2. Übungsblatt (WS 2020) – Musterlösung

3.0 VU Datenmodellierung / 6.0 VU Datenbanksysteme

Informationen zum Übungsblatt

Allgemeines

In diesem Übungsteil sollen Sie Aufgabenstellungen aus den Bereichen SQL und Normalformentheorie bearbeiten.

Lösen Sie die Beispiele **eigenständig** (auch bei der Prüfung und vermutlich auch in der Praxis sind Sie auf sich alleine gestellt)! Wir weisen Sie darauf hin, dass sämtliche abgeschriebene Lösungen mit 0 Punkten beurteilt werden (sowohl das "Original" als auch die "Kopie").

Geben Sie ein einziges PDF Dokument ab (max. 5MB). Erstellen Sie Ihr Abgabedokument computerunterstützt. Wir akzeptieren **keine PDF-Dateien mit handschriftlichen Inhalten**.

Das Übungsblatt enthält 7 Aufgaben, auf welche Sie insgesamt 15 Punkte erhalten können.

Deadlines

bis 11.11.	**12:00 Uhr**:	Bearbeiten der SQL-Aufgaben im Online Tool möglich
bis 18.11.	**12:00 Uhr**:	Upload der Abgabe über TUWEL
ab 30.11.	13:00 Uhr	Korrektur und Feedback in TUWEL verfügbar

SQL Übung

Beachten Sie, dass die **verpflichtende** SQL Übung parallel zu diesem Übungsblatt stattfindet. Die SQL Übung findet in einer eigenen Umgebung statt und ist nicht Teil des Übungsblatts.

Sie erreichen die Umgebung über TUWEL: Wählen Sie im Abschnitt "SQL Übung" die Aktivität **eSQL Tool**. Sie benötigen kein weiteres Passwort, die Authentifizierung erfolgt über TUWEL.

Achtung!
Abweichende Deadline für den Abschluss der SQL Übung:
Mittwoch, 11. November 2019, 12:00 Uhr!

Weitere Fragen – TUWEL Forum

Sie können darüber hinaus das TUWEL Forum verwenden, sollten Sie inhaltliche oder organisatorische Fragen haben. **Posten Sie auf keinen Fall Ihre (partielle) Lösungen im Forum!**

Änderungen im Ablauf bzgl. COVID-19

Wegen der andauerenden Sondersituation werden heuer keine Sprechstunden zum Übungsblatt stattfinden. Bitte wenden Sie sich stattdessen verstärkt an das TUWEL Forum wenn Sie Probleme damit haben die Angaben zu verstehen oder wenn Sie technische Schwierigkeiten haben.

Wenn möglich empfehlen wir Ihnen auch das Forum zur Diskussion mit Ihren Komillitonen zu Nutzen. Ein gemeinsames Analysieren von Problemen hilft erfahrungsgemäß allen Beteiligten dabei den Stoff besser zu verstehen.

Normalformentheorie

Aufgabe 1 (Funktionale Abhängigkeiten) [1 Punkt]

Geben ist ein Relationenschema

`Boot (Art, Länge, Zimmer, Segel, Name, Rumpf)`

mit der folgenden Ausprägung (nach Art sortiert):

Boot					
Art	**Länge**	**Zimmer**	**Segel**	**Name**	**Rumpf**
Barke	8	1	ja	Atafu	1
Hausboot	48	3	nein	Ari	1
Jolle	6	0	ja	Maro	1
Kanu	2	0	nein	Lihou	1
Kanu	3	0	nein	Truk	1
Katamaran	36	2	ja	Koror	2
Katamaran	42	5	ja	Ladi	2
Pinasse	18	1	ja	Atafu	1
Pinasse	19	1	ja	Masabu	1
Yacht	30	3	nein	Deahu	1
Yacht	34	3	nein	Maro	1
Yacht	40	5	nein	Palau	2

Überprüfen Sie für jede der unten angegeben funktionalen Abhängigkeiten, ob sie auf der gegebenen Ausprägung gelten oder nicht. Geben Sie für jede FD die Antwort (ja/nein) an. Falls eine FD nicht erfüllt ist geben Sie außerdem ein entsprechendes Gegenbeispiel an. Wenn eine FD erfüllt ist geben Sie ein Tupel an, welches man der Ausprägung hinzufügen könnte um die FD zu verletzen.

(a) `Art` $\rightarrow$ `Rumpf`. **Nein**

Die letzten beiden Tupel in der Tabelle haben beide die `Art` *Yacht* aber einen unterschiedliche Wert für die Spalte `Rumpf`.

(b) `Länge` $\rightarrow$ `Art` **Ja**

Jedes Tupel mit einer existierenden Länge aber zu einer anderen Art würde funktioineren. Zum Beispiel ein Tupel $(\text{Kanu}, 8, \dots)$, welches wegen dem bereits vorhandenen Tupel $(\text{Barke}, 8, \dots)$ die FD brechen würde.

(c) `Name, Zimmer` $\rightarrow$ `Segel`.

Ja

Es kommen nur zwei Namen doppelt vor `Atafu` und *Maro*, bei allen anderen Tupel ist die FD trivial erfüllt. Im Fall von Atafu sehen wir dass das Paar (Atafu, 1) für Attribute `Name` und `Zimmer` immer den Wert *ja* für das Segel impliziert. Bei Maro gibt es zwei verschiedene Tupel (Maro, 0), wofür `Segel` immer *ja* ist und (Maro, 3) wo `Segel` immer *nein* ist.

Brechen können wir die FD zu Beispiel mit einem Tupel

$$(\star, \star, 5, ja, Palau, \star)$$

wobei $\star$ hier ein Platzhalter für belanglose Attribute darstellt (hier können beliebige Werte stehen). Gemeinsam mit dem Tupel in der letzten Zeile der Tabelle kommt es dann zum Widerspruch für das Paar (Palau, 5).

(d) `Zimmer, Segel` $\rightarrow$ `Name`. **Nein**

Die FD wird vielfach verletzt, zum Beispiel durch die beiden Tupel der `Art` *Kanu*. Die relevante Teile der FD Verletzung sind hier hervorgehoben:

$$(\star, \star, 0, nein, \textbf{Lihou}, \star)$$
$$(\star, \star, 0, nein, \textbf{Truk}, \star)$$

(e) `Länge, Rumpf` $\rightarrow$ `Zimmer`.

Ja

Beachten Sie dass schon die Werte des Attributs `Länge` eindeutig sind. Dementsprechend sind auch alle Paare von `Länge`, `Rumpf` Werten eindeutig. Schon daraus lässt sich die Gültigkeit der FD ableiten.

Um die FD zu brechen dürfen die `Länge` Werte nicht mehr eindeutig sein. Wieder können wir ein Gegenbeispiel mit der letzten Zeile der Tabelle erzeugen. Dazu fügen wir ein Tupel der folgenden Form ein

$$(\star, 40, 1, \star, \star, 2)$$

(f) `Name, Art` $\rightarrow$ `Zimmer, Rumpf`. **Ja**

Wieder erzeugen wir ein Gegenbeispiel im Kombination mit der letzten Zeile. Beachten Sie dabei, dass mehr als 1 Attribut auf der Rechten Seite der FD mehr Möglichkeiten zur Verletzung bedeutet. Das hinzufügen eines der Tupel

$$(Yacht, \star, 1, \star, \text{Palau}, 2)$$

oder

$$(Yacht, \star, 5, \star, \text{Palau}, 1)$$

ergibt beides mal einen Widerspruch zur FD.

Aufgabe 2 (Äquivalenz Funktionaler Abhängigkeiten) [2 Punkte]

(a) Gegeben ist ein Relationenschema $UVWXYZ$ und zwei Mengen F_1 und F_2 von funktionalen Abhängigkeiten.

$$F_1 = \{V \rightarrow WY, UX \rightarrow UV, Y \rightarrow UXV, XV \rightarrow Y, UX \rightarrow Z\}$$
$$F_2 = \{V \rightarrow WY, UX \rightarrow UV, Y \rightarrow UX, XVW \rightarrow Y, Y \rightarrow WZ\}$$

Sind F_1 und F_2 äquivalent? Begründen Sie Ihre Antwort mit Hilfe der Hüllen der beiden Mengen an FDs und dokumentieren Sie den Lösungsweg.

Lösung:
Wir zeigen die Äquivalenz indem wir $F_1 \subseteq F_2^+$ und $F_1^+ \supseteq F_2$ zeigen. Beides mal argumentieren wir FD-weise, dass die FD in der der Hülle der jeweils anderen Menge enthalten ist. (Wir behandeln hier nur die nicht trivialen Inklusionen.)

Für $F_1 \subseteq F_2^+$

$Y \to UXV$ Wegen $Y \to UX$ ist $UX \subseteq \mathrm{AttrH}(Y, F_2)$. Aus $UX \to UV$ folg dann auch dass $UVX \subseteq \mathrm{AttrH}(Y, F_2)$ und dementsprechend $F_2 \models X \to UXV$.

$XV \to Y$ Aus $V \to WY$ folgt $VWXY \subseteq \mathrm{AttrH}(XV, F_2)$. Dadurch lässt sich auch die FD $VWX \to Y$ anwenden um auf $Y \subseteq \mathrm{AttrH}(XV, F_2)$ zu schließen. Wir sehen $F_1 \models XV \to Y$.

$UX \to Z$ Wie oben erfolgt leiten wir $Z \subseteq \mathrm{AttrH}(UX, F_2)$ ab. Dieses mal indem wir der Reihe nach die Hülle mittels der folgenden FDs in F_2 erschließen: Von $UX \to UV$ zu $V \to WY$, und dann schließlich $Y \to WZ$.

Für $F_2 \subseteq F_1^+$

$Y \to UX$ Unmittelbar wegen $Y \to UXV \in F_1$.

$XVW \to Y$ Unmittelbar wegen $V \to WY \in F_1$.

$Y \to WZ$ Zuerst $Y \to UXV$ für $UXV \in \mathrm{AttrH}(Y, F_1)$. Dann können wir über $UX \to Z$ auf $Z \in \mathrm{AttrH}(Y, F_1)$ schließen und über $V \to WY$ auf $W \in \mathrm{AttrH}(Y, F_1)$. Dementsprechend erhalten wir auch $F_1 \models Y \to WZ$.

(b) Betrachten Sie die Menge F_2 an funktionalen Abhängigkeiten aus Aufgabe a). Zeigen Sie mit Hilfe der Armstrong-Axiome dass $F_2 \models \{UX \to VZ\}$ gilt (dokumentieren Sie den Lösungsweg).

Lösung:
Um zu zeigen dass $F_2 \models \{UX \to VZ\}$ gilt, müssen wir die FD $UX \to VZ$ mit Hilfe der Armstrong-Axiome aus F_2 ableiten. Eine mögliche solche Ableitung ist

Mittels Dekomposition können wir in einem ersten Schritt aus $UX \to UV$ auf $UX \to V$ schließen. (Damit kürzen wir nur zwei Äste im Beweis ab).

$$
\begin{prooftree}
\AxiomC{[Siehe Oben]}
\noLine
\UnaryInfC{$UX \to V$}
\AxiomC{[Gegeben]}
\noLine
\UnaryInfC{$V \to WY$}
\RightLabel{Dekomposition}
\UnaryInfC{$V \to Y$}
\RightLabel{Transitivität}
\BinaryInfC{$UX \to Y$}
\AxiomC{[Gegeben]}
\noLine
\UnaryInfC{$Y \to WZ$}
\RightLabel{Transitvität}
\BinaryInfC{$UX \to WZ$}
\AxiomC{[Siehe Oben]}
\noLine
\UnaryInfC{$UX \to V$}
\RightLabel{Vereinigung}
\BinaryInfC{$UX \to VWZ$}
\RightLabel{Dekomposition}
\UnaryInfC{$UX \to VZ$}
\end{prooftree}
$$

Aufgabe 3 (Kanonische Überdeckung)	[2 Punkte]

Bestimmen Sie eine kanonische Überdeckung der Mengen $\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2$ von Funktionalen Abhängigkeiten über dem Relationenschema $\mathcal{R} = ABCDEFG$ und dokumentieren Sie den Lösungsweg.

(a) $\mathcal{F}_1 = \{A \to DEG, BE \to F, CG \to ECF, E \to CA, E \to AE, FG \to AB, G \to C\}$

(b) $\mathcal{F}_2 = \{AB \to C, EFG \to CDE, CD \to F, A \to F, FGA \to C, E \to A\}$

Lösung:

(a) Die Kanonische Überdeckung lässt sich mithilfe der folgenden vier Schritten berechnen: (Die Lösung ist nicht eindeutig.)

- **Dekomposition:**

  Mit der Regel der Dekomposition erhalten wir die Menge $\{A \to D, A \to E, A \to G, BE \to F, CG \to E, CG \to C, CG \to F, E \to C, E \to A, E \to A, E \to E, FG \to A, FG \to B, G \to C\}$, welche (da es sich um eine Menge handelt) äquivalent ist zu $\{A \to D, A \to E, A \to G, BE \to F, CG \to E, CG \to C, CG \to F, E \to C, E \to A, E \to E, FG \to A, FG \to B, G \to C\}$

- **Linksreduktion:**

  Wir müssen uns jetzt sukzessive die Frage stellen, ob für eine funktionale Abhängigkeit ein Attribut auf der linken Seite "überflüssig" ist, d.h. weggelassen werden kann so dass sich die resultierende Menge an FDs äquivalent zur ursprünglichn Menge an FDs ist.

  Bereits linksreduziert sind $\{A \to D, A \to E, A \to G, E \to C, E \to A, E \to E, G \to C\}$ und müssen deshalb nicht betrachtet werden. Wir versuchen nun die Menge $\{BE \to F, CG \to E, CG \to C, CG \to F, FG \to A, FG \to B\}$ links zu reduzieren.

  $BE \to F$ kann zu $E \to F$ reduziert werden, da F in der Attributhülle von $(\mathcal{F}_1, E)$ ist. $CG \to E$ kann zu $G \to E$ reduziert werden, da E in der Attributhülle von $(\mathcal{F}_1, G)$ ist (Achtung: hier immer die aktuelle - reduzierte - Menge betrachten). $CG \to C$ kann zu der trivialen FD $C \to C$ reduziert werden, ohne die Attributhülle zu berechnen. Diese FD ist trivial und kann somit auch hier schon gestrichen werden. $CG \to F$ kann zu $G \to F$ reduziert werden, da F in der Attributhülle von $(\mathcal{F}_1, G)$ ist. $FG \to A$ kann zu $G \to A$ reduziert werden, da A in der Attributhülle von $(\mathcal{F}_1, G)$ ist. $FG \to B$ kann zu $G \to B$ reduziert werden, da B in der Attributhülle von G ist.

  Somit ist die Menge F_r der funktionalen Abhängigkeiten nach der Linksreduktion gegeben als $\{A \to D, A \to E, A \to G, E \to C, E \to A, E \to E, G \to C, E \to F, G \to E, C \to C, G \to F, G \to A, G \to B\}$.

- Rechtsreduktion:

  Bei der Rechtsreduktion muss man für jede funktionale Abhängigkeit überprüfen, ob das Entfernen der FD zu einer äquivalenten Menge an FDs führt, oder nicht. D.h. man muss überprüfen, ob die jeweilige FD aus den verbliebenen FDs folgt (abgeleitet werden kann) oder nicht.

Bei $A \to D$ ist dies nicht der Fall, da dies die einzige FD ist welche D auf der rechten Seite stehen hat. $A \to E$ ist überflüssig, da E in der Attributhülle von (F'_r, A) ist, wobei $F'_r = F_r \setminus \{A \to E\}$. Wir erhalten $F_r = F'_r$.

$A \to G$ kann wiederum nicht reduziert werden. $E \to C$ aber schon, da C in der Attributhülle von (F''_r, E) ist, wobei $F''_r = F_r \setminus \{E \to C\}$. Wir erhalten $F_r = F''_r$.

$E \to A$ und $G \to C$ können nicht reduziert werden. $E \to E$ ist trivial und wird deshalb reduziert. $E \to F$ kann reduziert werden, da F in der Attributhülle von (F'''_r, E) ist, wobei $F'''_r = F_r \setminus \{E \to F\}$. Wir erhalten $F_r = F'''_r$.

$G \to E$ kann nicht reduziert werden, ebenso wie $G \to F$ nicht. $C \to C$ ist trivial und wird reduziert. $G \to A$ wird ebenfalls reduziert, da A in der Attributhülle von (F''''_r, G) ist, wobei $F''''_r = F_r \setminus \{G \to A\}$. Wir erhalten $F_r = F''''_r$. $G \to B$ kann auch nicht reduziert werden.

Somit ist die Menge der funktionalen Abhängigkeiten nach der Rechtsreduktion gegeben als

$$\{A \to D, A \to G, E \to A, G \to C, G \to E, G \to F, G \to B\}.$$

- **Zusammenfassen:**

  Als letzten Schritt müssen nur noch die Funktionalen Abhängigkeiten mit identischen linken Seiten zusammengefasst werden. Wir erhalten:

$$\{A \to DG, E \to A, G \to BCEF\}.$$

(b) Wir berechnen wiederum die vier Schritte um eine kanonische Überdeckung zu erhalten (Die Lösung ist nicht eindeutig).

- **Dekomposition:**

  Durch Anwendung der Dekompositionsregel erhalten wir die Menge
  $\{AB \to C, EFG \to C, EFG \to D, EFG \to E, CD \to F, A \to F, FGA \to C, E \to A\}$.

- **Linksreduktion:**

  Wir müssen uns jetzt sukzessive die Frage stellen, ob für eine funktionale Abhängigkeit ein Attribut auf der linken Seite "überflüssig" ist, d.h. weggelassen werden kann so dass sich die resultierende Menge an FDs äquivalent zur ursprünglichn Menge an FDs ist.

  Für $AB \to C$ ist das nicht der Fall. $EFG \to C$ kann zu $EG \to C$ reduziert werden, da C in der Attributhülle von EG ist. $EFG \to D$ kann zu $EG \to D$ reduziert werden, weil D in der Attributhülle von EG ist. $EFG \to E$ kann, ohne die Attributhülle zu berechnen, zu der trivialen FD $E \to E$ reduziert werden. $CD \to F$ kann nicht reduziert werden. $FGA \to C$ kann zu $GA \to C$ reduziert werden, da C in der Attributhülle von GA ist.

  Nachdem keine der verbleibenden FDs weiter reduziert werden kann ist die Menge der funktionalen Abhängigkeiten nach der Linksreduktion gegeben als

$$F_r = \{AB \to C, EG \to C, EG \to D, E \to E, CD \to F, A \to F, GA \to C, E \to A\}.$$

- Rechtsreduktion:

  Bei der Rechtsreduktion muss man für jede funktionale Abhängigkeit überprüfen, ob das Entfernen der FD zu einer äquivalenten Menge an FDs führt, oder nicht. D.h. man muss überprüfen, ob die jeweilige FD aus den verbliebenen FDs folgt (abgeleitet werden kann) oder nicht.

  $AB \to C$ kann nicht reduziert werden, aber $EG \to C$ schon, da C in der Attributhülle von $(F_r \backslash (EG \to C), EG)$ enthalten ist. $EG \to D$ kann nicht reduziert werden, aber die FD $E \to E$ ist trivial und kann somit gestrichen werden. Alle restlichen FDs können nicht reduziert werden.

  Somit ist die Menge der funktionalen Abhängigkeiten nach der Rechtsreduktion gegeben als

  $$\{AB \to C, EG \to D, CD \to F, A \to F, GA \to C, E \to A\}.$$

- **Zusammenfassen:**

  Als letzten Schritt müssen nur noch die Funktionalen Abhängigkeiten mit identischen linken Seiten zusammengefasst werden:

  $$\{AB \to C, EG \to D, CD \to F, A \to F, GA \to C, E \to A\}.$$

Aufgabe 4 (Schlüsselbestimmung) [2 Punkte]

Bestimmen Sie für die folgenden Relationenschemata samt Funktionalen Abhängigkeiten alle Schlüssel und alle Superschlüssel.

(a) $\mathcal{R} = ABCDE$
$F = \{AB \to DE, CD \to BE, E \to A, D \to C\}$

Lösung:
Die Schlüssel sind D und AB und BE. Die Menge der Superschlüssel ist

$$\begin{aligned}\{&D, AB, BE, DA, DB, DC, DE,\\ &ABC, ABD, ABE, BCE, BDE, ACD, ADE, BCD, CDE,\\ &ABCD, ABDE, BCDE,\\ &ABCDE\}\end{aligned}$$

(b) $\mathcal{R} = ABCDEFG$
$F = \{AB \to EF, CD \to G, F \to DG, E \to B\}$

Lösung:
Die Menge der Schlüssel ist

$$\{ABC, ACE\}.$$

Die Menge der Superschlüssel ist

$$\begin{aligned}\{&ABC, ACE,\\ &ABCD, ABCE, ABCF, ABCG, ACDE, ACEF, ACEG,\\ &ABCDE, ABCDF, ABCDG, ABCEF, ABCEG, ABCFG, ACDEF, ACDEG, ACEFG\\ &ABCDEF, ABCDEG, ABCDFG, ACDEFG\\ &ABCDEFG\}\end{aligned}$$

Aufgabe 5 (Normalformen) [2 Punkte]

Gegeben ist jeweils ein Relationenschema $\mathcal{R}$ samt einer Menge $\mathcal{F}$ an dazugehörigen Funktionalen Abhängigkeiten.

Überprüfen Sie ob $\mathcal{R}$

- in dritter Normalform ist,
- in Boyce-Codd-Normalform ist,

und begründen Sie Ihre Antworten.

Lösung:
Die drei Eigenschaften, mit welcher für eine Menge funktionaler Abhängigkeiten der Form $\alpha \to B$ entschieden werden kann, ob sich das Relationenschema $\mathcal{R}$ in dritter Normalform bzw. Boyce-Codd Normalform befindet, sind wie folgt:

1. $B \in \alpha$, d.h. die FD ist trivial;
2. α ist Superschlüssel von $\mathcal{R}$;
3. das Attribut B ist in einem Schlüssel von $\mathcal{R}$ enthalten.

Dabei ist ein Relationenschema $\mathcal{R}$ in Boyce-Codd Normalform, wenn für jede Funktionale Abhängigkeit Bedingungen 1 oder 2 erfüllt ist, und $\mathcal{R}$ ist in dritter Normalform wenn für jede Funktionale Abhängigkeit eine der Bedingungen 1, 2 oder 3 erfüllt ist.

(a) $\mathcal{R} = VWXYZ$,
$\mathcal{F} = \{XZ \to V, Z \to WY, VX \to WX, W \to YXZ\}$

Lösung:
Wir bestimmen zuerst die Schlüssel von $\mathcal{R}$. Diese sind: B und C.

Um die Bedingungen zu untersuchen wenden wir zuerst die Dekomposition an, und kennzeichnen anschließend für jede FD, welche Bedingungen sie erfüllt:

$$\mathcal{F} = \{\underbrace{XZ \to V}_{2,3}, \underbrace{Z \to W}_{2,3}, \underbrace{Z \to Y}_{2}, \underbrace{VX \to W}_{2,3}, \underbrace{VX \to X}_{1,2}, \underbrace{W \to Y}_{2}, \underbrace{W \to X}_{2}, \underbrace{W \to Z}_{2,3}\}.$$

Since every FD satisfies either proprety 1 or 2, we have that $\mathcal{R}$ is in BCND (and thus also in 3NF).

(b) $\mathcal{R} = UVWXYZ$
$F = \{UWZ \to UVY, XYZ \to W, VZ \to WXY, XY \to UZ,$
$UVW \to YW, UZ \to X\}$
Die Schlüssel sind gegeben als VZ, UWZ, $UVWX$, UYZ und XY

Lösung:
Um die Bedingungen zu untersuchen wenden wir die Dekomposition an, und kennzeichnen für jede FD, welche Bedingungen sie erfüllt:

$$\mathcal{F} = \{ \underbrace{UWZ \to U}_{1,2,3}, \underbrace{UWZ \to V}_{2,2}, \underbrace{UWZ \to Y}_{2,3}, \underbrace{XYZ \to W}_{2,3}, \underbrace{VZ \to W}_{2,3},$$
$$\underbrace{VZ \to X}_{2,3}, \underbrace{VZ \to Y}_{2,3}, \underbrace{XY \to U}_{2,3}, \underbrace{XY \to Z}_{2,3}, \underbrace{UVW \to Y}_{3},$$
$$\underbrace{UVW \to W}_{1,3}, \underbrace{UZ \to X}_{3}\}.$$

Nachdem jede FD eine der drei Eigenschaften erfüllt, zwei FDs jedoch nur Eigenschaft (3) befindet sich das Schema in 3NF, jedoch nicht in BCNF!

Aufgabe 6 (Synthesealgorithmus)	[3 Punkte]

Gegeben sei folgendes Relationenschema samt funktionalen Abhängigkeiten:

$$\mathcal{R} = ABCDEF$$
$$\mathcal{F} = \{BC \to A, A \to D, BE \to DF, EF \to C, E \to F, A \to B, B \to D\}$$

Gesucht ist eine verlustlose und abhängigkeitserhaltende Zerlegung in dritter Normalform. Wenden Sie hierzu den Synthesealgorithmus an und dokumentieren Sie das Ergebnis der einzelnen Schritte. Bestimmen Sie alle Schlüssel von $\mathcal{R}$ und allen Relationen der Zerlegung.

Lösung:

1. Kanonischen Überdeckung bestimmen:

$$\mathcal{F}_c = \{A \to B, B \to D, BC \to A, E \to CF\}$$

2. Alle Kandidatenschlüssel von $\mathcal{R}$ bzgl. $\mathcal{F}_c$ bestimmen:

$$\{AE, BE\}.$$

3. Relationenschemata für jedes Element von $\mathcal{F}_c$ erstellen:

Relationenschema	Geltende FDs
$\mathcal{R}_1 = AB$	$\mathcal{F}_1 = \{A \to B\}$
$\mathcal{R}_2 = ABC$	$\mathcal{F}_2 = \{BC \to A, A \to B\}$
$\mathcal{R}_3 = BD$	$\mathcal{F}_3 = \{B \to D\}$
$\mathcal{R}_4 = CEF$	$\mathcal{F}_4 = \{E \to CF\}$

4. Schema eliminieren welche in anderen Schemata enthalten sind:

   Das Schema $\mathcal{R}_1$ ist im Schema $\mathcal{R}_2$ enthalten und muss daher eliminiert werden.

Relationenschema	Geltende FDs
$\mathcal{R}_2 = ABC$	$\mathcal{F}_2 = \{BC \to A, A \to B\}$
$\mathcal{R}_3 = BD$	$\mathcal{F}_3 = \{B \to D\}$
$\mathcal{R}_4 = CEF$	$\mathcal{F}_4 = \{E \to CF\}$

5. Testen ob Kandidatenschlüssel in einem der Teilschema enthalten ist:

   Keiner der Schlüssel ist in einem Teilschema anthalten. Es muss ein neues Relationenschema $\mathcal{R}_\mathcal{K}$ erstellt werden, wir wählen den Schlüssel AE:

Relationenschema	Geltende FDs
$\mathcal{R}_\mathcal{K} = AE$	$\mathcal{F}_\mathcal{K} = \emptyset$

6. Ergebnis (je ein Schlüssel ist unterstrichen):

Relationenschema	Geltende FDs
$\mathcal{R}_2 = ABC$	$\mathcal{F}_2 = \{BC \to A, A \to B\}$
$\mathcal{R}_3 = BD$	$\mathcal{F}_3 = \{B \to D\}$
$\mathcal{R}_4 = CEF$	$\mathcal{F}_4 = \{E \to CF\}$
$\mathcal{R}_\mathcal{K} = \underline{AE}$	$\mathcal{F}_\mathcal{K} = \emptyset$

Aufgabe 7 (Dekompositionsalgorithmus) [3 Punkte]

Gegeben sei folgendes Relationenschema samt funktionalen Abhängigkeiten und allen Schlüsseln:

$$\mathcal{R} = ABCDEF$$
$$\mathcal{F} = \{ABC \to B, AC \to DE, E \to C, F \to B\}$$

Schlüssel: ACF, AEF

Gesucht ist eine verlustlose Zerlegung in Boyce-Codd-Normalform. Wenden Sie hierzu den Dekompositionsalgorithmus an und dokumentieren Sie das Ergebnis der einzelnen Schritte. Bestimmen Sie alle Schlüssel von allen Relationen der Zerlegung. Ist die Zerlegung abhängigkeitserhaltend? Wenn die Zerlegung nicht abhängigkeitserhaltend ist, geben Sie an welche der Abhängigkeiten in $\mathcal{F}$ verloren gegangen ist.

Hinweis: Bestimmen Sie bei jeder Zerlegung die jeweilige Hülle an FDs!

Lösung:

Die drei FDs

- $AC \to DE$,
- $E \to C$, und

- $F \to B$

verletzen die BCNF (sind nicht trivial und die linke Seite beinhaltet keinen Schlüssel), die restlichen FDs erfüllen die BCNF. Es gibt daher drei Möglichkeiten für die Zerlegung. Wir zeigen hier eine Möglichkeit auf.

Hinweis: Wir geben in jeder Hülle $\mathcal{F}_i^+[\mathcal{R}_j]$ nur die nicht-trivialen, linksreduzierten Abhängigkeiten an.

- Die FD $AC \to DE$ wird gewählt. Damit erhalten wir das Schema:

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_1 &= ACDE & \mathcal{F}_1 &= \mathcal{F}^+[\mathcal{R}_1] = \{AC \to DE, E \to C\} \\ && &\text{Schlüssel: } AC, AE \\ \mathcal{R}_2 &= ABCF & \mathcal{F}_2 &= \mathcal{F}^+[\mathcal{R}_2] = \{ABC \to B, F \to B\} \\ && &\text{Schlüssel: } AFC \end{aligned}$$

  Die Schemata $\mathcal{R}_1$ und $\mathcal{R}_2$ sind nicht in BCNF, da die FDs $E \to C$ bzw. $F \to B$ wiederum die Bedingungen der BCNF verletzt. Wir zerlegen $\mathcal{R}_1$. Dabei wird nach der einzigen FD zerlegt, welche die BCNF verletzt.

  - Wir zerlegen nach $E \to C$ zu

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{1,1} &= EC & \mathcal{F}_{1,1} &= \mathcal{F}_1^+[\mathcal{R}_{1,1}] = \{E \to C\} & &\text{Schlüssel: } E \\ \mathcal{R}_{1,2} &= ADE & \mathcal{F}_{1,2} &= \mathcal{F}_1^+[\mathcal{R}_{1,2}] = \{AE \to D\} & &\text{Schlüssel: } AE \end{aligned}$$

    Nun erfüllen alle Relationenschemata die BCNF, es ist daher kein weiteres zerlegen notwendig.

  Wir zerlegen nun $\mathcal{R}_2$. Dabei wird nach der einzigen FD zerlegt, welche die BCNF verletzt.

  - Wir zerlegen nach $F \to B$ zu

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{2,1} &= FB & \mathcal{F}_{2,1} &= \mathcal{F}_2^+[\mathcal{R}_{2,1}] = \{F \to B\} & &\text{Schlüssel: } F \\ \mathcal{R}_{2,2} &= ACF & \mathcal{F}_{2,2} &= \mathcal{F}_2^+[\mathcal{R}_{2,2}] = \{\} & &\text{Schlüssel: } ACF \end{aligned}$$

    Nun erfüllen alle Relationenschemata die BCNF, es ist daher kein weiteres zerlegen notwendig.

    Diese Zerlegung ist nicht abhängigkeitserhaltend, da die FG $AC \to DE$ verloren geht.