

Χρόνος Εξέτασης: 1 ώρα και 45 λεπτά

ΘΕΜΑ 1. (25 μον.)

A. (10 μον.)

Δίνεται ο παρακάτω κώδικας σε γλώσσα προγραμματισμού C:

```
for(i = n/2 - 1; i < n; i++)
    for(j = 0; j < n / 2; j++)
        for(k = 1; k <= n; k = k * 2)
            i*j*k
```

Υπολογίστε το πλήθος των πράξεων που θα εκτελεστούν, καθώς και την ασυμπτωτική πολυπλοκότητα.

B. (8 μον.)

Αποδείξτε ότι:

$$5x^3 + 100x^2 = O(x^3)$$

Γ. (7 μον.)

Εάν  $t(n) = n^3$  και  $g(n) = (\lg n)^2$ , συγκρίνετε το ρυθμό αύξησης των δύο συναρτήσεων  $t(n)$  και  $g(n)$ .

ΘΕΜΑ 2. (25 μον.)

A. (12 μον.)

Υλοποιήστε μια συνάρτηση (σε μορφή ψευδοκώδικα ή γλώσσας προγραμματισμού C) η οποία θα ελέγχει εάν ένας  $n \times n$  πίνακας  $A$  αποτελεί πίνακα γειτνίασης ενός μη-κατευθυνόμενου γράφου. Ορίστε τη βασική πράξη και υπολογίστε το πλήθος των βασικών πράξεων στην καλύτερη και χειρότερη περίπτωση.

B. (13 μον.)

Υλοποιήστε μια συνάρτηση (σε μορφή ψευδοκώδικα ή γλώσσας προγραμματισμού C) η οποία θα πολλαπλασιάζει δύο  $n \times n$  πίνακες ακεραίων  $A$  και  $B$ . Ποια είναι η ασυμπτωτική πολυπλοκότητα του αλγορίθμου;

**ΘΕΜΑ 3. (25 μον.)**

**A. (10 μον.)**

Έστω ο ακόλουθος αναδρομικός τύπος:

$$T(n) = \begin{cases} 2, & \text{αν } n = 1 \\ 3T\left(\left\lfloor \frac{n}{4} \right\rfloor\right) + n, & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

Σχεδιάστε το δένδρο αναδρομής, και υπολογίστε βάση αυτού την ασυμπτωτική πολυπλοκότητα.

$$n=5$$

$$3T(1) + 5 = 3 \cdot 2 + 5 = 11$$

$$n=20 \quad 3T(5) + 20 = 3 \cdot 11 + 20 = 53$$

$$n=11 \quad 3T(2) + 11 = 3 \cdot 5 + 11 = 26$$

$$3T(0) + 2 = 2$$

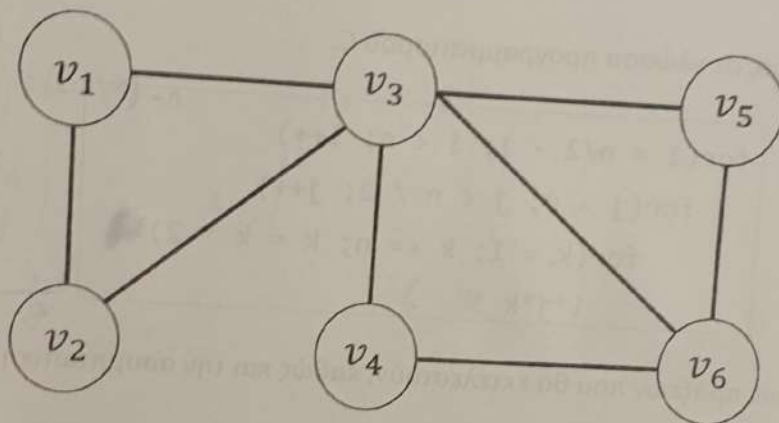
$$3T(0) + 0 = 0$$

**B. (15 μον.)**

Ο αλγόριθμος του Strassen πολλαπλασιάζει δύο πίνακες  $n \times n$  με την αλγοριθμική τεχνική διαίρει και βασίλευε. Σε κάθε βήμα, ο αλγόριθμος εκτελεί επτά πολλαπλασιασμούς πινάκων διάστασης  $\frac{n}{2} \times \frac{n}{2}$ , και  $\frac{9}{2}n^2$  προσθέσεις. Να δώσετε την αναδρομική σχέση υπολογισμού του χρόνου εκτέλεσης του αλγορίθμου, και να υπολογίσετε την ασυμπτωτική του πολυπλοκότητα επιλύοντας την αναδρομική σχέση.

**ΘΕΜΑ 4. (25 μον.)**

Δίνεται ο ακόλουθος γράφος:



**A. (10 μον.)**

- Υπολογίστε τον πίνακα γειτνίασης του γράφου
- Υπολογίστε τη λίστα γειτνίασης του γράφου

**B. (15 μον.)**

Βάσει της λίστας γειτνίασης του ερωτήματος A, σχεδιάστε το συνδεδετικό δένδρο που παράγεται εάν διερευνήσουμε το γράφο κατά πλάτος.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!**