



**Ayudantía 3**

Pablo Zurita Soler - pzurita@uc.cl

**Problema 1.** El deslizamiento relativo entre dos membranas pleurales dentro de un pulmón puede ser modelado localmente mediante la siguiente descripción de movimiento:

$$\varphi(\mathbf{X}, t) = \begin{bmatrix} X_1 + \gamma(t)X_2 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}, \quad t \geq 0$$

Se pide:

- Entregue la expresión para el cambio relativo de volumen  $J = \det \mathbf{F}$ , y para el cambio relativo de área  $\frac{da}{dA}$  de una superficie diferencial inicialmente orientada con normal  $\mathbf{E}_1$  (dirección  $X_1$ )
- Entregue los valores y direcciones principales del tensor lagrangeano de deformaciones  $\mathbf{E}$ . Grafique como cambian los valores y direcciones principales de  $\mathbf{E}$  para  $t > 0$  asumiendo que  $\gamma(t) = t$ .
- Linealice<sup>1</sup> el tensor  $\mathbf{E}$  para obtener el tensor de deformaciones infinitesimales  $\boldsymbol{\varepsilon}$ . Calcule las deformaciones y direcciones principales de  $\boldsymbol{\varepsilon}$ , y gráfíquelas en función de  $t$  asumiendo que  $\gamma(t) = t$ . Compare con el resultado obtenido en ii).

**Problema 2.** Dado un campo de velocidad,

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} \alpha x_1 t \\ (\alpha x_1 - \beta x_2)t \\ 0 \end{bmatrix}$$

donde  $\alpha, \beta > 0$ . Asumiendo que  $\rho = \rho(t)$ , es decir, su valor no varía con la posición y que  $\rho(0) = R$ , se pide:

- Encuentre la expresión de  $\rho(t)$  que satisface la conservación de masa local.
- Encuentre las condiciones bajo las cuales el campo  $v$  asegura un movimiento isocórico (preserva el volumen).

<sup>1</sup>Asumiendo que  $\gamma$  es pequeño