课程考核试卷

试卷编号 2023Nov17: 概率论与数理统计课程试卷 (期中卷)

姓名: _____ 学号: _____ 单位: _____

注意事项:

- 1. 本试卷共三大题 16 小题,满分 100 分,考试时间 120 分钟,考核方式为闭卷;
- 2. 严禁考生携带课程考核规定以外的任何书籍纸张、除计算器外的各种通信工具,以及有液 晶显示或存储功能的手表、电子词典等,考试中不得相互借用考试用品,学员证须放置于桌面;
 - 3. 《学员学籍管理实施细则》规定:考试作弊将给予开除学籍。

一、选择题(每小题3分,共15分)

 $1.设A \times B \times C$ 为 3 个事件,且A与C相互独立,且 B 与C相互独立,则 $A \cup B$ 与C相互独立的充要 条件是().

(A) A与B相互独立 (B) A与B互不相容 (C) AB与C相互独立 (D) AB与C互不相容

2.设连续型随机变量X的密度函数为 $f(x) = \begin{cases} 2x, \ 0 < x < 1 \\ 0. \ \ \ \ \ \ \end{cases}$,则随机变量 $Y = X^2$ 的密度函数是

(A)
$$f(y) = \begin{cases} 0.5, 0 < y < 2 \\ 0, & \exists \Sigma \end{cases}$$

(C) $f(y) = \begin{cases} 1, 0 < y < 1 \\ 0, & \exists \Sigma \end{cases}$

(B)
$$f(y) = \begin{cases} 2e^{-y^2}, 0 < y \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$
(D) $f(y) = \begin{cases} e^{-y^2}, 0 < y \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$

(D)
$$f(y) = \begin{cases} e^{-y^2}, 0 < y \\ 0, & \exists \Xi \end{cases}$$

3. 设二维随机变量(X,Y)的概率分布为

X Y	0	1
0	0.4	а
1	b	0.1

已知随机事件 $\{X = 0\}$ 与 $\{X + Y = 1\}$ 相互独立,则().

(A)
$$a = 0.2, b = 0.3$$

(B)
$$a = 0.4, b = 0.1$$

(C)
$$a = 0.3, b = 0.2$$

(D)
$$a = 0.1, b = 0.4$$

4. 设随机变量 $X_1, X_2, \dots, X_n (n > 1)$ 独立同分布,且 X_1 的 4 阶矩存在,记 $\mu_k = E(X_1^k)(k = 1,2,3,4)$,

必要条件是(). (A) $E(X) = E(Y)$ (B) $E(X^2) - [E(X)]^2 = E(Y^2) - [E(Y)]^2$ (C) $E(X^2) = E(Y^2)$ (D) $E(X^2) + [E(X)]^2 = E(Y^2) + [E(Y)]^2$ 二、填空题(每小题 3 分,共 15 分) 6.在区间(0,1)内任取两个数,这两个数的乘积小于 1/4 的概率为 7.甲、乙两名同学轮流投篮,直到某人投中为止,如果甲投中的概率为 0.4,乙投中的概率为 0.6,则甲投篮次数的分布律为 8.设随机变量 $X = Y$ 相互独立,且都服从标准正态分布 $N(0, 1)$, $P(Y > \sqrt{3}X)$ 是 9.某公司为了推广某品牌方便面,在每包方便面袋内随机放入了一张水浒 108 好汉的卡片,收集齐 108 好汉的卡片,则可以兑换一台彩电。收集齐 108 好汉卡片,平均需要购买方便面包是 10.设随机变量 $X_1, X_2, \cdots, X_n (n > 1)$ 独立同分布,且其方差为 $\sigma^2 > 0$ 令 $Y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$,则 $Cov(X_1, Y)$ 为 三、计算题(共 70 分)	则由	切比雪夫不等式,对任意 $\varepsilon > 0$ 有 $P\{ \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_{i}^{2} - \mu_{2} \geq \varepsilon\} \leq ($).
必要条件是(). (A) $E(X) = E(Y)$ (B) $E(X^2) - [E(X)]^2 = E(Y^2) - [E(Y)]^2$ (C) $E(X^2) = E(Y^2)$ (D) $E(X^2) + [E(X)]^2 = E(Y^2) + [E(Y)]^2$ 二、填空题(每小题 3 分,共 15 分) 6.在区间(0, 1) 内任取两个数,这两个数的乘积小于 1/4 的概率为		(A) $\frac{\mu_4 - \mu_2^2}{n\varepsilon^2}$ (B) $\frac{\mu_4 - \mu_2^2}{\sqrt{n}\varepsilon^2}$ (C) $\frac{\mu_2 - \mu_1^2}{n\varepsilon^2}$ (D) $\frac{\mu_2 - \mu_1^2}{\sqrt{n}\varepsilon^2}$
(A) $E(X) = E(Y)$ (B) $E(X^2) - [E(X)]^2 = E(Y^2) - [E(Y)]^2$ (C) $E(X^2) = E(Y^2)$ (D) $E(X^2) + [E(X)]^2 = E(Y^2) + [E(Y)]^2$ 二、填空题(每小题 3 分,共 15 分) 6.在区间(0, 1)内任取两个数,这两个数的乘积小于 1/4 的概率为		5.设二维随机变量 (X,Y) 服从二维正态分布,则随机变量 $\xi = X + Y$ 与 $\eta = X - Y$ 不相关的充分
(C) $E(X^2) = E(Y^2)$ (D) $E(X^2) + [E(X)]^2 = E(Y^2) + [E(Y)]^2$ 二、填空题(每小题 3 分,共 15 分) 6.在区间(0, 1)内任取两个数,这两个数的乘积小于 1/4 的概率为 7.甲、乙两名同学轮流投篮,直到某人投中为止,如果甲投中的概率为 0.4,乙投中的概率为 0.6,则甲投篮次数的分布律为 8.设随机变量 X 与 Y 相互独立,且都服从标准正态分布 $N(0, 1)$, P ($Y > \sqrt{3}X$) 是 9.某公司为了推广某品牌方便面,在每包方便面袋内随机放入了一张水浒 108 好汉的卡片,收集齐 108 好汉的卡片,则可以兑换一台彩电。收集齐 108 好汉卡片,平均需要购买方便面包是 10.设随机变量 $X_1, X_2, \cdots, X_n (n > 1)$ 独立同分布,且其方差为 $\sigma^2 > 0$ 令 $Y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$,则 $Cov(X_1, Y)$ 为 三、计算题(共 70 分) 11. (8 分)在电源电压不超过 200V,在 200~240V 和超过 240V 三种情况下,某种电子元件坏的概率分别为 0.1,0.001 和 0.2,假设电源电压 $X \sim N(220, 25^2)$,求 (1)该电子元件损坏的概率;	必要	条件是().
二、填空題(每小題 3 分,共 15 分) 6.在区间(0, 1)内任取两个数,这两个数的乘积小于 1/4 的概率为 7.甲、乙两名同学轮流投篮,直到某人投中为止,如果甲投中的概率为 0.4,乙投中的概率为 0.6,则甲投篮次数的分布律为 8.设随机变量 X 与 Y 相互独立,且都服从标准正态分布 $N(0, 1)$, P $(Y > \sqrt{3}X)$ 是 9.某公司为了推广某品牌方便面,在每包方便面袋内随机放入了一张水浒 108 好汉的卡片,收集齐 108 好汉的卡片,则可以兑换一台彩电。收集齐 108 好汉卡片,平均需要购买方便面包是 10.设随机变量 $X_1, X_2, \cdots, X_n (n > 1)$ 独立同分布,且其方差为 $\sigma^2 > 0$ 令 $Y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$,则 $Cov(X_1, Y)$ 为 三、计算题(共 70 分) 11. $(8 \mathcal{H})$ 在电源电压不超过 200V,在 200~240V 和超过 240V 三种情况下,某种电子元件坏的概率分别为 0.1,0.001 和 0.2,假设电源电压 $X \sim N(220, 25^2)$,求 (1)该电子元件损坏的概率;		(A) $E(X) = E(Y)$ (B) $E(X^2) - [E(X)]^2 = E(Y^2) - [E(Y)]^2$
6.在区间(0, 1)内任取两个数,这两个数的乘积小于 1/4 的概率为 7.甲、乙两名同学轮流投篮,直到某人投中为止,如果甲投中的概率为 0.4,乙投中的概率为 0.6,则甲投篮次数的分布律为 8.设随机变量 X 与 Y 相互独立,且都服从标准正态分布 $N(0, 1)$, P ($Y > \sqrt{3}X$) 是 9.某公司为了推广某品牌方便面,在每包方便面袋内随机放入了一张水浒 108 好汉的卡片,收集齐 108 好汉的卡片,则可以兑换一台彩电。收集齐 108 好汉卡片,平均需要购买方便面包是 10.设随机变量 $X_1, X_2, \cdots, X_n (n > 1)$ 独立同分布,且其方差为 $\sigma^2 > 0$ 令 $Y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$,则 $Cov(X_1, Y)$ 为 三、计算题(共 70 分) 11. (8 分)在电源电压不超过 200V,在 200~240V 和超过 240V 三种情况下,某种电子元件坏的概率分别为 0.1,0.001 和 0.2,假设电源电压 $X \sim N(220, 25^2)$,求 (1)该电子元件损坏的概率;		(C) $E(X^2) = E(Y^2)$ (D) $E(X^2) + [E(X)]^2 = E(Y^2) + [E(Y)]^2$
7.甲、乙两名同学轮流投篮,直到某人投中为止,如果甲投中的概率为 0.4,乙投中的概率为 0.6,则甲投篮次数的分布律为 8.设随机变量 X 与 Y 相互独立,且都服从标准正态分布 $N(0,1)$, P ($Y > \sqrt{3}X$) 是 9.某公司为了推广某品牌方便面,在每包方便面袋内随机放入了一张水浒 108 好汉的卡片,收集齐 108 好汉的卡片,则可以兑换一台彩电。收集齐 108 好汉卡片,平均需要购买方便面包是 10.设随机变量 $X_1, X_2, \cdots, X_n (n > 1)$ 独立同分布,且其方差为 $\sigma^2 > 0$ 令 $Y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$,则 $Cov(X_1, Y)$ 为 三、计算题(共 70 分) 11. (8 分)在电源电压不超过 200V,在 200~240V 和超过 240V 三种情况下,某种电子元件坏的概率分别为 0.1,0.001 和 0.2,假设电源电压 $X \sim N(220, 25^2)$,求 (1)该电子元件损坏的概率; (2)电子元件损坏的概率;		二、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)
0.6,则甲投篮次数的分布律为 8.设随机变量 X 与 Y 相互独立,且都服从标准正态分布 $N(0, 1)$, P ($Y > \sqrt{3}X$) 是 9.某公司为了推广某品牌方便面,在每包方便面袋内随机放入了一张水浒 108 好汉的卡片,收集齐 108 好汉的卡片,则可以兑换一台彩电。收集齐 108 好汉卡片,平均需要购买方便面包是 10.设随机变量 $X_1, X_2, \cdots, X_n (n > 1)$ 独立同分布,且其方差为 $\sigma^2 > 0$ 令 $Y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$,则 $Cov(X_1, Y)$ 为 三、计算题(共 70 分) 11. (8 分)在电源电压不超过 200V,在 200~240V 和超过 240V 三种情况下,某种电子元件坏的概率分别为 0.1, 0.001 和 0.2,假设电源电压 $X \sim N(220, 25^2)$,求		6.在区间(0,1)内任取两个数,这两个数的乘积小于 1/4 的概率为
8.设随机变量 X 与 Y 相互独立,且都服从标准正态分布 $N(0, 1)$, P ($Y > \sqrt{3}X$) 是		7.甲、乙两名同学轮流投篮,直到某人投中为止,如果甲投中的概率为0.4,乙投中的概率为
9.某公司为了推广某品牌方便面,在每包方便面袋内随机放入了一张水浒 108 好汉的卡片,收集齐 108 好汉的卡片,则可以兑换一台彩电。收集齐 108 好汉卡片,平均需要购买方便面包是。 10.设随机变量 $X_1, X_2, \cdots, X_n (n > 1)$ 独立同分布,且其方差为 $\sigma^2 > 0$ 令 $Y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$,则 $Cov(X_1, Y)$ 为。 三、计算题(共 70 分) 11. (8 分)在电源电压不超过 200V,在 200~240V 和超过 240V 三种情况下,某种电子元件坏的概率分别为 0.1,0.001 和 0.2,假设电源电压 $X \sim N(220, 25^2)$,求 (1)该电子元件损坏的概率; (2)电子元件损坏的概率; x 0.1 0.2 0.4 0.6 0.8 1.0 1.2 1.4	0.6,	则甲投篮次数的分布律为
收集齐 108 好汉的卡片,则可以兑换一台彩电。收集齐 108 好汉卡片,平均需要购买方便面包是		8.设随机变量 X 与 Y 相互独立,且都服从标准正态分布 $N(0, 1)$, P ($Y > \sqrt{3}X$)是
是		9.某公司为了推广某品牌方便面,在每包方便面袋内随机放入了一张水浒 108 好汉的卡片,却
10.设随机变量 $X_1, X_2, \cdots, X_n (n > 1)$ 独立同分布,且其方差为 $\sigma^2 > 0$ 令 $Y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$,则 $Cov(X_1, Y)$ 为 三、计算题(共 70 分) 11. (8 分)在电源电压不超过 200V,在 200~240V 和超过 240V 三种情况下,某种电子元件坏的概率分别为 0.1,0.001 和 0.2,假设电源电压 $X \sim N(220, 25^2)$,求 (1)该电子元件损坏的概率; (2)电子元件损坏时,电源电压在 200~240V 的概率。可能用到的数据如下: x 0.1 0.2 0.4 0.6 0.8 1.0 1.2 1.4	收集	套齐 108 好汉的卡片,则可以兑换一台彩电。收集齐 108 好汉卡片,平均需要购买方便面包数
こ、 计算题(共70分) 11. (8分)在电源电压不超过 200V,在 200~240V 和超过 240V 三种情况下,某种电子元件 坏的概率分别为 0.1, 0.001 和 0.2,假设电源电压 <i>X</i> ~ <i>N</i> (220,25²),求 (1)该电子元件损坏的概率; (2)电子元件损坏时,电源电压在 200~240V 的概率。可能用到的数据如下:	是_	
三、计算题 (共 70 分) 11. (8 分)在电源电压不超过 200V, 在 200~240V 和超过 240V 三种情况下,某种电子元件坏的概率分别为 0.1, 0.001 和 0.2, 假设电源电压 $X \sim N(220,25^2)$, 求 (1)该电子元件损坏的概率; (2)电子元件损坏时,电源电压在 200~240V 的概率。可能用到的数据如下: x 0.1 0.2 0.4 0.6 0.8 1.0 1.2 1.4		10 .设随机变量 $X_1, X_2, \cdots, X_n (n > 1)$ 独立同分布,且其方差为 $\sigma^2 > 0$ 令 $Y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$,则
11. (8 分)在电源电压不超过 200V,在 200~240V 和超过 240V 三种情况下,某种电子元件坏的概率分别为 0.1,0.001 和 0.2,假设电源电压 $X \sim N(220,25^2)$,求 (1)该电子元件损坏的概率; (2)电子元件损坏时,电源电压在 200~240V 的概率。可能用到的数据如下: x 0.1 0.2 0.4 0.6 0.8 1.0 1.2 1.4	Cov	(X ₁ ,Y)为
坏的概率分别为 0.1 , 0.001 和 0.2 , 假设电源电压 $X \sim N(220,25^2)$,求		三、计算题 (共 70 分)
(1) 该电子元件损坏的概率; (2) 电子元件损坏时,电源电压在 200~240V 的概率。可能用到的数据如下:		11. (8 分)在电源电压不超过 200V, 在 200~240V 和超过 240V 三种情况下,某种电子元件打
(2) 电子元件损坏时,电源电压在 200~240V 的概率。可能用到的数据如下: x 0.1 0.2 0.4 0.6 0.8 1.0 1.2 1.4	坏的	」概率分别为 0.1 , 0.001 和 0.2 , 假设电源电压 $X \sim N(220,25^2)$, 求
x 0.1 0.2 0.4 0.6 0.8 1.0 1.2 1.4		(1) 该电子元件损坏的概率;
		(2) 电子元件损坏时, 电源电压在 200~240V 的概率。可能用到的数据如下:
$\Phi(x)$ 0.530 0.579 0.655 0.726 0.788 0.841 0.885 0.9		x 0.1 0.2 0.4 0.6 0.8 1.0 1.2 1.4
		$\Phi(x)$ 0.530 0.579 0.655 0.726 0.788 0.841 0.885 0.9

12. (12分)设随机变量 X 具有密度函数

$$f(x) = \begin{cases} kx, & 0 \le x < 3, \\ 2 - \frac{x}{2}, & 3 \le x \le 4, \\ 0, & \sharp \dot{\Xi}. \end{cases}$$

- (1) 确定常数 k; (2) 求 X 的分布函数 F(x); (3) 求 $P\{1 < X \le 7/2\}$ 。
- 13. (12 分)设二维随机变量(X, Y)的分布函数为

$$F(x, y) = A \left(B + \arctan \frac{x}{2}\right) \left(C + \arctan \frac{y}{2}\right).$$

求(1)系数 A, B, C; (2) (X, Y)的概率密度; (3) X, Y的边缘密度; (4) 判断 X, Y的独立性。

- 14. (14 分) 已知随机变量 (X, Y) 服从正态分布 N (1, 0, 3², 4², -1/2), 设 $Z = \frac{X}{3} + \frac{Y}{2}$.
- (1) 求 Z的数学期望 E(Z)和方差 D(Z); (2) 求 X与 Z的相关系数 ρ_{XZ} ;
- (3) 问 X 与 Z 是否相互独立,为什么?

15. (12 分) 设随机变量 $X_1, X_2, \cdots, X_n (n > 1)$ 独立同分布,其分布为(0,1)上的均匀分布,记 $Y_n = \sum_{i=1}^n X_i \circ (1)$ 求 $Y_2 = X_1 + X_2$ 的概率密度函数;(2)求 $Y_3 = X_1 + X_2 + X_3$ 的概率密度函数。

16. (12 分)设随机变量 X 与 Y 的概率分布分别为

X	0	1
P	1/3	2/3

Y	-1	0	1
P	1/3	1/3	1/3

且 $P{X^2=Y^2}=1$,求:

- (1) 二维随机变量 (X, Y) 的概率分布;
- (2) Z=XY 的概率分布:
- (3) X与 Y的相关系数 ρ_{XY} 。