СМАЧНЕЙШАЯ 2 КР ЛИНАЛ

1.1) да, является, просто проверить. Матрица вот

0 3 0 0

1 0 -1 0

-1 5 0 1

0 1 1 1

0 -7 1 0

1.3) Я так понимаю тут карпов опечатался и в базисе должно быть e1, e1 + e2, ... , e1 + en (иначе задача лажа). Решение: просто предположить р-во нулю, все коэфф будут = 0

1.4) пусть a \in V2, b \in V1. Случай когда a \in V1 и b \in V2 очев (пространство при сдвиге перешло само в себя)

Очев один элемент в пересечении это a + b, пусть есть еще один: v1 + a = v2 + b, v1 \in V1, v2 \in V2

v1 - v2 = b - a

НУО v1 - v2 \in V1

(v1 - v2 = b – a; b - a \in V; V поделено на два подпространства; V1 и V2; и в каком-то одном лежит b - a (тк V1 и V1 пересекаются только в нуле, а если b = a то это неинтересный случай); пусть лежит в V1)

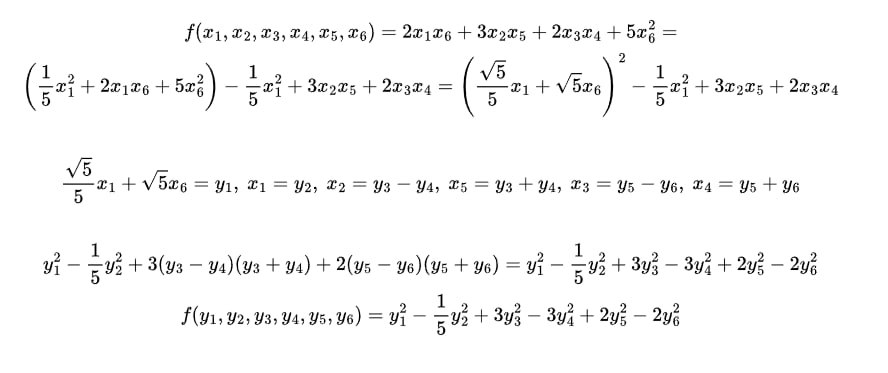
но тогда a \in V1 - противоречие с критерием прямой суммы

1.5) пусть \alpha - собственное число. Заметим что \phi^3(x) = \alpha^3 \* x

Тогда по условию \alpha^3 = \alpha + 1 - над С не более 3 разных корней, чтд

2.1) a) да, б) нет

2.2)



2.3) Просто посчитать определитель матрицы соответствующей новому базису, он 1 + (-1)^n. Ответ: при нечетных

\*

2.4) Пусть e\_i = a + p\_i, где p\_i \in V.

\alpha\_1 \* e\_1 + ... + \alpha\_n \* e\_n \in W

a(\alpha\_1 + ... + \alpha\_n) + \alpha\_1 \* p1 + ... + \alpha\_n \* pn \in W

Пусть \alpha\_1 + ... + \alpha\_n = b, НУО b > 1, \alpha\_1 \* p1 + ... + \alpha\_n \* pn = v \in V

тогда ab + v = a(n + 1) + v \in W, значит an \in V => a \in V, тогда W - линейное – противоречие

2.5) Раз AB = E\_m, то A - обратимая матрица и A^-1 = B. Так как CA = E\_n, то CA\*B = E\_n \* B (она n на m, умножение норм), С = B, значит C = A^-1.

m = rk(E\_m) = rk(AB) <= min(rk(A), rk(B)) => rk(A) >= m

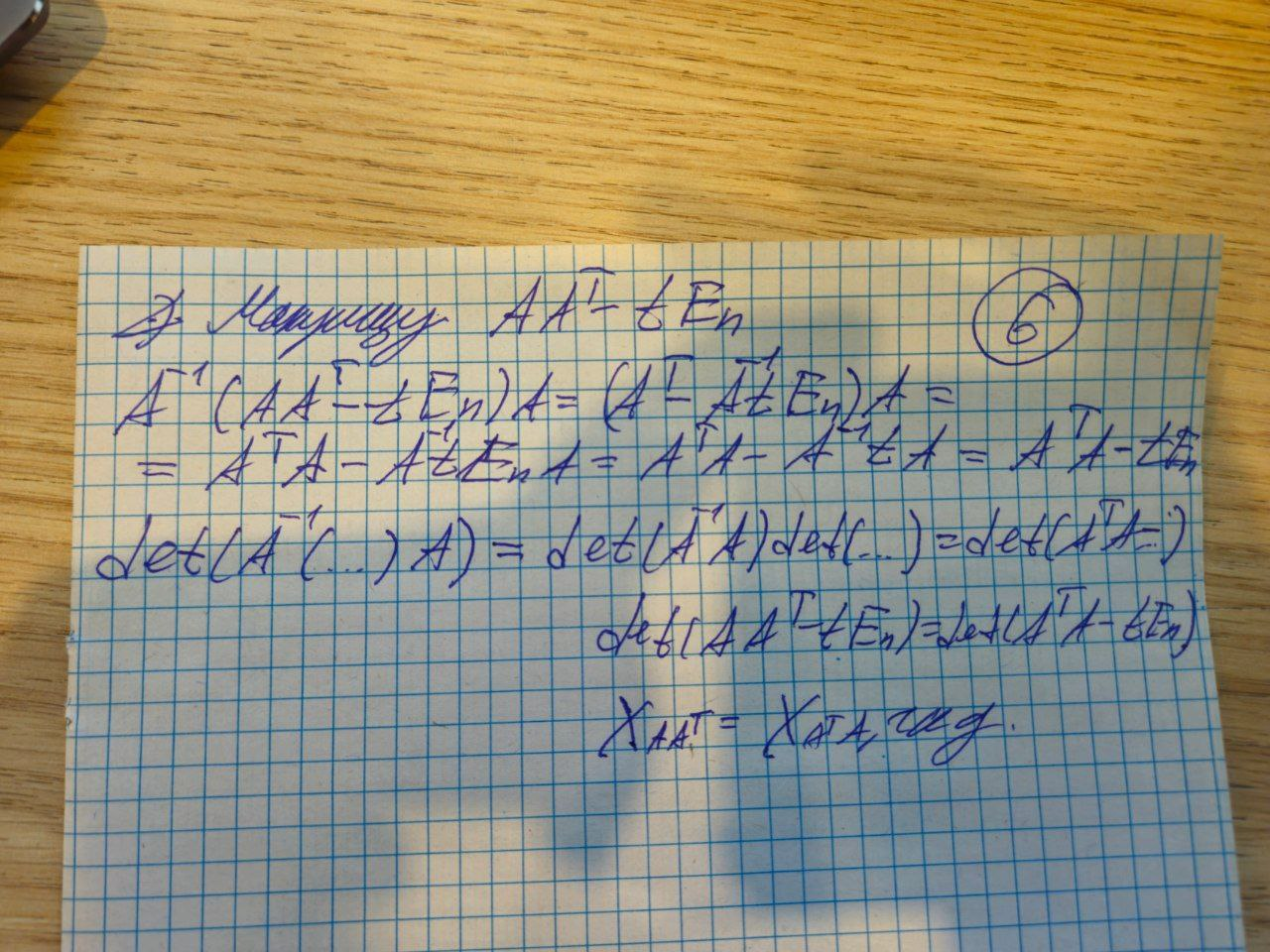
n = rk(E\_n) = rk(CA) <= min(rk(C), rk(A)) => rk(A) >= n

Однако A \in M\_m,n => rk(A) <= min(n, m)

=> n=m (n <= rk(A) <= min(n, m) => n <= m)

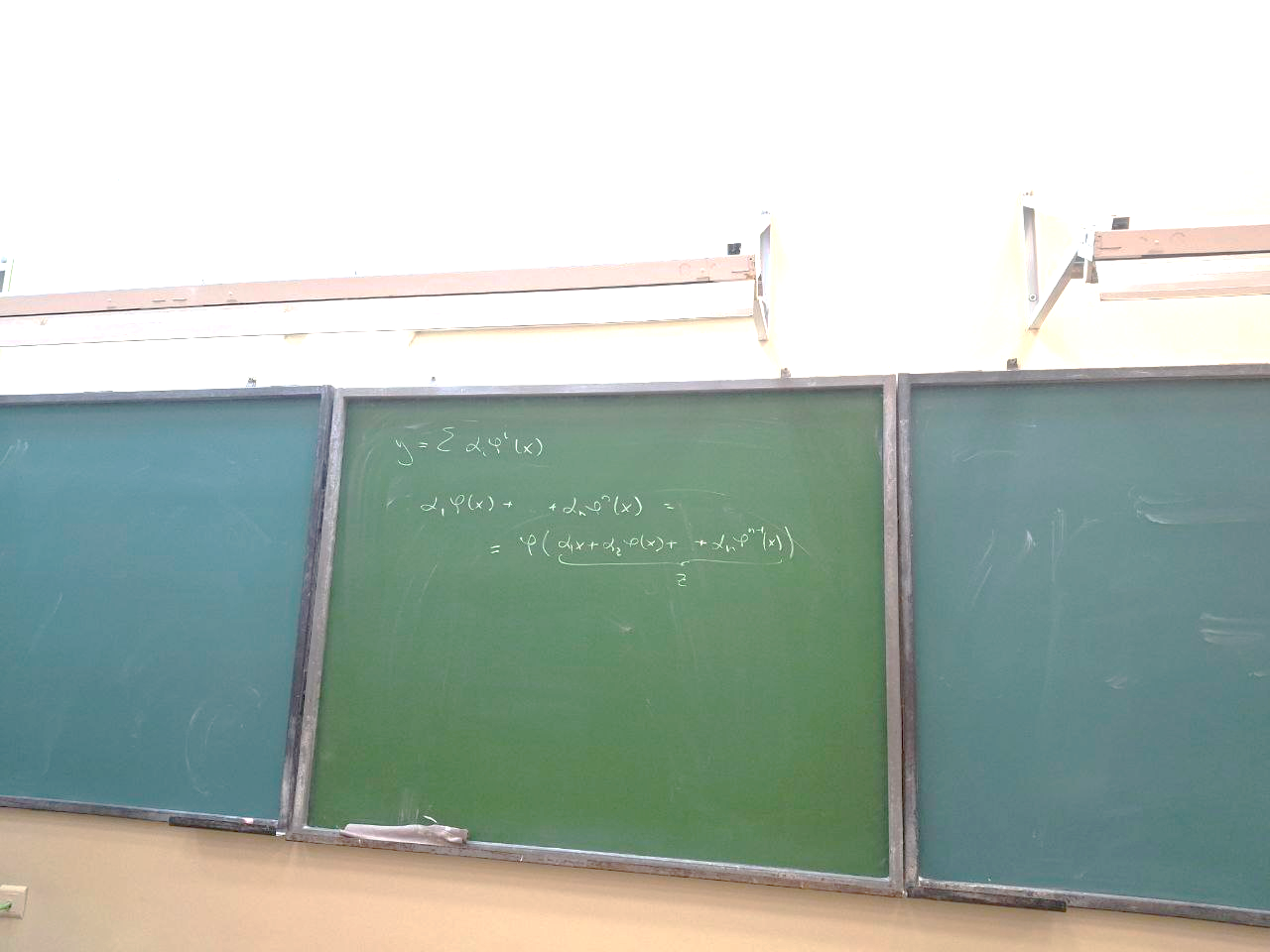
(m <= rk <= n <= m)

2.6)

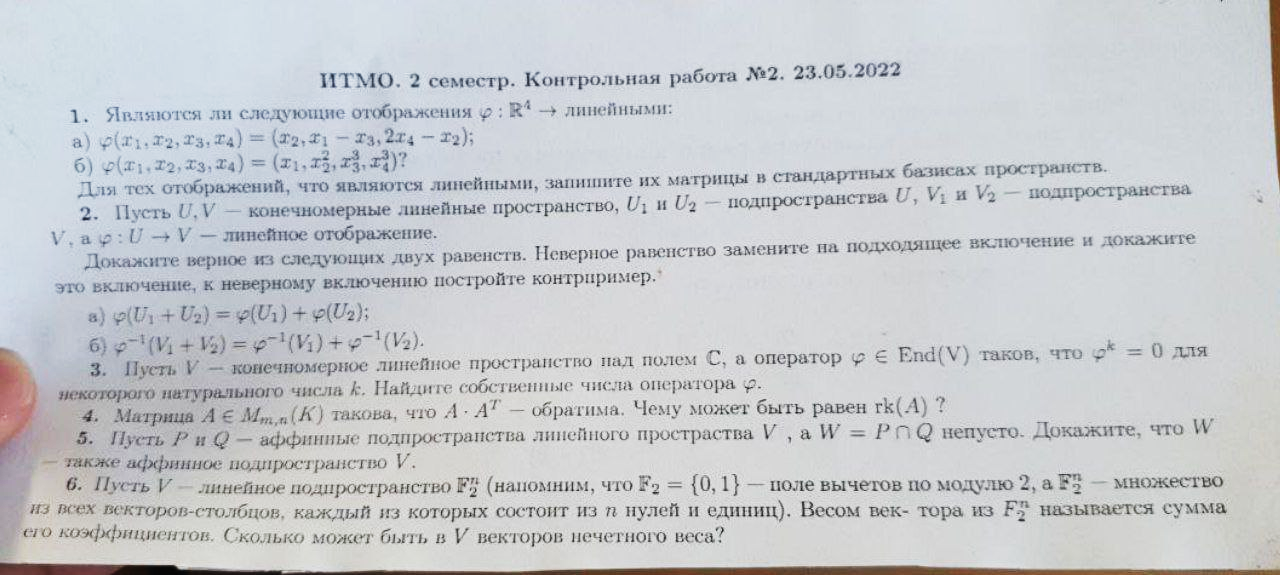


2.7)

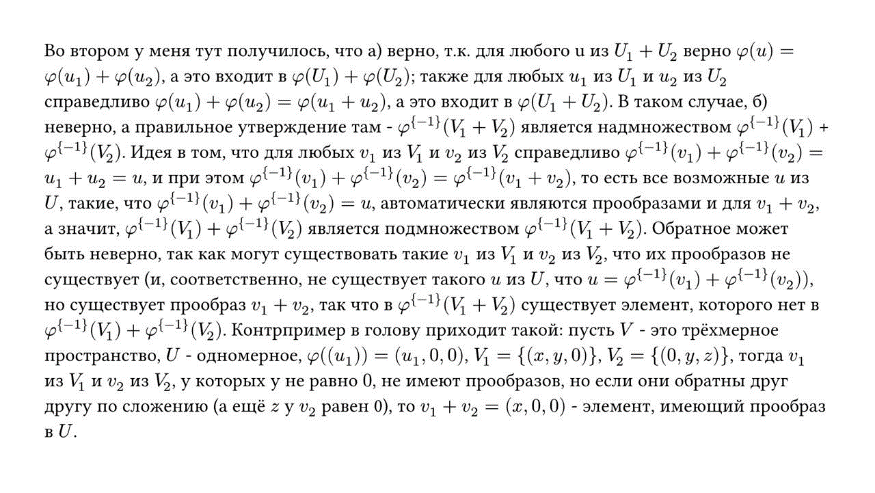
\phi - сюръекция, а так как у нас оператор, то и биекция. А биекция обратима



\*



3.1) а) да, б) нет

3.3) \phi(x) = \lambda x

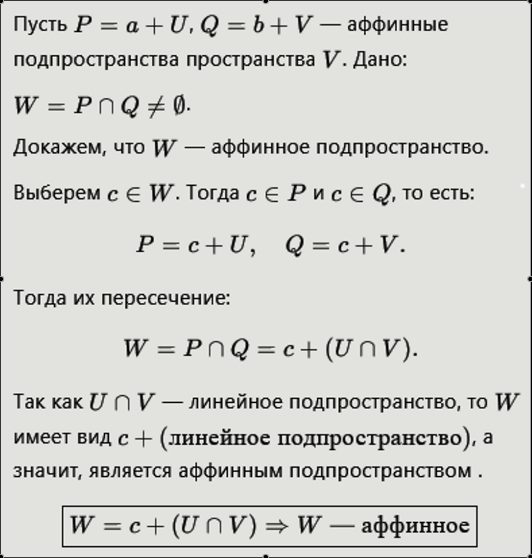
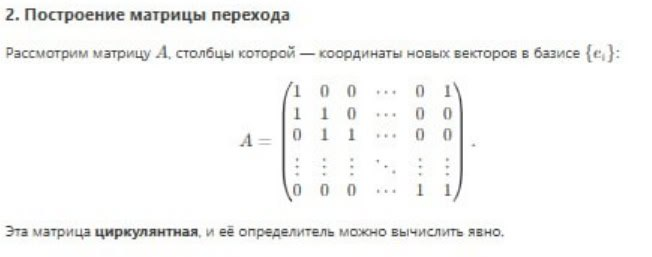
\phi(x)^2 = \lambda \* \phi(x) = \lambda^2 \* x

...

\phi(x) ^ k = \lambda^k \* x = 0 => \lambda = 0

3.4) Пусть A^T = B (лень писать символы). AB - обратима, значит rk(AB) = n. Мы знаем что rk(A), rk(B) <= n, но n = rk(AB) <= min(rk(A), rk(B)) <= n, значит rk(A) = n

3.5)



Вот такую

посчитать нужно

3.2)