

作业二

潘子睿 2024310675

按照课堂上介绍的四种全排列算法，分别求出83674521之前第2024个排列。

1. 字典序法

首先，设83674521在字典序中排在第 n 位，则

$$n = 7 \times 7! + 2 \times 6! + 4 \times 5! + 4 \times 4! + 2 \times 3! + 2 \times 2! + 1 + 1 = 37314 \quad (1)$$

而 $37314 - 2024 = 35290 = 7 \times 7! + 1 \times 3! + 1 \times 2! + 1 + 1$ ，从而还原序列，得到81235674。

2. 递增序列法

根据递增序列法，我们得到83674521对应的中介数为 $(7442221) \uparrow$ 。

而 $2024 = (244101) \uparrow$ ，故

$$(7442221) \uparrow - (244101) \uparrow = (7153120) \uparrow \quad (3)$$

从而从中介数 $(7153120) \uparrow$ 还原序列，得到86351472。

3. 递减序列法

根据递减序列法，我们得到83674521对应的中介数为 $(1222447) \downarrow$ 。

而 $2024 = (11010) \downarrow$ 。故

$$(1222446) \downarrow - (11010) \downarrow = (1211436) \downarrow \quad (4)$$

从而从中介数 $(1211436) \downarrow$ 还原序列，得到38627351。

4. 邻位对换法

根据序列 $\overleftarrow{8}36745\overleftarrow{2}1$ ，可得 $b_2 = 1$ 。

从而数字3的方向向右。得到序列 $\overrightarrow{8}3\overleftarrow{6}745\overleftarrow{2}1$ ，可得 $b_3 = 0$ 。

从而数字4的方向向右，得到序列 $\overrightarrow{8}3\overrightarrow{6}7\overleftarrow{4}5\overleftarrow{2}1$ ，可得 $b_4 = 1$ 。

从而数字5的方向向右，得到序列 $\overrightarrow{8}3\overrightarrow{6}7\overrightarrow{4}5\overleftarrow{2}1$ ，可得 $b_5 = 2$ 。

从而数字6的方向向右，得到序列 $\overrightarrow{8}3\overrightarrow{6}7\overrightarrow{4}5\overrightarrow{2}1$ ，可得 $b_6 = 1$ 。

从而数字7的方向向右，得到序列 $\overrightarrow{8}3\overrightarrow{6}7\overrightarrow{4}5\overrightarrow{2}1$ ，可得 $b_7 = 2$ 。

从而数字8的方向向右，得到序列 $\overrightarrow{8}3\overrightarrow{6}7\overrightarrow{4}5\overrightarrow{2}1$ ，可得 $b_8 = 0$ 。

从而序列83674521的中介数为 $(1012120) \downarrow$ 。

而 $2024 = (11010) \downarrow$ 。故

$$(1012120) \downarrow - (11010) \downarrow = (1001110) \downarrow \quad (5)$$

从而从中介数 $(1001110) \downarrow$ 还原序列：

首先， $b_7 + b_6 = 2$ 为偶数，故数字8的方向向左，而 $b_8 = 0$ ，从而8应当排在第8位（从左往右数），得到序列
 $_ _ _ _ _ _ _ \overset{\leftarrow}{8}$ 。

$b_6 = 1$ 为奇数，则数字7的方向向右，而 $b_7 = 1$ ，从而7应当排在第2位，得到序列 $_ \overset{\rightarrow}{7} _ _ _ _ _ \overset{\leftarrow}{8}$ 。

$b_5 + b_4 = 1$ 为奇数，则数字6的方向向右，而 $b_6 = 1$ ，从而6应当排在第3位，得到序列 $_ \overset{\rightarrow}{7} \overset{\rightarrow}{6} _ _ _ _ _ \overset{\leftarrow}{8}$ 。

$b_4 = 0$ 为偶数，则数字5的方向向左，而 $b_5 = 1$ ，从而5应当排在第6位，得到序列 $_ \overset{\rightarrow}{7} \overset{\rightarrow}{6} _ _ \overset{\leftarrow}{5} _ _ \overset{\leftarrow}{8}$ 。

$b_2 + b_3 = 1$ 为奇数，则数字4的方向向右，而 $b_4 = 0$ ，从而4应当排在第1位，得到序列 $\overset{\rightarrow}{4} \overset{\rightarrow}{7} \overset{\rightarrow}{6} _ _ \overset{\leftarrow}{5} _ _ \overset{\leftarrow}{8}$ 。

$b_2 = 1$ 为奇数，则数字3的方向向右，而 $b_3 = 0$ ，从而3应当排在第4位，得到序列 $\overset{\rightarrow}{4} \overset{\rightarrow}{7} \overset{\rightarrow}{6} \overset{\rightarrow}{3} _ \overset{\leftarrow}{5} _ _ \overset{\leftarrow}{8}$ 。

数字2的方向向左，而 $b_2 = 1$ ，从而2应当排在第5位，得到最终的序列 $\overset{\rightarrow}{4} \overset{\rightarrow}{7} \overset{\rightarrow}{6} \overset{\rightarrow}{3} \overset{\leftarrow}{2} \overset{\leftarrow}{5} \overset{\leftarrow}{1} \overset{\leftarrow}{8}$ 。

故根据邻位法，83674521的前第2024个序列位47632518。