

EÖTVÖS LORÁND TUDOMÁNYEGYETEM
TERMÉSZETTUDOMÁNYI KAR

FIZIKAI INTÉZET

Háromrészeske Bose-Einstein korrelációk vizsgálata

Bagoly Attila

Fizikus MSc

Témavezető:

Csanád Máté

ELTE TTK Atomfizikai tanszék



2017

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	1
1.1. Nagyenergiás nehézion-fizika	1
1.2. Kvar-k-gluon plazma	2
1.3. A PHENIX kísérlet	4
2. Bose-Einstein korrelációk	4
2.1. Definíció	4
2.2. Két nem kölcsönható részecske korrelációs függvénye	5
2.3. Forrás függvény	6
2.3.1. Lévy eloszlás	7
2.4. A mag-glória modell	9
2.5. A korreláció erőssége	9
2.6. Parciális koherencia	9
3. Coulomb-korrekció számítása	9
3.1. Coulomb-kölcsönhatás	9
3.1.1. Kétrészecske	9
3.1.2. Háromrészecske	9
3.2. A Coulomb-korrekciós integrál	9
3.3. Adaptív Gauss–Kronrod módszer	9
3.4. Markov chain Monte Carlo módszerek	9
3.5. Monte Carlo módszer	9
3.6. Markov lánc	9
3.7. Implementáció	10
3.7.1. CUDA	10
3.7.2. MapReduce	10
4. Adatanalízis	11
4.1. Korrelációs függvény változói	11
4.2. Korrelációs függvény mérése	11
4.3. Illesztett modell	11
5. Eredmények	11
5.1. Illesztés vizualizáció	11
5.2. Háromrészecske korrelációs erősség	11
5.3. Parciális koherencia	11
6. Összefoglaló	11

1. Bevezetés

1.1. Nagyenergiás nehézion-fizika

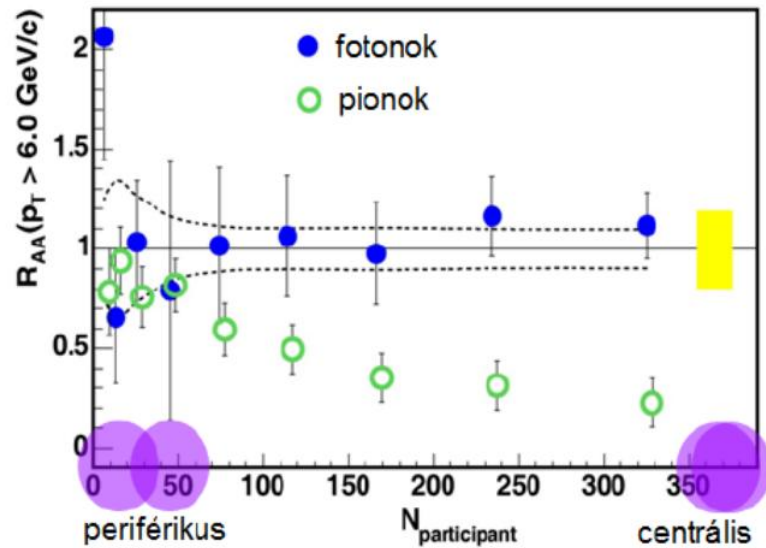
A nehézion-fizikában nagy rendszámú atommagok közel fénysebességen való ütköztetésével próbálunk információt szerezni az elemi részecskék világáról. Az atommagokat közel fénysebességre gyorsítjuk elektromágneses terek segítségével (LHC, RHIC a két legnagyobb energiájú gyorsító). A labor-rendszerből nézve Lorentz-kontrahált atommagokat összeütköztetünk, az ütközés során lejátszódnak bizonyos valószínűséggel „kemény” folyamatok amelyek során részecskezápörök (jet) keletkeznek, melyek hadronokból, leptonokból és fotonokból állnak. A kemény folyamatok jellemzője, hogy a jetek párokban keletkeznek, majd az impulzusmegmaradás miatt ellenkező irányba haladnak, az ütközések során a legvalószínűbb egy jet-pár keletkezése. Egy ütközés során nem csak kemény folyamatok zajlanak, hanem a „lágymű” folyamatok is, melyek során a részecskék nem jetekben keletkeznek. Az ütköző atommagok tömegközépponti energiájának növelésével nő a kemény folyamatok valószínűsége, és csökken a lágymű folyamatoké. Az ütközési pont köré épített detektorok segítségével mérjük a keletkező részecskék eloszlásait és különböző fizikai paramétereit. Ezen adatok segítségével próbálunk következtetni az ütközés után lezajló jelenségekre.

Az ütközések jellemzésére definiálni szoktuk az impakt paramétert, amely a középpontok távolságát jelenti. Az impakt paraméter alapján centralitás osztályokba rendezzük az ütközéseket, ezen osztályokat a centrálisról periférikus felé haladva százalékosan adunk meg.

Másik fontos fogalom a nukleáris módosulási faktor, amely segítségével az ütközés folyamatát tudjuk jellemezni. Az ütközés centralitását ismerve ki tudjuk számolni az ütközésben résztvevő nukleonok számát. A teljes folyamatot elképzelhetjük bináris ütközések összegeként, amennyiben feltesszük, hogy a protonok páronként ütköznek és egymástól függetlenül zajlanak az események. Független p+p ütközésekből ismerjük egy ilyen esemény során keletkező részecskék számát. Nehézion ütközések esetén ezt a számot megszorozzuk az ütközés bináris eseményeinek számával, így megkapjuk a keletkező részecskék számát. Azonban ezt a számot közvetlenül is meghatározhatjuk két nehézion összeütköztetésével, az előbbivel vett arányt nevezzük a nukleáris módosulási faktornak. Például Au+Au ütközés esetén, ha a keletkező részecskék száma N_{Au} , bináris ütközések száma N_{bin} és p+p ütközések esetén a keletkező részecskék száma N_p akkor a nukleáris módosulási faktor a következőképpen néz ki:

$$R_{AA} = \frac{N_{Au}}{N_{bin}N_p}, \quad (1.1.1)$$

ennek értékére $R_{AA} = 1$ várunk, mivel az Au+Au ütközéseket úgy képzeljük el, hogy az ütközésben résztvevő protonok páronként ütköztek.



1.1. ábra. Au+Au ütközések esetén a nukleáris módosulási faktor a nukleonszám függvényében pionokra és fotonokra. Az ábrán látható, hogy nagy centralitás esetén kevesebb nagyenergiás piont észlelünk mint p+p ütközések alapján várnánk, továbbá az erős kölcsönhatásban nem fotonok száma a várttal egyezik. Ez utal az erősen kölcsönható közeg jelenlétére.

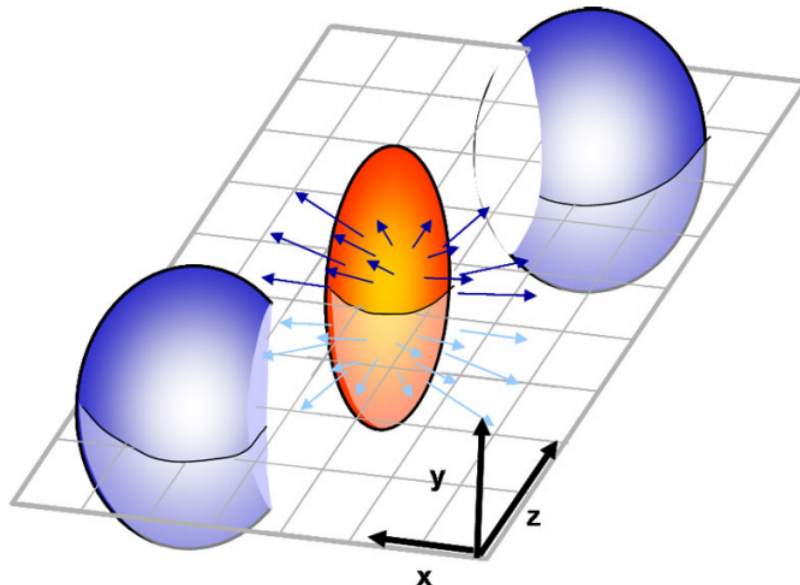
1.2. Kvark-gluon plazma

A RHIC gyorsítóban Au+Au ütközések során nagy nagy centralitásnál mérések során kevesebb nagyenergiás részecskét mértek a p+p ütközések alapján vártnál (1.1 ábra), a jet-párok egyik tagja nem jelent meg. Azonban ezen tapasztalatoknak több kiváltó oka is lehet, a kérdés eldöntésére további kísérleteket végeztek. Az egyik volt a deutérium-arany ütközések elvégzése, azonban itt semmilyen centralitásnál nem volt jet-elnyomás. Ennek magyarázata, hogy ütközések esetén erősen kölcsönható közeg jöhet létre amely a jet-pár egyik tagját elnyeli (amely nagyobb utat tesz meg benne), azonban deutérium-arany ütközések során a létrejövő közeg mérete túl kicsi, hogy elnyelje azt.

Ezen közeg létrejöttét elméletileg a QCD magyarázza meg. Az elmélet szerint nagyon nagy energián megjelennek kvark szabadsági fokok, azaz a kvarkok hadronba zártsága megszűnik. A létrejövő közeg az erősen kölcsönható kvark-gluon plazma nevet viseli (sQGP). Ezen közegben nagyok a hatáskeresztmetszetek, ezért kicsi a szabad úthossz és gyors a termalizáció, ezért van értelme lokális egyensúlyról beszélni, így alkalmazhatóak rá a statisztikus fizika fogalmai (pl. hőmérséklet). Az ősrobbanást követő egy milliomod másodpercben az univerzumot is a kvark-gluon plazma alkotta [16].

Az új közeg felfedezése után a RHIC gyorsítóban ezen közeg tulajdonságainak megismerését célzó kísérletek kezdődtek. Ezen kísérletek során kiderült, hogy a kvark-gluon plazma az eddig látott legtökéletesebb (viszkozitás mentes) folyadékként viselkedik, amely meglepő volt hisz nagyon kis viszkozitással rendelkező folyadékokat eddig nagyon alacsony hőmérsékleten tudtak csak előállítani. A kvarkfolyadék viszkozitására a gravitációs- és kvantumtérelméletek analógiájából (AdS/CFT) származik egy alsó becs-

lés, eszerint a viszkozitás nem lehet kisebb mint $\hbar/4\pi$.



1.2. ábra. Két gömb ütközéseként létrejövő speciális ellipszoidális szimmetriával rendelkező kezdeti eloszlás kialakulása.

Ultrarelativisztikus sebességre felgyorsított atommagok ütközése két Lorentz-kontrahált korong ütközéseként fogható fel, laborrendszerből nézve. Amint az 1.2 ábra is szemlélteti, ez a létrejövő kvarkanyagban speciális kezdeti eloszlást eredményez, egy $\cos(2\varphi)$ -szerinti aszimmetriát az eloszlásban, amely a tengelyszimmetriától való elliptikus eltérést jelenti. A nyalábirányra merőlegesen bevezetjük a transzverz-síkot, ebben a síkban az kvarkanyag kezdeti eloszlását Fourier-sorba fejtjük a következőképpen:

$$A(\varphi) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cos(n\varphi) + b_n \sin(n\varphi) \right] \quad (1.2.1)$$

Ezen sorfejtés alapján látható, hogy az a_2 jellemzi az előbb említett aszimmetriát, amennyiben tökéletesen gömbszimmetrikusak lennének az atommagok és a keletkező ellipszis egyik nagytengelyén vennénk föl a koordináta-rendszer x-tengelyét csupán ez a tag jelenne meg. Azonban mivel az atommagok véges nukleonszámmal rendelkeznek, melyeknek van valamilyen eloszlása a magon belül, a gömbszimmetria csupán első közelítésként fogható fel.

Az ütközés után létrejövő kvarkanyag robbanásszerűen tágul egész addig amíg a hőmérséklet le nem csökken egy bizonyos értékre, ekkor megszűnik ez a fázis és a kvarkokból hadronok keletkeznek amelyeket mérni is tudunk. Mivel a kvarkanyag folyadékszerűen viselkedik a kezdeti aszimmetriák nem tűnnek el, a kifagyás pillanatába is jelen vannak, ezért azok a keletkező hadronok eloszlásában is megjelennek.

Az aszimmetriákat jellemző paramétereket az impulzustérben szokás definiálni. A részecskék eloszlását transzverz-síkban a $N(p_t, \varphi)$ függvénnyel jellemezzük, amely megmondja, hogy $[\varphi, \varphi + d\varphi]$ irányban $[p_t, p_t + dp_t]$ impulzus-tartományban mennyi részecske található. A függvény szögfüggését leválasztva, azt Fourier-sorba fejtvé és 1-re normálva a következő alakban írhatjuk:

$$N(p_t, \varphi) = N(p_t) \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} [v_n \cos(n\varphi) + w_n \sin(n\varphi)] \right) \quad (1.2.2)$$

A Fourier-sor első komponensei játszanak fontosabb szerepet. Ezek közül is a v_2 együtttható a leglényegesebb, mert ez a paraméter hordozza az ellipszoidális aszimmetriát, ezt az elliptikus folyás paraméterének nevezzük. Ezen aszimmetria a kifagyott hadronok és fotonok eloszlásában [1] is megjelenik, ezért a folyadékkép helyességét bizonyítja a kvark-gluon plazma esetén. A Fourier-sor szinuszos részét nem szoktuk külön kezelni, mivel a mérések során a reakciósíkhöz képesti szög szerinti sort veszünk ($\sum v_n \cos[n(\varphi - \psi_n)]$), így a fenti szinuszos és koszinuszos tagok összevonva jelennek meg. Más mérési módszer esetén ugyan megjelenhetnek külön is a szinuszos tagok, de ekkor is szimmetria okokból ezen tagok eltűnnek.

1.3. A PHENIX kísérlet

2. Bose-Einstein korrelációk

Bose-Einstein korrelációk vizsgálatának megalapozói Robert Hanbury Brown és Richard Q. Twiss volt, ők 1956-ban publikált cikkükben [11] vezették be a módszert, azonban munkájuk vegyes fogadtatásban részesült a tudományos közösség részéről. A módszert segítségével képesek voltak meghatározni a Sirius csillag átmérőjét a fotonok közötti korrelációk méréséből. Mérési elrendezésük két változtatható távolságra levő foton detektorból állt (ezek egy-egy fókuszáló tányér és fotoelektron-sokszorozóból álltak). A két detektor segítségével mérték a Sirius csillagból jövő fotonok közti korrelációt, különböző detektortávolságokon. Az így kapott pontokra elméleti megfontolásokból kapott korrelációs függvényt illesztettek, amely segítségével meghatározták a csillag átmérőjét. A két tudós tiszteletére a bozonok közti intenzitás korrelációt szokás Hanbury Brown és Twiss effektusnak nevezni (vagy röviden HBT effektus), az ilyen jellegű vizsgáldásokat pedig HBT analízisnek.

A HBT effektus részecskefizikai alkalmazásában jelentős szerepet játszott G. Goldhaber, S. Goldhaber, W.Y. Lee és A. Pais kutatása, akik proton-antiproton 1.05 GeV/c tömegközépponti energián történő ütköztetésekben keletkező pionokat vizsgáltak. Mérésük során azonos pionok között nem várt korrelációt tapasztaltak, melynek vizsgálatával felfedezték a ρ^0 rezonanciát, amely $4.5 \cdot 10^{-24}$ másodperc alatt elbomlik két pionra ($\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$), eredményüket 1960-ban publikálták [10]. Később kiderült, hogy az általuk tapasztalt korrelációnak az oka, hogy a fotonokhoz hasonlóan a pionok is bozonok. Goldhaber és társai kutatása nyomán a részecskefizikában is beindult a HBT effektus vizsgálata. Későbbiekben kiderült, hogy az asztrofizikához hasonlóan ezek a korrelációk itt is információt hordoznak a forrás geometriájáról [13].

2.1. Definíció

Általánosan n részecske közti korrelációs függvény a következőképpen definiálható [4, 8]:

$$C_n(p_1, p_2, \dots, p_n) = \frac{N_n(p_1, p_2, \dots, p_n)}{N_1(p_1)N_1(p_2) \dots N_1(p_n)}, \quad (2.1.1)$$

ahol $p_i = (p_i^0, \mathbf{p}_i)$ 4-es impulzusmomentum, $N_n(p_1, p_2, \dots, p_n)$ az n részecske invariáns momentum eloszlás. A korrelációs függvény szemléletesen azt mondja meg, hogy milyen valószínűséggel keletkezik egy részecske n -es p_1, p_2, \dots, p_n 4-es momentumokkal.

Az n részecske invariáns impulzusmomentum eloszlás meghatározható a következő módon:

$$N_n(p_1, p_2, \dots, p_n) = \int \prod_{i=1}^n \mathcal{S}(p_i, x_i) |\Psi_{p_1, p_2, \dots, p_n}(x_1, x_2, \dots, x_n)|^2 \prod_{i=1}^n d^4 x_i, \quad (2.1.2)$$

ahol a $\Psi_{p_1, p_2, \dots, p_n}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ az n részecske hullámfüggvény, az $\mathcal{S}(p_i, x_i)$ pedig az úgynevezett forrásfüggvény, amely megadja annak a valószínűségét, hogy x_i helyen keletkezik egy részecske p_i impulzussal.

Az n részecske hullámfüggvény meghatározásához nemrelativisztikus közelítést használunk HBT effektus vizsgálata során, így a függvényt a Schrödinger egyenlet megoldásából kapjuk (ügyelve, arra hogy mivel bozonjaink vannak, két részecske felcserélésére szimmetrikus legyen a hullámfüggvény):

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n, t)}{\partial t} = \left[\sum_{i=1}^n \left(-\frac{\hbar^2}{2m_i} \Delta_i + V_i(\mathbf{x}_i) \right) + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} V_{ij}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \right] \Psi(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n, t) \quad (2.1.3)$$

A HBT effektus vizsgálatánál a különböző számítások könnyítése érdekében elhanyagoljuk az erős kölcsönhatást, amely tapasztalatok szerint pionok esetén megtehető, de már protonok esetén nem [14]. Továbbá csak a párok közti Coulomb-kölcsönhatást vesszük figyelembe, elhanyagolva többi hadron által okozott töltésfelhőt. Így a 2.1.3 egyenlet a következő, egyszerűbb alakra egyszerűsödik:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n, t)}{\partial t} = \left[-\sum_{i=1}^n \frac{\hbar^2}{2m_i} \Delta_i + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} V_C(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \right] \Psi(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n, t) \quad (2.1.4)$$

Mivel energia saját állapotokkal dolgozunk, ezért a 2.1.4 egyenletet megoldó hullámfüggvény felírható:

$$\Psi_{p_1, p_2, \dots, p_n}(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n, t) = \Psi_{p_1, p_2, \dots, p_n}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n) \prod_{i=1}^n e^{-\frac{i}{\hbar} c p_i^0 t}, \quad (2.1.5)$$

ahol $\Psi_{p_1, p_2, \dots, p_n}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n)$ az időfüggetlen Schrödinger egyenlet megoldása:

$$\left[-\sum_{i=1}^n \frac{\hbar^2}{2m_i} \Delta_i + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} V_C(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) - c \sum_{i=1}^n p_i^0 \right] \Psi_{p_1, p_2, \dots, p_n}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n) = 0 \quad (2.1.6)$$

Továbbá könnyedén belátható, hogy a 2.1.2 egyenletben szereplő hullámfüggvény abszolút értéke szimmetrizációt elvégezve a következő lesz (nemrelativisztikus közelítésben mondhatjuk, hogy $\mathbf{x}_i = (t, \mathbf{x}_i)$):

$$|\Psi_{p_1, p_2, \dots, p_n}(x_1, x_2, \dots, x_n)| = \frac{1}{\sqrt{n!}} \left| \sum_{(\alpha)} \Psi_{p_1, p_2, \dots, p_n}(\mathbf{x}_{\alpha_1}, \mathbf{x}_{\alpha_2}, \dots, \mathbf{x}_{\alpha_n}) \right| \quad (2.1.7)$$

ahol $\sum_{(\alpha)}$ az $(1, 2, \dots, n)$ összes permutációjára való összegzés.

2.2. Két nem kölcsönható részecske korrelációs függvénye

Két azonos részecske esetén, nem kölcsönható esetben a 2.1.4 egyenlet könnyedén megoldható, megoldásai a jól ismert síkhullámok. A kétrészecskés invariáns impulzuseloszlásban szereplő hullámfüggvény szimmetrizáció elvégzése után a következő lesz:

$$\Psi_{p_1 p_2}(x_1, x_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} (e^{ip_1 x_1 + ip_2 x_2} + e^{ip_2 x_1 + ip_1 x_2}) \quad (2.2.1)$$

A $K = p_1 + p_2$, $k = \frac{p_1 - p_2}{2}$, $r = x_1 - x_2$, $R = \frac{x_1 + x_2}{2}$ változókra áttérve (ezen transzformáció esetén az integrálási mérték nem változik, hiszen $d^4x_1 d^4x_2 = d^4R d^4r$) a hullámfüggvény abszolút értéke a következő alakra egyszerűsödik:

$$|\Psi_{p_1 p_2}(r, R)| = \frac{1}{\sqrt{2}} |e^{KR}(e^{ikr} + e^{-ikr})| = \sqrt{2} |\cos 2kr| \quad (2.2.2)$$

Ebből következőleg a kétrészecske invariáns momentumeloszlásra a következő alak adódik:

$$N_2(p_1, p_2) = \tilde{S}(0, p_1) \tilde{S}(0, p_2) + \frac{1}{2} (\tilde{S}(2k, p_1) \tilde{S}^*(2k, p_2) + \tilde{S}^*(2k, p_1) \tilde{S}(2k, p_2)), \quad (2.2.3)$$

ahol \tilde{S} a forrásfüggvény Fourier transzformáltja:

$$\tilde{S}(q, k) = \int d^4x \mathcal{S}(x, k) e^{iqx} \quad (2.2.4)$$

Az egyrészecske invariáns momentumeloszlásra pedig $N_1(p) = \tilde{S}(0, p)$ adódik. Ezekből a 2.1.1 definíciót használva a kétrészecske korrelációs függvényre kapjuk a következő alakot:

$$C_2(p_1, p_2) = 1 + \frac{\tilde{S}(2k, p_1) \tilde{S}^*(2k, p_2) + \tilde{S}^*(2\mathbf{k}, p_1) \tilde{S}(2\mathbf{k}, p_2)}{2\tilde{S}(0, p_1) \tilde{S}(0, p_2)} \quad (2.2.5)$$

Szokás alkalmazni a $p_1 \approx p_2 \approx K = p_1 + p_2$ közelítést ($q \ll K$), amelyet az indokol, hogy a forrást Fourier transzformáltjának az egyes részecskék momentumától való függése sokkal simább mint a relatív momentumtól való függése [12]. A kétrészecske korrelációs függvény ekkor:

$$C_2(k, K) = 1 + \frac{|\tilde{S}(2k, K)|^2}{|\tilde{S}(0, K)|^2} \quad (2.2.6)$$

Ez az alak azt a fontos üzenetet hordozza, hogy a kétrészecske korrelációs függvény meghatározásával megkapjuk a forrásfüggvény Fourier transzformáltját. Tehát a korrelációs függvény méréssel a forrás függvényt meg tudjuk határozni.

A korrelációs függvény a k, K négyes impulzusok helyett hármass momentumokkal is kifejezhető, ugyanis a két négyesmomentum szorzata definíció és az egyes részecskék tömeghő feltétele ($p_{i\mu} p_i^\mu = 0$) alapján eltűnik, azaz:

$$0 = kK = k_0 K_0 - \mathbf{k} \mathbf{K} \Rightarrow k_0 = \frac{\mathbf{k} \mathbf{K}}{K_0} \quad (2.2.7)$$

A $p_1 \approx p_2 \approx K$ feltevés alapján a K körülbelül tömeghőjén van, azaz $K_0 = \sqrt{m^2 - \mathbf{K}^2}$, így a korrelációs függvény a k, K négyes-momentumok helyett a \mathbf{k}, \mathbf{K} hármass-momentumok függvényeként is tekinthető.

2.3. Forrás függvény

A 2.1.2 egyenletben szereplő $\mathcal{S}(p, x)$ függvényt nevezzük forrásfüggvénynek, ez megadja annak a valószínűségét, hogy x helyen keletkezik egy p impulzusú részecske. Az általunk vizsgált energiákon, az ütközés során kvark-gluon plazma keletkezik, amely robbanásszerűen tágul, melynek következtében csökken a hőmérséklete. Ha lokálisan a QGP eléri egy bizonyos hőmérsékletet, akkor fázisátmenet történik, kifagynak a kvark szabadsági fokok és hadronok keletkeznek. A forrásfüggvényt épp ezen fázisátmenetek határozzák meg.

A fázisátmenetet pillanatszerűnek tekinthetjük, mivel ha feltesszük, hogy ez nem teljesül, akkor mondhatjuk, hogy a forrásfüggvény felírható szorzat alakban: $\mathcal{S}(x) = \mathcal{S}_T(\tau)\mathcal{S}(\mathbf{x})$. Az időfüggő részre feltehető továbbá:

$$\mathcal{S}_T(\tau) = \frac{1}{(2\pi\Delta\tau)^{\frac{3}{2}}} e^{-\frac{(\tau-\tau_0)^2}{2\Delta\tau^2}} \quad (2.3.1)$$

Térszerű részre kevés megszorítással élve, a kétrészecske korrelációs függvényre a következő alak adódik:

$$C_2(k) = 1 + \lambda e^{-k_0\Delta\tau^2 - k_{\text{long}}R_{\text{long}}^2 - k_{\text{side}}R_{\text{side}}^2 - k_{\text{out}}R_{\text{out}}^2}, \quad (2.3.2)$$

ahol az $R_{\text{long}}, R_{\text{side}}, R_{\text{out}}$ az úgynevezett HBT sugarak. Továbbá adódik a HBT sugarak közti következő összefüggés:

$$R_{\text{out}}^2 - R_{\text{side}}^2 \propto \Delta\tau^2 \quad (2.3.3)$$

Kísérleti tapasztalat továbbá, hogy $R_{\text{out}} \approx R_{\text{side}}$, ebből következőleg a $\Delta\tau \approx 0$, tehát, a forrásfüggvény időfüggő része egy τ_0 -ra koncentrált Dirac-delta, azaz a fázisátmenet pillanatszerűen történik [15, 8, 7].

A forrásfüggvény alakjára elsődlegesen Gauss eloszlást alkalmaztak [9, 12], azonban a PHENIX kísérletben $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV tömegközépponti energiájú arany-arany ütközések során bizonyítékot találtak nem gaussi, lassan lecsengő struktúrára [2]. Egy magyarázat a lassan lecsengő viselkedésre lehet a Lévy repülés [6]. A kvark-glon plazmából már kifagyott hadronok gáza tágu, így a rendszer egyre hidegebb, ritkább lesz, a hatáskeresztmetszetek egyre kisebbé válnak, megnövelve az átlagos szabad úthosszat. Ennek következtében egyre hosszabb lépések is megjelennek a hadronok véletlen bolyongás során. Ennek következtében eltávolodás eloszlása lassan lecsengő eloszlás lesz, melynek szórása már nem létezik. Ezen véletlen bolyongó hadronok aztán elbomolhatnak a vizsgált részecskékre, ezért járulékot adnak a forrásfüggvénybe. Ezen hadronok eltávolodása (QGP-ből való kifagyás helyétől), a centrális határeloszlás tétele alapján Lévy eloszláshoz tart, hiszen az összeadott lépések lassan lecsengő eloszlással rendelkező valószínűségi változónak tekinthető.

2.3.1. Lévy eloszlás

A forrásfüggvény alakjára munkám során három dimenziós Lévy eloszlást használtam. A Lévy eloszlás három dimenzióban a következő karakterisztikus függvény segítségével adható meg:

$$\Phi(\mathbf{q}, \alpha, R) = e^{-|\mathbf{q}R|^\alpha} \quad (2.3.4)$$

A karakterisztikus függvény Fourier transzformáltját kiszámolva (az integrálás csak numerikusan végezhető el) megkapható a Lévy eloszlás:

$$\mathcal{L}(\mathbf{r}, \alpha, R) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3q \Phi(\mathbf{q}, \alpha, R) e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} e^{-|\mathbf{q}R|^\alpha}, \quad (2.3.5)$$

ahol $0 < \alpha \leq 2$ és $0 < R$ a Lévy eloszlás paraméterei. Speciálisan, $\alpha = 2$ esetén a Lévy eloszlás a normális eloszlás lesz:

$$\mathcal{N}(\mathbf{r}, \sigma) = \mathcal{L}\left(\mathbf{r}, \frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right) = \mathcal{L}\left(\mathbf{r}, 2^{-\frac{1}{\alpha}}\sigma\right) \quad (2.3.6)$$

Mivel Lévy eloszlást használunk a forrás modellezésére, ezért a Lévy paraméterek a forrásról hordoznak információt, és magára a forrásra jellemzőek. Egy α, R paraméterű forrás esetén, a forrásfüggvényre a következő alakot használjuk:

$$\mathcal{S}(p, x; \alpha, R) = \mathcal{L}(\mathbf{x}, \alpha, 2^{-\frac{1}{\alpha}}R) \quad (2.3.7)$$

A Lévy eloszlás skálaparamétertől való függésére (R paraméter) teljesül a következő összefüggés:

$$\mathcal{L}(\mathbf{r}, \alpha, R) = \mathcal{L}\left(\frac{\mathbf{r}}{R}, \alpha, 1\right) R^{-3} \equiv \mathcal{L}\left(\frac{\mathbf{r}}{R}, \alpha\right) R^{-3} \quad (2.3.8)$$

Továbbá az eloszlás nem függ az \mathbf{r} irányától, csak a nagyságától (belátható változócsere segítségével $\mathbf{q}' = \mathbf{A}\mathbf{q}$: $|\mathbf{q}| = |\mathbf{q}'|\mathbf{q}\mathbf{r} = |\mathbf{q}||\mathbf{r}|$, ekkor $d^3q = d^3q'$):

$$\mathcal{L}(\mathbf{r}, \alpha, R) = \mathcal{L}(|\mathbf{r}|, \alpha, R) \quad (2.3.9)$$

Az egydimenziós Lévy eloszlás aszimptotikus viselkedéséből [5] kiindulva könnyedén meghatározható a háromdimenziós eloszlás viselkedése is. Nagy r paraméter esetén, a Lévy eloszlás a következő sor segítségével kapható meg ($r \gg 1$):

$$\mathcal{L}(r, \alpha) \approx \frac{\alpha}{2\pi^2} \sum_{k=1}^N (-1)^{k+1} \frac{\Gamma(\alpha k)}{\Gamma(k)} \sin\left(\frac{\pi \alpha k}{2}\right) \frac{\alpha k + 1}{r^{\alpha k + 3}}, \quad (2.3.10)$$

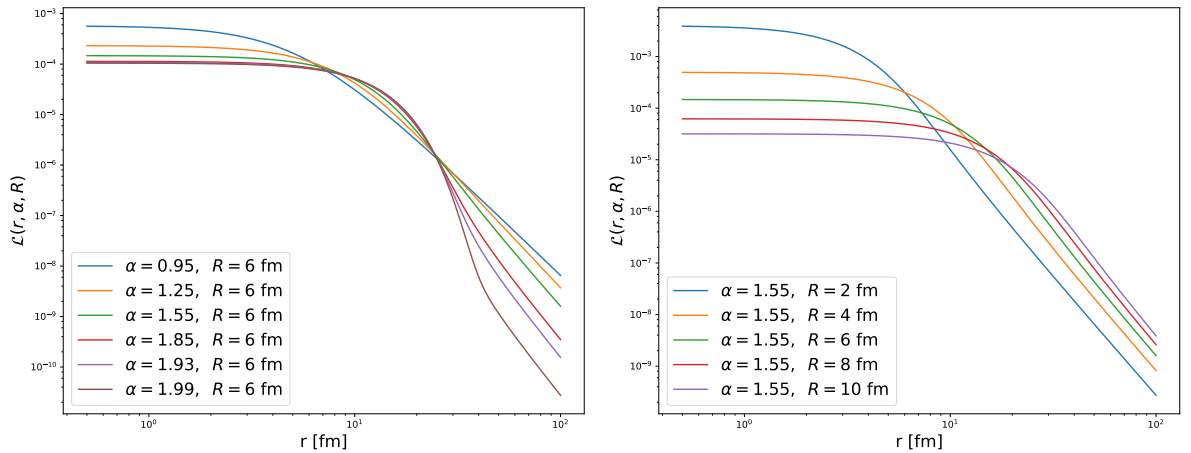
ahol $\Gamma(x)$ a Gamma függvény:

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty x^{z-1} e^{-x} dx \quad (2.3.11)$$

A kis r viselkedés hasonló módon egy sor segítségével kapható ($r \ll 1$):

$$\mathcal{L}(r, \alpha) \approx -\frac{1}{2\pi^2\alpha} \sum_{k=0}^n \frac{\Gamma\left(\frac{k+3}{\alpha}\right)}{\Gamma(k+3)} \sin\left(\frac{\pi(k+3)}{2}\right) (k+2)(k+1)x^k \quad (2.3.12)$$

A Lévy eloszlás meghatározása során kis és nagy értékekre ezen aszimptotikus sorokat alkalmaztam, a köztes tartományban pedig 15 pontú adaptív Gauss Kronrod integrálási módszert alkalmaztam (részletek a 3.3 fejezetben), melyet GPU-ra párhuzamosítva CUDA-ban (részletek a 3.7.1 fejezetben), továbbá klasztere párhuzamosítva MapReduce programozási modellben implementáltam (részletek a 3.7.2 fejezetben). Az integrálást sok paraméterre elvégeztem (felbontást úgy állítottam be, hogy két pont között lineáris interpoláció hibája a megengedett hiba alatt legyen), eredményekből egy Lévy táblázat készült, amelyhez egy könnyen használható olvasó interfész tartozik. Néhány α és R paraméter esetén az eloszlást a 2.1 ábrák szemléltetik.



2.1. ábra. Háromdimenziós Lévy eloszlás sugárfüggése különböző α és R paraméterek esetén.

2.4. A mag-glória modell

2.5. A korreláció erőssége

2.6. Parciális koherencia

kappa3

3. Coulomb-korrekció számítása

Háromrészecke: [3]

3.1. Coulomb-kölcsönhatás

3.1.1. Kétresecke

hipergeometrikus függvény számolás, aszimptotikus sor, cachelés

3.1.2. Háromrészecke

3.2. A Coulomb-korrekciós integrál

3.3. Adaptív Gauss–Kronrod módszer

3.4. Markov chain Monte Carlo módszerek

kézzel írott jegyzetet beírni

3.5. Monte Carlo módszer

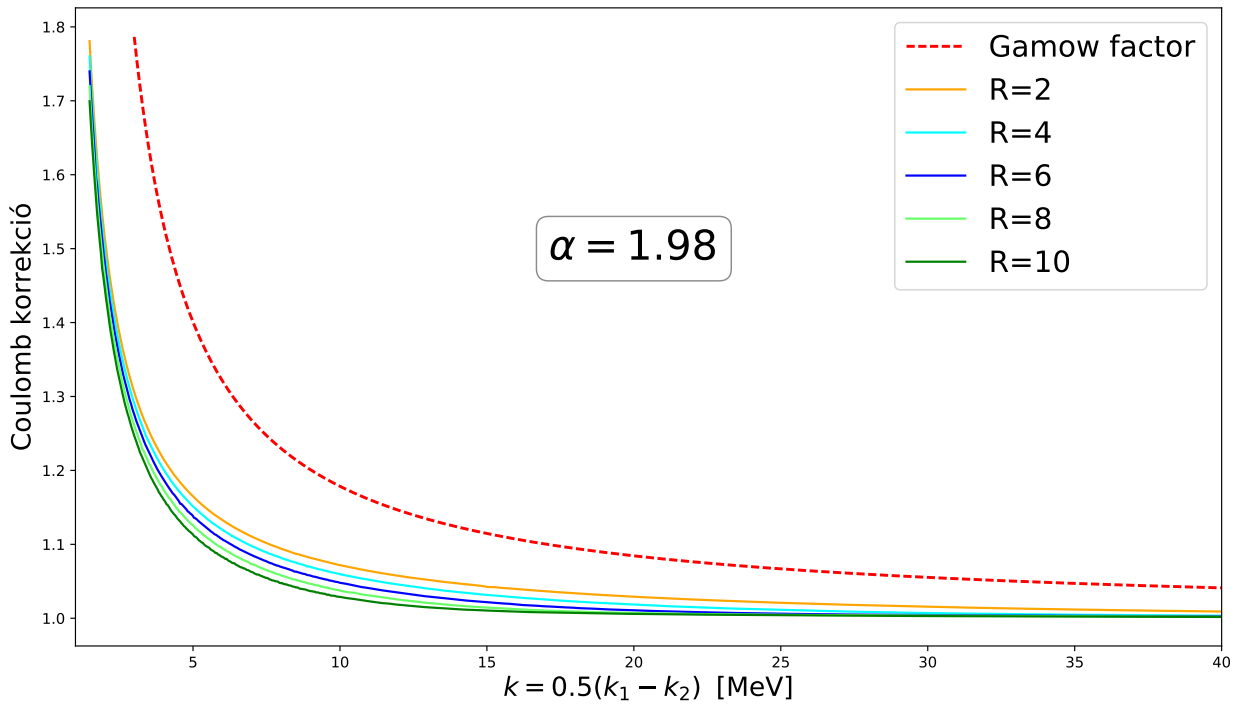
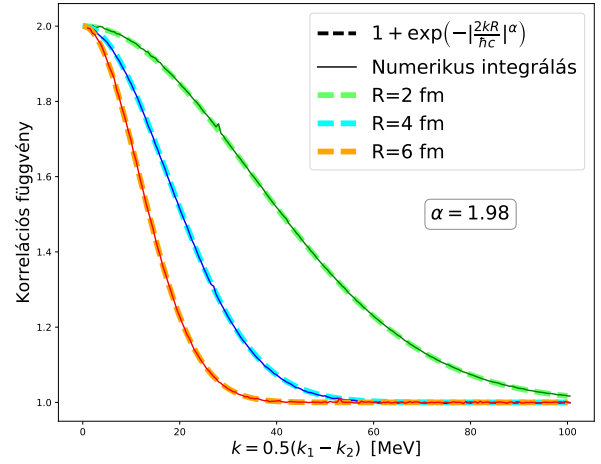
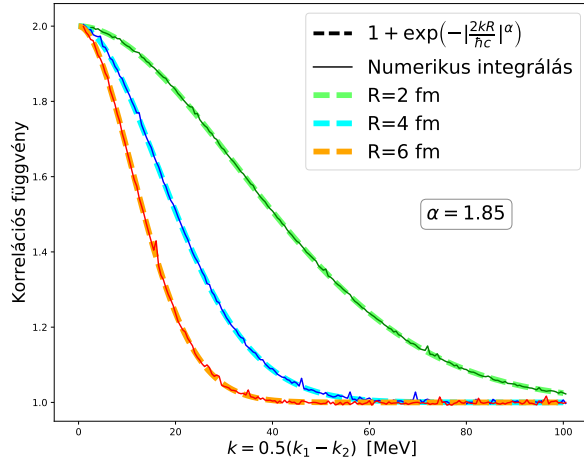
3.6. Markov lánc

Markov tulajdonság, grafikus model, faktorizál

3.7. Implementáció

3.7.1. CUDA

3.7.2. MapReduce



4. Adatanalízis

4.1. Korrelációs függvény változói

4.2. Korrelációs függvény mérése

4.3. Illesztett modell

5. Eredmények

5.1. Illesztés vizualizáció

5.2. Háromrészecke korrelációs erősség

5.3. Parciális koherencia

6. Összefoglaló

Hivatkozások

- [1] A. Adare et al. Observation of direct-photon collective flow in $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV Au+Au collisions. *Phys.Rev.Lett.*, 109:122302, 2012.
- [2] S. S. Adler et al. Evidence for a long-range component in the pion emission source in Au + Au collisions at $s(NN)^{1/2} = 200$ -GeV. *Phys. Rev. Lett.*, 98:132301, 2007.
- [3] E. O. Alt, T. Csorgo, B. Lorstad, and J. Schmidt-Sorensen. Coulomb corrections to the three-body correlation function in high-energy heavy ion reactions. *Phys. Lett.*, B458:407–414, 1999.
- [4] E. O. Alt, T. Csorgo, B. Lorstad, and J. Schmidt-Sorensen. Coulomb wave function corrections for n particle Bose-Einstein correlations. *Eur. Phys. J.*, C13:663–670, 2000.
- [5] Sebastian Ament and Michael O’Neil. Accurate and efficient numerical calculation of stable densities via optimized quadrature and asymptotics. *Statistics and Computing*, pages 1–15, 1 2017.
- [6] M. Csanad, T. Csorgo, and M. Nagy. Anomalous diffusion of pions at RHIC. *Braz. J. Phys.*, 37:1002–1013, 2007.
- [7] Mate Csanad and Marton Vargyas. Observables from a solution of 1+3 dimensional relativistic hydrodynamics. *Eur. Phys. J.*, A44:473–478, 2010.
- [8] T. Csorgo. Particle interferometry from 40-MeV to 40-TeV. *Heavy Ion Phys.*, 15:1–80, 2002.
- [9] T. Csorgo. Review of HBT or Bose-Einstein correlations in high energy heavy ion collisions. *J. Phys. Conf. Ser.*, 50:259–270, 2006.
- [10] Gerson Goldhaber, Sulamith Goldhaber, Won-Yong Lee, and Abraham Pais. Influence of Bose-Einstein statistics on the anti-proton proton annihilation process. *Phys. Rev.*, 120:300–312, 1960.

- [11] R. Hanbury Brown and R. Q. Twiss. A Test of a new type of stellar interferometer on Sirius. *Nature*, 178:1046–1048, 1956.
- [12] Michael Annan Lisa, Scott Pratt, Ron Soltz, and Urs Wiedemann. Femtoscopy in relativistic heavy ion collisions. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, 55:357–402, 2005.
- [13] Sandra S. Padula. HBT interferometry: Historical perspective. *Braz. J. Phys.*, 35:70–99, 2005.
- [14] S. Pratt, T. Csorgo, and J. Zimanyi. Detailed predictions for two pion correlations in ultrarelativistic heavy ion collisions. *Phys. Rev.*, C42:2646–2652, 1990.
- [15] A. Ster, M. Csanad, T. Csorgo, B. Lorstad, and B. Tomasik. Spectra, elliptic flow and azimuthally sensitive HBT radii from Buda-Lund model for $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV Au+Au collisions. *Eur. Phys. J.*, A47:58, 2011.
- [16] Steven Weinberg. *The First Three Minutes*. Basic Books, New York, New York, 1977.