Reglerentwurf für den Ballbot

Pengfei Zhao

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

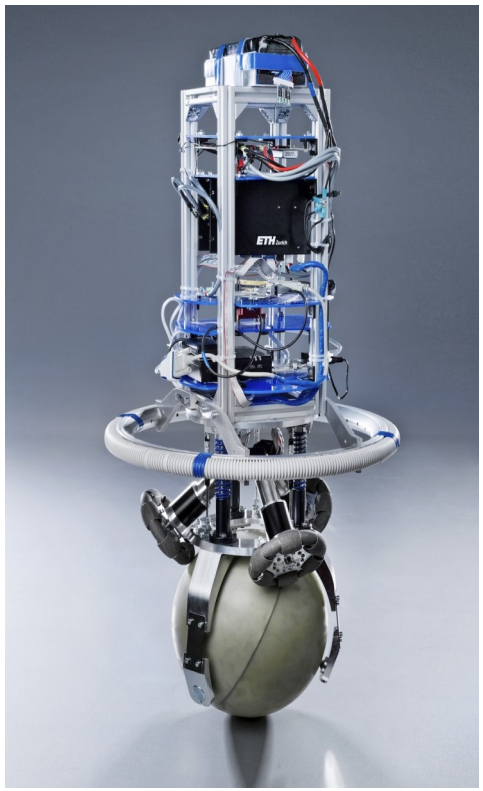


Abbildung: Der Rezero von der ETH Zürich [1]

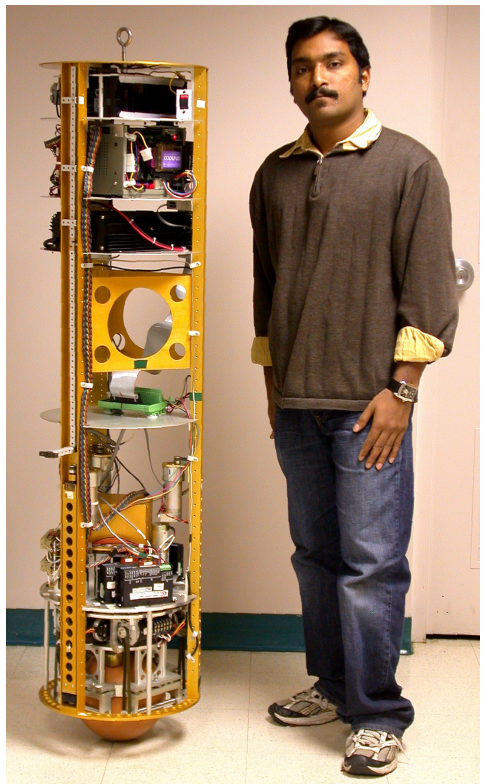


Abbildung: Der Ballbot von der CMU [2]

Hintergrund

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Was bisher geschah

- Konstruktion des Ballbots
- 2D Model anhand drei unabhängiger Ebenen
- Entwurf und Implementierung eines LQR Reglers für jeweils eine Ebene
- **Ergebnis**: Stabiles Regelverhalten in der Simulation
- **Aber** : Drehgeschwindigkeit-Beschränkung der Motoren verhindert Stabilität in der Praxis

Hintergrund

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

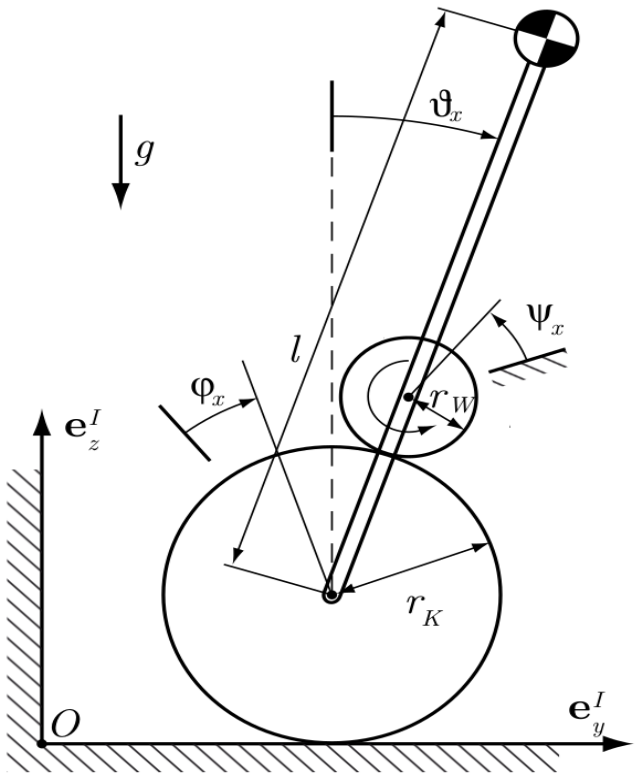


Abbildung: Model in XZ Ebene [1]

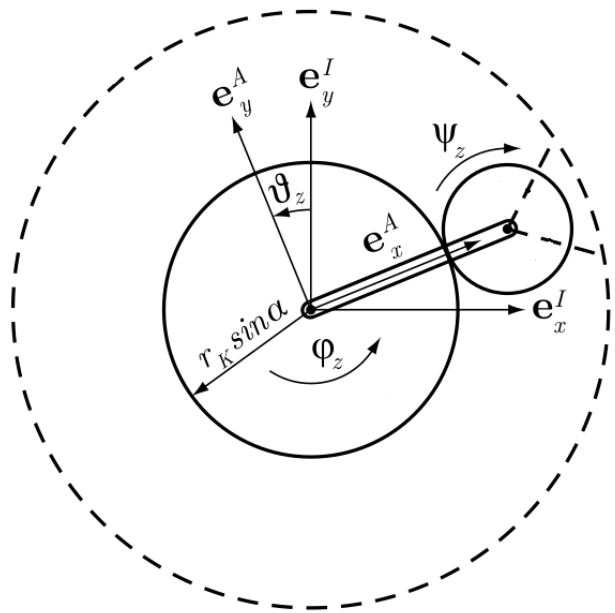


Abbildung: Model in XY Ebene [1]

Aufgabenstellung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Meine Aufgaben

- Entwurf eines Reglers anhand des 3D Modells
- Implementierung des Reglers in die bestehende Konstruktion

Übersicht

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

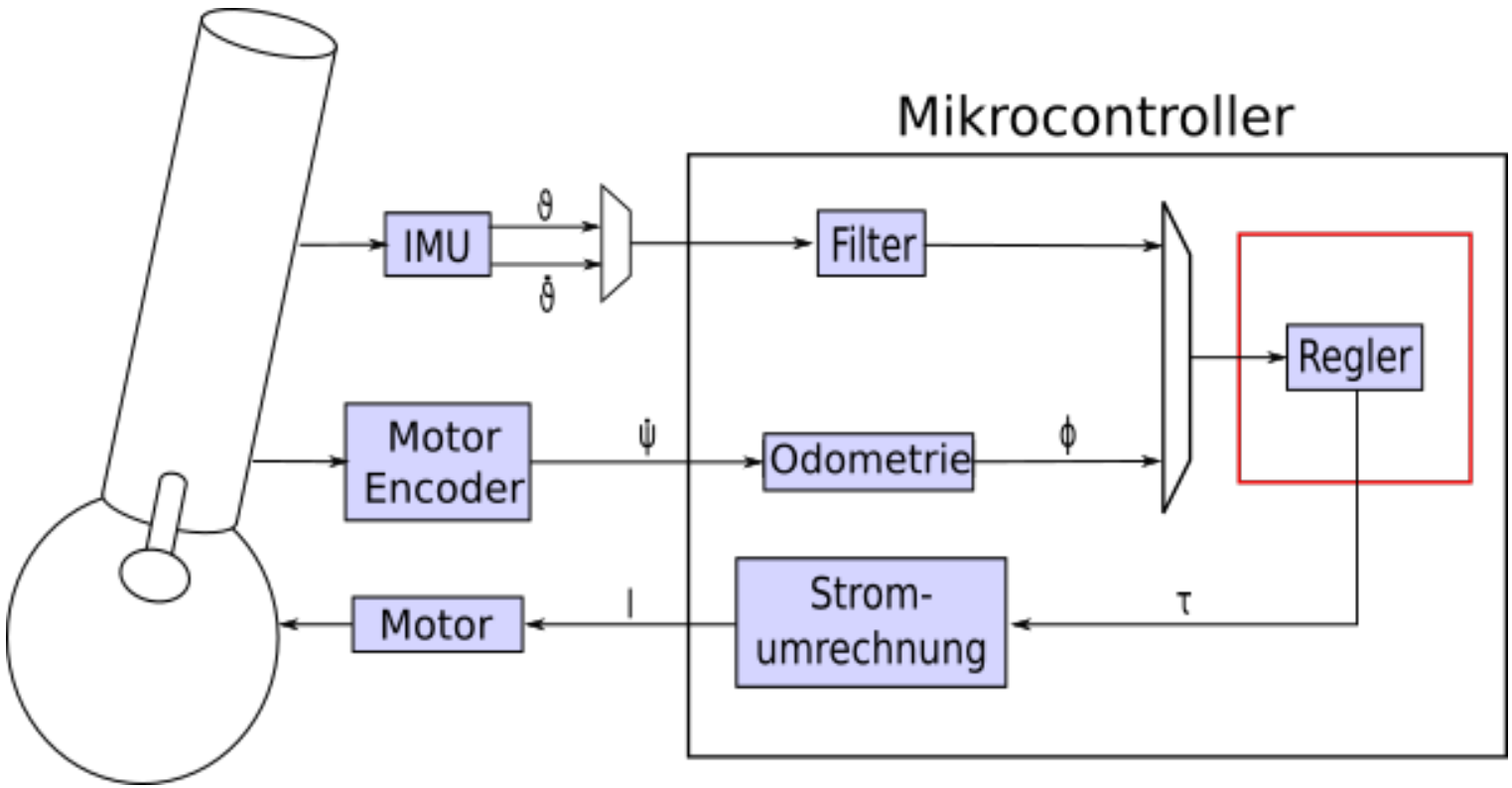


Abbildung: Übersicht des zu implementierenden Systems

Übersicht

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

1. Modellierung
2. Regelerentwurf
3. Implementierung
4. Aussicht

Modellierung

Einführung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

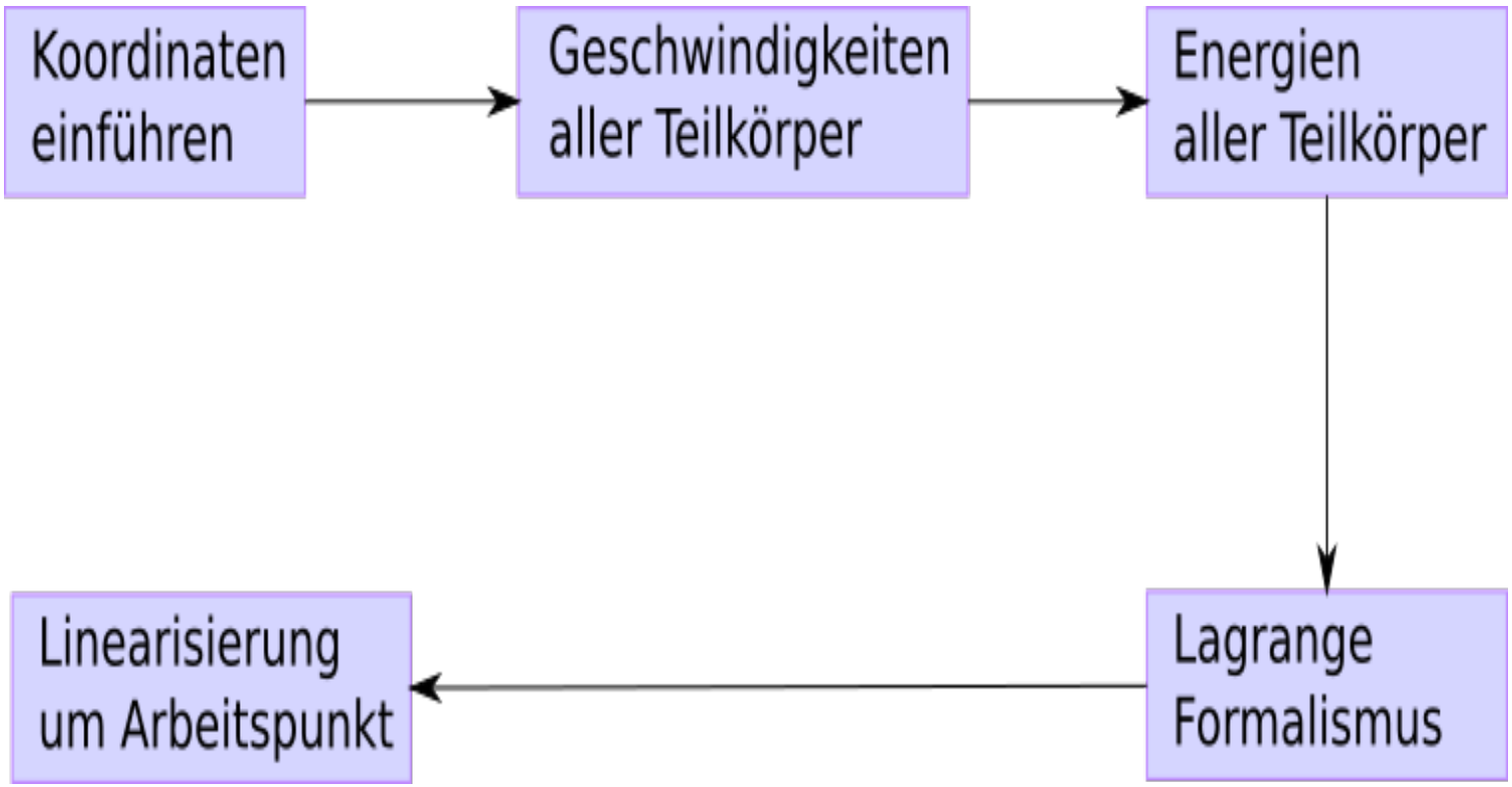
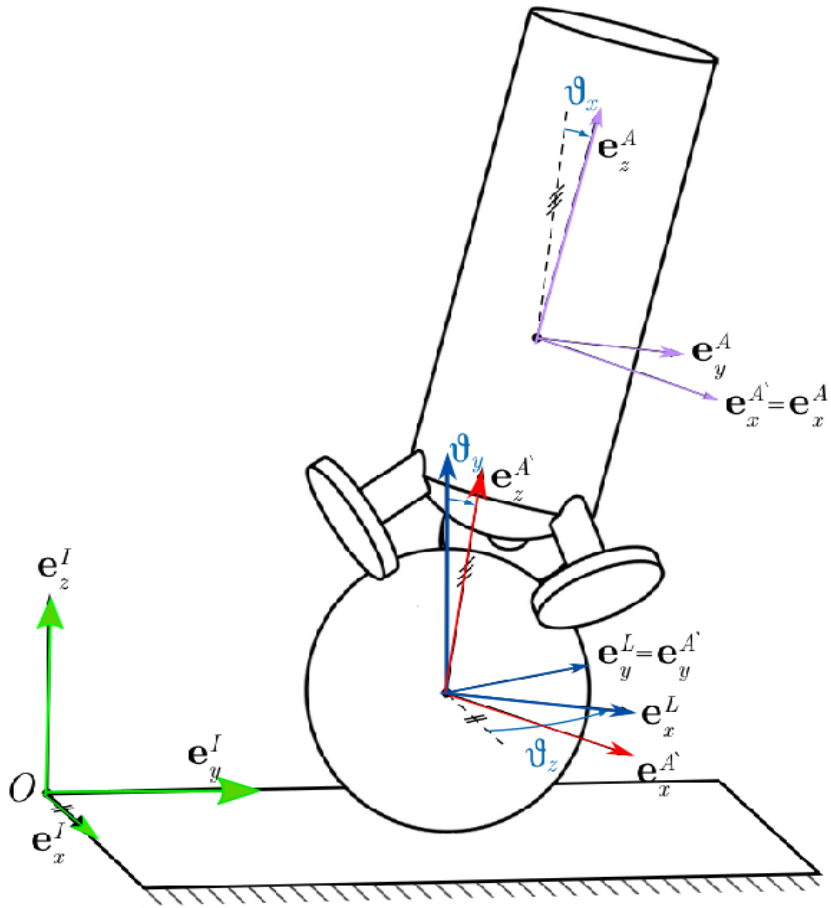


Abbildung: Arbeitsschritte der Modelierung

Modellierung

Einführung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT



Minimale Koordinaten

- $q = \left[\phi_x, \phi_y, \vartheta_x, \vartheta_y, \vartheta_z\right]$

Koordinaten Systeme

- $I \xrightarrow{\vartheta_z} L \xrightarrow{\vartheta_y} A' \xrightarrow{\vartheta_x} A$

Abbildung: Koordinaten Systeme des 3D Modells [1]

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Nichtlineare Bewegungsgleichungen

- $M(\vec{q}) \cdot \ddot{\vec{q}} + C(\vec{q}, \dot{\vec{q}}) + G(\vec{q}) = \vec{\tau}$, mit $q = \left[\phi_x, \phi_y, \vartheta_x, \vartheta_y, \vartheta_z\right]$
- $\dot{\vec{x}} = \begin{bmatrix} \dot{\vec{q}} \\ \ddot{\vec{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\vec{q}} \\ M^{-1} \cdot (\vec{\tau} - (C + G)) \end{bmatrix}$

Lineare Bewegungsgleichung

- Linearisierung um Arbeitspunkt $x_{AP} = \left[0, 0, 0, 0, 0\right]$
- $\dot{\vec{x}} = A \cdot \vec{x} + B \cdot \vec{u}$
- $\vec{y} = C \cdot \vec{x} + D \cdot \vec{u}$

Regelerentwurf
Übersicht

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Nagarajan et al [2]

The ballbot: An omnidirectional balancing mobile robot, 2013

- **Trajektorienplaner** : Berechnet Trajektorie für Ballwinkelposition $\theta(t)$ und Körperwinkel $\phi(t)$ gegeben θ_0 und θ_f anhand der Systemdynamik.
- **Kaskadenregelung** :
  - **Äußere Schleife** :
    Regler : PID Regler für die Ballposition
    Input : Abweichung von der Ballpositionstrajektorie
    Output : Kompensationsterm für Körperwinkeltrajektorie.
  - **Innere Schleife** :
    Regeler : PID Regler für die Körperwinkel
    Input : Abweichung von der Körperwinkeltrajektorie
    Output : Drehmoment

Regelerentwurf
Übersicht

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

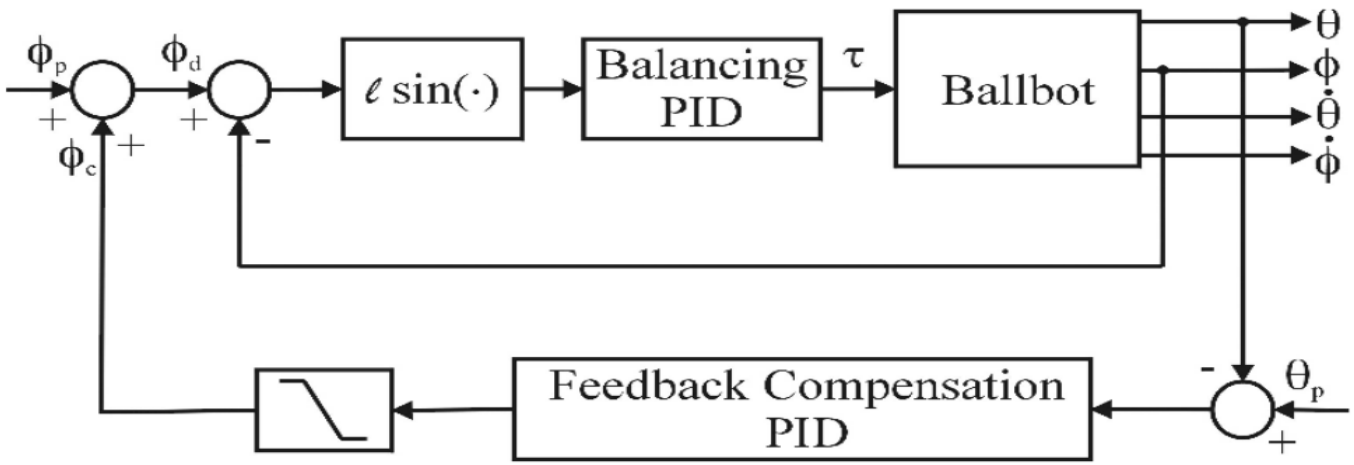


Abbildung: Regler von Nagarajan et al [2]

Regelerentwurf
Übersicht

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Van der Blonk [3]
Modeling and Control of a Ball-Balancing Robot, 2014

- Transformation führt zu entkoppelten Übertragunsfunktionen.
- SISO Loopshaping für jede Übertragungsfunktion
- **Kaskadenregelung** :
  - **Äußere Scheife** :
    3 SISO Regler für Körperwinkel
  - **Innere Schleife** :
    3 SISO Regler für Ballposition
- **LQR** mit vollständiger Zustandsrückführung

Regelerentwurf
Übersicht

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Fankenhauser et al [1]
Modeling and Control of a Ballbot, 2010

- **LQR** auf Basis eines linearisierten Systems um Nullpunkt
- **Gain Scheduling** : Kombination von mehreren Reglern basierend auf zusätzliche Linearisierungspunkte für die Ballgeschwindigkeiten

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Entscheidung für den LQR Regler

- Schneller einfacher Entwurf
- Minimiert Stellgröße $\rightarrow$ Maximaler Drehmoment wird vermieden
- LQR Regler besitzen Robustheit : Unendliche Amplitudenreserve, mindestens 60° Phasenreserve
- Mit Gain Scheduling zum nicht linearen Regler erweiterbar
- Proof of Concept : LQR und Gain Scheduling erzielen bei Fankenhauser et al gute Ergebnisse

Regelerentwurf
LQR Entwurf

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Theorie

- Gegeben linearisiertes Model in Zustandsform :

$$\dot{\vec{x}} = A \cdot \vec{x} + B \cdot \vec{u}$$

- Findet Gain Matrix K der Zustandsrückführung $u = -K \cdot x$, sodass u folgende Kostenfunktionen minimiert

$$J(u) = \int_0^\infty (x^T \cdot Q \cdot x + u^T \cdot R \cdot u) dt$$

- Q ist Gewichtungsmatrix für die Zustände
- R ist Gewichtungsmatrix für die Eingänge

Regelerentwurf
LQR Entwurf

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Entwurf

- Parameterwahl mit Brysons Regel :

$$Q_{ii} = \frac{1}{x_{i,max}^2} \qquad R_{jj} = \frac{1}{u_{j,max}^2}$$

- $x_{i,max}$: erwarteter Maximalwert von x_i
- $u_{i,max}$: erwarteter Maximalwert von u_j
- Matlab Befehl *lqr(A,B,Q,R)* berechnet Gain Matrix *K*

Implementierung
Übersicht

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

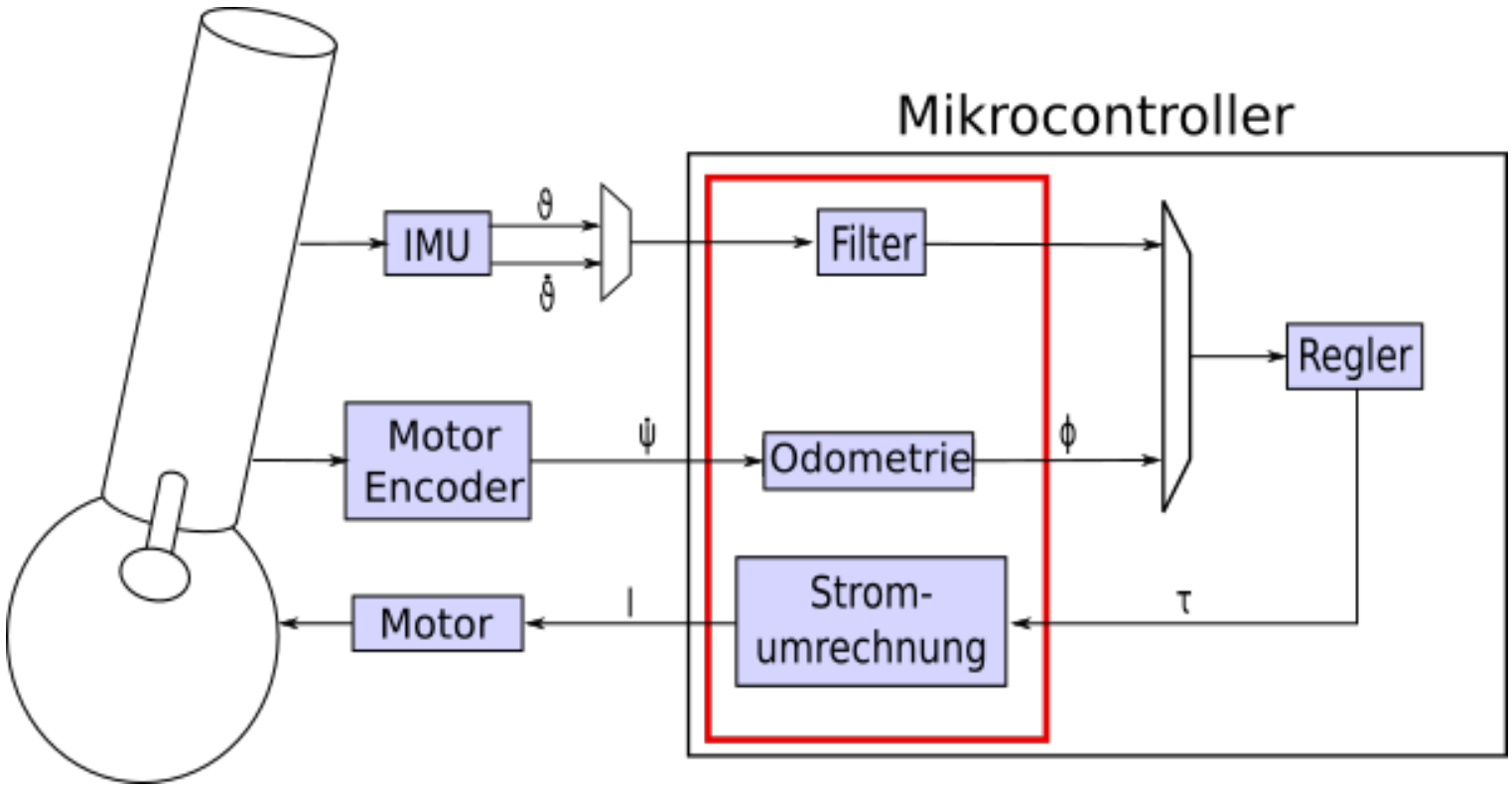


Abbildung: Struktur des implementierten Systems

Implementierung
Filter

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Problem

- Problem in anderen Arbeiten : Verrauschte IMU Werte führen zu Zittern der Räder

Lösung

- Extended Kalman Filter : Schätzungen der Zustandsvariablen anhand eines linearisierten Models wird mit Messwerten ergänzt
- Implementierung über Matlab

Implementierung
Odometrie

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Problem

- Motor Encoder misst Winkelgeschwindigkeit der Räder $\psi_{1,2,3}$
- Der Regler benötigt die Gesamtrotation des Balles $\phi_{x,y}$

Lösung

- Ausnutzen der Annahme : Kein Gleiten zwischen Rad und Ball

$$({}^{A}\vec{\omega}_K \times {}^{A}\vec{r}_{BP_i}) \cdot {}^{A}\vec{d}_i = r_w \cdot {}^{A}\omega_{W_i}$$

- Nach ω_K auflösen und integrieren

Implementierung
Odometrie

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

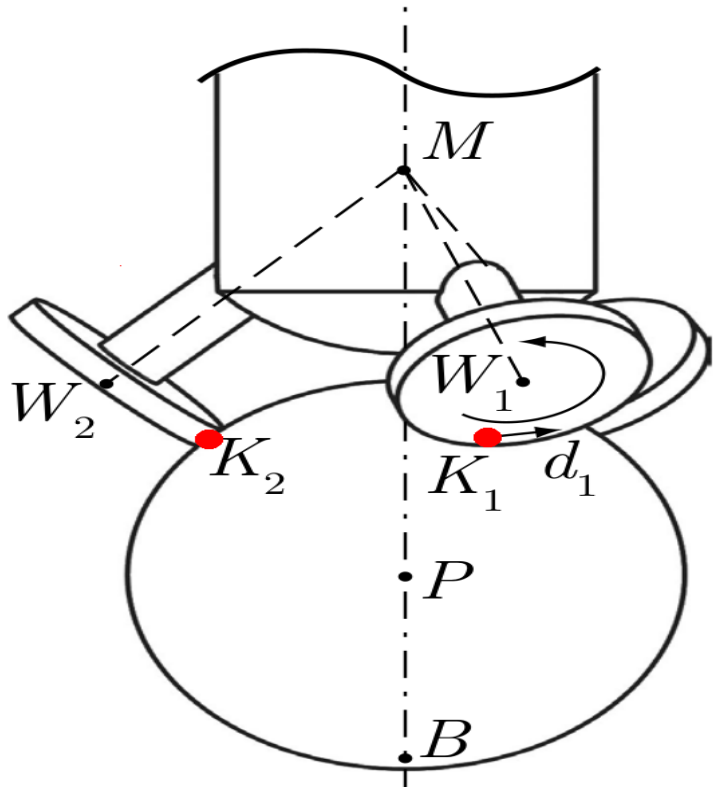


Abbildung: Illusttration der Bindunsgleichungen [1]

Implementierung
Stromumrechnung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Problem

- Reglerausgang : Drehmoment , aber Motoreingang : Strom
- Unbekannte Abbildung zwischen Drehmoment und Strom
- Aber : Strom und Drehmoment Messwerte sind bekannt

Lösung

- Abbildung zwischen Drehmoment und Strom durch lineare Regression
- Für $I = \beta_2 \cdot \tau^2 + \beta_1 \cdot \tau + \beta_0$. Parameter $\beta_2, \beta_1, \beta_0$ finden, s.d. I den Datensatz am besten beschreibt

Aussicht

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Nächste Arbeitschritte

- Parameterschätzung : Bestimmung der Trägheiten mit CAD Programm
- Simulation des geregelten Systems in Simulink

Mögliche Probleme

- Kontinuierliche Strecke, aber diskreter Regler auf Mikrocontroller
- Latenzzeit aufgrund Berechnung und Signaltransport
- Ansatz : Totzeit und Abtasthalteglied in Simulink Model einbauen

Quellen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

[1] Péter Fankhauser and Corsin Gwerder, *Modeling and Control of a Ballbot*, 2010

[2] Umashankar Nagarajan, George Kantor and Ralph Hollis, *The ballbot: An omnidirectional balancing mobile robot*, 2013

[3] Koos van der Blonk, *Modeling and Controlof a Ball-Balancing Robot*, 2014