课程考核试卷

试卷编号 2023Nov17 ：概率论与数理统计课程试卷（期中卷）

姓名：________ 学号：________ 单位：________

注意事项：

1. 本试卷共三大题 16 小题，满分 100 分，考试时间 120 分钟，考核方式为闭卷；

2. 严禁考生携带课程考核规定以外的任何书籍纸张、除计算器外的各种通信工具，以及有液晶显示或存储功能的手表、电子词典等，考试中不得相互借用考试用品，学员证须放置于桌面；

3. 《学员学籍管理实施细则》规定：考试作弊将给予开除学籍。

一、 选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1.设A、B、C为 3 个事件，且A与C相互独立，且 B 与C相互独立，则 $A\cup B$与C相互独立的充要条件是(　　).

(A) A与B相互独立　(B) A与B互不相容　(C) AB与C相互独立　(D) AB 与C互不相容

2.设连续型随机变量X的密度函数为$f(x)=\begin{cases}2x, & 0<x<1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$，则随机变量$Y=X^2$的密度函数是(　　).

(A) $f(y)=\begin{cases}0.5, & 0<y<2\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$　(B) $f(y)=\begin{cases}2e^{-y^2}, & 0<y\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$

(C) $f(y)=\begin{cases}1, & 0<y<1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$　(D) $f(y)=\begin{cases}e^{-y^2}, & 0<y\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$

3. 设二维随机变量(X,Y)的概率分布为

X \ Y	0	1
0	0.4	a
1	b	0.1

已知随机事件$\{X=0\}$与$\{X+Y=1\}$相互独立，则(　　).

(A) $a=0.2, b=0.3$　(B) $a=0.4, b=0.1$

(C) $a=0.3, b=0.2$　(D) $a=0.1, b=0.4$

4. 设随机变量$X_1, X_2, \cdots, X_n (n>1)$独立同分布，且$X_1$的 4 阶矩存在，记$\mu_k=E(X_1^k)(k=1,2,3,4)$,

则由切比雪夫不等式，对任意$\varepsilon > 0$有$P\{|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \mu_2| \geq \varepsilon\} \leq$(　　).

(A) $\frac{\mu_4-\mu_2^2}{n\varepsilon^2}$　　(B) $\frac{\mu_4-\mu_2^2}{\sqrt{n}\varepsilon^2}$　　(C) $\frac{\mu_2-\mu_1^2}{n\varepsilon^2}$　　(D) $\frac{\mu_2-\mu_1^2}{\sqrt{n}\varepsilon^2}$

5.设二维随机变量(X,Y)服从二维正态分布，则随机变量$\xi = X+Y$ 与 $\eta = X-Y$ 不相关的充分必要条件是(　　).

(A) $E(X)=E(Y)$　　(B) $E(X^2)-[E(X)]^2 = E(Y^2)-[E(Y)]^2$

(C) $E(X^2)=E(Y^2)$　　(D) $E(X^2)+[E(X)]^2 = E(Y^2)+[E(Y)]^2$

二、 填空题（每小题 3 分，共 15 分）

6.在区间（0，1）内任取两个数，这两个数的乘积小于 1/4 的概率为_________.

7.甲、乙两名同学轮流投篮，直到某人投中为止，如果甲投中的概率为 0.4，乙投中的概率为 0.6，则甲投篮次数的分布律为_________.

8.设随机变量 X 与 Y 相互独立，且都服从标准正态分布 N(0，1)，P（$Y > \sqrt{3}X$）是_______.

9.某公司为了推广某品牌方便面，在每包方便面袋内随机放入了一张水浒 108 好汉的卡片，若收集齐 108 好汉的卡片，则可以兑换一台彩电。收集齐 108 好汉卡片,平均需要购买方便面包数是__________.

10.设随机变量$X_1, X_2, \cdots, X_n (n>1)$独立同分布，且其方差为$\sigma^2 > 0$ 令$Y = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$，则$Cov(X_1, Y)$为_________.

三、计算题（共 70 分）

11．(8 分)在电源电压不超过 200V，在 200~240V 和超过 240V 三种情况下，某种电子元件损坏的概率分别为 0.1，0.001 和 0.2，假设电源电压 $X \sim N(220, 25^2)$，求

（1）该电子元件损坏的概率;

（2）电子元件损坏时，电源电压在 200~240V 的概率。可能用到的数据如下：

x	0.1	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4
$\Phi(x)$	0.530	0.579	0.655	0.726	0.788	0.841	0.885	0.9

12.（12 分）设随机变量 X 具有密度函数

$$f(x)=\begin{cases} kx, & 0\le x<3, \\ 2-\dfrac{x}{2}, & 3\le x\le 4, \\ 0, & \text{其它}. \end{cases}$$

（1）确定常数 k；（2）求 X 的分布函数 $F(x)$；（3）求 $P\{1<X\le 7/2\}$。

13.（12 分）设二维随机变量$(X，Y)$的分布函数为

$$F(x,y)=A\left(B+\arctan\frac{x}{2}\right)\left(C+\arctan\frac{y}{2}\right).$$

求（1）系数 A，B，C；（2）$(X，Y)$的概率密度；（3）X，Y 的边缘密度；（4）判断 X，Y 的独立性。

14.（14 分）已知随机变量（X，Y）服从正态分布 N（1，0，3^2，4^2，$-1/2$），设$Z=\frac{X}{3}+\frac{Y}{2}$.

（1）求 Z 的数学期望 $E(Z)$和方差 $D(Z)$；（2）求 X 与 Z 的相关系数 ρ_{XZ}；

（3）问 X 与 Z 是否相互独立，为什么？

15.（12 分）设随机变量$X_1,X_2,\cdots,X_n(n>1)$独立同分布，其分布为（0，1）上的均匀分布，记$Y_{\mathrm{n}}=\sum_{i=1}^{n}X_i$。(1)求 $Y_2=X_1+X_2$ 的概率密度函数；（2）求 $Y_3=X_1+X_2+X_3$ 的概率密度函数。

16.（12 分）设随机变量 X 与 Y 的概率分布分别为

X	0	1
P	1/3	2/3

Y	-1	0	1
P	1/3	1/3	1/3

且 P$\{X^2=Y^2\}$=1，求:

（1）二维随机变量（X，Y）的概率分布；

（2）$Z=XY$ 的概率分布；

（3）X 与 Y 的相关系数 ρ_{XY}。