

21. 螺旋星系中有大量的恒星和星际物质，主要分布在半径为 R 的球体内，球体外仅有极少的恒星。球体内物质总质量为 M ，可认为均匀分布，球体内外的所有恒星都绕星系中心做匀速圆周运动，恒星到星系中心的距离为 r ，引力常量为 G 。

- (1) 求 $r > R$ 区域的恒星做匀速圆周运动的速度大小 v 与 r 的关系；
- (2) 根据电荷均匀分布的球壳内试探电荷所受库仑力的合力为零，利用库仑力与万有引力的表达式的相似性和相关力学知识，求 $r \leq R$ 区域的恒星做匀速圆周运动的速度大小 v 与 r 的关系；
- (3) 科学家根据实测数据，得到此螺旋星系中不同位置的恒星做匀速圆周运动的速度大小 v 随 r 的变化关系图像，如图所示，根据在 $r > R$ 范围内的恒星速度大小几乎不变，科学家预言螺旋星系周围（ $r > R$ ）存在一种特殊物质，称之为暗物质。暗物质与通常的物质有引力相互作用，并遵循万有引力定律，求 $r = nR$ 内暗物质的质量 M' 。



