第十三章　电磁感应

一　选择题

1．一导体圆线圈在均匀磁场中运动，能使其中产生感应电流的一种情况是：（　　）

A．线圈绕自身直径轴转动，轴与磁场方向平行。

B．线圈绕自身直径轴转动，轴与磁场方向垂直。

C．线圈平面垂直于磁场并沿垂直磁场方向平移。

D．线圈平面平行于磁场并沿垂直磁场方向平移。

解：要使线圈中产生感应电流，必须使通过线圈的磁通量发生变化，故选（B）。

2．尺寸相同的铁环和铜环所包围的面积中，通以相同变化率的磁通量，环中：（　　）　　　　（　　）

A．感应电动势不同。

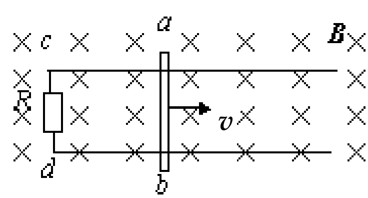
B．感应电动势相同，感应电流相同。

C．感应电动势不同，感应电流相同。

D．感应电动势相同，感应电流不同。

解：根据法拉第电磁感应定律，环中的感应电动势应相同，但由于铁和铜的电阻率不同，所以两环的电阻不同，结果环中的感应电流不同。故选（D）。

3．如图所示，一匀强磁场 $\boldsymbol{B}$ 垂直纸面向内，长为 L 的导线 ab 可以无摩擦地在导轨上滑动，除电阻 R 外，其它部分电阻不计，当 ab 以匀速 $\boldsymbol{v}$ 向右运动时，则外力的大小是：



选择题 3 图

A．B^2L^2v

B．$\dfrac{BLv}{R}$

C．$\dfrac{B^2L^2v}{2R}$

D．$\dfrac{B^2L^2v}{R}$

解：导线 ab 的感应电动势 $\varepsilon = BLv$，当 ab 以匀速 $\boldsymbol{v}$ 向右运动时，导线 ab 受到的外力与安培力是一对平衡力，所以 $F_{外} = F_{安} = B\dfrac{\varepsilon}{R}L = \dfrac{B^2L^2v}{R}$。

所以选（D）

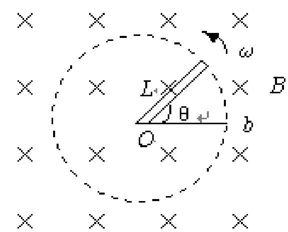
4．一根长度 L 的铜棒在均匀磁场 B 中以匀角速度 ω 旋转着，B 的方向垂直铜棒转动的平面，如图，设 $t=0$ 时，铜棒与 Ob 成 θ 角，则在任一时刻 t 这根铜棒两端之间的感应电动势是：（　　　）

A. $\omega L^2 B\cos(\omega t+\theta)$

B. $\frac{1}{2}\omega L^2 B\cos\omega t$

C. $2\omega L^2 B\cos(\omega t+\theta)$

D. $\frac{1}{2}\omega L^2 B$



选择题 4 图

解：$\varepsilon=\int(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}=\int_0^L Bv\mathrm{d}l=\int_0^L B\omega l\mathrm{d}l=\frac{1}{2}BL^2\omega$

所以选（D）

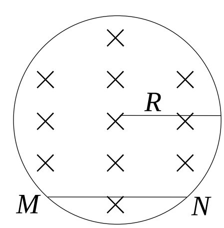
5．均匀磁场局限在半径为 R 的无限长圆柱形空间内，场中有一根长为 R 的金属杆 MN，其位置如图，如果磁场以匀变率 $\mathrm{d}B/\mathrm{d}t$ 增加，那么杆两端的电势差 V_M-V_N 为：（　　）

A. 0　　B. $-\frac{\sqrt{3}}{4}R^2\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{4}R^2\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$　　D. $-\frac{1}{6}\pi R^2\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$

解：若圆柱形空间截面的圆心为 O，设想有两段导线 OM 和 ON 与金属杆 MN 构成一顺时针方向回路，当磁感应强度为 B 时，回路面积上的磁通量 $\Phi=BS=\frac{BR}{2}\sqrt{R^2-(\frac{R}{2})^2}=\frac{\sqrt{3}}{4}BR^2$，磁场变化时，回路的感应电动势为

$$\varepsilon=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=-\frac{\sqrt{3}}{4}R^2\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$

负号表示电动势的方向为逆时针方向。



选择题 5 图

变化磁场所激发的感生电场的电场线在圆柱形空间内是与圆柱同轴的同心圆，且 $\boldsymbol{E}$ 的方向是顺时针。因此在回路 OM 和 ON 段上任一导线元上都有 $\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}=0$，所以在这两段导线上无感应电动势。可见 ε 就是金属杆 MN 的感应电动势，方向从 M 指向 N，即 N 点的电势高。

因此，杆两端的电势差 U_{MN} 即为 $U_{MN}=\varepsilon=-\frac{\sqrt{3}}{4}R^2\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$

所以选（B）。

6．半径为 R 的圆线圈处于均匀磁场 $\boldsymbol{B}$ 中，$\boldsymbol{B}$ 垂直于线圈平面向上。如果磁感应强度为 $B=3t^2+2t+1$，则线圈中的感应电场为：（　　）

A． $2\pi(3t+1)R^2$,顺时针方向；　　B． $2\pi(3t+1)R^2$,逆时针方向；

C． $(3t+1)R$,顺时针方向；　　D． $(3t+1)R$,逆时针方向；

解： 由 $\oint \boldsymbol{E}_{\mathrm{i}} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = -\iint \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$，则感应电场的大小满足

$$E_{\mathrm{i}} \cdot 2\pi R = (6t+2)\pi R^2$$

解出

$$E_{\mathrm{i}} = (3t+1)R$$

所以选（C）。

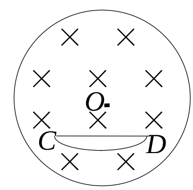
7．在圆柱形空间内有感应强度 $\boldsymbol{B}$ 的均匀磁场，如图所示，$\boldsymbol{B}$ 的大小以速率 $\mathrm{d}B/\mathrm{d}t$ 变化，在磁场中有 C，D 两点，其间可放置直导线和弯曲导线，则(　　)

A．电动势只在直导线中产生

B．电动势只在弯曲导线中产生

C．电动势在直导线和弯曲导线中产生，且两者大小相等

D．直导线中的电动势小于弯曲导线中的电动势



选择题 7 图

解： 在圆柱形空间内的感生电场是涡选场，电场线是与圆柱同轴的同心圆，因为 $\varepsilon = \int \boldsymbol{E}_{\mathrm{i}} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}$，所以弯曲导线中的电动势比直导线中的电动势大。所以选（D）。

8．有长为 l 截面积为 S 的载流长直螺线管均匀密绕 N 匝线圈，设电流为 I，即管内储藏的磁场能量为：（　　）

A. $\frac{\mu_0 I^2 N^2 S}{2l^2}$　　B. $\frac{\mu_0 I N^2 S}{l^2}$　　C. $\frac{\mu_0 I N^2 S}{2l^2}$　　D. $\frac{\mu_0 I^2 N^2 S}{2l}$

解： 管内为匀强磁场 $B = \mu_0 \frac{N}{l} I$，所以磁能密度 $w_{\mathrm{m}} = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0} = \frac{1}{2}\mu_0 (\frac{NI}{l})^2$

磁场能量 $$W_{\mathrm{m}} = w_{\mathrm{m}} \cdot V = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0} = \frac{1}{2}\mu_0(\frac{NI}{l})^2 \cdot S \cdot l = \frac{\mu_0 N^2 I^2 S}{2l}$$

所以选（D）。

9．一无限长直导线的横截面积各处的电流密度均相等，总电流为 I，则每单位长度导线内所储存的磁能为：（　　）

A. $\frac{I^2}{4\pi}$　　B. $\frac{\mu_0 I^2}{16\pi}$　　C. $\frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2}$　　D. $\frac{I^2}{8\mu_0 \pi}$

解：导线内半径为 r，厚为 dr，与导线共轴的单位长度的圆柱形薄壳上的磁感应强度由安培环路定理：$B\cdot 2\pi r=\mu_0\dfrac{I}{\pi R^2}\pi r^2$，可得 $B=\dfrac{\mu_0 Ir}{2\pi R^2}$

薄壳处的磁能密度 $w_{\mathrm{m}}=\dfrac{B^2}{2\mu_0}=\dfrac{\mu_0 I^2 r^2}{8\pi^2 R^4}$　　　薄壳体积 $\mathrm{d}V=2\pi r\mathrm{d}r$

薄壳中的磁能 $\mathrm{d}W_{\mathrm{m}}=w_{\mathrm{m}}\mathrm{d}V=\dfrac{\mu_0 I^2}{4\pi R^4}r^3\mathrm{d}r$

导线内所储存的磁能　$W_{\mathrm{m}}=\int_0^R\dfrac{\mu_0 I^2}{4\pi R^4}r^3\mathrm{d}r=\dfrac{\mu_0 I^2}{16\pi}$　　　所以选（B）。

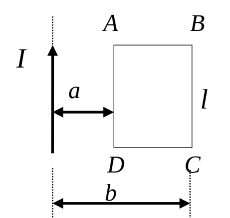
二　填空题

1．长宽分别为 a 和 b 的矩形线圈置于均匀磁场 $\boldsymbol{B}$ 中，且随时间变化的规律为 $B=B_0\sin\omega t$，线圈平面与磁场方向垂直，则此线圈中的感应电动势为_______。

解：$\varepsilon=-\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=-ab\dfrac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}=-ab\omega B_0\cos\omega t$

2. 如图所示，一很长的直导线通有交变电流 $I=I_0\sin\omega t$，它旁边有一长方形线圈 $ABCD$，长为 l，宽为 $b-a$，线圈与导线在同一平面内，则回路 $ABCD$ 中的感应电动势____。

解：在矩形线圈上距直导线 x 处，取一宽为 dx，长为 l，且与直导线平行的长条形面积，该面积上磁感应强度为 $B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi x}$



填空题 2 图

磁通量　　$\mathrm{d}\Phi=B\mathrm{d}S=\dfrac{\mu_0 I\,l}{2\pi x}\mathrm{d}x$

整个线圈的磁通量　$\Phi=\int_a^b\dfrac{\mu_0 Il}{2\pi x}\mathrm{d}x=\dfrac{\mu_0 I\,l}{2\pi}\ln\dfrac{b}{a}$

感应电动势　$\varepsilon=-\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mu_0 l}{2\pi}(\ln\dfrac{b}{a})\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}=-\dfrac{\mu_0 l\omega}{2\pi}(\ln\dfrac{b}{a})I_0\cos\omega t$

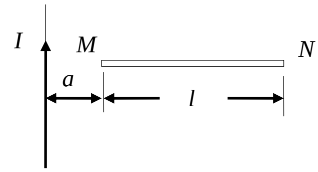
3．将条形磁铁插入与冲击电流计串联的金属环中时，有 $q=2.0\times10^{-5}$C 的电荷通过电流计，若连接电流计的电路总电阻 $R=25\,\Omega$，则穿过环磁通的变化 $\Delta\Phi=$_____。

解：感生电流 $I=\dfrac{\varepsilon}{R}=\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{R\mathrm{d}t}$，又因为 $I=\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$，所以有 $\dfrac{\mathrm{d}\phi}{R\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$，

即　　$\Delta\Phi=R\Delta q=25\cdot 2.0\times10^{-5}=5\times10^{-4}\,\mathrm{Wb}$

4. 如图所示，一段长度为导线 MN，水平放置在载电流为 I 的竖直长导线旁与竖直导线共面，并由图示位置自由下落，则 t 秒末导线两端的电势差 $V_M - V_N$ = ________

解：t 秒末导线的速度为 $v = gt$,导线两端的电势差即为其动生电动势



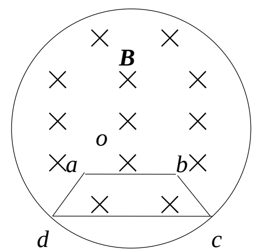
填空题 4 图

$$\varepsilon = \int Bvdl = \int_a^{a+l} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} gt\mathrm{d}r = \frac{\mu_0 Igt}{2\pi} \ln \frac{a+l}{a}$$

电动势方向由 M 指向 N，即 N 端电势高。

$$U_{MN} = V_M - V_N = -\varepsilon = -\frac{\mu_0 Igt}{2\pi} \ln \frac{a+l}{a}$$

5. 如图所示，一均匀磁场局限在半径为 R 的圆周、柱形空腔内，$\mathrm{d}\boldsymbol{B}/\mathrm{d}t$ 为一恒矢量，且 B 随时间减少，腔内置一等腰梯形金属线框，$dc = R$, $ab = ad = R/2$，da 和 cb 的延长线均与轴线相交。则线框中的感应电动势的大小为______；方向______。



填空题 5 图

解：$S = \frac{1}{2}(\frac{R}{2} + R)\frac{\sqrt{3}}{4}R = \frac{3\sqrt{3}R^2}{16}$

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -S\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} = -\frac{3\sqrt{3}R^2}{16}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$

方向由右手螺旋定则判断为顺时针方向

6. 长为 l 的单层密绕管，共绕有 N 匝导线，螺线管的自感为 L，换用直径比原来导线直径大一倍的导线密绕，自感为原来的_______。

解：密绕螺线管的自感 $L = \mu\frac{N^2}{l}S$，当换用直径比原来导线直径大一倍的导线密绕，总匝数变为原来的一半，则自感应变为原来的 1/4

7. 一个薄壁纸筒，长为 30cm、截面直径为 3.0cm，筒上绕有 500 匝线圈，纸筒内用 $\mu_r = 5000$ 的铁芯充满，则线圈的自感系数为_______。

解：$L = \mu\frac{N^2}{l}S = 5000 \times 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{(500)^2}{0.3} \times \pi(0.015)^2 = 3.7(\mathrm{H})$

8. 两个共轴圆线圈，半径分别为 R 和 r，匝数分别为 N_1 和 N_2，相距为 l，设 r 很小，且小线圈所在处磁场可以视为均匀，则线圈的互感系数为______。

解：设线圈 1 半径为 R，线圈 2 半径为 r。当线圈 1 通以电流 I，线圈 1 在线圈 2 处产生的磁感应强度 $B = \frac{N_1\mu_0 IR^2}{2(R^2 + l^2)^{3/2}}$

线圈 1 在线圈 2 处的的磁通量 $\Psi = N_2 BS = \dfrac{N_1 N_2 \mu_0 I R^2}{2(R^2 + l^2)^{3/2}} \pi r^2$

两线圈的互感系数 $M = \dfrac{\Psi}{I} = \dfrac{N_1 N_2 \mu_0 \pi R^2 r^2}{2(R^2 + l^2)^{3/2}}$

9．有两个长度相同，匝数相同，截面积不相同长直螺线管，通以相同大小的电流，现在将小螺线管完全放入大螺线管里，（两者轴线重合），且使两者产生的磁场方向一致，则小螺线管内的磁能密度是原来的____________；若使两螺线管产生的磁场方向相反，则小螺线管中的磁能密度为__________（忽略边缘效应）

解：大小螺线管内的磁场均为匀强磁场 $B = \mu nI$，将小螺线管完全放入大螺线管里，且使两者产生的磁场方向一致，则小螺线管内的磁场

$B = B_{大} + B_{小} = 2\mu nI$，磁能密度 $w_{\mathrm{m}} = \dfrac{B^2}{2\mu}$，所以此时小螺线管内的磁能密度是原来的 4 倍。若使两螺线管产生的磁场方向相反，小螺线管内的磁场 $B = B_{大} - B_{小} = 0$，所以小螺线管中的磁能密度为 0

10．半径为 R 的无限长柱形导体上均匀流有电流 I，该导体材料的相对磁导率 μ_r =1，则在导体轴线上的一点的磁场能量密度为 w_o = ______，在与导体轴线相距 r 处（$r<R$）的磁场能量密度 w_r =______。

解：轴线处 B=0，所以 $w_0 = 0$。

在与在与导体轴线相距 r 处（$r<R$）

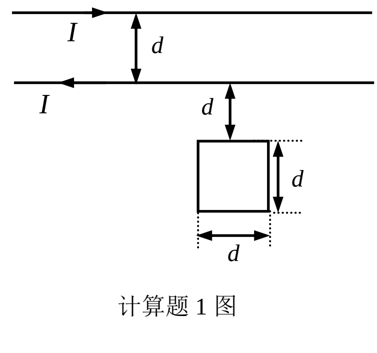
$$B = \frac{\mu_0}{2\pi r} \frac{I}{\pi R^2} \pi r^2 = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$$

$$w_r = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{\mu_0 I^2 r^2}{8\pi^2 R^4}$$

三 计算题

1．两根无限长平行直导线相距为 d，载有大小相等方向相反的电流 I，电流变化率 $\mathrm{d}I/\mathrm{d}t = \alpha > 0$。一个边长为 d 的正方形线圈位于导线平面内与一根导线相距 d，如图所示，求线圈中的感应电动势 ε，并说明线圈中的感应电动势是顺时针还是逆时针。

解：通过正方形线圈的总磁通为（以顺时针绕向为线圈回路的正方向）：



计算题 1 图

$$\Phi=\Phi_1+\Phi_2=\int_{2d}^{3d}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\cdot d\cdot \mathrm{d}r-\int_{d}^{2d}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\cdot d\cdot \mathrm{d}r$$

$$=\frac{\mu_0 Id}{2\pi}\ln\frac{3}{2}-\frac{\mu_0 Id}{2\pi}\ln 2=-\frac{\mu_0 Id}{2\pi}\ln\frac{4}{3}$$

感应电动势为：

$$\varepsilon=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=\frac{\mu_0 d}{2\pi}(\ln\frac{4}{3})\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}=\frac{\mu_0 d\alpha}{2\pi}\ln\frac{4}{3}$$

由于 $\varepsilon>0$，所以 ε 的绕向为顺时针方向。

2．在一个长直密绕的螺线管中间放一正方形小线圈。若螺线管长 1m，绕了 1000 匝，通以电流 $I=10\cos 100\pi t$ (SI)，正方形小线圈每边长 5cm，共 100 匝，电阻为 1Ω，求线圈中感应电流最大值（正方形线圈的法线方向与螺线管的轴线方向一致）。

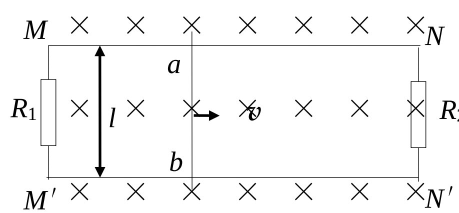
解：　　$n=1000$（匝/m）　　$B=\mu_0 nI$

$$\Phi=a^2\times B=a^2\mu_0 nI$$

$$\varepsilon=-N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=-Na^2\mu_0 n\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}=\pi^2\times 10^{-1}\sin 100\pi t$$

$$I_{\mathrm{m}}=\varepsilon_{\mathrm{m}}/R=\pi^2\times 10^{-1}\,\mathrm{A}=0.99\mathrm{A}$$

3．如图，有两条相距 l 的平行长直光滑裸导线 MN、$M'N'$，其两端分别与电阻 R_1、R_2 相连；匀强磁场 $\boldsymbol{B}$ 垂直于图面向里；裸导线 ab 垂直搭在平行导线上，并在外力作用下以速率 v 平行于导线 MN 向右作匀速运动，裸导线 MN、$M'N'$ 与 ab 的电阻均不计。求电阻 R_1 与 R_2 中的电流 I_1 与 I_2，并说明其流向。



计算题 3 图

解：导线 ab 中的动生电动势 $\varepsilon=Blv$ 不计导线电阻时，a，b 两点电势差

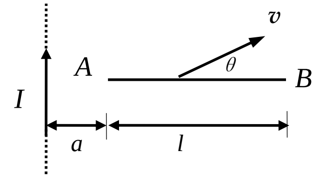
$U_a-U_b=\varepsilon=Blv$

故　　$I_1=(U_a-U_b)/R_1=Blv/R_1$　　由 M 流向 M'

$I_2=(U_a-U_b)/R_2=Blv/R_2$　　由 N 流向 N'

4．如图，一长直导线中通有电流 I，另有一垂直于导线、长度为 l 的金属棒 AB 在包含导线的平面内，以恒定的速度 $\boldsymbol{v}$ 沿与棒成 θ 角的方向移动，开始时，棒距导线的距离为 a，求任意时刻金属棒中的动生电动势，并指出棒哪端的电势

高。



计算题 4 图

解： $v_{\perp}=v\sin\theta \quad v_{//}=v\cos\theta$

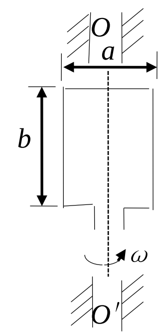
$$\varepsilon=\int \mathrm{d}\varepsilon=\int_{x_2}^{x_1}\frac{\mu_0 I}{2\pi x}v\sin\theta\,\mathrm{d}x$$

式中 : $x_1=a+l+vt\cos\theta \quad x_2=a+vt\cos\theta$

$$\varepsilon_i=\frac{\mu_0 I}{2\pi}v\sin\theta\ln\frac{a+l+vt\cos\theta}{a+vt\cos\theta}$$

A 端的电势高

5．一个长方形线圈宽为 a，长为 b，在均匀磁场 $\boldsymbol{B}$ 中以角速度 ω 绕 OO' 转动，磁感应强度 $B=B_0\sin\omega t$，取它的方向垂直纸面向外，t=0 时线圈平面在纸面内，如图所示。求线圈内的感生电动势并证明它的变化频率是 $\omega/2\pi$ 的两倍。



计算题 5 图

解: 令 $t=0$ 时线圈平面法线的正方向与磁场的正方向相同

任一时刻通过线圈平面的磁通量为

$$\phi=B\,.\,S=B\,S\cos\theta=B_0(\sin\omega t)\,a\,b\cos\omega t$$

$$=B_0\,a\,b\sin\omega t\cos\omega t=1/2\,B_0\,a\,b\sin 2\omega t$$

故感生电动势为： $\varepsilon=-\mathrm{d}\phi/\mathrm{d}t=-B_0\,a\,b\,\omega\cos 2\omega t$

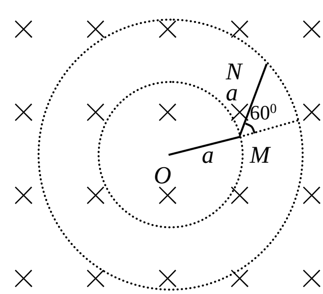
ε 的圆频率为 2 ω，它的频率为 $\dfrac{2\omega}{2\pi}=2\dfrac{\omega}{2\pi}$

6．在匀强磁场 $\boldsymbol{B}$ 中，导线 $OM=MN=a$，$\angle OMN=120^0$，OMN 整体可以绕 O 点在垂直于磁场的平面内逆时针转动，如图，若转动角速度为 ω.

（1） 求 OM 间的电势差 U_{OM};

（2） 求 ON 间的电势差 U_{ON};

（3） 指出 O、M、N 三点中哪点电势最高？



计算题 6 图

解：（1）$U_{OM}=V_O-V_M=\dfrac{1}{2}\omega a^2 B$

（2）添加辅助线 ON，由于整个△OMN 内感应电动势为零，所以

$$\varepsilon_{OM}+\varepsilon_{MN}=\varepsilon_{ON}$$

即可直接由辅助线上的电动势来代替 OM、MN 两段内的电动势。

$$ON=2a\cos 30^\circ=\sqrt{3}a$$

$$U_{ON}=V_0-V_N=\frac{1}{2}\omega B(\sqrt{3}a)^2=3\omega Ba^2/2$$

（3）O 点电势最高。

7．有一根长直导电缆中间是半径为 r_1 = 0.50cm 的细铜线，铜导线外包一层同轴绝缘层，绝缘层的外半径 r_2 =1.0cm，其相对介电常量为 ε_r =3，相对磁导率为 μ_r =1，在绝缘层外又用铝层保护起来，电缆长为 l=100m，求该电缆的电容和自感（忽略铜线内磁通量）。

解：$l>>r$，故该电缆可视为两无限长直同心金属圆柱面

（1） 两圆柱面带有等量异号电荷 Q，则电压为：

$$U=\int \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r}=\int_{r_1}^{r_2}\frac{Q}{2\pi\ \varepsilon_0\varepsilon_r rl}\mathrm{d}r=\frac{Q}{2\pi\ \varepsilon_0\varepsilon_r l}\ln\frac{r_2}{r_1}$$

则 $C=Q/U=2\pi\ \varepsilon_O\varepsilon_r l/\ln（r_2/r_1）=2.41\times10^{-8}\mathrm{F}$

(2) 设铜导线及铝层流有等到量反向电流 I，则磁通量为

$$\Phi=\int_{r_1}^{r_2}\frac{\mu_0\mu_r I}{2\pi\ r}l\mathrm{d}r=\frac{\mu_0\mu_r I\ l}{2\pi\ r}\ln\frac{r_2}{r_1}$$

$$L=\frac{\Phi}{I}=\frac{\mu_0\mu_r l}{2\pi}\ln\frac{r_2}{r_1}=1.39\times10^{-5}\,\mathrm{H}$$

8．两同轴长直螺线管，大管套着小管，半径分别为 a 和 b，长为 l（$l>>a$，$a>b$），匝数分别为 N_1 和 N_2，求互感系数 M。

解：设半径为 a 的长螺线管中通入电流 I_0，则管内的均匀磁场

$$B_a=\mu_0 n_0 I_0=\mu_0 N_1 I_0/l$$

通过半径为 b 的线圈横截面积的磁通量为：

$$\Phi_b=B_a S_b==\mu_0 N_1 I_0\pi b^2/l$$

通过半径为 b 的长螺线管的磁链为：

$$\Psi_b=N_2\Phi_b=\mu_0 N_1 N_2 I_0\pi b^2/l$$

根据定义：
$$M=\frac{\Psi_b}{I_0}=\mu_0 N_1 N_2\pi b^2/l$$

9．一个横截面为矩形的螺绕环，环芯材料的磁导率为 μ，内、外半径分别为 R_1、R_2，环的厚度为 b，今在环上密绕 N 匝线圈，通以交变电流 $I=I_0\sin\omega t$，求螺绕环中磁场能量在一个周期内的平均值。（I_0 为常数，ω 为圆频率，计算此题时要考虑到横截面上的磁感应强度 B 是不均匀的）。

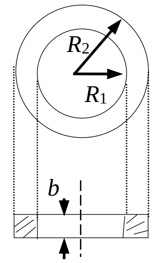
解：由安培环路定理知：

$$B=\mu IN/(2\pi r) \qquad (R_1\leqslant r\leqslant R_2)$$

磁能密度

$$w=B^2/(2\mu)$$

总能量



计算题 9 图

$$W=\int_{R_1}^{R_2}\frac{B^2.2\pi r.b}{2\mu}\mathrm{d}r=\frac{\mu N^2bI^2}{4\pi}\int_{R_1}^{R_2}\frac{\mathrm{d}r}{r}=\frac{\mu N^2bI^2}{4\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

一个周期内的平均值

$$\overline{W}=\frac{\mu N^2bI_0^2}{4\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}\cdot\frac{1}{T}\int_0^T\sin^2\omega t\mathrm{d}t=\frac{\mu N^2bI_0^2}{4\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}\cdot\frac{1}{T}\int_0^T\frac{1-\cos2\omega t}{2}\mathrm{d}t$$

$$=\frac{\mu N^2bI_0^2}{8\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$