

高层写字楼电梯运行安排模型

齐行行,米琦,叶颖梁

(上海交通大学 电子工程系,上海 200240)

摘要:以汇嘉大厦为例,设计了电梯运行安排的数学模型,可提高高层写字楼电梯运行效率,减少乘客等候时间。

关键词:电梯;运行;模型

中图分类号: TP273

文献标识码: B

文章编号: 1005-1090(2003)05-0020-03

Model Arrangement of Electric Lift Running in Multistory Office Building

QI Hang-hang, MI Qi, YE Ying-liang

(Dept. of Electronic Engineering, Shanghai Traffic University, Shanghai 200240, China)

Key words: electric lift; running; model

Abstract: Taking Huijia High Building as an example, mathematical model arrangement is designed for electric lift running in the above mentioned building, which can increase electric lift's running efficiency in such a multi-story office building, and consequently can decrease passengers' waiting time.

每天早晨的一段时间内,在一幢写字楼上班的人们随机地走进大楼,乘电梯到达各层;傍晚的一段时间内,他们又随机地从各自的楼层乘电梯到达底层。结果有几部电梯在高峰时段每一层都停下来各上下一二位乘客。

这种由于电梯安排不合理,造成乘客运送速度缓慢和电梯资源浪费的现象,在高级办公楼、宾馆相当常见。安排多少台电梯工作,如何安排电梯停的层数以及电梯停靠的时间,需建立一个数学模型。以位于上海市徐家汇漕西北路47号的汇嘉大厦为例,探讨电梯运行的模型设计,对高层写字楼具有一定的启发意义和参考价值。

这栋大楼共28层,1~4层为太平洋电脑广场,5~28层为写字楼。由于该大厦的较低层和较高层

的商业目的不一样,大厦安排其中电梯在较低层停靠,其停靠的楼层为1、3~16层;另外两台在较高层停靠,其停靠的楼层为1、4、16~28层。考察后建立了一个数学模型来分析这种电梯安排情况。在模型中,首先将电梯方案中的各个变量符号化,并建立了一个衡量标准。对不同的电梯安排方案,这个衡量标准值会有所不同。该衡量标准的值越低则电梯的使用效率越高。为简化该数学模型,设大楼一共有2台电梯并建立了一个衡量函数 Q 。由导出的2台电梯停靠的层数 x_1 和 x_2 的约束条件 $x_1 + x_2 = N + 1$,该函数 Q 化为了一个以某一台电梯停的层数 x_1 为变量的二次函数。通过对该二次函数 Q 求出最小值,得到最佳电梯运行安排方案——让两台电梯分别承担上半栋楼和下半栋楼的接送任务。

收稿日期: 2003-06-30

作者简介: 齐行行(1982-),男,辽宁沈阳人,本科生。

1 问题的假设

- (1) 假设不会出现超载问题;
- (2) 假设每一台电梯运行中经过每一层的时间是常数;
- (3) 假设电梯启动和制动在 0 秒完成, 即电梯一启动就在瞬间达到正常运行速度, 一制动就马上停下;
- (4) 如果一台电梯停靠某一层的话, 它在这一层停靠的时间为常数;
- (5) 假设上班的高峰期间, 每一层都有乘客要乘坐电梯;
- (6) 假设上班的高峰期间, 电梯上行只用来将乘客往上层接送, 电梯下行过程中不接客;
- (7) 假设下班的高峰期间, 电梯下行只用来将乘客往下层接送, 电梯上行过程中不接客;
- (8) 为达到电梯使用的最大效率, 应保证多台电梯尽量不在同一层停靠。

2 参数和变量的说明

- (1) N 为楼层的层数;
- (2) n 为电梯总数, $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 为 n 台电梯分别停的楼层总数;
- (3) 第 i 部电梯的运行周期 S_i : 在本模型中定义为第 i 台电梯在上下班时期从第一层出发进行正常工作到下一次电梯从第一层出发所需要的时间;
- (4) T_1 为电梯运行中经过一层的时间;
- (5) T_2 为电梯在某楼层停下来接客所需要的时间;
- (6) 乘客的最长平均等待时间 Q : 因为在最坏的情况下, 一位乘客刚到电梯门口发现电梯正好刚刚离开, 这样他需要等这台电梯再次到达该楼层, 这样他的等待时间是最长的。定义乘客的最长平均等待时间为所有乘客等待时间的算术平均值。

3 问题的分析、理解

随着高层建筑的日益增多, 高楼中电梯的合理安排已成为了楼层管理人员必须考虑的一个重要问题。一般来说, 高层建筑中若使用多台电梯工作, 则除非有特殊情况, 一层楼只要有一台电梯停就可以了。本题中希望通过建立一个数学模型, 通过对某一个衡量标准的定量研究来找到提高高楼中电梯的使用效率的方法。

对于有多台电梯的大楼, 如果无特殊要求, 由于每一台电梯可载客量为无穷大, 为使电梯能充分加速, 对每一个楼层只用安排有一台电梯停就可以了。这样把各台电梯分配在不同的层数停靠, 可实现最优安排方案。考虑到这一点, 有理由在接下来的运算中考虑本文开头的假设: 假设电梯启动和制动在 0 秒完成, 即电梯一启动就在瞬间达到正常运行速度, 一制动就马上停下。

3.1 衡量标准之一 Q 的确定

因为时间的长短能反映出一个过程的效率, 用乘客的平均等待时间的最大值作为两个衡量标准之一, 用各个电梯之间的均衡性(安排两部电梯运行周期尽量接近)作为另一个衡量标准。

先讨论 2 个电梯($n=2$)的情况。

通过深入挖掘该电梯安排模型, 发现为使电梯的使用效率最高, x_1, x_2 须满足 $x_1 + x_2 = N + 1$, 使得除第一层外其他楼层只有一部电梯停留。这个约束条件将会在后续模型的解决中用到。

衡量标准 Q 是每层等待时间的平均值, 即每部电梯运行周期的加权平均值, 计算方法为: 第一部电梯的运行周期 S_1 和它的停留层数(第一层除外)($x_1 - 1$)的乘积与第二部电梯的运行周期 S_2 和它的停留层数(第一层除外)($x_2 - 1$)的乘积的和, 再除以大楼总层数 N 。

设第一台电梯停靠于 $1, (N + 2 - x_1) \sim N$ 层, 共 x_1 层;

第二台电梯停靠于 $1, 2 \sim x_2$ 层, 共 x_2 层。

如上安排使每台电梯的停靠的楼层连续而不将两台电梯停靠的楼层交错排列, 则可以降低第二台电梯所需达到的最高层数, 减小 S_2 而保证 S_1 不变, 使得在 x_1 及 x_2 固定的情况下 Q 最小。

运行周期 S_i 等于第 i 台电梯上下的运行时间与停靠时间之和。

$$S_1 = (N - 1)2T_1 + x_1T_2$$

$$S_2 = ((x_2 - 1)2T_1 + x_2T_2)(x_2 - 1)$$

这样, 得到了 Q 的函数表达式

$$\begin{aligned} Q &= [S_1(x_1 - 1) + S_2(x_2 - 1)]/N \\ &= [(N - 1)2T_1 + x_1T_2](x_1 - 1) \\ &\quad + [(x_2 - 1)2T_1 + x_2T_2](x_2 - 1)/N \end{aligned}$$

其中 x_1, x_2 为变量, 其余均为常量, 且 x_1, x_2 满足 $x_1 + x_2 = N + 1$ 。若能求出 Q 的最小值, 则相应的 x_1, x_2 对应的分配方案为最优。

3.2 模型的解决及结论

$$\text{由 } Q = \{[(N-1)2T_1 + x_1T_2](x_1-1) + [(x_2-1)2T_1 + x_2T_2](x_2-1)\}/N$$

合并同类项得

$$Q = \{[2(N-1)(x_1-1) + 2(x_2-1)^2]T_1 + (x_1^2 + x_2^2 - x_1 - x_2)T_2\}/N$$

将 $x_2 = N+1-x_1$ 代入上式,得

$$Q = \{[2x_1^2 - (2N+2)x_1 + 2N^2 - 2N + 2]T_1 + [2x_1^2 - (2N+2)x_1 + N^2 + N]T_2\}/N \\ = \{[2(x_1 - (N+1)/2)^2 + 3(N-1)/2]T_1 + [2(x_1 - (N+1)/2)^2 + (N^2+1)/2]T_2\}/N$$

显然,当 $x_1 = x_2 = (N+1)/2$ 时 Q 取得最小值。实际上由于 x_1 和 x_2 取整数值,故:

(1) N 为奇数

$x_1 = x_2 = (N+1)/2$ 即第一个电梯工作于 $1, (N+1)/2+1 \sim N$, 另一电梯工作于 $1, 2 \sim (N+1)/2$ 时,效率最高。

(2) N 为偶数

$x_1 = x_2 = [(N+1)/2] + 1$ 或 $x_1 = x_2 = [(N+1)/2] - 1$ 时 Q 均为最小值,此时要用到的是两部电梯均衡的评判标准:即两部电梯运行周期尽量接近。明显可得,上到高层的那部电梯应停的次数少一些,因此应如此安排,第一部电梯工作于 $1, 2 \sim N/2+1$ 层,第二部电梯工作于 $1, N/2+2 \sim N$ 层比较合理。

4 模型合理性的检验与改进

将上述模型应用于上海市徐家汇高 28 层的汇

嘉大厦,其共有 4 台电梯,安排如下:其中 2 台停靠楼层相同,工作于 $1, 3, 4 \sim 16$ 层;另外两台停靠的楼层也相同,工作于 $1, 4, 16, 17 \sim 28$ 层。之所以安排 4 台电梯,是考虑到载客量的因素。在模型中,做了电梯不会出现超载问题的假设,而实际的电梯都有最大载客量(如一台电梯载人不超过 13 个人的限制),因此大楼需要安排两台电梯工作情况相同,另两台工作情况也相同。另外,这栋大厦的第 4 层是大厦管理中心,在该层进出的人流比其他楼层进出的人都要多很多,因此安排四台电梯在该层都有停的机会。

在以上模型中只讨论了 $n=2$ 的情况。事实上,若电梯数目 $n>2$,衡量标准依然有效。

此时,仍然可以列出以 n 台电梯分别停靠的层数 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 为自变量的 Q 的函数,它为一个 n 元二次多项式,可以仿照模型中的方法建立这 n 个自变量的相互约束关系,再求解该多项式的最小值,即得电梯运行的最佳方案。

参考文献:

- [1] 姜启源. 数学模型[M]. 北京:高等教育出版社,1987. 84-101.
- [2] 杨启帆,边馥萍. 数学模型[M]. 杭州:浙江大学出版社,1990. 252-276.
- [3] 宗群,尚晓光,岳有军. 电梯群控系统虚拟仿真环境设计[J]. 制造业自动化,1999,21(5):24-25.

责任编辑:孙 林