六、数据处理

解：因F与x是线性相关的，其他量之间是无相关性的。故先利用最小二乘法处理F与x的数据，其余数据根据实际情况进行处理。

(1) 最小二乘法处理F与x的数据

$$Y=\frac{8FLH}{\pi d^2 D(x-x_0)}$$

$$x=\frac{8LH}{\pi d^2 DY}F+x_0$$

令：$k=\frac{8LH}{\pi d^2 DY}$

$$\Rightarrow x=kF+x_0$$

$\bar{F}=75.0\text{N}$，$\bar{x}=0.0276\text{m}$, $\overline{F^2}=6450\text{N}^2$, $\overline{xF}=2.3312\text{Nm}$

$$k=\frac{\overline{xF}-\bar{x}\cdot\bar{F}}{\overline{F^2}-\bar{F}^2}=\frac{2.3312-75.0\times0.0276}{6450-75^2}$$

$$=3.166\times10^{-4}\text{mN}^{-1}$$

$$x_0=\bar{x}-k\bar{F}=2.76\times10^{-2}-3.166\times10^{-4}\times75$$

$$=0.385\times10^{-2}(\text{m})$$

六、数据处理

计算k的不确定度

$$u(x)=\sqrt{\frac{1}{10-2}\sum_{i=1}^{10}(\Delta x_i)^2}$$

$$=\sqrt{\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{10}(x_i-(3.166\times10^{-4}F_i+0.385\times10^{-2})^2}$$

$$=7.305\times10^{-5}(\mathrm{m})$$

$$u(k)=u(x)\sqrt{\frac{1}{n(\overline{F^2}-\bar{F}^2)}}$$

$$=7.305\times10^{-5}\times\sqrt{\frac{1}{10(6450-5625)}}$$

$$=8.042\times10^{-7}(\mathrm{m/N})$$

$$u_r(k)=\frac{u(k)}{k}=0.25\%\qquad v(k)=8$$

(2)计算金属丝的杨氏模量

由$k=\dfrac{8LH}{\pi d^2DY}$得：$Y=\dfrac{8LH}{\pi d^2Dk}$

$$\bar{Y}=\frac{8\bar{L}\bar{H}}{\pi\bar{d}^2\bar{D}k}$$

$$=\frac{8\times742.1\times10^{-3}\times681.5\times10^{-3}}{3.142\times(0.643\times10^{-3})^2\times48.58\times10^{-3}\times3.166\times10^{-4}}$$

$$=2.02498\times10^{11}(\mathrm{Nm^{-2}})$$

六、数据处理

(3)计算各输入量的标准不确定度

①金属丝直径的标准不确定度

$$u_1(d)=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{6}(d_i-\bar{d})^2}{6(6-1)}}=0.00683\text{mm}$$

$$v_1(d)=6-1=5$$

$$u_2(d)=\frac{0.004}{\sqrt{3}}=0.00231(\text{mm})$$

$$v_2(d)\to\infty$$

$$u(d)=\sqrt{u_1^2(d)+u_2^2(d)}$$

$$=\sqrt{0.00683^2+0.00231^2}=0.00721(\text{mm})$$

$$u_r(d)=\frac{u(d)}{\bar{d}}=\frac{0.00721}{0.643}=1.2\%$$

$$v_{\text{eff}}(d)=\frac{(u(d))^4}{\frac{(u_1(d))^4}{v_1(d)}+\frac{(u_2(d))^4}{v_2(d)}}$$

$$=\frac{0.00721^4}{\frac{0.00683^4}{5}+0}=6.209\approx 6$$

六、数据处理

(4)计算Y标准不确定度

$$k=\frac{8LH}{\pi d^2 DY}$$

$$\ln Y=\ln 8+\ln L+\ln H-\ln\pi-2\ln d-\ln D-\ln k$$

$$u_r(Y)=\sqrt{(2u_r(d))^2+(u_r(k))^2}=\sqrt{((2\times 1.2)^2+0.25^2)/100^2}\approx 2.4\%$$

$$u_r(Y)=\sqrt{(u_r(L))^2+(u_r(H))^2+(2u_r(d))^2+(u_r(D))^2+(u_r(k))^2}$$
$$=\sqrt{(0.080^2+0.087^2+(2\times 1.2)^2+0.034^2+0.25^2)/100^2}\approx 2.5\%$$

注意：全部计算不确定度

$$u(Y)=\bar{Y}u_r(Y)=2.02498\times 10^{11}\times 2.4\%\approx 0.049\times 10^{11}(\mathrm{Nm^{-2}})$$

六、数据处理

(5)Y的扩展不确定度

Y的不确定度各分量互不相关，由中心极限定理可知接近正态分布。

$$v_{\text{eff}}(Y)=\frac{(u_r(Y))^4}{\frac{(2u_r(d))^4}{v_{\text{eff}}(d)}+\frac{(u_r(k))^4}{v_{\text{eff}}(k)}}=\frac{2.5^4}{\frac{(2\times1.2)^4}{6}+\frac{0.25^4}{8}}=7.06\approx7 \qquad k_{95}=t_{95}(7)=2.36$$

$$U_{95}(Y)=k_{95}u(Y)=2.36\times0.051\times10^{11}=0.12036\times10^{11}\approx0.12\times10^{11}(\text{Nm}^2)$$

(6)Y的测量结果

$$Y=\bar{Y}\pm U(Y)=(2.02\pm0.12)\times10^{11}(\text{Nm}^{-2}) \quad k_{95}=t_{95}(7)=2.36$$

$$Y=\bar{Y}\pm U(Y)=(2.02\pm0.13)\times10^{11}(\text{Nm}^{-2}) \quad k_{95}=t_{95}(7)=2.36$$

注意：全部计算

七、总结与拓展

3. 思考题

请结合实验仪器，分析本实验中如何提高金属丝微小伸长量的测量精度？