ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ

ΕΞΕΤΑΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

Ανάλυση Αλγορίθμων

21 Ιουνίου 2024

Ονοματεπώνυμο:
Α.Μ.:

Χρόνος Εξέτασης: **1 ώρα και 45 λεπτά**

ΘΕΜΑ 1. (30 μον.)

Α. (15 μον.)

Υπολογίστε το πλήθος των προσθέσεων και την ασυμπτωτική πολυπλοκότητα των παρακάτω συναρτήσεων:

```
int fun1(int values[], int n)
{
    int sum = 0;
    int i;
    for (i = 0; i < n; i++) {
        sum += values[i];
    }
    for (i = 0; i < 20; i++) {
        sum += i;
    }
    return sum;
}
```

```
int fun2(int values[], int n)
{
    int sum = 0;
    int i, j;
    for (i = 0; i < n; i++) {
        sum += values[i];
        for (j = 0; j < 20; j++) {
            sum += j;
        }
    }
    return sum;
}
```

```
int fun3(int values[], int n)
{
    int sum = 0;
    int i, j;
    for (i = 0; i < n; i++) {
        sum += values[i];
        for (j = 0; j < n; i++) {
            sum += values[j];
        }
    }
    return sum;
}
```

```
int fun4(int values[], int n)
{
    int sum = 0;
    int i, j;
    for (i = 0; i < 1000; i++) {
        sum = sum + i;
    }
    for (i = 0; i < n; i++) {
        j = 1;
        while (j <= n) {
            sum += values[j-1];
            j *= 2;
        }
    }
    return sum;
}
```

Β. (15 μον.)

Για κάθε περίπτωση του παρακάτω πίνακα, υπολογίστε αν $f(n) \in O(g(n))$ ή $f(n) \in \Omega(g(n))$:

	$f(n)$	$g(n)$
1.	$\frac{n^2}{\log(n)}$	$n(\log(n))^2$
2.	$\log(n)^{\log(n)}$	$\frac{n}{\log(n)}$
3.	$n2^n$	3^n

ΘΕΜΑ 2. (20 μον.)
Επιλύστε την αναδρομική σχέση

$$T(n) = \begin{cases} 1, & αν\ n = 1 \\ 2T\left(\frac{n}{2}\right) + n^2, & αν\ n > 1 \end{cases}$$

χρησιμοποιώντας
α) Τη μέθοδο της επανάληψης.
β) Την κύρια μέθοδο.

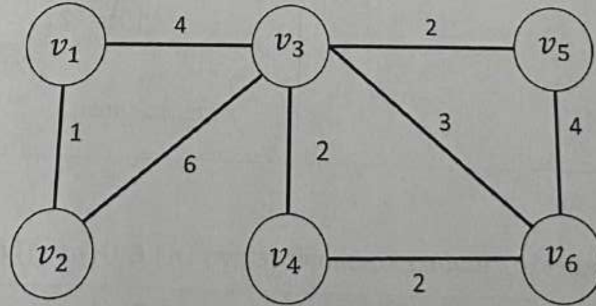
ΘΕΜΑ 3. (25 μον.)
A. (15 μον.)
Η μέγιστη νόρμα ενός διανύσματος $x \in \mathbb{R}^n$, συμβολίζεται με $\|x\|_\infty$ και είναι ίση με το μεγαλύτερο κατά απόλυτο τιμή στοιχείο του διανύσματος x. Υλοποιήστε μία συνάρτηση (σε μορφή ψευδοκώδικα ή γλώσσας προγραμματισμού C) η οποία θα υπολογίζει τη μέγιστη νόρμα της διαφοράς δύο διανυσμάτων, δηλαδή αν $x, y \in \mathbb{R}^n$, θα πρέπει να υπολογίζει και να επιστρέφει την $\|x-y\|_\infty$. Ποια είναι η υπολογιστική πολυπλοκότητα του αλγορίθμου που αναπτύξατε;
B. (10 μον.)
Υλοποιήστε μία συνάρτηση (σε μορφή ψευδοκώδικα ή γλώσσας προγραμματισμού C) η οποία θα υπολογίζει τη θετική δύναμη ενός αριθμού, έστω $x^n, n \geq 0, x \neq 0$, με υπολογιστική πολυπλοκότητα $O(\lg n)$.

ΘΕΜΑ 4. (25 μον.)
A. (5 μον.)
Σχεδιάστε το μη κατευθυνόμενο γράφο που αντιστοιχεί στον πίνακα γειτνίασης:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

B. (10 μον.)
Σχεδιάστε τον πλήρη και διχοτομίσιμο γράφο $K_{2,3}$. Ποια είναι τα συνδετικά δένδρα που προκύπτουν αν εφαρμόσουμε τη διερεύνηση κατά πλάτος (BFS) και διερεύνηση κατά βάθος (DFS) στον $K_{2,3}$; Επιλέξτε όποια αρχική κορυφή επιθυμείτε.

Γ. (10 μον.)
Υπολογίστε αλγοριθμικά τις συντομότερες διαδρομές από την κορυφή v_4 σε όλες τις κορυφές του γράφου. Σε κάθε βήμα του αλγορίθμου να δώσετε τα βάρη της κάθε κορυφής.



ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!