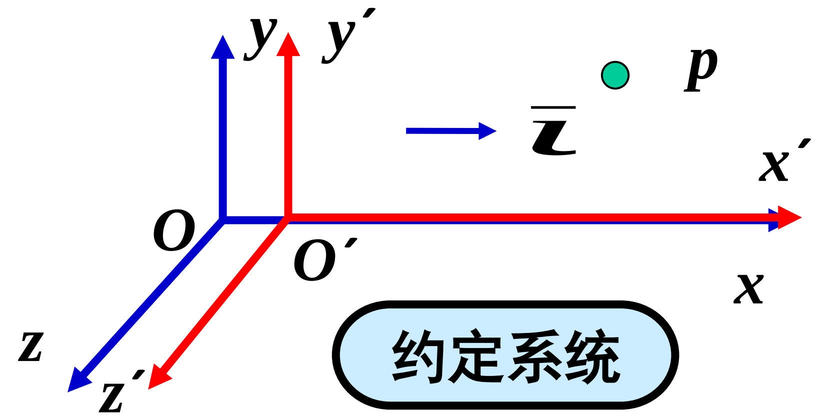
事件：空间的一点 时间的一瞬

S(静)系： $\left(x,\ y,\ z\right)$

S'(动)系： $\left(x',\ y',\ z'\right)$



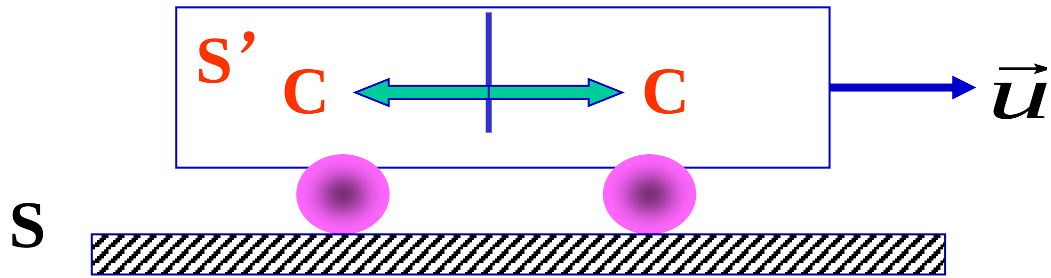
$t = t' = 0$，$o,\ o'$点重合

事件p：S系：$p\ (x,y,z,t)$

S'系：$p\ (x',y',z',t')$

20.3 狭义相对论的时空观

一、同时的相对性

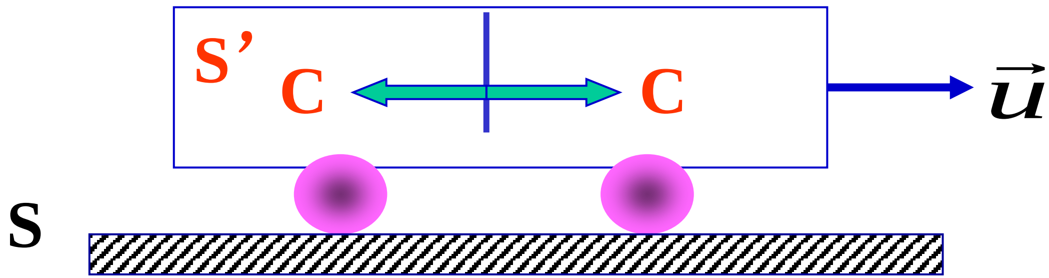


S'系:光速不变,光线所走距离相同，同时到达

S系：光速不变

光线到达前壁所走距离 ＞ 光线到达后壁所走距离

在S'系同时发生的两个事件，在S系中不同时。



由洛仑兹变换

$$t_1 = \gamma(t'_1 + \frac{u}{C^2}x'_1) \qquad t_2 = \gamma(t'_2 + \frac{u}{C^2}x'_2)$$

$$t_2 - t_1 = \gamma[(t'_2 - t'_1) + \frac{u}{C^2}(x'_2 - x'_1)]$$

讨论： 当 $t'_2 = t'_1 \; x'_1 \neq x'_2, \quad t_2 \neq t_1$ **不同时**

当 $t'_2 = t'_1 \; x'_1 = x'_2, \quad t_2 = t_1$ **同时**

一惯性系不同地点同时发生的两个事件，在另一惯性系中是不同时的。

例： 观察者A看到空间距离为4m的两个事件同时发生，观察者B看这两个事件的空间距离为5m，试问：对B来说，这两个事件是否同时发生?时间间隔为多少?

分析 S系：观察者A $\Delta x = 4\,\mathrm{m}$ $\Delta t = 0$

S'系：观察者B $\Delta x' = 5\,\mathrm{m}$ $\Delta t' = ?$

解：

$$\Delta x' = \gamma(\Delta x - u\Delta t) = \frac{\Delta x - u\Delta t}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \qquad 5 = \frac{4}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \qquad u = 0.6c$$

$$\Delta t' = \frac{(\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \frac{-0.6 \times 4}{c\sqrt{1 - u^2/c^2}} = -10^{-8}\,s$$

时序颠倒？

例：在S系中导弹发射基地位于 x_1 处，在 t_1 发射一枚导弹，于 t_2 时击中 x_2 处的目标。是否存在这样的惯性系，在该系中导弹击中目标在先而发射在后。

解：设 S' 系为所求系，它相对S系的速度为 u

$$\Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x\right) = \gamma \Delta t\left(1 - \frac{u}{c^2}\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)$$

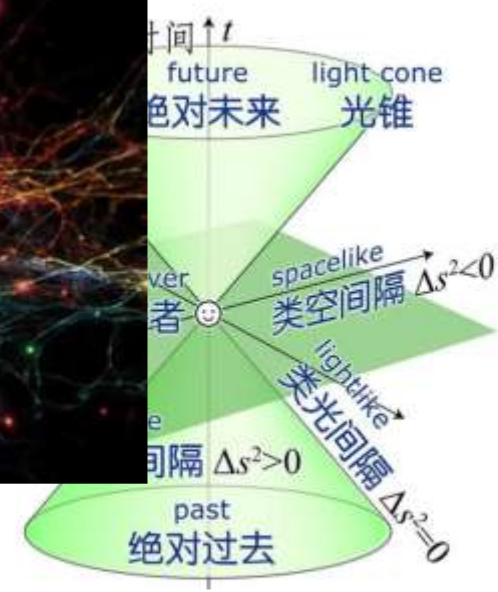
$$= \frac{t_2 - t_1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}\left(1 - \frac{u}{c^2}\frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}\right)$$

若 $\Delta t' < 0$ $\quad \frac{u}{c^2}\frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{u}{c^2} v_x > 1 \quad u v_x > c^2$

有因果关系的关联事件时序具有绝对性

时空间隔与光锥

$$\Delta s^2 = (c\Delta t)^2 - (\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2)$$

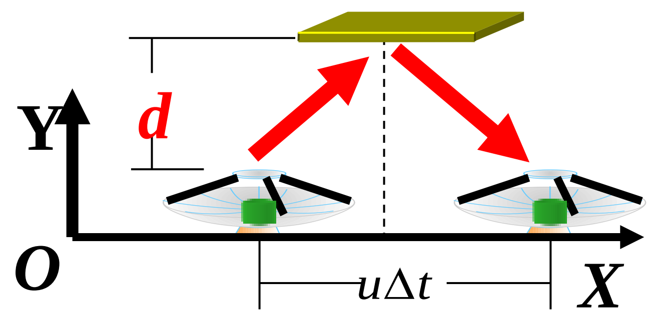


二、时间间隔的相对性

在S’系中光信号
一来一往的时间为

$$\Delta t' = 2d / c \qquad d = \frac{1}{2}\Delta t' c$$

在S系看，光信号时间：



$$\Delta t = \frac{2\sqrt{d^2 + (\frac{1}{2}u\Delta t)^2}}{c}$$

用 $d = \dfrac{1}{2}\Delta t' c$

代入上式得：

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\beta^2}} \neq \Delta t'$$

S'系:

事件1 x' t_1'

事件2 x' t_2'

$$\Delta t' = t_2' - t_1' = \tau_0$$

S系:

事件1 x_1 t_1

事件2 x_2 t_2

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \tau$$

固有时间τ_0：相对于事件发生地点静止的惯性系中测得的时间。

（同地测量）

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \gamma[(t_2' - t_1') + \frac{u}{C^2}(x' - x')]$$

$$= \gamma(t_2' - t_1') \qquad \Delta t = \gamma \Delta t'$$

$$\tau = \gamma \tau_0 > \tau_0$$

时间膨胀

时钟延缓

时间的流逝不是绝对的，运动将改变时间的进程

讨论：

$$\tau = \gamma \tau_0$$

（1）测量时间时同地测量满足此式

（2） $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}$ 当 $u << c$ 时，有 $\tau \approx \tau_0$

即在低速情况下，时间间隔与参考系无关，时间间隔具有绝对性，变为经典时空观。

（3）双生子佯谬 ：是广义相对论讨论问题

时间延缓的实验验证：

宇宙射线可使离地2km处的大气产生一种不稳定μ粒子，在相对其静止的惯性系中测得μ粒子的寿命为2.2×10^{-6}秒，速度为0.9966c。实验观测发现，在地面甚至地下的检测实验室中都可以检测到来自高空的μ子。

依经典理论，寿命不变与参考系无关，漂移距离为：

$$l = \upsilon\tau_0 = 3\times10^8\times0.9966\times2.2\times10^{-6}\approx 657.756m$$

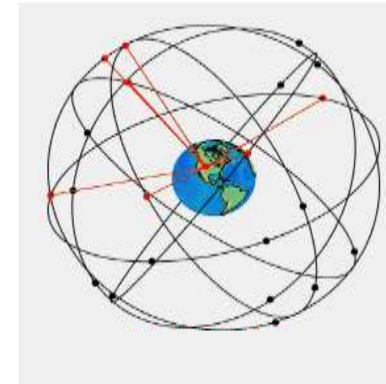
依相对论：

以地球为参考系测得寿命为：

$$\tau = \tau_0/\sqrt{1-\beta^2} = 26.7\times10^{-5}s$$

故漂移的距离为：$l = \upsilon\tau = 7982.766m$

例：北斗三号倾斜轨道卫星约以 $u = 3.3\text{km/s}$ 的速率相对地面飞行。若卫星上的计时器记录飞行了24小时，则地球上的计时器记录卫星飞行了多少时间？



解：卫星上的钟是同地，24小时为固有时τ_0

地面上的钟

$$\tau = \gamma\tau_0 = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-(\frac{u}{c})^2}} \approx \tau_0(1+\frac{u^2}{2c^2})$$

$\boxed{24\text{h} = 86400\text{s}}$

$$\therefore \tau \approx 86400 \times [1 + \frac{(3.3\times10^3)^2}{2\times(3\times10^8)^2}] \approx 86400 + 3.9\times10^{-5}\text{s}$$

- 卫星存在1纳秒(10^{-9}s)时间误差，就会产生约0.3米的测距误差
- 若不考虑狭义相对性修正，一天累积的测距误差可达12千米！

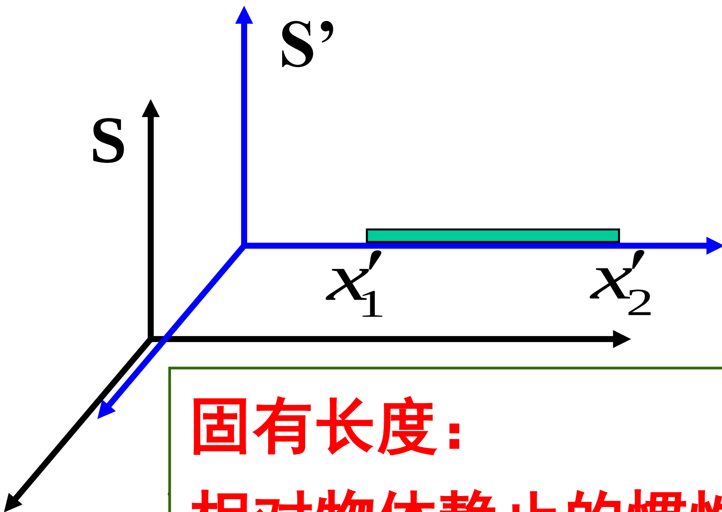
弱国无外交！

北斗工程总设计师孙家栋

北斗导航系统BDS

手雷最远能投多远？

三、长度的相对性



S'系：$L' = x_2' - x_1' = L_0$

固有长度

S系：t $\quad x_1 \quad x_2$

固有长度：

相对物体静止的惯性系中测得的长度。

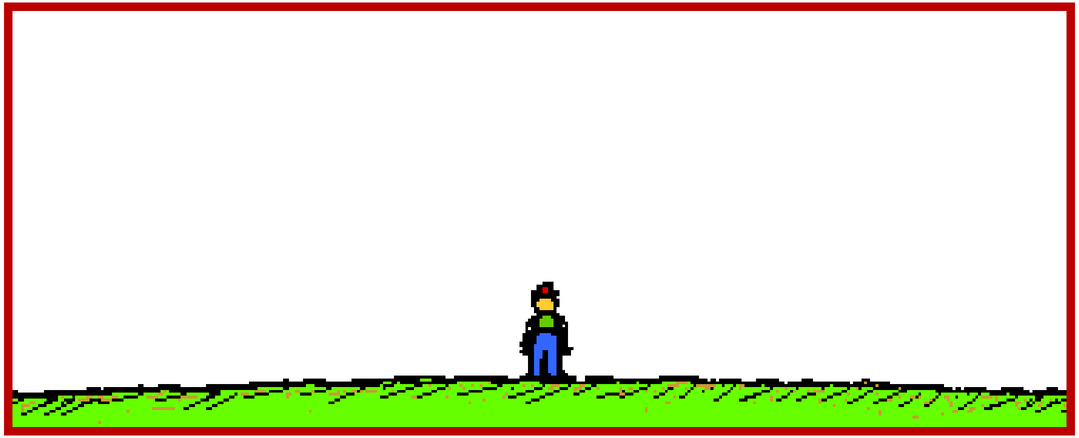
$$L_0 = x_2 - x_1$$

$$= \gamma[(x_2 - x_1) - u(t - t)] = \gamma L$$

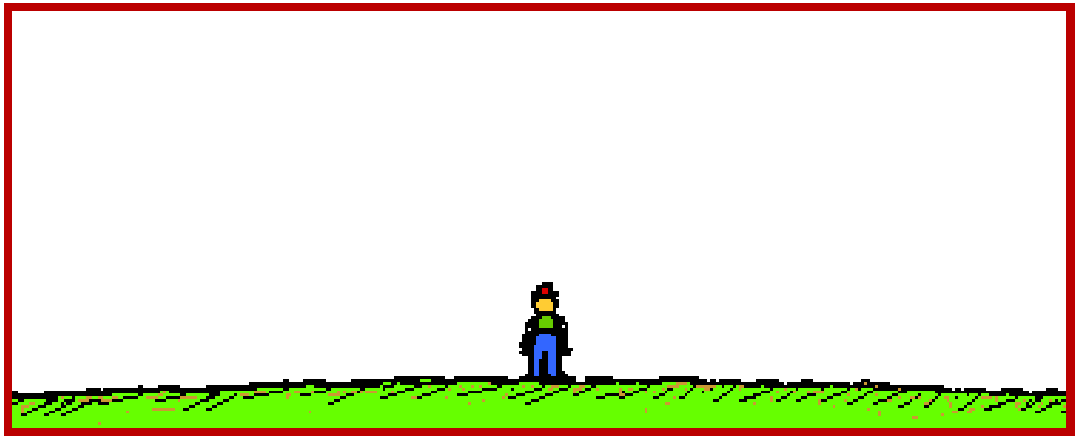
$$L = \frac{L_0}{\gamma} < L_0$$

固有长度是长度的最大值，而相对杆运动的惯性系中测得的长度缩短了。

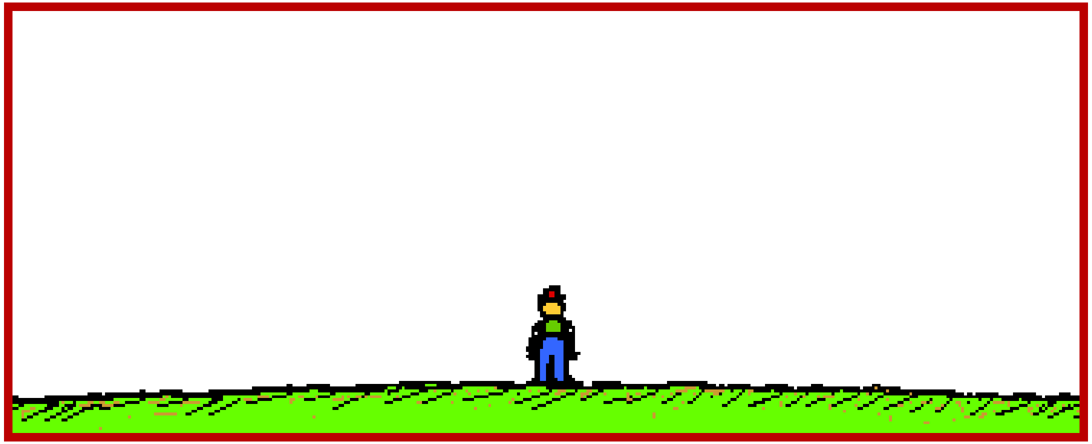
Spaceship Moving at the 10 % the Speed of Light



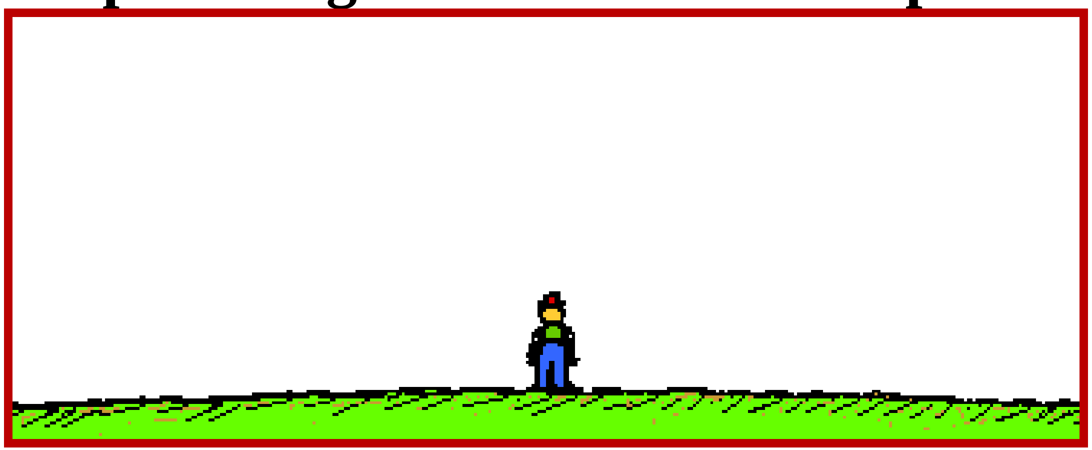
Spaceship Moving at the 86.5 % the Speed of Light



Spaceship Moving at the 99 % the Speed of Light



Spaceship Moving at the 99.99 % the Speed of Light



注意：（1）测量长度时**同时测量**满足此式 $L=\frac{L_0}{\gamma}$

（2）沿运动方向缩短

$$L_x=\frac{L'_x}{\gamma}\qquad L_y=L'_y\qquad L_z=L'_z$$

（3）长度收缩纯粹是一种相对论效应

（4）$\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$ 当 $u<<c$ 时，有$L\approx L_0$

及在低速情况下，长度的测量与参考系无关，长度具有绝对性，变为经典时空观。

例： 设一车厢和隧道的固有长度分别为l和L，该车以速度v通过隧道，求从地面和车厢观测，车厢全部通过隧道需要多少时间？

分析： 车厢全部通过隧道的距离

车厢长度＋ 隧道长度

解： 地面——S系 车厢——S'系

地面观测：车的运动速度v，隧道长度为固有长度

车厢长度为运动长度 $l' = l/\gamma$

车厢全部通过隧道需要的时间 $\Delta t = \dfrac{l\sqrt{1-v^2/c^2}+L}{v}$

车厢观测：　**隧道**的运动速度v，**车厢长度为固有长度**

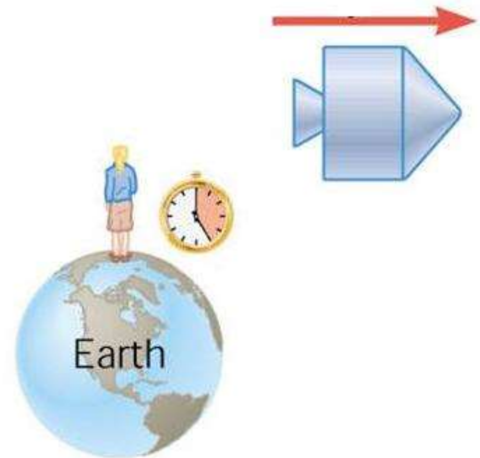
隧道长度为运动长度 $L' = L/\gamma$

车厢全部通过隧道需要的时间

$$\Delta t' = \frac{l + L\sqrt{1 - v^2/c^2}}{v}$$

例：一艘宇宙飞船船身固有长度为l_0=90m，相对于地面以u = 0.8c的匀速率从一观测站的上空飞过。

1) 观测站测得飞船船身通过观测站的时间间隔是多少？



解：地面——S系 飞船——S'系

S'系 固有长度l_0

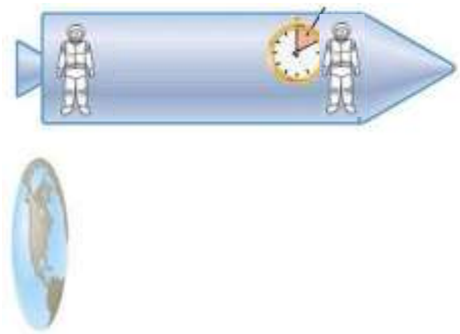
S系 $l = l_0\sqrt{1-(u/c)^2} = 54\mathrm{m}$

观测站测得飞船船身通过观测站的时间间隔

$$\Delta t_1 = \frac{l}{u} = \frac{54}{0.8\times3\times10^8} = 2.25\times10^{-7}\mathrm{s}$$

2）宇航员测得船身通过观测站的时间间隔是多少？

S'系:飞船船身的长度为l_0



宇航员测得船身通过观测站的时间间隔

$$\Delta t_2 = \frac{l_0}{u}$$

$$= \frac{90}{0.8\times 3\times 10^8} = 3.75\times 10^{-7}\,\mathrm{s} > \tau_0 = 2.25\times 10^{-7}\,\mathrm{s}$$

飞船：固有长度　　　地球：固有时间

例：地面上有一跑道长100m，运动员从起点跑到终点，用时10s。一飞船相对地面以0.8c的速度沿跑道方向向前飞行，现从飞船中观测

（1）跑道有多长

（2）运动员跑过的距离和所用过的时间

解：地面——S系 飞船——S’系 运动员——运动物体

（1）跑道的固有长度 $l_0 = 100m$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-(0.8)^2}} = 5/3$$

S’系中观测的跑道长度 $l = \frac{l_0}{\gamma} = 100\times 0.6 = 60m$

直接应用时间延缓或长度收缩公式必须保证同地或同时

（2）由于运动员起跑和到达终点不同时也不同地故用洛伦兹变换计算

沿跑道建立Ox 轴和 $O'x'$轴

$$\Delta x' = \gamma(\Delta x - u\Delta t) \qquad \Delta t' = \gamma(\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x)$$

$\Delta x = 100m \quad \Delta t = 10s, u = 0.8c, \gamma = 5/3$ 代入

$$\Delta x' = -4\times 10^8 m \qquad \boldsymbol{\Delta t' = 16.7s}$$

负号表示在S’系中观测到运动员后退

四、狭义相对论的时空观

$$x' = \gamma(x - ut)$$

$$t' = \gamma(t - \frac{u}{c^2}x)$$

洛仑兹变换的特点：

（1）时间坐标和空间坐标彼此互为函数。

（2）时间坐标和空间坐标都与惯性系间的相对速度*u*有关。

（3）在低速运动情况下，绝对时空观仍然适用。

结论：时空彼此密切联系，都与物质的运动状态有密切关系。

作业：

P181：一.6,8 二.5 三.2,5