

Homework 4 報告 105503518 資工 2 林季劼第一個是要用 Edmond-Karp algorithm 來找 MAX FLOW 還要找出一個 MIN CUT 作法:

1. 創造一個 allcapa 來儲存所有 edge 的 residual capacity，所以要建造 residual net work。
2. 將 edge 讀取進來放到，adj-list 裡面，順便再創造反向的邊，創造的時候檢查是否已經有創造過了，如果有，僅改變 allcapa 的值而已，而如果只是反向的邊的話，他的 $pt \rightarrow s$ 值會是 0，表示原本不存在，之後 min-cut 的時候會用到
3. 開始尋找 MAX FLOW
 - a.用 BFS 的方式將搜尋出最短 augment path 路徑，可以達到 T 的路徑，過程中我用 sQ 來表示 BFS 的 QUEUE，又創造一個 mQ 來儲存這條路最小的 capacity，並且記錄他們的 parent，如果搜尋到 t 了，就跳出來把從 t 到回去 s 上路過的點的 capacity 以及反向的 capacity 分別減掉 mQ 的值以及加上 mQ 的值，最後回傳 mQ。
 - b.回傳的 mQ 值如果是 0 的話表示沒有 augment path 了，就回傳 totflow
 - c.如果 mQ 的值 > 0 的話，就把 totflow 加上 mQ 的值，再繼續 BFS 尋找下一個 augment path。

時間複雜度分析:

1. 用的是 BFS 的方式尋找所以會花 $O(V+E)$ 的時間。
2. 每次最少一個邊會增加 FLOW，每一條 augment path 上有可能有 E 個邊跟 V 個點組合，所有會 EV 個 augment path，
3. 所以要做 EV 次 $BFS = O((V+E) * VE) = O(VE^2)$

第二個是要找 flow 增加最大的路徑開始找 augment path 作法:

1. 紀錄所有的點最大的 capacity，再生出 residual network 的時候順便記錄下最大的 capacity 是誰
2. 根據 max_capacity 找一個 2^N 的 delta 剛好最接近 max_capacity 而不超越他
3. 更改上面 edmond-karp 的程式碼，每一次 BFS 放入 Q 中的判斷從至少要大於 0 改成至少要大於 delta。
4. 直到第三點 BFS 找不到 augment path 的時候，把 $delta /= 2$; 再進入 BFS 不斷找 augment path，直到最後 delta 變成 0，再變回原本 EDMOND-KARP
5. 最後再輸出 FLOW 時間複雜度分析:
 1. 會有 $\lg C$ 次進入 BFS 的階段，以及因為都是找最大值，每一次都會有一條邊滿，最多會有 E 個 augment path。
 2. 所以時間會是 $O(\lg C(E^2))$

兩個演算法的比較:

第二個演算法是第一個的改進，因為第一個演算法就是窮舉找出一個最小的路徑，但是 **FLOW** 的大小能夠保證，所以有可能會每次都只加一點點，第二個演算法就改進了第一個演算法的缺點，先由最大的開始找，就不會有只加一點點的狀況。

Min cut 找法:

1. 跑完兩個方法後，兩個的 **allcapa** 就會儲存著全部的流量，根據這個流量我做 **DFS**，把從 **S** 可以走原有的邊可以 **VISIT** 到的點都記錄下來，在開頭設置邊的時候，原有的邊 **pt->s** 會設置為 **1**，所以看的出來
2. **DFS** 完以後，在根據所有有被 **VISIT** 的點的所有原有的邊，找出滿的，終點又是指向沒有 **VISIT** 過的邊，這個邊就是一個 **bottle neck**，把它輸出出來。

時間複雜度:

1. 先 **DFS**，所以時間是 $O(E+V)$
2. 然後所有的 **E** 都比較一次是 $O(E)$
3. 所以總共 $O(E+V)$