

Пицегулкисов Артём
 ИДЗ ЖНФ.
 Вариант 48.

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 6 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 4 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

Матрица не имеет регулятора \Rightarrow
 её характеристический полином
 имеет вид $\det(A - \lambda E_6) = (6 - \lambda)^6$
 \Rightarrow единственный корень кр. 6 : $\lambda = 6$

$\exists B = A - \lambda E_6$. Решим $Bx = 0$:

$$\left(\begin{array}{cccccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 4 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \gamma \\ x_2 = 2\alpha \\ x_3 = \alpha \\ x_4 = 3\alpha \\ x_5 = -3\gamma - 16\alpha \\ x_6 = \beta \end{cases} \quad W_i = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 3 \\ -16 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\left. \begin{cases} 0x_1 - 1x_2 + 2x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 = 0 \\ 0x_1 - 2x_2 + 1x_3 + 1x_4 + 0x_5 + 0x_6 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + 0x_3 + 4x_4 + 1x_5 + 0x_6 = 0 \end{cases} \right| \Rightarrow \begin{aligned} x_2 &= 2x_3 = 2\alpha \\ 2x_2 &= x_3 + x_4 \\ &\Downarrow \\ 4x_3 &= x_3 + x_4 \end{aligned}$$

$$3x_1 + 2 \cdot 2x_3 + 4 \cdot 3x_3 + x_5 = 0$$

$$3x_1 + 16x_3 + x_5 = 0 \Rightarrow x_5 = -3x_1 - 16x_3$$

Получаем, что геометрическая кратность = 3.

Дане відображення $B^2 x = 0$

$$\left(\begin{array}{cccccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & 9 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \beta \\ x_2 = 2\alpha \\ x_3 = \alpha \\ x_4 = 3\alpha \\ x_5 = \gamma \\ x_6 = \delta \end{cases} \Rightarrow W_2 = \left(\begin{array}{c|c|c|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{array} \right)$$

$$-x_2 + 2x_3 = 0 \Rightarrow x_2 = 2x_3$$

$$-6x_2 + 9x_3 + x_4 = 0 \Rightarrow -12x_3 + 9x_3 + x_4 = -3x_3 + x_4 = 0$$

$$x_4 = 3x_3$$

$B^3 x = 0$:

$$\left(\begin{array}{cccccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \beta \\ x_2 = 2\alpha \\ x_3 = \alpha \\ x_4 = \delta \\ x_5 = \gamma \\ x_6 = \varepsilon \end{cases} \Rightarrow W_3 = \left(\begin{array}{c|c|c|c|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{array} \right)$$

$B^4 x = 0$:

$$\left(\begin{array}{cccccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \alpha \\ x_2 = \beta \\ x_3 = \gamma \\ x_4 = \delta \\ x_5 = \varepsilon \\ x_6 = \zeta \end{cases} \Rightarrow W_4 = \left(\begin{array}{c|c|c|c|c|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$B^4 = B^5 \Rightarrow S_4 = S_5 = 6$$

Построим \times ортогональну систему.

$$\begin{matrix} e_1 \\ Be_1 \\ B^2e_1 \\ B^3e_1 \\ B^4e_1 \end{matrix}$$

$$] e_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; Be_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}; B^2e_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ -6 \end{pmatrix}; B^3e_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; e_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}; e_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 3 & \\ 0 & -1 & -2 & 0 & -3 & 6 & \\ -1 & -6 & 2 & 0 & 0 & 0 & \end{pmatrix}; \quad J = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 0 & 0 & | & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 1 & 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 6 & 1 & | & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 6 & | & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & \end{pmatrix}$$

Ortfer:

$$J = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

Проверка:

$$TJ = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 3 & \\ 0 & -1 & -2 & 0 & -3 & 6 & \\ -1 & -6 & 2 & 0 & 0 & 0 & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & -6 & -1 & 0 & 18 \\ 0 & -6 & -13 & -2 & -18 & -96 \\ -6 & -37 & 6 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$AT = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 1 & 6 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 4 & 1 & 6 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & -2 & 0 & -3 & 6 \\ -1 & -6 & 2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & -6 & -1 & 0 & 18 \\ 0 & -6 & -13 & -2 & -18 & -96 \\ -6 & -37 & 6 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$TJ = AT \Rightarrow \text{расчет верен.}$$