

时间序列关联分析的灰色方法^{*}

赵保胜¹⁾ 田建国²⁾ 张辉³⁾

(1) 济南陆军学院数理教研室, 250029, 济南; (2) 山东师范大学数学科学学院, 250014, 济南;

3) 山东财政学院经济学院, 250014, 济南//第一作者 31岁, 男, 讲师)

摘要 给出了一种新的灰色关联度, 讨论了其性质, 并将它引入到时间序列的关联分析中, 得到了时间序列关联分析的灰色方法.

关键词 时间序列; 关联分析; 灰色趋势关联度

中图分类号 O 213

时间序列分析在金融、经济、气象、水文、信号处理等众多领域有着广泛的应用. 经常遇到信息不完全的情况, 这样的系统即为灰色系统^[1,2]. 关联度是灰色系统进行关联分析的工具, 因此应用灰色关联度可以进行时间序列的关联分析. 见于应用的关联度主要有: 邓氏关联度, 绝对关联度, 相对关联度, 斜率关联度等. 这些关联度瑕瑜互见^[3,4], 而且只能反映曲线的正关联关系, 不能体现负关联关系. 本文针对现有关联度的一些缺陷进行修正, 提出一种新的量化模型, 以应用于时间序列的关联分析.

1 灰色趋势关联度

1.1 灰色趋势关联度

定义 1 设序列 $X_0 = (x_0(1), x_0(2), \dots, x_0(n))$, $X_1 = (x_1(1), x_1(2), \dots, x_1(n))$, 令

$$\Delta x_0(k+1) = x_0(k+1) - x_0(k), \Delta x_1(k+1) = x_1(k+1) - x_1(k).$$

若 $\Delta x(k+1) \cdot \Delta x_1(k+1) \geq 0, k = 1, 2, \dots, n-1$, 则称序列 X_0, X_1 具有相同的发展态势.

定理 1 序列 X 与 $Y = aX + C$ ($a > 0$, 常值序列 $C = (c, c, \dots, c)$, c 为实数) 具有相同的发展态势.

证 因为 $\Delta y(k+1) = y(k+1) - y(k) = a[x(k+1) - x(k)] = a\Delta x(k+1)$, 所以,

$$\Delta x(k+1) \cdot \Delta y(k+1) = a[\Delta x(k+1)]^2 \geq 0.$$

故由定义知, 序列 X 与 $Y = aX + C$ 具有相同的发展态势.

定义 2 设 $X_0 = (x_0(1), x_0(2), \dots, x_0(n))$, $X_i = (x_i(1), x_i(2), \dots, x_i(n)), i = 1, 2, \dots, m$ 为长度相同的

1—时距序列, 且 $\sum_{k=1}^{n-1} |x_i(k+1) - x_i(k)| \neq 0 (i = 0, 1, 2, \dots, m)$.

$$\text{令: } D_i = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^{n-1} |x_i(k+1) - x_i(k)|, i = 0, 1, 2, \dots, m; \quad y_i = \frac{1}{D_i} x_i(k), k = 1, 2, \dots, n, i = 0, 1, 2, \dots, m.$$

$$\Delta y_i(k+1) = y_i(k+1) - y_i(k), k = 1, 2, \dots, n-1, i = 0, 1, 2, \dots, m.$$

$$\zeta_i(k+1) = \begin{cases} \text{sgn}[\Delta y_0(k+1) \cdot \Delta y_i(k+1)] \cdot \frac{|\Delta y_0(k+1)| + |\Delta y_i(k+1)|}{2 \max(|\Delta y_0(k+1)|, |\Delta y_i(k+1)|)}, & \Delta y_0(k+1) \cdot \Delta y_i(k+1) \neq 0, \\ 0, & \Delta y_0(k+1) \cdot \Delta y_i(k+1) = 0, \end{cases}$$

则称: $\gamma(X_0, X_i) = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^{n-1} \zeta_i(k+1)$ 为 X_0, X_i 的灰色趋势关联度, $\zeta_i(k+1)$ 为 X_0 相对于 X_i 在 $k+1$ 点的关联系数.

1.2 灰色趋势关联度的性质 在讨论灰色趋势关联度的性质之前, 首先给出关联度四公理中规范性的约定.

1' 规范性 $-1 \leq r(X_0, X_i) \leq 1, r(X_0, X_i) = 1 \iff X_0 = aX_i + C$, 其中 $a > 0, C$ 为常值序列.

* 济南市科技局资助项目(济科发[2001]17号, 015088)
收稿日期: 2004-03-20

定理2 灰色趋势关联度具有如下性质:

- ① $r(X_0, X_i) \in [-1, 1]$, 当 $r(X_0, X_i) < 0$ 时, X_0 与 X_i 负关联;
- ② 对称性: $r(X_1, X_2) = r(X_2, X_1)$;
- ③ 惟一性: 趋势关联度 $r(X_1, X_2)$ 的计算只与 X_1, X_2 有关, 与参照序列无关;
- ④ 规范性: $-1 \leq r(X_0, X_i) \leq 1$, $r(X_0, X_i) = 1 \iff X_i = aX_0 + C$, 其中 $a > 0$, C 为常值序列.

证 只须证明④中 $r(X_0, X_i) = 1$ 的充要条件. $r(X_0, X_i) = 1 \iff$

$$\begin{cases} \operatorname{sgn}[\Delta y_0(k+1) \cdot \Delta y_i(k+1)] = 1 \\ |\Delta y_0(k+1)| + |\Delta y_i(k+1)| = 2\max(|\Delta y_0(k+1)|, |\Delta y_i(k+1)|), k = 1, 2, \dots, n-1 \end{cases}$$

$$\iff \Delta y_0(k+1) = \Delta y_i(k+1), k = 1, 2, \dots, n-1$$

$$\iff \frac{1}{D_0}[x_0(k+1) - x_0(k)] = \frac{1}{D_i}[x_i(k+1) - x_i(k)], k = 1, 2, \dots, n-1$$

$$\iff x_i(k+1) = \frac{D_i}{D_0}[x_0(k+1) - x_0(k)] + x_i(k), k = 1, 2, \dots, n-1$$

$$\iff x_i(k+1) = \frac{D_i}{D_0}[x_0(k+1) - x_0(1)] + x_i(1), k = 1, 2, \dots, n-1.$$

$$\text{令 } a = \frac{D_i}{D_0}, c = -\frac{D_i}{D_0}x_0(1) + x_i(1), \text{ 则有 } x_i(k+1) = ax_0(k+1) + c,$$

$$\text{即: } X_i = aX_0 + C.$$

- ⑤ 灰色趋势关联度反映了时间序列的发展态势, 与曲线的形状以及其空间位置无关.

2 实证分析

例 河南省长葛县乡镇企业经济的灰色关联分析. 据分析, 乡镇企业产值主要与固定资产、资金流动、劳动力、企业留利四个因素有关. 长葛县乡镇企业产值及相关因素序列数据如表1.

- ① 计算邓氏关联度, 并求得关联序:

$$r_{01} = 0.528, r_{02} = 0.656, r_{03} = 0.503, r_{04} = 0.713;$$

关联序: $r_{04} > r_{02} > r_{01} > r_{03}$.

- ② 计算绝对关联度, 并求得关联序:

$$r_{01} = 0.554, r_{02} = 0.542, r_{03} = 0.666, r_{04} = 0.576; \text{关联序: } r_{03} > r_{04} > r_{01} > r_{02}.$$

- ③ 计算相对关联度, 并求得关联序:

$$r_{01} = 0.698, r_{02} = 0.782, r_{03} = 0.907, r_{04} = 0.896; \text{关联序: } r_{03} > r_{04} > r_{02} > r_{01}.$$

- ④ 计算趋势关联度, 并求得关联序:

$$r_{01} = 0.316, r_{02} = 0.718, r_{03} = 0.783, r_{04} = 0.886; \text{关联序: } r_{04} > r_{03} > r_{02} > r_{01}.$$

结果分析:

① 以上各关联度的值存在较大的差异, 究竟谁更合理, 这既要考虑关联度的计算方法, 还要从客观意义上理解. 对工业产值的影响, 主要是通过增加资源投入(财力、物力和人力)和提高劳动生产率来实现的. 究竟谁是最主要因素, 应由投入与产出的“效益化”来确定. 趋势关联度恰好体现了工业产值(“产出”)的增长变化与其它各因素(“投入”)之间的增长变化趋势: 关联度越大, 其增长变化趋势越相近. 而其它各关联度, 都综合进了一些虚假信息(不能反映负相关), 难以反映这种“投入与产出的‘效益比’”. 因此, 趋势关联度的结果更能反映客观事实.

- ② 从趋势关联度的结果看, 在影响工业产值的四个因素中, 企业留利(X_4)为最重要的因素, 劳动力

表1 序列数据

变 量	1983	1984	1985	1986
X_0 (产值/万元)	10 155	12 588	23 480	35 388
X_1 (固定资产/万元)	3 799	3 605	5 460	6 982
X_2 (流动资金/万元)	1 752	2 160	2 213	4 753
X_3 (劳动力/人)	24 186	45 590	57 685	85 540
X_4 (企业留利/万元)	1 164	1 788	3 134	4 478

(X_3)次之,固定资产(X_1)最劣.这一结果表明:工业产值的增长在很大程度上是通过增加企业留利来实现的.这是因为:企业留利主要用于职工福利和企业技术改造以及扩大再生产.福利待遇的提高可以激发职工的劳动积极性,技术改造则能够大大提高技术水平和经济效益,增强企业发展后劲,而扩大再生产可以增加整体收益.这正符合当时的历史条件下实现企业改革所要达到的目标之一:政企分开,给企业更大的经营自主权.

回顾历史,企业得以良好健康的发展,要通过建立现代企业管理制度,提高职工的科学技术水平和职业道德精神,提高产出率,广开产品的销售途径.尽管当时该县的企业在很大程度上是劳动密集型产业,但是廉价的劳动力资源不是企业长远发展之根本.仅通过增加劳动力资源,使企业人口膨胀,而最终是效益低下,不能使企业得以健康发展.

3 结 论

由以上实例可以看出,运用灰色趋势关联度对时间序列进行关联分析时,其结论与实际情况更为相符.较之于其它各关联度,趋势关联度更能揭示时间序列的关联关系,真实地反映现实世界的客观规律.运用灰色趋势关联度对时间序列进行关联分析是一种可靠的方法.

4 参考文献

- [1] 邓聚龙.灰色系统理论教程[M].武汉:华中理工大学出版社,1990.1~30
- [2] 刘思锋,郭天榜,党耀国,等.灰色系统理论及其应用[M].北京:科学技术出版社,2000.20~29
- [3] 张绍良,张国良.灰色关联度计算方法比较及其存在问题分析[J].系统工程,1996,14(3):45~49
- [4] 李学全.灰色关联度量化模型的进一步研究[J].系统工程,1995,13(6):58~61

THE GRAY METHOD ON CORRELATION ANALYSIS OF TIME SERIES

Zhao Baosheng¹⁾ Tian Jianguo²⁾ Zhang Hui³⁾

(1)Jinan Army Academy, 250029, Jinan, China; 2)Institute of Mathematic Sciences, Shandong Normal University, 250014, Jinan, China; 3)Shandong Financial Institute, 250014, Jinan, China)

Abstract After giving a new gray relational degree and discussing its nature, we apply it into the correlation analysis of time series and draw a conclusion that the gray trend relational degree analysis is a successful method on correlation analysis of time series.

Key words time series; correlaton analysis; gray trend relational degree