

Durée : 40 minutes

NOM, prénom :

Groupe (PRB ou PSI) :

**Il y en tout 8 questions, de difficulté comparable,
sauf la dernière question de l'Exercice 2**

Exercice 1 (10P.) Soient X et Y deux v. a. r. indépendantes suivant toutes les deux une loi de Bernoulli de paramètre p . On considère les v.a.r. $S = X + Y$ et $D = X - Y$.

- (i) Déterminer la loi de S .
- (ii) Déterminer la loi de D .
- (iii) Déterminer la loi conjointe du couple (S, D) et présenter le résultat sous forme d'un tableau.
- (iv) Les variables S et D sont-elles indépendantes? Justifier votre réponse.

Exercice 2 (10P.) On suppose que le nombre N d'enfants dans une famille suit une loi de Poisson de paramètre $\lambda > 0$. On suppose que les naissances sont indépendantes les unes des autres et qu'à chaque naissance, la probabilité que l'enfant soit une fille est $p \in]0, 1[$. On note X la variable aléatoire correspondant au nombre de filles dans la famille.

- (i) Calculer $\mathbf{P}(X = k | N = n)$ pour des entiers naturels k et n .
- (ii) On suppose (dans cette question seulement) que $p = 1/2$. Calculer $\mathbf{P}(X = 2 | N = 4)$.
- (iii) Déterminer la loi conjointe du couple (X, N) .
- (iv) Déterminer la loi de X et la reconnaître; en déduire $\mathbf{E}(X)$.