

## 第三章习题（基本）

- 基本题目考察详细的解答过程，直接给出答案不得分。答案正确性和过程合理性是作业的重要评分依据。
- 在作答时请务必清楚标明题号。

3.1. 设  $a_n = n^3$  ( $n \geq 0$ )，求数列  $\{a_n\}$  的母函数，化简至封闭形式。

3.2. 设  $a_n = \binom{n+3}{3}$  ( $n \geq 0$ )，求数列  $\{a_n\}$  的母函数，化简至封闭形式。

3.3. 设  $a_n = \sum_{k=1}^{n+1} k^3$  ( $n \geq 0$ )，基于习题 1 求数列  $\{a_n\}$  的母函数，化简至封闭形式。

3.4. 设数列  $\{a_n\}$  的母函数为

$$A(x) = \frac{4-3x}{(1-x)(1+x-x^3)}$$

定义

$$b_0 = a_0, b_1 = a_1 - a_0, \dots, b_n = a_n - a_{n-1}, \dots$$

求数列  $\{b_n\}$  的母函数，化简至封闭形式。