解 引入一列随机变量，令

$$X_1 = 1$$

---即收集到第一张卡片需要购买的方便面包数

X_2为收集到与第一张卡片不同的卡片需要购买的方便面包数(不含得到第一张卡片需要购买的方便面数)

例如，设得到的第一张卡片为宋江卡片，若购买第二包方便面时得到的卡片不是宋江卡片，则得到了第二张卡片，此时$X_2 = 1$

又如，设得到的第一张卡片为宋江卡片，若购买第二、三包方便面时得到的卡片仍是宋江卡片，购买第四包方便面时得到的是非宋江卡片，则此时$X_2 = 3$.

$X_2 = 3$

类此定义 X_3 为收集得到与第一、二张卡片均不同的卡片需要购买的方便面包数(不含得到第一、二张卡片需要购买的方便面数)

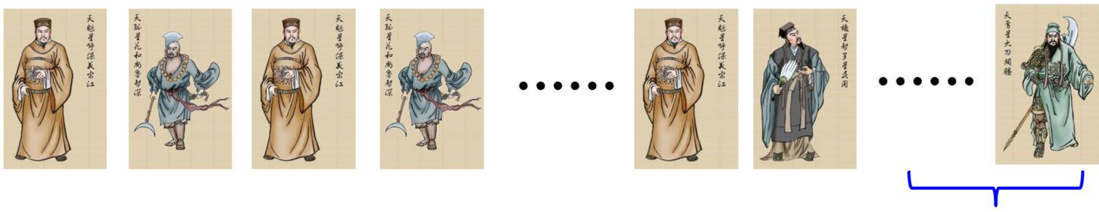
$X_2 = 1$ $\qquad\qquad$ $X_3 = 5$

依此定义 X_n为收集得到与前$n-1$卡片不同卡片需要购买的方便面包数(不含得到前$n-1$卡片购买的方便面数) $n=2，3，\cdots，108$.

设需要购买 X 包方便面，才能收集齐108好汉卡片，则有

$$X = X_1 + X_2 + X_3 + \cdots + X_{108}$$

先求X_n的分布律($n = 2，3，\cdots，108$):



$X_2=1$ …… X_{n-1} X_n

$$P\{X_n=k\}=(\frac{n-1}{108})^{k-1}\frac{108-(n-1)}{108}$$

即X_n的服从参数为 $p_n=\dfrac{109-n}{108}$ **的几何分布.**

$$E(X_n)=\sum_{k=1}^{\infty}kP\{X_n=k\}=\frac{1}{p_n}=\frac{108}{109-n}$$

所以 X **的期望为**

$$E(X)=\sum_{n=1}^{108}E(X_n)=\sum_{n=1}^{108}\frac{108}{109-n}$$

$$=108\times(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{108})$$

$$=108\times5.264=568.5$$

即平均需要购买569包方便面，才能收集齐108好汉卡片.