第一章习题（基本）

1.1. m 个男生和 n 个女生排成一行（m,n 均为正整数），若

(1) 任何两个男生不相邻（$m \le n+1$）；
(2) n 个女生形成一个整体（即任何两个女生之间没有男生）；
(3) 男生 A 和女生 B 相邻.

分别讨论有多少种方案.

1.2. 6 个男生和 5 个女生围在一圆桌旁，若

(1) 任何两个女生不相邻；
(2) 所有女生形成一个整体；
(3) 女生 A 两侧均是男生.

分别讨论有多少种方案.

1.3. 计算：

$$\sum_{k=1}^{n} k \cdot k! = 1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \cdots + n \cdot n!$$

1.4. 求 10^{40} 与 20^{30} 的公因数的数目.

1.5. 求从 1 到 1000000 的整数的十进制表示中，数字 0 出现的总次数.

1.6. 将 n 个相同的小球放入 r 个不同的盒子中（$n \ge r$），禁止出现空盒，求方案数.

1.7. 将 n 个相同的小球放入 r 个不同的盒子中，每盒中至少 k 个球（$n \ge rk$），求方案数.

1.8. 8 个盒子排成一列，将 5 个不同的小球放入这些盒子，要求空盒不相邻，求方案数.

1.9. 设 $A = \{(a,b) \mid a,b \in \mathbb{Z},\ 0 \le a \le 9,\ 0 \le b \le 5\}$.

(1) 求 xOy 平面上以 A 中的点为四个顶点、四边与坐标轴平行的*长方形*数目；
(2) 求 xOy 平面上以 A 中的点为四个顶点、四边与坐标轴平行的*正方形*数目.

1.10. 分别求从如下多重集中选取 n 个元素的方案数：

(1) 大小为 $2n$ 的多重集 $\{n \cdot 0, 1, 2, \cdots, n\}$；
(2) 大小为 $3n+1$ 的多重集 $\{n \cdot 0, 1, 2, \cdots, 2n+1\}$.

1.11. 5 台教学机器编号为 $1,2,3,4,5$，分配给 m 名学生使用，使用第 1 台和第 2 台的人数相等，求分配方案数.

1.12. 由 n 个 0 和 n 个 1 构成的 $2n$ 位二进制串，要求任意前 k 位中 0 的数目不少于 1 的数目（$1 \le k \le 2n$），求满足要求的二进制串的数目.