

# Algorytmy i struktury danych – W02

Teoria złożoności cz. 2/4,  
Listy, listy wiązane, iterator dla list

# Zawartość

- Złożoność cz. 2:
  - Notacja asymptotyczna  $\Theta$ ,  $O$ ,  $\Omega$  (duże theta, duże o, duże omega)
- Listy:
  - Opis
  - Interfejs `IList<T>`
  - Interfejs `ListIterator<T>`
  - Klasa `AbstractList<T>`
- Implementacja listy na tablicy: klasa `ArrayList<T>`
- Listy wiązane:
  - Jednokierunkowa, prosta, z głową, bez strażnika – L1KzG, klasa `OneWayLinkedListWithHead<T>`

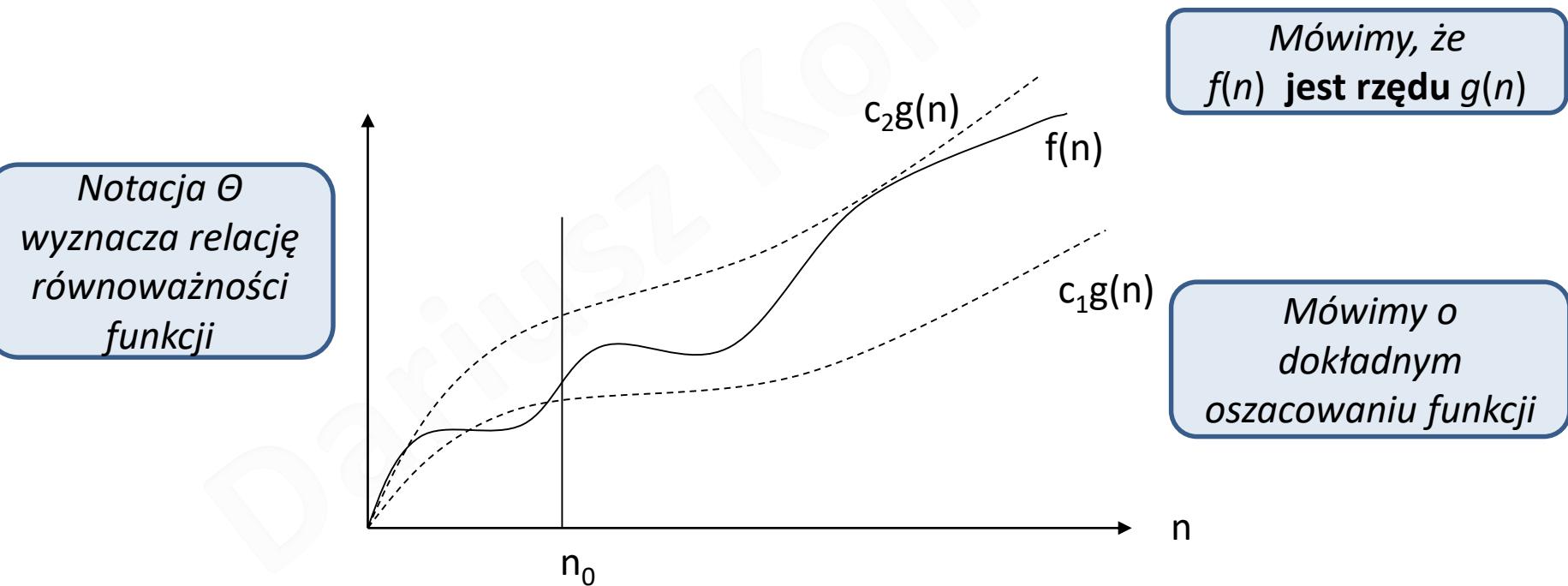
# Notacje asymptotyczne

- Przypomnienie:
  - $n$  : liczba danych wejściowych
  - $f(n)$  : funkcja mówiąca ile kroków obliczeniowych należy wykonać dla danych o długości  $n$
- Funkcja  $f(n)$  może:
  - mieć postać **skomplikowanego wzoru matematycznego**
  - Zależeć nie tylko od  $n$ , ale **od konkretnych danych**
  - Może być **niedeterministyczna**
- Zamiast podawać dokładny wzór, ważniejszy jest **rzad funkcji**. Do tego celu wykorzystuje się **notacje asymptotyczne**.

# Notacja asymptotyczna – Duże Theta

- Dla danej funkcji  $g(n)$  oznaczamy jako  $\Theta(g(n))$  zbiór wszystkich funkcji  $f(n)$  posiadających właściwość, że istnieją takie dodatnie wartości  $c_1$  i  $c_2$  oraz  $n_0$ , że dla każdego  $n \geq n_0$  zachodzi:

$$c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n)$$



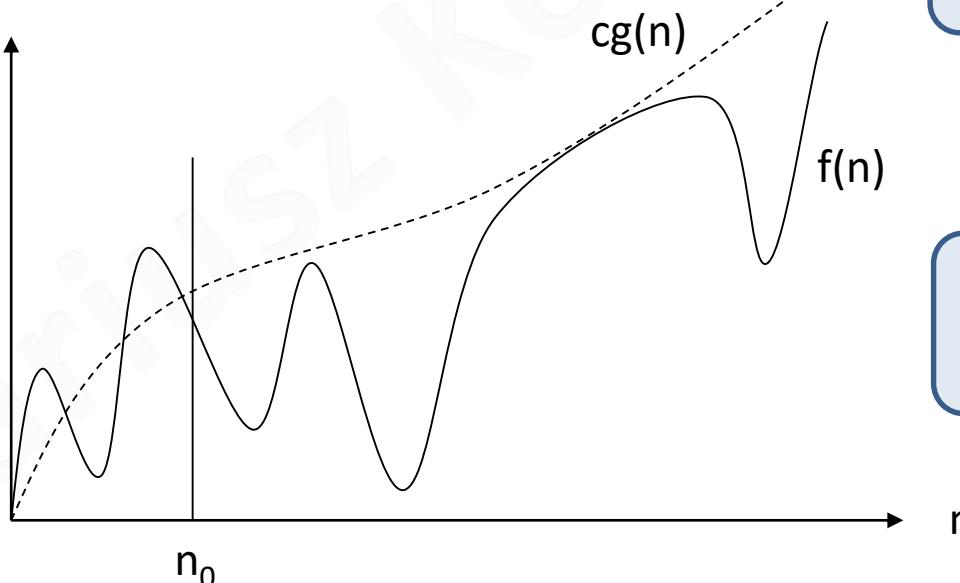
# Duże theta - przykład

- Niech  $f(n)=n^2+100n+1000$
- Zatem  $f(n)=\Theta(n^2)$ , ponieważ:
  - dla  $n_0=1000, c_1=1, c_2=10$  oraz dla każdego  $n \geq n_0$ :
    - $n^2+100n+1000 > n^2$
    - $n^2+100n+1000 < 10n^2$   
 $(1.000.000+100.000+1000 < 10 * 1.000.000)$

# Notacja asymptotyczna – Duże O

- Dla danej funkcji  $g(n)$  oznaczamy jako  $O(g(n))$  zbiór wszystkich funkcji  $f(n)$  posiadających właściwość, że istnieją takie dodatnie wartości  $c$  oraz  $n_0$ , że dla każdego  $n \geq n_0$  zachodzi:

$$f(n) \leq c \cdot g(n)$$



Mówimy, że  
 $f(n)$  jest rzędu  
**co najwyżej  $g(n)$**

Mówimy o górnym  
ograniczeniu funkcji

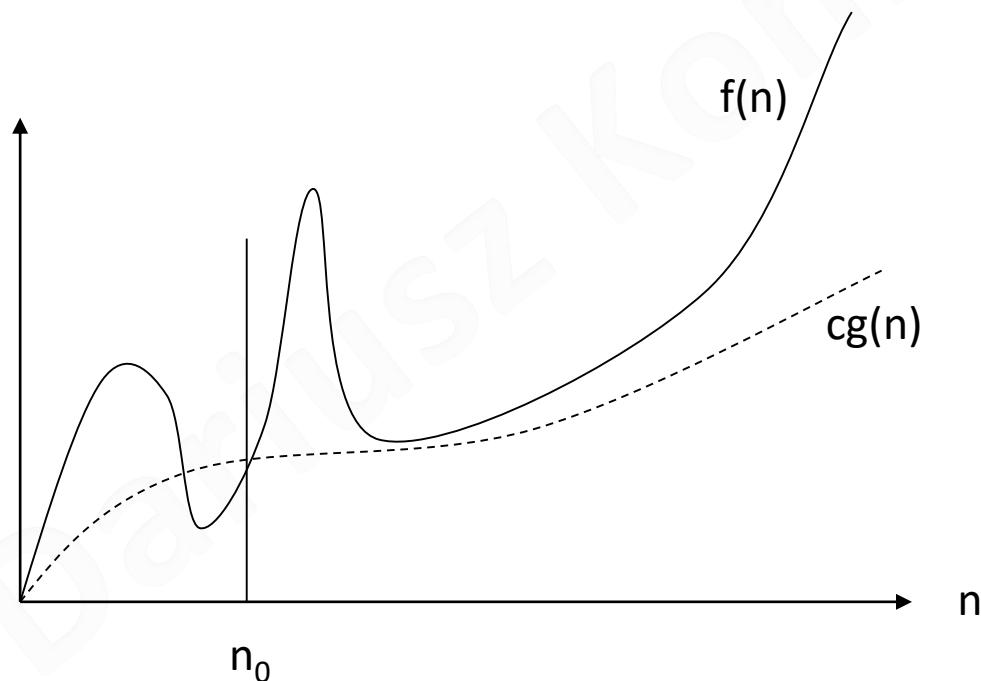
# Duże O - przykład

- Niech  $f(n)=n |\sin(n)|$
- Zatem  $f(n)=O(n)$ , ponieważ:
  - dla  $n_0=1, c=1$ , dla każdego  $n_0>=n$  zachodzi:
    - $|\sin(n)|<=1$
    - $n |\sin(n)|<=n$
- Również  $f(n)=O(n^2)$ , jednak  $O(n)$  jest wolniej rosnącą funkcją. Notacja  $O(\dots)$  w teorii złożoności algorytmów jest używana do określenia ograniczenia z góry złożoności, stąd podaje się (wybiera) funkcję jak najwolniej rosnącą.

# Notacja asymptotyczna – Duże omega

- Dla danej funkcji  $g(n)$  oznaczamy jako  $\Omega(g(n))$  zbiór wszystkich funkcji  $f(n)$  posiadających właściwość, że istnieją takie dodatnie wartości  $c$  oraz  $n_0$ , że dla każdego  $n \geq n_0$  zachodzi:

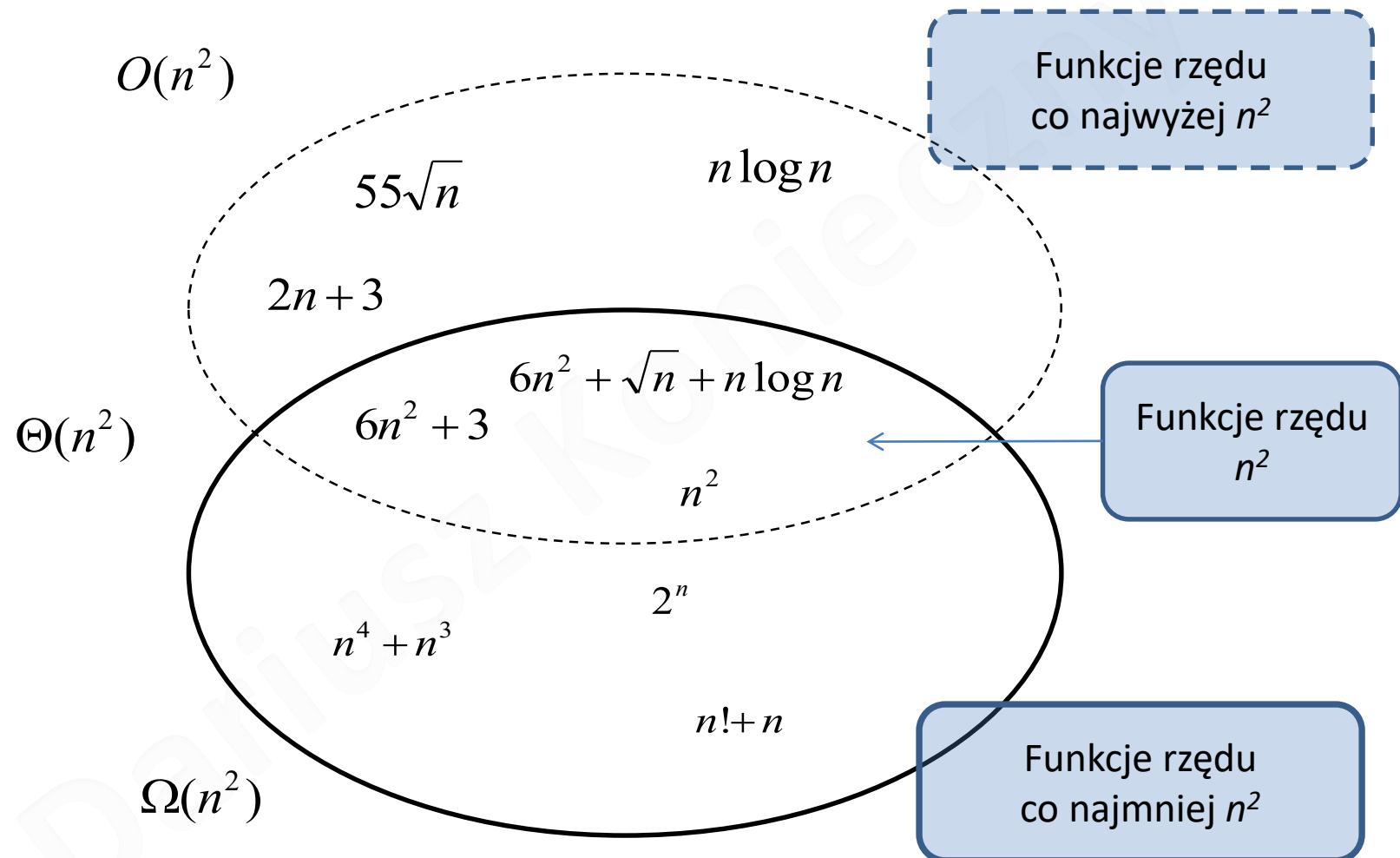
$$f(n) \geq c \cdot g(n)$$



Mówimy, że  
 $f(x)$  jest rzędu  
**co najmniej**  $g(x)$

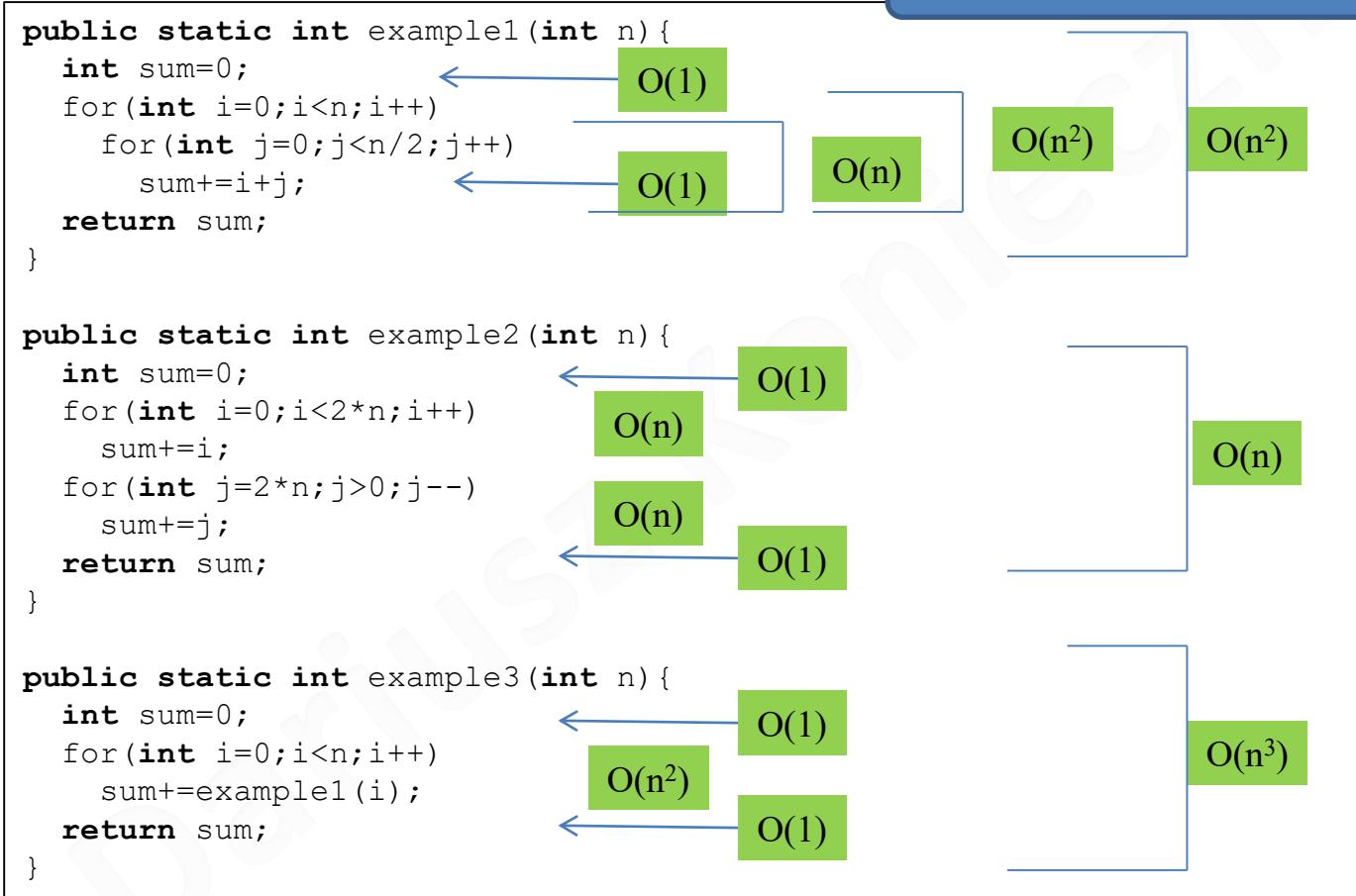
Mówimy o dolnym  
ograniczeniu funkcji

# Zależności - przykład



# Przykłady liczenia złożoności

- W poniższych przykładach zamiast  $O(\dots)$  można by również używać notacji  $\Theta(\dots)$



# Złożoność problemu/algorytmu

- **Złożoność czasowa problemu** to liczba kroków potrzebna do rozwiązania instancji problemu, jako funkcja rozmiaru danych wejściowych, używając najbardziej efektywnego algorytmu.
  - Nie zawsze dotychczas znany algorytm jest najlepszy, stąd dla problemu przedstawia się często dowód jaka musi być minimalna liczba kroków
- **Złożoność pamięciowa problemu** jest analogicznym pojęciem, które mierzy ilość pamięci potrzebnej przez algorytm
- **Złożoność czasowa** oraz **złożoność pamięciowa** może być rozważana w odniesieniu do **wybranego algorytmu**.

# Lista

- **Lista** jest **strukturą liniową**, w której można wykonywać wiele operacji w dowolnym miejscu tej struktury.
- Lista oprócz zwykłego iteratora powinna też udostępniać **iterator dla list**, który umożliwia poruszanie się **w dwóch kierunkach** po liście.
- W pakiecie `java.lang` dostępny jest interfejs dla list `List<E>`. Aby nie komplikować kodu w ramach tego wykładu stworzony będzie podobny, uproszczony interfejs `IList<E>`.

aisd.list.IList

```
import java.util.Iterator;
import java.util.ListIterator;

public interface IList<E> extends Iterable<E> {
    boolean add(E e); // dodanie elementu na koniec listy
    void add(int index, E element); // dodanie elementu na podanej pozycji
    void clear(); // skasowanie wszystkich elementów
    boolean contains(E element); // czy lista zawiera podany element (equals())
    E get(int index); // pobranie elementu z podanej pozycji
    E set(int index, E element); // ustawienie nowej wartości na pozycji
    int indexOf(E element); // pozycja szukanego elementu (equals())
    boolean isEmpty(); // czy lista jest pusta
    Iterator<E> iterator(); // zwraca iterator przed pierwszą pozycją
    ListIterator<E> listIterator(); // j.w. dla ListIterator
    E remove(int index); // usuwa element z podanej pozycji
    boolean remove(E element); // usuwa element (equals())
    int size(); // rozmiar listy
}
```

# ListIterator<T>

- Interfejs ListIterator<T> – do kolekcji liniowych, po których można się przemieszczać **w dwóch kierunkach**.
- Operacje, jakie można wykonywać za pomocą tego interfejsu podano poniżej.
- Jeśli jakaś operacja jest trudna/nieefektywna dla danej kolekcji, zamiast ją implementować można rzucać wyjątkiem UnsupportedOperationException. W dokumentacji są one zaznaczone jako opcjonalne.

java.util.ListIterator

```
public interface ListIterator<T> extends Iterator<T> {  
    void add(E e); // dodanie e w bieżącej pozycji, ZA kurSOR  
    boolean hasNext();  
    boolean hasPrevious(); // jak hasNext, ale w przeciwnym kierunku  
    E next();  
    int nextIndex(); // indeks elementu, który byłby zwrocony przez next()  
    E previous(); jak next(), ale w przeciwnym kierunku  
    int previousIndex(); jak nextIndex(), ale w przeciwnym kierunku  
    void remove(); // usuwa ostatnio zwrocony element przez next() lub previous()  
    void set(E e); wstawia wartosc e do kolekcji pod ostatnio zwrocony element  
}
```

- Wspomniane wyżej podejście nie generuje niepotrzebnie całej rodziny iteratorów (np. iteratory bez operacji add/remove lub jednej z nich itd.)
- Oczywiście tworząc własną kolekcję i zwracając iterator dla niej należy udokumentować, jak się zachowują poszczególne operacje w iteratorze.
- Iteratory obecne w bibliotekach języka Java są przygotowane do programowania współbieżnego, więc ich implementacja jest bardziej złożona niż to co jest przedstawiane na tym kursie.

# Iterator dla list

- Na tym wykładzie przedstawione będzie tylko szkielet jak wyglądają operacje dla tego iteratora **w przypadku poprawnej sekwencji** operacji.
  - W przypadku niepoprawnej sekwencji (np. dwa razy `remove()` bez wykonania pomiędzy `next()` lub `previous()`) iterator może zachowywać się niepoprawnie (wg dokumentacji powinien rzucać właściwym wyjątkiem)
  - Uzupełnienie kodu iteratora, tak aby działał w każdym wypadku poprawnie jest ciekawym zadaniem do wykonania samodzielnie, jednak od strony algorytmiki nie dodaje istotnej wiedzy.
- 
- Innym wyzwaniem jest używanie dwóch lub więcej iteratorów jednocześnie lub wykonywanie w czasie używania jednego iteratora metod listy modyfikującej jej strukturę (dodawanie/usuwanie), np. iterator przesuwamy na środek listy i usuwamy listę przez metodę `clear()`. Jak powinien zachować się iterator po wywołaniu `next()`?
    - Implementacja biblioteczna generuje w takich przypadkach (i wielu innych) wyjątek `IllegalStateException`.
  - Obowiązuje ogólna zasada: jeśli jakiś obiekt zmodyfikował kolekcję, to wszystkie inne iteratory ulegają unieważnieniu (nie można już z nich korzystać).

# Dokumentacja w kodzie Javy

- Java pozwala komentować kod tak, aby komentarz pozwalał na dokumentację techniczną.
- Większość środowisk deweloperskich odczytuje tak sformatowane komentarze w trakcie pracy nad kodem.
- Komentarz dokumentujący powinien zaczynać się od „/\*\*” zamiast od „/\*”
- Kolejne linii zaczynają się od „\*”, ale nie jest to konieczne
- Komentarz taki pisze się PRZED deklaracją klasy, metody, pola.
- W tekście można używać część tagów HTML oraz innych specjalnych.

```
@Override
public ListIterator<E> listIterator() {
    return new InnerListIterator();
}

@ aisd.util.ArrayList.InnerListIterator

iterator stoi "pomiędzy" elementami i tak trzeba go zaimplementować. Zaimplementowane zostaną tylko operacje
niemodyfikujące strukturę

Press 'F2' for focus

/** iterator stoi "pomiędzy" elementami i tak trzeba go zaimplementować.
 * Zaimplementowane zostaną tylko operacje niemodyfikujące strukturę */
private class InnerListIterator implements ListIterator<E>{
    int _pos=0;
```

# Klasa AbstractList<T> 1/2

- Implementacja pewnych metod (pochodzących z klasy Object) może wyglądać dla każdej listy tak samo, zatem warto stworzyć abstrakcyjną klasę, w której zostaną one zrealizowane (od Javy 9.0 można to zrobić w ramach interfejsu):

```
package aisd.util;  
  
import java.util.Iterator;  
  
public abstract class AbstractList<E> implements IList<E> {  
  
    @Override  
    public String toString() {  
        StringBuffer buffer = new StringBuffer();  
        buffer.append('[');  
        if (!isEmpty()) {  
            for (E item:this)  
                buffer.append(item).append(", ");  
            buffer.setLength(buffer.length() - 2);  
        }  
        buffer.append(']');  
        return buffer.toString();  
    }  
    // ^ - bitowa różnica symetryczna  
    @Override  
    public int hashCode() {  
        int hashCode = 0;  
        for (E item:this)  
            hashCode ^= item.hashCode();  
        return hashCode;  
    }  
}
```

aisd.list.AbstractList

# Klasa AbstractList<T> 2/2

```
@SuppressWarnings("unchecked")
@Override
public boolean equals(Object object) {
    if(object==null)
        return false;
    if (getClass() != object.getClass())
        return false;
    return equals((IList<E>) object);
}
public boolean equals(IList<E> other) {
    if (other == null || size() != other.size())
        return false;
    else {
        Iterator<E> i = iterator();
        Iterator<E> j = other.iterator();
        boolean has1=i.hasNext(),has2=j.hasNext();
        for(;has1 && has2 && i.next().equals(j.next()));
        {
            has1=i.hasNext();
            has2=j.hasNext();
        }
    return !has1 && !has2;  }
}
```

# Implementacja listy na tablicy

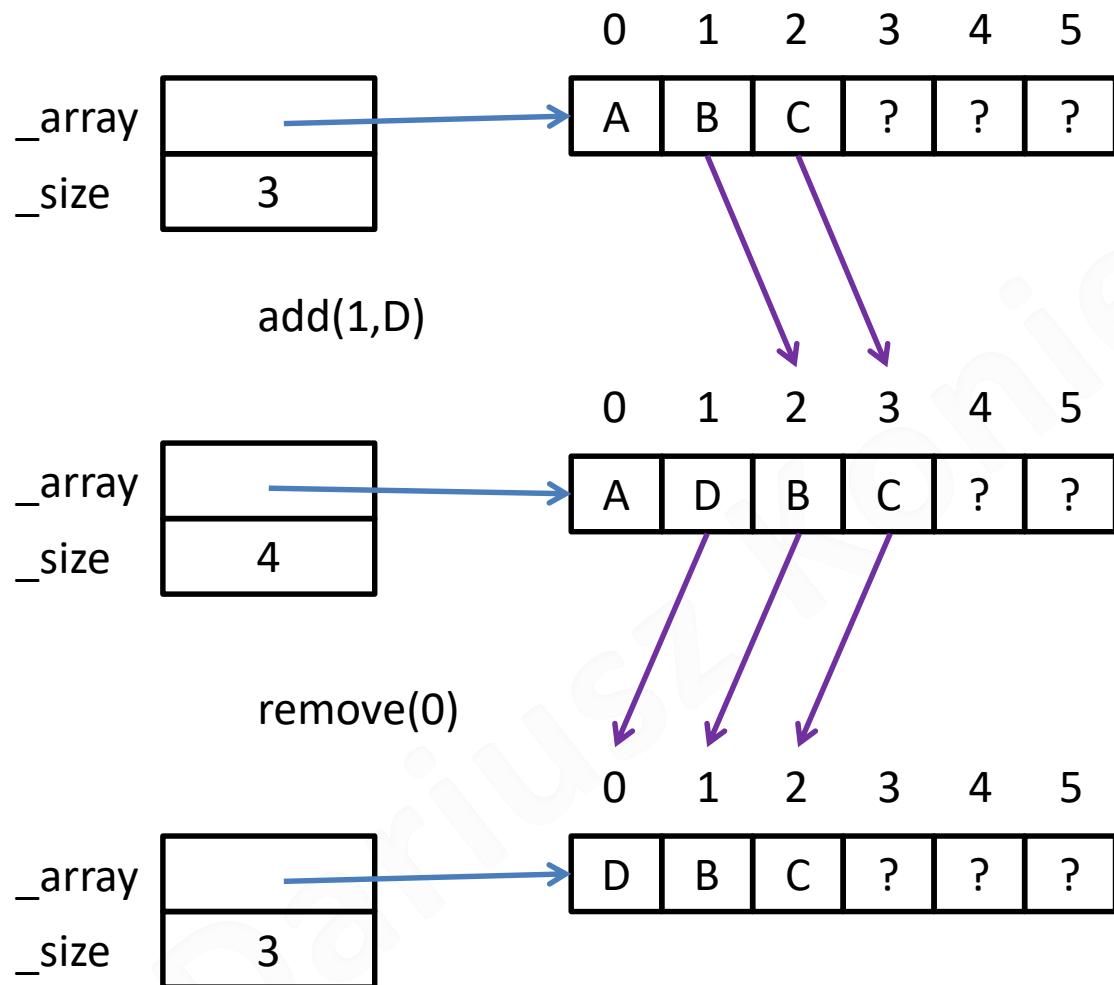
- Lista, od strony użytkownika, ma najczęściej nieograniczoną pojemność.
- Można ją zaimplementować za pomocą zwykłej tablicy, która się „rozszerza”, gdy brakuje miejsca na nowy element.
- „Rozszerzanie” polega na stworzeniu nowej, większej tablicy i przepisaniu do niej danych z poprzedniej tablicy.
- Implementacja listy będzie za pomocą klasy generycznej.

- W Javie nie można stworzyć tablicy elementów generycznych (dokładnie: tablicy elementów typu będącego parametrem klasy generycznej)
- Zamiast tego tworzona będzie tablica typu Object i rzutowana na tablicę elementów generycznych. Jest to dozwolone, ale kompilator ostrzega o możliwości niedopasowania typów, stąd przed funkcją z takim rzutowaniem należy dodać annotację:  
    `//@SuppressWarnings ("unchecked")`
- Np.

```
public class ArrayList<E> extends AbstractList<E> {  
    ...  
    private E[] _array;  
    ...  
    @SuppressWarnings ("unchecked")  
    public ArrayList(int capacity) {  
        ...  
        _array=(E[]) (new Object[capacity]);  
        ...  
    }  
}
```

aisd.list.ArrayList

# Lista na tablicy - operacje



# ArrayList 1/4

```
package aisd.util;
import java.util.Iterator;
import java.util.ListIterator;

public class ArrayList<E> extends AbstractList<E> {

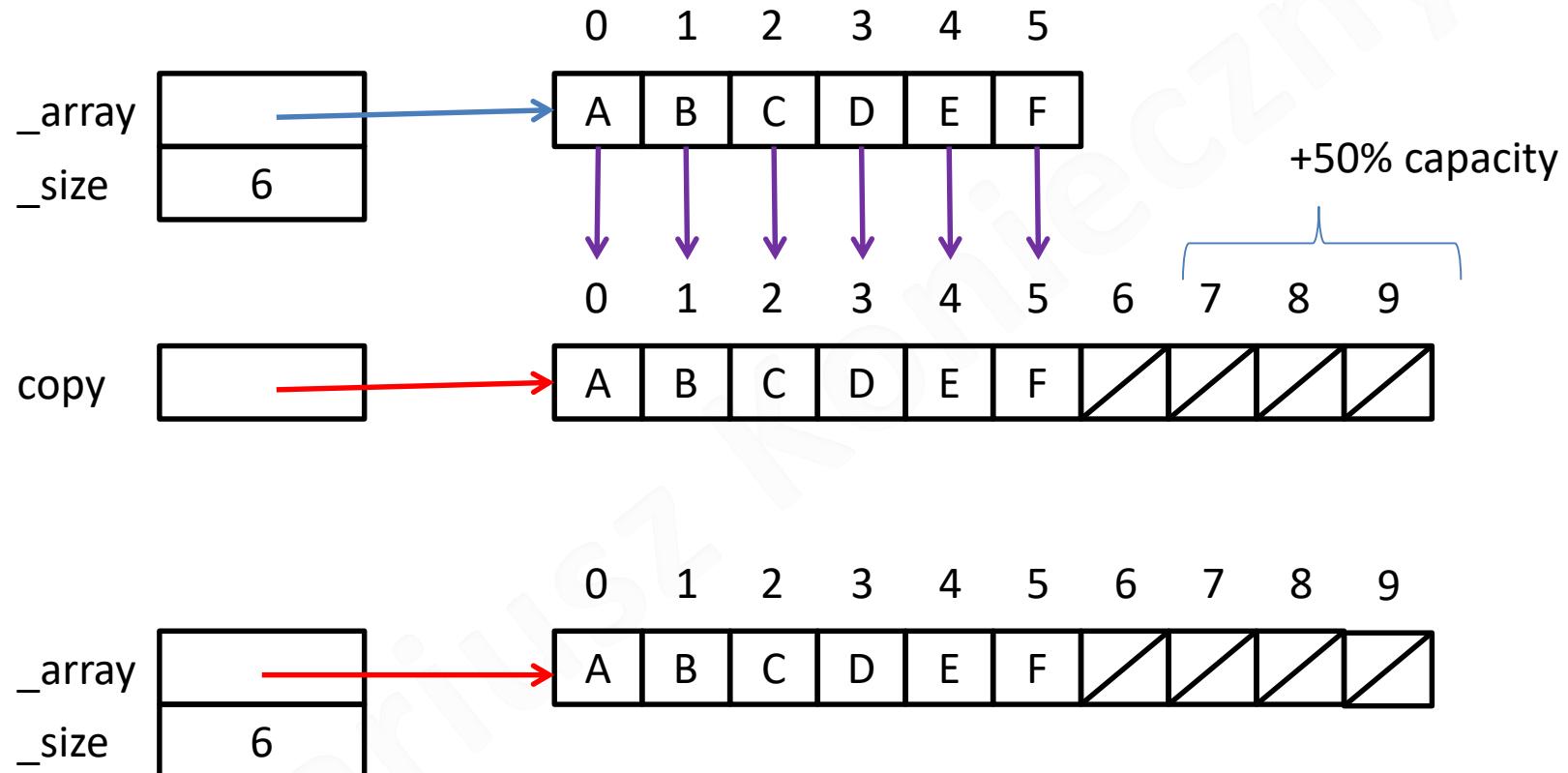
    /** <b> domyślna </b> wielkość początkowa tablicy */
    private static final int DEFAULT_INITIAL_CAPACITY = 16;
    /** <b> Początkowa </b> wielkość tablicy. */
    private final int _initialCapacity;
    /** referencja na tablicę zawierającą elementy */
    private E[] _array;
    /** rozmiar tablicy traktowanej jako lista */
    private int _size;

    // @SuppressWarnings("unchecked")
    public ArrayList(int capacity) {
        if(capacity<=0)
            capacity=DEFAULT_INITIAL_CAPACITY;
        _initialCapacity=capacity;
        _array=(E[]) (new Object[capacity]);
        _size=0;
    }

    public ArrayList(){
        this(DEFAULT_INITIAL_CAPACITY);
    }
    @Override
    public boolean isEmpty() {
        return _size==0;
    }
    @Override
    public int size() {
        return _size;
    }
}
```

# ensureCapacity

ensureCapacity(7)



# ArrayList 2/4

```
/** rozszerzenie tablicy jeśli za mało miejsca w obecnej */
@SuppressWarnings("unchecked")
private void ensureCapacity(int capacity) {
    if (_array.length < capacity) {
        E[] copy = (E[]) (new Object[capacity + capacity / 2]);
        System.arraycopy(_array, 0, copy, 0, _size);
        _array = copy;
    }
    // sprawdzenie poprawności indeksu
}
private void checkOutOfBounds(int index) throws IndexOutOfBoundsException {
    if(index<0 || index>=_size) throw new IndexOutOfBoundsException();
}
@SuppressWarnings("unchecked")
@Override
public void clear() {
    _array=(E[]) (new Object[_initialCapacity]);
    _size=0;
}
@Override
public boolean add(E value) {
    ensureCapacity(_size+1);
    _array[_size]=value;
    _size++;
    return true;
}
@Override
public boolean add(int index, E value) {
    if(index<0 || index>_size) throw new IndexOutOfBoundsException();
    ensureCapacity(_size+1);
    if(index!=_size)
        System.arraycopy(_array, index, _array, index+1, _size - index);
    _array[index]=value;
    _size++;
    return false;
}
```

# ArrayList 3/4

```
@Override
public int indexOf(E value) {
    int i = 0;
    while(i < _size && !value.equals(_array[i]))    ++i;
    return i<_size ? i : -1;
}

@Override
public boolean contains(E value) {
    return indexOf(value) != -1;
}

@Override
public E get(int index) {
    checkOutOfBounds(index);
    return _array[index];
}

@Override
public E set(int index, E element) {
    checkOutOfBounds(index);
    E retValue=_array[index];
    _array[index]=element;
    return retValue;
}

@Override
public E remove(int index) {
    checkOutOfBounds(index);
    E retValue = _array[index];
    int copyFrom = index + 1;
    if (copyFrom < _size) System.arraycopy(_array, copyFrom, _array, index, _size - copyFrom);
    --_size;
    return retValue;
}

@Override
public boolean remove(E value) {
    int pos=0;
    while(pos<_size && !_array[pos].equals(value))
        pos++;
    if(pos<_size){
        remove(pos);
        return true;
    }
    return false;
}
```

# ArrayList.InnerIterator 1/1

```
@Override
public Iterator<E> iterator() {
    return new InnerIterator();
}

@Override
public ListIterator<E> listIterator() {
    return new InnerListIterator();
}

private class InnerIterator implements Iterator<E>{
    int _pos=0;
    @Override
    public boolean hasNext() {
        return _pos<_size;
    }

    @Override
    public E next() {
        return _array[_pos++];
    }
}
```

# ArrayList.InnerListIterator 1/1

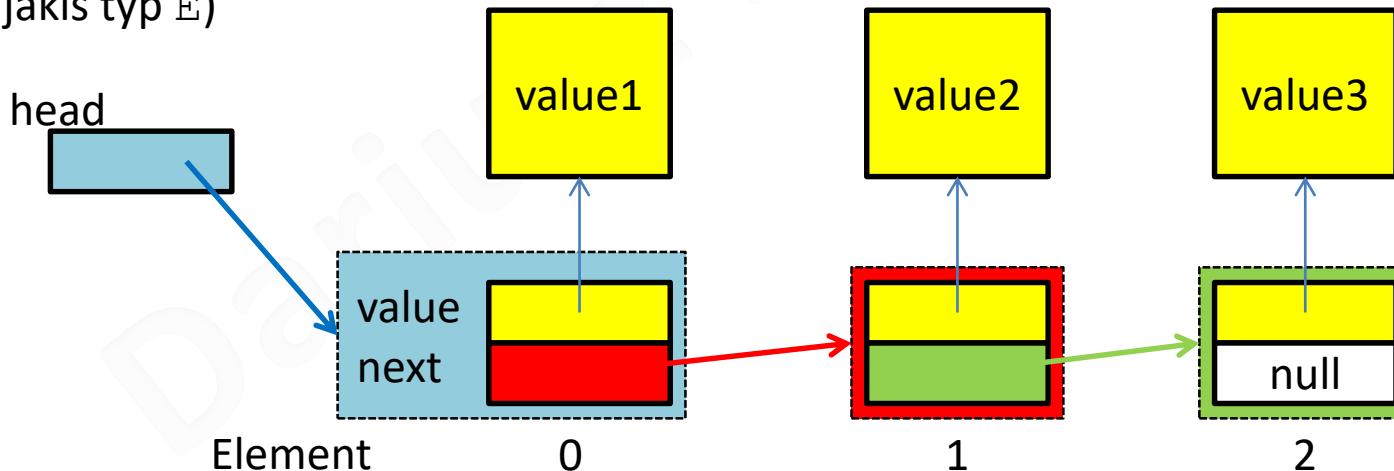
```
private class InnerListIterator implements ListIterator<E>{
    int _pos=0;
    @Override
    public void add(E Value) {
        throw new UnsupportedOperationException();
    }
    @Override
    public boolean hasNext() {
        return _pos<_size;
    }
    @Override
    public boolean hasPrevious() {
        return _pos>=0;
    }
    @Override
    public E next() {
        return _array[_pos++];
    }
    @Override
    public int nextIndex() {
        return _pos;
    }
    @Override
    public E previous() {
        return _array[--_pos];
    }
    @Override
    public int previousIndex() {
        return _pos-1;
    }
    @Override
    public void remove() {
        throw new UnsupportedOperationException();
    }
    @Override
    public void set(E e) {
        throw new UnsupportedOperationException();
    }
}
```

# ArrayList, InnerListIterator - złożoności

- ArrayList – złożoność pesymistyczna:
  - Konstrukcja –  $O(1)$
  - isEmpty(), size(), clear() –  $O(1)$
  - set(), get() –  $O(1)$
  - ensureCapacity() –  $O(n)$ 
    - add() na końcu –  $O(n)$
  - add() z indeksem –  $O(n)$ , na końcu –  $O(1)$  bez ensureCapacity()
  - indexOf() –  $O(n)$ 
    - contains() –  $O(n)$
  - remove() x 2 –  $O(n)$
- ArrayList – złożoność średnia:
  - ensureCapacity() –  $O(1)$ 
    - add() na końcu –  $O(1)$
- ArrayList.InnerListIterator, gdyby zaimplementować wszystkie operacje – złożoność średnia:
  - hasNext(), next(), hasPrevious(), previous(), nextIndex(), previousIndex() –  $O(1)$
  - set() –  $O(1)$
  - add(), remove() –  $O(n)$

# Listy za pomocą list wiązanych

- Gdyby była potrzeba usunięcia np. co drugiego elementu na liście lub inne podobne działania (za pomocą właśnie zaimplementowanych metod), złożoność takiej operacji byłaby kwadratowa  $O(n^2)$ .
- Nawet gdyby zaimplementować wszystkie operacje iteratora dla list.
- Dodatkowo w `ArrayList` zdarza się, że połowa tablicy jest nieużywana.
- Jeśli w danej kolekcji będzie potrzeba częstego wstawiania/usuwania elementów w środku w dodatku poruszając się iteratorem, istnieje szybsza implementacja listy za pomocą listy elementów wiązanych.
- Najprostszą do zrozumienia jest lista jednokierunkowa prosta z głową (L1KPzG).
  - Każdy element listy ma dwa pola: wartość oraz referencję na kolejny element. Jeśli tego elementu nie ma, to pole ma wartość **null**.
  - Cała lista jest pamiętana poprzez pole `head` (głowa), które jest referencją na pierwszy element listy.
- Ponieważ będzie to klasa generyczna, zatem wartość będzie również referencją (na jakiś typ `E`)



# OneWayLinkedListWithHead.Element

```
public class OneWayLinkedListWithHead<E> extends AbstractList<E>{
    private class Element{
        private E value;
        private Element next;

        public E getValue() {
            return value;
        }

        public void setValue(E value) {
            this.value = value;
        }

        public Element getNext() {
            return next;
        }

        public void setNext(Element next) {
            this.next = next;
        }

        Element(E data){
            this.value=data;
        }
    }

    Element head=null;

    public OneWayLinkedListWithHead() {}

    public boolean isEmpty(){
        return head==null;
    }

    @Override
    public void clear() {
        head=null;
    }
}
```

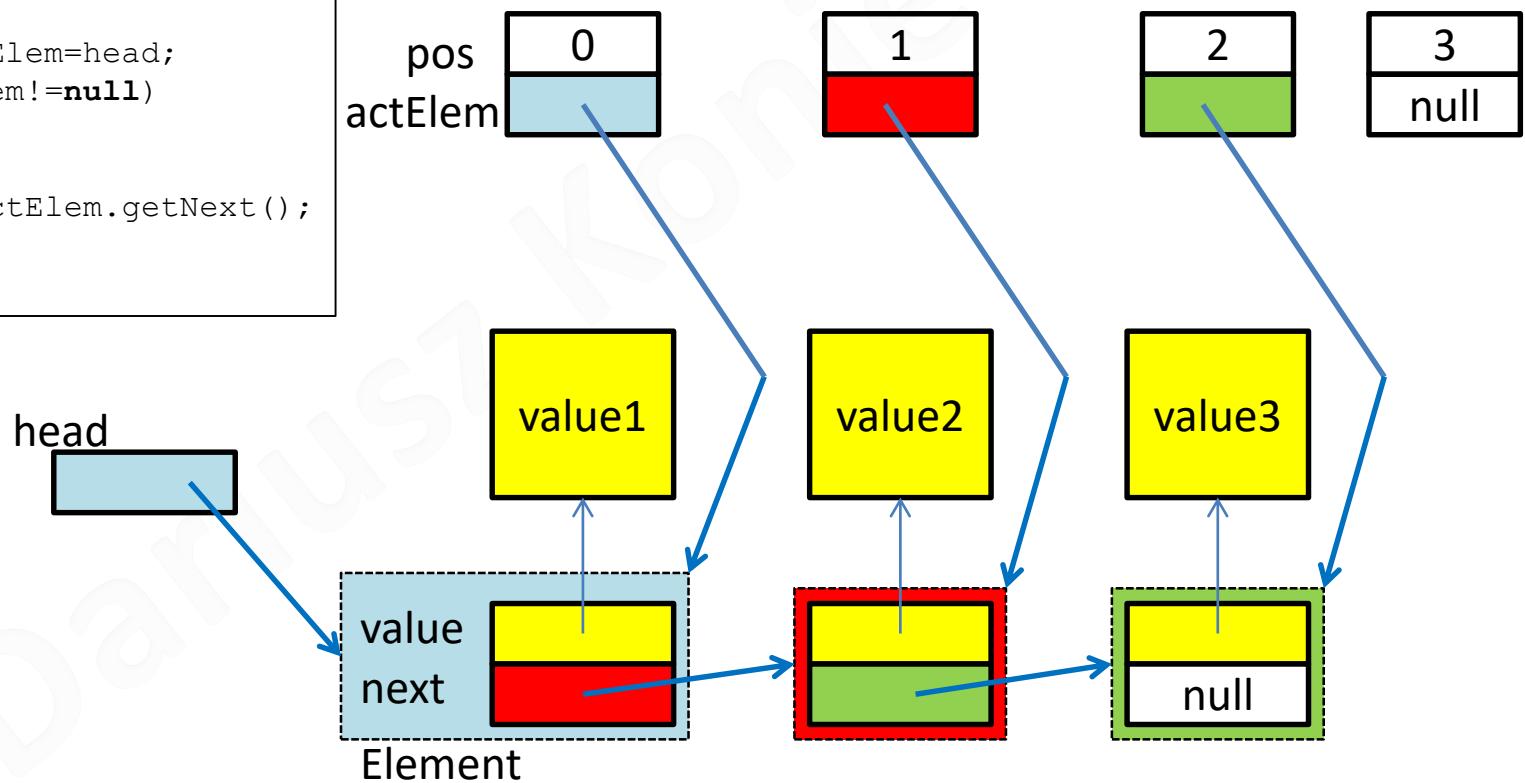
aisd.list. OneWayLinkedListWithHead

head  
null

# Metoda size(), przehodzenie po liście

- Przechodzenie po liście powiązanej do przodu za pomocą pomocniczej referencji:  
actElem=actElem.getNext();

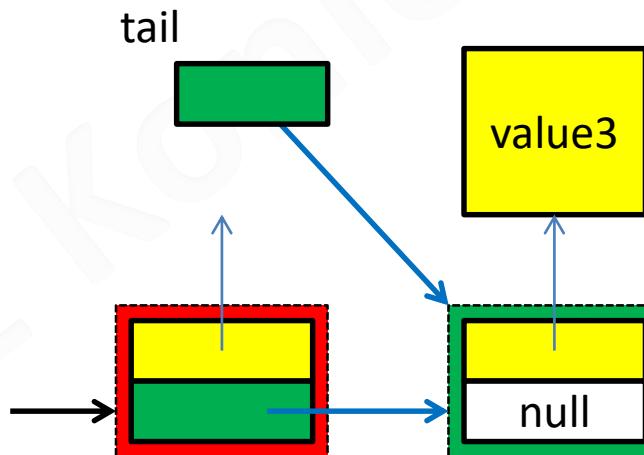
```
@Override  
public int size() {  
    int pos=0;  
    Element actElem=head;  
    while(actElem!=null)  
    {  
        pos++;  
        actElem=actElem.getNext();  
    }  
    return pos;}
```



# Metody getElement(), add()

```
/** zwraca referencję na Element, wewnętrzną klasę */
private Element getElement(int index) {
    if(index<0) throw new IndexOutOfBoundsException();
    Element actElem=head;
    while(index>0 && actElem!=null) {
        index--;
        actElem=actElem.getNext();
    }
    if (actElem==null)
        throw new IndexOutOfBoundsException();
    return actElem;
}

@Override
public boolean add(E e) {
    Element newElem=new Element(e);
    if(head==null) {
        head=newElem;
        return true;
    }
    Element tail=head;
    while(tail.getNext()!=null)
        tail=tail.getNext();
    tail.setNext(newElem);
    return true;
}
```



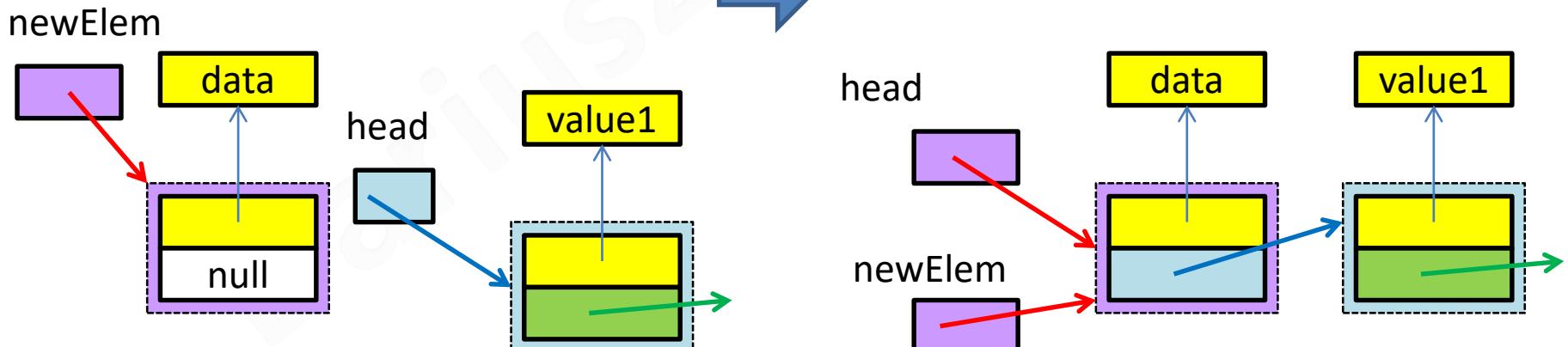
- Dodając element na koniec tej listy trzeba osobno rozpatrzyć dodawanie do pustej listy i osobno do niepustej.

# Metoda add (index, data)

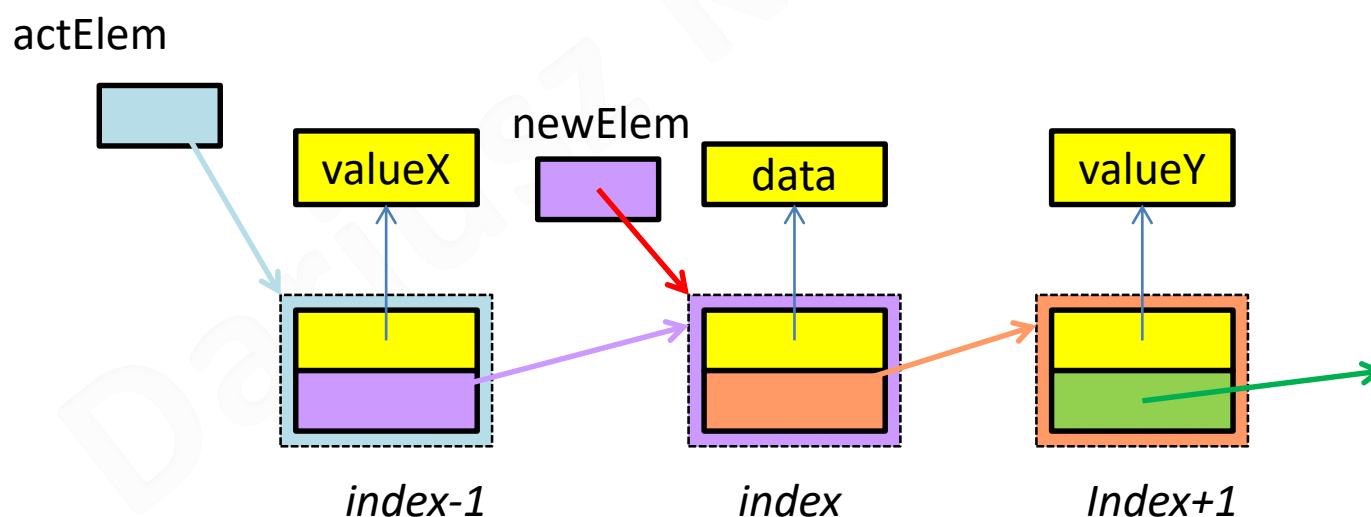
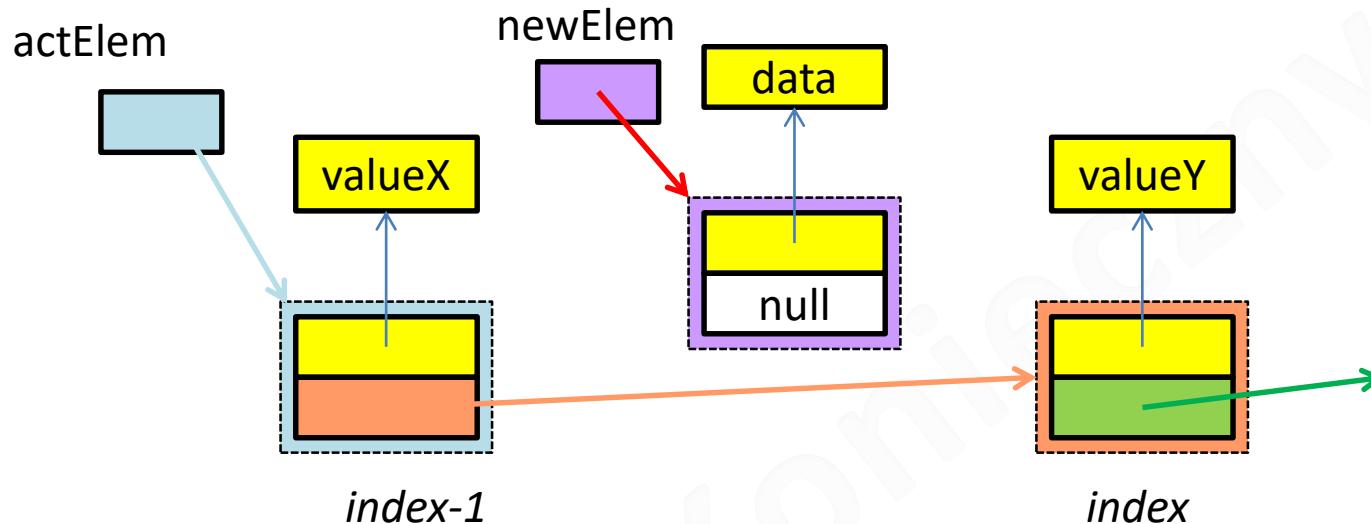
```
@Override  
public boolean add(int index, E data) {  
    if(index<0) throw new IndexOutOfBoundsException();  
    Element newElem=new Element(data);  
    if(index==0)  
    {  
        newElem.setNext(head);  
        head=newElem;  
        return true;  
    }  
    Element actElem=getElement(index-1);  
    newElem.setNext(actElem.getNext());  
    actElem.setNext(newElem);  
    return true;}  
}
```

- Osobno trzeba rozpatrzyć dodawanie na pozycję 0
- W p.p. trzeba znaleźć element z pozycji (index-1) : wytłumaczenie na kolejnym slajdzie

Dla indeksu 0:



# `add(index, data)` w środku listy



# indexOf(), contains(), get(), set()

```
@Override
public int indexOf(E data) {
    int pos=0;
    Element actElem=head;
    while(actElem!=null)
    {
        if(actElem.getValue().equals(data))
            return pos;
        pos++;
        actElem=actElem.getNext();
    }
    return -1;
}

@Override
public boolean contains(E data) {
    return indexOf(data)>=0;

}

@Override
public E get(int index) {
    Element actElem=getElement(index);
    return actElem.getValue();

}

@Override
public E set(int index, E data) {
    Element actElem=getElement(index);
    E elemData=actElem.getValue();
    actElem.setValue(data);
    return elemData;
}
```

# remove() x 2

- Usuwając element z podanego indeksu, podobnie jak w dodawaniu, trzeba się zatrzymać jeden element wcześniej i wykonać zmiany odwrotnie do operacji add().

```
@Override
public E remove(int index) {
    if(index<0 || head==null) throw new IndexOutOfBoundsException();
    if(index==0) {
        E retValue=head.getValue();
        head=head.getNext();
        return retValue;
    }
    Element actElem=getElement(index-1);
    if(actElem.getNext()==null)
        throw new IndexOutOfBoundsException();
    E retValue=actElem.getNext().getValue();
    actElem.setNext(actElem.getNext().getNext());
    return retValue;
}

@Override
public boolean remove(E value) {
    if(head==null)
        return false;
    if(head.getValue().equals(value)) {
        head=head.getNext();
        return true;
    }
    Element actElem=head;
    while(actElem.getNext()!=null && !actElem.getNext().getValue().equals(value))
        actElem=actElem.getNext();
    if(actElem.getNext()==null)
        return false;
    actElem.setNext(actElem.getNext().getNext());
    return true;
}
```

# Iterator

```
private class InnerIterator implements Iterator<E>{
    Element actElem;
    public InnerIterator() {
        actElem=head;
    }
    @Override
    public boolean hasNext() {
        return actElem!=null;
    }
    @Override
    public E next() {
        E value=actElem.getValue();
        actElem=actElem.getNext();
        return value;
    }
}
@Override
public Iterator<E> iterator() {
    return new InnerIterator();
}
```

# Lista L1KPzG - złożoność

- Lista L1KPzG – złożoność pesymistyczna:
  - Konstrukcja –  $O(1)$
  - `isEmpty()`, `clear()` –  $O(1)$
  - `set()`, `get()`, `size()` –  $O(n)$
  - `add()` na końcu –  $O(n)$
  - `add()` na początku –  $O(1)$
  - `add()` z indeksem –  $O(n)$
  - `indexOf()` –  $O(n)$ 
    - `contains()` –  $O(n)$
  - `remove()` x 2 –  $O(n)$
  - `remove()` na początku –  $O(1)$
- Iterator dla listy L1KPzG :
  - `hasNext()`, `next()` –  $O(1)$
- Lista L1KPzG jest dość ograniczona w swoich zastosowaniach, pozwala jednak na efektywną implementację stosu