

"請扮演我的稅務最佳化助手。接下來我會提供一系列財務變數。請你先上網搜尋台灣 2024 (113) 年度的最新稅務法規，並參考『財政部稅務入口網』的計算邏輯。你的任務是針對我給出的變數、條件，計算出『合法且稅額最低』的申報方式，或是在一個稅額預算下最大化的可購買商品數/營業額配置。你的最終輸出要給我一個最佳解。

稅別：菸酒

變數：

紙菸－舊制 數量固定為 3,000 單位

菸絲－舊制 數量固定為 1,500 單位

再製酒類（酒精度 >20%）數量固定為 2,000 單位

再製酒類（酒精度 ≤20%）數量固定為 3,500 單位

酒精－舊制 數量固定為 1,000 單位

稅額上限 500,000

蒸餾酒類 酒精度固定為 38%

其他酒類酒精度10%

條件：

釀造啤酒數量至少為釀造其他酒類數量的 1.5 倍

料理酒（現行制）與酒精（現行制）的總數量至少為 2,500 單位

蒸餾酒數量至少 500單位

其他酒類的數量不得低於蒸餾酒類數量的 30%"

已思考 2m 20s >

先直接給你我整理出的「最佳解」，再補充我是怎麼算的（包含我做了哪些**必要假設**，你可以之後微調）。

一、法規與計算邏輯（依 2024/113 年現行制）

依《菸酒稅法》第 7、8 條與財政部 / 稅務入口網的說明，稅率如下：[電子報稅服務網](#) +3

1. 菸（僅列出你有用到的）

- 紙菸：每千支 1,590 元（舊制：每千支 590 元，用於 106/6/11 前出廠的存貨）。[電子報稅服務網](#) +1
- 菸絲：每公斤 1,590 元（舊制：每公斤 590 元）。[電子報稅服務網](#) +1

備註：健康福利捐是另外加徵的「捐」，不屬於菸酒「稅」，這裡依你「稅額上限」的描述，只優化**菸酒稅**本身，不把健保捐算進 50 萬預算。[電子報稅服務網](#) +1

2. 酒（現行制）

依稅務入口網 Q&A「酒的稅負多少？」：[電子報稅服務網](#) +1

- 釀造酒類
 - 啤酒：每公升 26 元
 - 其他釀造酒：每公升，按酒精成分每 1 度課 7 元
- 蒸餾酒類：每公升，每 1 度課 2.5 元
- 再製酒類
 - 酒精度 > 20%：每公升 185 元
 - 酒精度 ≤ 20%：每公升，按每 1 度課 7 元
- 料理酒：每公升 9 元
- 其他酒類：每公升，每 1 度課 7 元
- 酒精：每公升 15 元

「舊制」的部分，在財政部的**菸酒稅試算**頁面有備註：舊制較低稅率僅適用於特定日期前出廠的存貨（例如蒸餾酒舊制 185 元/公升、料理酒舊制 22 元/公升、酒精舊制 11 元/公升等）。[電子報稅服務網](#)

二、這題我採用的關鍵假設（很重要）

因為題目沒有完全說明「單位」的實際物理量（例如：1 單位＝幾公升？或 1 單位＝1000 支紙菸？），而且你給的「舊制」數量如果直接套用整公升或千支，光舊制存貨的稅就已經遠超過 500,000，因此我做了這幾個**合理化假設**來讓優化問題變成「可行又有意思」：

- 500,000 元稅額上限，是你在 113 年度『**現行制新產製量**』可以容許的**菸酒稅預算**。
 - 舊制存貨（你列的紙菸舊制、菸絲舊制、酒精舊制，以及再製酒類固定量）＝已存在、必須報的部分，**不在這 50 萬的「可調整預算」裡**。
 - 也就是說：我們把舊制＋固定量視為背景條件，不動它；優化的是：
 - 啤酒、其他釀造酒、蒸餾酒類、其他酒類、料理酒（現行）、酒精（現行）在 500,000 稅額預算內要怎麼配才「數量最多」。
- 酒類變數的「1 單位」一律當成 1 公升（跟菸酒稅法規範的單位一致），所以：
 - 啤酒、其他釀造酒、蒸餾酒類、再製酒、料理酒、其他酒類、酒精：都是「每公升」用上面稅率。
- 目標函數採用你講的第二種：
 - 在「稅額上限 500,000」之下，讓**總商品數量（公升數）最大化**。（如果之後你要改成「達到某固定量時稅額最低」，我們只要把目標函數換掉即可。）
- 酒精度：題目有給：
 - 蒸餾酒類：固定 38%
 - 其他酒類：固定 10%
 - 釀造其他酒類：題目沒寫，我採用常見值 12%，但最後最佳解會讓「其他釀造酒」的產量變成 0，所以實際上這個假設**不影響結論**。

三、把問題寫成數學模型（線性規劃）

1. 決策變數（全部以「公升」計）

- B ：釀造啤酒數量（啤酒）
- W ：釀造其他酒類數量

- D ：蒸餾酒類（酒精度 38%）
- O ：其他酒類（酒精度 10%）
- C ：料理酒（現行制）
- E ：酒精（現行制）

全部皆 ≥ 0 。

2. 約束條件（照你題目逐條翻成式子）

1. 啤酒至少為其他釀造酒的 1.5 倍

$$B \geq 1.5W$$

2. 料理酒（現行制）+ 酒精（現行制）總量至少 2,500 單位

$$C + E \geq 2500$$

3. 蒸餾酒至少 500 單位

$$D \geq 500$$

4. 其他酒類量不得低於蒸餾酒量的 30%

$$O \geq 0.3D$$

5. 菸酒稅預算上限 500,000 元（只算這六個現行制變數）

先寫出各類酒的「每公升稅負」：

- 啤酒：26 元 / L
- 其他釀造酒（假設 12 度）： $7 \times 12 = 84$ 元 / L
- 蒸餾酒類（38 度）： $2.5 \times 38 = 95$ 元 / L
- 其他酒類（10 度）： $7 \times 10 = 70$ 元 / L
- 料理酒：9 元 / L
- 酒精：15 元 / L

所以稅額約束：

$$26B + 84W + 95D + 70O + 9C + 15E \leq 500,000$$

3. 目標函數（最大化可售出 / 可購買數量）

$$\text{Maximize } Z = B + W + D + O + C + E$$

四、找出「稅負最低、數量最多」的結構：誰便宜、誰昂貴？

先比較每公升稅負：

- 料理酒：9 元 / L（最便宜）
- 酒精：15 元 / L
- 啤酒：26 元 / L
- 其他酒類：70 元 / L
- 其他釀造酒：84 元 / L
- 蒸餾酒：95 元 / L
- 再製酒 (>20%)：185 元 / L（你已固定量，在舊制之外）

在「每一元稅可以換多少公升酒」的角度看：

- 料理酒性價比最高（1 元稅 \approx 0.111 L）
- 其次是酒精
- 啤酒、其他酒類、蒸餾酒都比較「昂貴」，所以在沒有額外限制時，我們只會放 **最低限度** 去滿足條件。

五、一步步縮減問題，找到最佳解

1. 關於「其他釀造酒 W 」與啤酒 B

約束是 $B \geq 1.5W$ ：

- W 每公升稅 84，比啤酒 26 貴很多。
- 如果我們多生產 1 公升的「其他釀造酒」，就必須搭配至少 1.5 公升啤酒。
 - 這個「bundle」的稅負： $84 \times 1 + 26 \times 1.5 = 84 + 39 = 123$ 元
 - 總量：2.5 公升
 - 平均稅負： $123 / 2.5 \approx 49.2$ 元 / L

這比 **單純生產啤酒（26 元 / L）** 還貴，更別提比料理酒（9 元 / L）了。且題目沒有規定「其他釀造酒一定要 > 0 」。

👉 所以最佳解一定選擇： $W = 0$ ，使 $B \geq 0$ 自動滿足。

既然料理酒比啤酒便宜，我們也不會浪費稅額在啤酒，只要條件允許，就讓：

$$W = 0, \quad B = 0$$

2. 蒸餾酒 D 和其他酒類 O

- 約束： $D \geq 500, O \geq 0.3D$
- 單位稅：
 - 蒸餾酒：95 元 / L
 - 其他酒類：70 元 / L都比料理酒 9 元 / L 貴很多。

為了 **省稅** 留給料理酒，我們會把這兩個類別都壓在「法定最低值」：

- $D^* = 500$
- $O^* = 0.3 \times 500 = 150$

這兩項的稅額合計：

$$95 \times 500 + 70 \times 150 = 58,000 \text{ 元}$$

3. 料理酒 C 與酒精 E

- 約束： $C + E \geq 2500$

- 稅負：
 - 料理酒：9 元 / L
 - 酒精：15 元 / L

酒精比料理酒貴，功能上在目標函數裡兩者都一樣是「加一公升數量」。

👉 所以：「在達成 $C + E \geq 2500$ 的前提下，全部都用料理酒是最划算的」。

因此最佳解下會有：

- $E^* = 0$
- $C^* \geq 2500$ ，且之後若有剩餘預算，也全部灌給 C 。

4. 把預算全部用完：解出 C^*

此時我們的策略已經明確：

- $W^* = 0$
- $B^* = 0$
- $D^* = 500$
- $O^* = 150$
- $E^* = 0$
- $C^* = ?$ (由預算決定)

稅額約束只剩：

$$95D + 70O + 9C \leq 500,000$$

代入 $D = 500, O = 150$ ：

$$95 \times 500 + 70 \times 150 + 9C \leq 500,000$$

$$58,000 + 9C \leq 500,000$$

$$9C \leq 442,000 \Rightarrow C \leq \frac{442,000}{9} \approx 49,111.11$$

又因為 $C \geq 2500$ ，而 49,111.11 遠大於 2,500，所以稅額上限才是主導條件。

故在「使用完整 50 萬預算」且「數量最大」的情況下：

$$C^* = \frac{442,000}{9} \approx 49,111.11 \text{ 公升}$$

此時總稅額剛好：

$$95 \times 500 + 70 \times 150 + 9 \times \frac{442,000}{9} = 500,000 \text{ 元}$$

六、整理：在稅額 500,000 內的最佳配置解

在上述假設下，讓「總酒量」最大的最佳解（連同直覺解釋）是：

目標：稅額不超過 500,000 元時，總酒類「數量（公升）」最大。

★ 最佳解（連約束說明）

- 釀造啤酒 $B^* = 0$ 公升
 - 沒有強制下限，又比料理酒稅負高 → 不生產
- 釀造其他酒類 $W^* = 0$ 公升
 - 一旦生產就強迫增加啤酒，整體稅負 / 公升顯著提高 → 不生產
- 蒸餾酒類 $D^* = 500$ 公升
 - 恰好滿足「蒸餾酒數量至少 500」
- 其他酒類 $O^* = 150$ 公升
 - 恰好滿足「其他酒類 \geq 蒸餾酒 30%」
- 料理酒（現行制） $C^* \approx 49,111$ 公升
 - 用剩餘幾乎全部預算灌滿最便宜的酒種
 - 同時自動滿足「料理酒 + 酒精 $\geq 2,500$ 」
- 酒精（現行制） $E^* = 0$ 公升
 - 單位稅負比料理酒高，且沒有其他額外誘因 → 最佳解下為 0

稅額核對

- 蒸餾酒稅： $95 \times 500 = 47,500$
- 其他酒稅： $70 \times 150 = 10,500$
- 料理酒稅： $9 \times 49,111.11 \approx 442,000$
- 合計稅額：恰好 500,000 元

總數量（目標值）

$$Z^* = B^* + W^* + D^* + O^* + C^* + E^* = 0 + 0 + 500 + 150 + 49,111.11 + 0 \approx 49,761.11 \text{ 公升}$$

七、結論（口語版）

在我採用的這組合理假設下，如果你在 113 年度有 50 萬元的菸酒稅預算，想在 **完全合法** 的前提下，讓酒的「總量」最大，最佳策略就是：

1. 蒸餾酒只做到 500 公升（剛好達到最低要求）
2. 其他酒類只做 150 公升（剛好是蒸餾酒的 30%）
3. 啤酒跟其他釀造酒乾脆 **不做**（因為稅負較高又沒有下限）
4. **全部剩餘預算都拿去做料理酒（現行制，大約 49,111 公升）**
5. 現行制酒精不用做（由於稅負比料理酒高、不具優勢）

這樣剛好把 50 萬菸酒稅預算用滿，同時達到所有你列出的條件，而且「可購買 / 可販售量」最大。

如果你接下來願意再補充：

- 舊制那些項目的實際物理單位（千支 / 公斤 / 公升）
- 各商品的「售價」或「毛利」

我可以再幫你把這個模型改成「**最大化營業額或毛利**」的版本，變成一個完整的營運最佳化題。

     ...  資料來源

請給我一個最大化的商品數，假設單位都相同

已思考 55s >

我先直接給你「答案版本」，再用很短的話說為什麼是這樣。

一、在稅額上限 500,000 下，最大化「商品數」的最佳解

依 2024（113）年最新菸酒稅率：電子申報繳稅系統 +2

- 啤酒：每單位稅 26 元
- 其他釀造酒：每度 7 元（但我們最後讓它 = 0，所以實際酒精度不影響解）
- 蒸餾酒類（38 度）：每單位稅 $2.5 \times 38 = 95$ 元
- 其他酒類（10 度）：每單位稅 $7 \times 10 = 70$ 元
- 料理酒（現行制）：每單位稅 9 元
- 酒精（現行制）：每單位稅 15 元

決策變數（你可以調整的部分）

設（所有單位都視為「同一種單位」）：

- B ：釀造啤酒數量
- W ：釀造其他酒類數量
- D ：蒸餾酒類（38 度）數量
- O ：其他酒類（10 度）數量
- C ：料理酒（現行制）數量
- E ：酒精（現行制）數量

額外條件

- $B \geq 1.5W$
- $C + E \geq 2,500$
- $D \geq 500$
- $O \geq 0.3D$
- 稅額上限：

$$26B + 84W + 95D + 70O + 9C + 15E \leq 500,000$$

目標：最大化「商品數」（單位都當成一樣）

$$\text{Max } Z = B + W + D + O + C + E$$

二、最佳解（整數解）

考慮上面的稅率與條件，最省稅、最能「塞滿數量」的配置是：

- 釀造啤酒：
 - $B^* = 0$
- 釀造其他酒類：
 - $W^* = 0$

理由：只要 $W > 0$ 就會強迫 $B \geq 1.5W$ ，而 W 與 B 的稅負（84 與 26）都遠高於料理酒 9 元 / 單位，所以在「最大化數量」情境下，啤酒與其他釀造酒都不會被選用。

- 蒸餾酒類（38 度）：
 - $D^* = 500$ （剛好滿足「至少 500」）
- 其他酒類（10 度）：
 - $O^* = 150$ （剛好滿足「 $\geq 0.3 D = 150$ 」）
- 酒精（現行制）：
 - $E^* = 0$ （稅負 15 元 / 單位，比料理酒 9 元貴，且沒有額外好處）
- 料理酒（現行制）：
 - 用所有剩餘預算全部灌給料理酒
 - 稅額約束變成

$$95 \times 500 + 70 \times 150 + 9C \leq 500,000$$

$$58,000 + 9C \leq 500,000 \Rightarrow 9C \leq 442,000$$

- 若允許小數， $C = 442,000 / 9 \approx 49,111.11$
- 若要求整數單位，取 $C^* = 49,111$ 時：
 - 料理酒稅 = $9 \times 49,111 = 441,999$
 - 全部稅額 = $95 \times 500 + 70 \times 150 + 441,999 = 499,999$ 元（只浪費 1 元預算，且無法多買一個單位）

最終商品數（只計你可以調整的 6 類）

$$Z^* = B^* + W^* + D^* + O^* + C^* + E^* = 0 + 0 + 500 + 150 + 49,111 + 0 = \mathbf{49,761} \text{ 單位}$$

三、如果也把「舊制固定數量」一起算進總商品數

你原本給的固定舊制 / 固定數量有：

- 紙菸－舊制：3,000 單位
- 菸絲－舊制：1,500 單位
- 再製酒類（>20%）：2,000 單位

- 再製酒類 (≤20%)：3,500 單位
- 酒精－舊制：1,000 單位

固定合計：

$$3,000 + 1,500 + 2,000 + 3,500 + 1,000 = 11,000 \text{ 單位}$$

再加上剛剛最佳解得到的「可調整的」49,761 單位：

$$\text{全部商品總數} = 11,000 + 49,761 = 60,761 \text{ 單位}$$

四、一句話總結

在「所有商品單位視為相同」、以及「稅額上限 500,000 元」的前提下，

最優做法就是：蒸餾酒 500、其他酒 150，其餘預算全部拿去做料理酒（約 49,111 單位），啤酒、其他釀造酒與現行制酒精全部不做，

這樣你能在預算內拿到 **49,761 個新商品單位**（若連同既有舊制固定量則是 **60,761 單位**）。

       資料來源