

12. 设不等式 $-2 < |x-1| - |x+2| < 0$ 的解集为 $M, a, b \in M$, 证明: $\left| \frac{1}{3}a + \frac{1}{6}b \right| < \frac{1}{4}$.

13. (2020 · 全国 II) 已知函数 $f(x) = |x-a^2| + |x-2a+1|$.

- (1) 当 $a=2$ 时, 求不等式 $f(x) \geq 4$ 的解集;
- (2) 若 $f(x) \geq 4$, 求 a 的取值范围.

姓名: _____ 班级: _____ 学号: _____

●探究与拓展

14. 设 $x, y \in \mathbf{R}$, 求证: $|2^x - x| + |2^y - y| + |x + y| \geq 2^{\frac{x+y}{2}} + 1$.

15. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 1]$, $f(0) = f(1)$, 且对任意不同的 $x_1, x_2 \in [0, 1]$ 都有 $|f(x_2) - f(x_1)| < |x_2 - x_1|$, 求证: $|f(x_2) - f(x_1)| < \frac{1}{2}$.

答题区

1

2

3

4

5

6

记一记

错题

疑难