



Ayudantía 2

Pablo Zurita Soler - pzurita@uc.cl

Problema 1. Notación indicial

Utilizando notación indicial, demuestre que

- i) $\epsilon_{ijk}\epsilon_{pqk} = \delta_{ip}\delta_{jq} - \delta_{iq}\delta_{jp}$
- ii) Para $\mathbf{s}, \mathbf{t}, \mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbb{R}^n$, se tiene que $(\mathbf{s} \times \mathbf{t}) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = (\mathbf{s} \cdot \mathbf{u})(\mathbf{t} \cdot \mathbf{v}) - (\mathbf{s} \cdot \mathbf{v})(\mathbf{t} \cdot \mathbf{u})$
- iii) Para $f, g \in C^2(\mathbb{R}^n)$, se tiene que $\Delta(fg) = f\Delta g + 2\nabla f \cdot \nabla g + \Delta f g$
- iv) para $f \in C^1(\mathbb{R}^n)$ y $\mathbf{v} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ diferenciable, se tiene que $\nabla \otimes (f\mathbf{v}) = \nabla f \otimes \mathbf{v} + f\nabla \otimes \mathbf{v}$

Problema 2. Transformación de coordenadas

La Figura 1 muestra una viga curvada por una fuerza en su extremo.

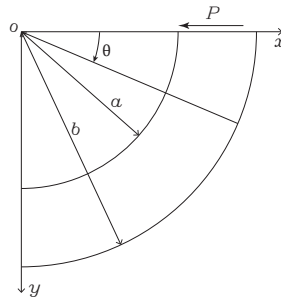


Figura 1: Viga curvada por una fuerza en el extremo

El campo de tensiones en coordenadas polares está dado por:

$$\begin{aligned}\sigma_{rr} &= \left(2Ar - \frac{2B}{r^3} + \frac{D}{r}\right) \sin(\theta), \\ \sigma_{\theta\theta} &= \left(6Ar + \frac{2B}{r^3} + \frac{D}{r}\right) \sin(\theta) \text{ y} \\ \sigma_{\theta r} &= -\left(2Ar - \frac{2B}{r^3} + \frac{D}{r}\right) \cos(\theta)\end{aligned}$$

donde

$$A = \frac{P}{2N} \quad B = -\frac{Pa^2b^2}{2N} \quad D = -\frac{P}{N}(a^2 + b^2)$$

y

$$N = a^2 - b^2 + (a^2 + b^2) \log \frac{b}{a}$$

Se pide:

- i) Encuentre las tensiones $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})$ en coordenadas cartesianas.
- ii) Evalúe las tensiones en los planos $x = 0$ e $y = 0$ para las expresiones tanto en coordenadas polares y cartesianas y compare.