

第二章习题（基本）

- 基本题目考察详细的解答过程，直接给出答案不得分。答案正确性和过程合理性是作业的重要评分依据。
- 在作答时请务必清楚标明题号。

2.1. 将集合 $\{i \in \mathbb{Z} \mid 1 \leq i \leq 326\}$ 划分为 5 个子集，证明必有一个子集，其中存在一个数能表示为这个子集中两个数的差。

2.2. 设集合 A 包含 13 个互不相等的实数，证明必定存在 $x, y \in A$ ，使得

$$0 < \frac{x-y}{1+xy} \leq 2 - \sqrt{3}$$

2.3. $(m+1)$ 行、 $\left[m\binom{m+1}{2} + 1\right]$ 列的方格，用 m 种颜色给每个方格染色，证明必能找出一个由方格组成的矩形，其四角的方格染相同颜色。

2.4. 有 7 个互不相同的正整数，证明其中至少存在 2 个正整数 a, b 使得 $a+b$ 或 $a-b$ 能被 10 除尽。

2.5. 设 $p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{Z}^+$ ，证明分数 $\frac{p}{q}$ 在任意进制下均能表示为有限小数或无限循环小数的形式。