

homework11.1 Johnson's algorithm

Description

Johnson's 演算法可用於計算 All pairs shortest path 問題。

在邊的數量不多的時候，如 $|E|=O(|V|\log|V|)$ 時，能有比 Floyd-Warshall 演算法更佳的性能。

Johnson's Algorithm 首先重新調整邊的權重為非負數，順便檢查圖上是否有負環，接著放心地使用 Dijkstra's Algorithm 計算所有兩點之間的最短路徑。

給定一個 directed weighted sparse graph，請問某兩點間的最短路徑為何？

圖上可能有重邊(multiple edge)或負邊，但無負環(negative cycle)或自環(self loop)

Input Format

第一行包含三個整數 $n(1 \leq n \leq 1000)$, $m(0 \leq m \leq 5n)$, $q(1 \leq q \leq 10n)$ ，分別是點和邊的數目以及接下來的詢問次數，彼此間以空格隔開

接下來 m 行包含整數 $u_i \ v_i \ w_i(-50000 \leq w_i \leq 50000)$ ，分別是第 i 個邊的起點、終點、權重（點的編號從 1 到 n ）

接下來 q 行包含 $u_j \ v_j$ ，代表需要輸出最短路徑的點對，起點是 u_j ，終點是 v_j

Output Format

輸出 q 行，每行包含 u_j 到 v_j 的最短路徑距離，若不存在路徑則輸出"no path"

Sample Input	Sample Output
5 9 10	1
2 1 3	0
2 3 -4	-4
3 4 6	1
4 5 -5	-4
5 1 4	3
2 5 8	-1
4 2 2	4
1 3 7	3
1 4 1	-1

2 1	
2 2	
2 3	
1 4	
1 5	
1 2	
1 3	
5 1	
5 3	
4 1	

.

Hint