Metoda bijektywna

Liczbę elementów zbioru skończonego A będziemy oznaczali przez $|A|$. Przypomnijmy, że funkcja $f : X \longrightarrow Y$ jest **bijekcją**, jeżeli f jest różnowartościowa i 'na'. Innymi słowy dla każdego $y \in Y$ istnieje dokładnie jedno $x \in X$ takie, że $y = f(x)$. Metoda bijektywna zliczania liczby wszystkich elementów zbioru skończonego Y polega na znalezieniu zbioru X, którego liczba elementów jest nam znana i bijekcji $f : X \longrightarrow Y$. Wówczas $|Y| = |X|$.

Zasada włączeń i wyłączeń

reguła kombinatoryczna, pozwalająca na określenie liczby elementów skończonej sumy mnogościowej skończonych zbiorów.

6.9 Jest jasne, że jeśli zbiory A i B są rozłączne, to $|A \cup B| = |A| + |B|$. Jeśli zbiory A i B nie są rozłączne, to w sumie $|A| + |B|$ elementy należące do przekroju $A \cap B$ zliczane są dwukrotnie. Stąd

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|. \tag{1}$$

Analogicznie dla trzech zbiorów A, B i C mamy

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|.$$

Wzór ogólny:

$$\left|\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right| = \sum_{i=1}^{n} |A_i| - \sum_{1 \le i < j \le n} |A_i \cap A_j| + \cdots$$
$$\cdots + \sum_{1 \le i < j < k \le n} |A_i \cap A_j \cap A_k| - \cdots + (-1)^{n-1} |A_1 \cap \cdots \cap A_n| .$$

Rekurencja

odwoływanie się np. funkcji lub definicji do samej siebie.

Definicja rekurencyjna silni ma postać:

$$n! = \begin{cases} 1 & \text{dla } n = 0 \\ n \cdot (n-1)! & \text{dla } n \geqslant 1 \end{cases}$$

Wzór na n-ty wyraz ciągu Fibonacciego:

$$F_n := \begin{cases} 0 & \text{dla } n = 0; \\ 1 & \text{dla } n = 1; \\ F_{n-1} + F_{n-2} & \text{dla } n > 1. \end{cases}$$