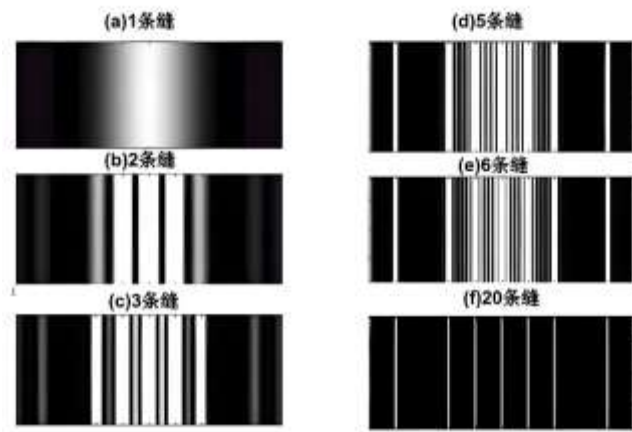


18.4 光栅衍射

多缝干涉和单缝衍射综合作用的结果



明纹**细**而明**亮**

明纹间暗区较**宽**

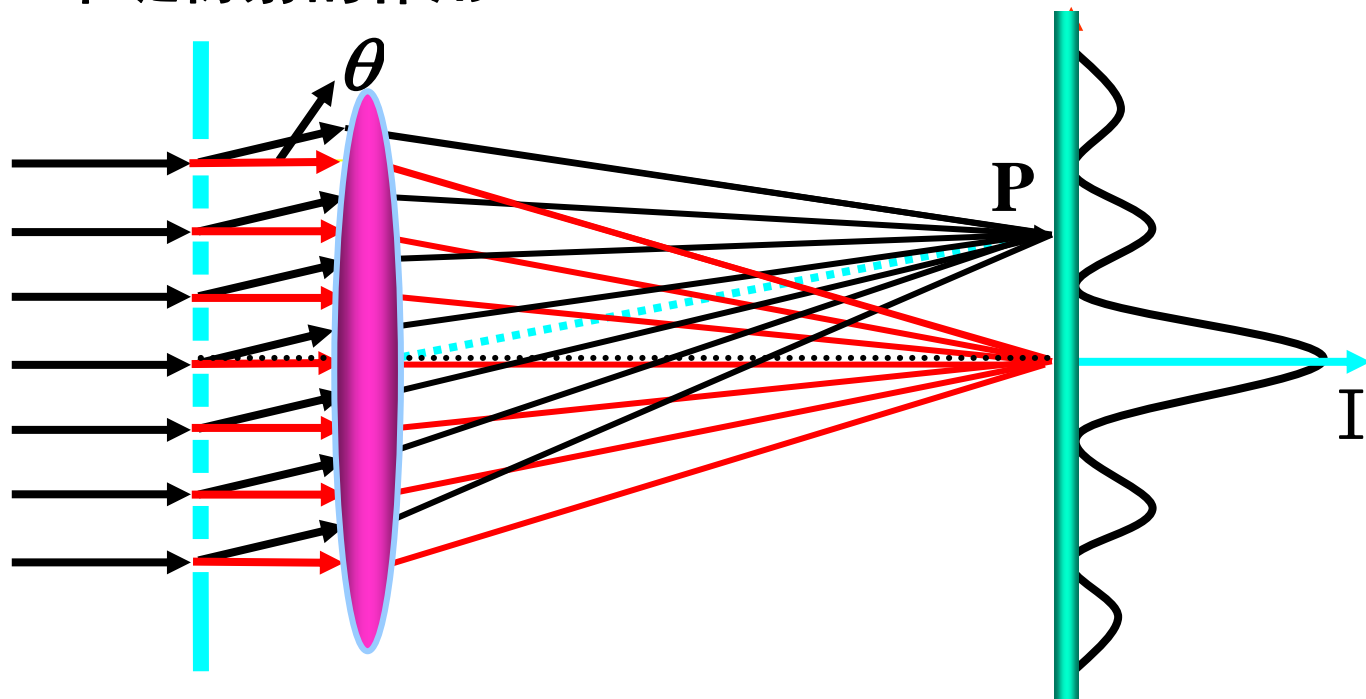
主极大明纹 光栅方程 $d \sin \theta = \pm k \lambda \quad k = 0, 1, 2, 3 \dots$

暗纹 $d \sin \theta = \pm \frac{m \lambda}{N}$

$$m = 1, 2 \dots N-1, N+1, N+2 \dots \neq kN$$

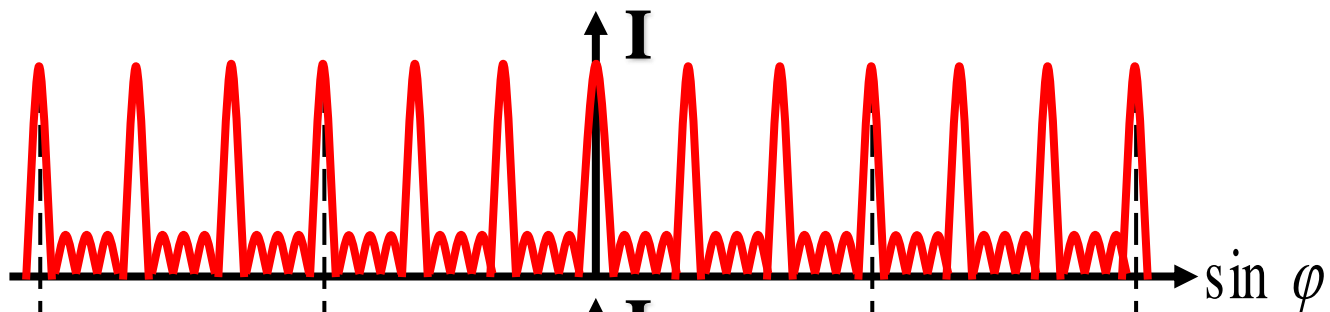
➤ 光栅衍射图样的形成

- 单缝衍射的作用

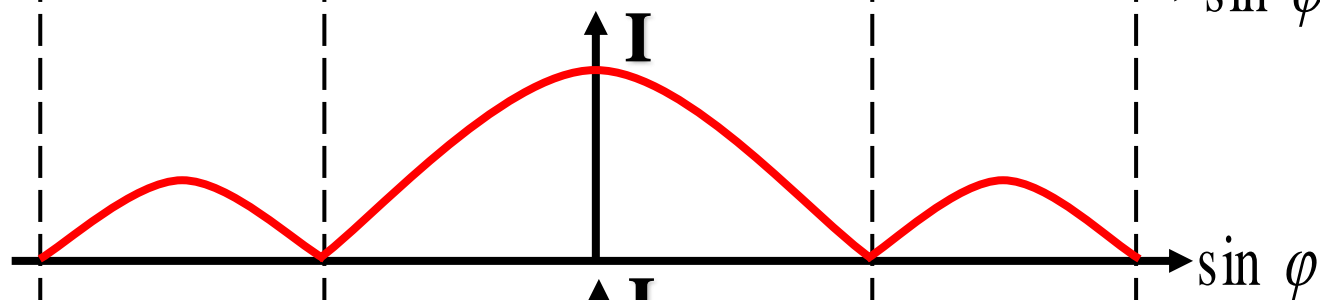


主极大光强受到单缝衍射光强的调制

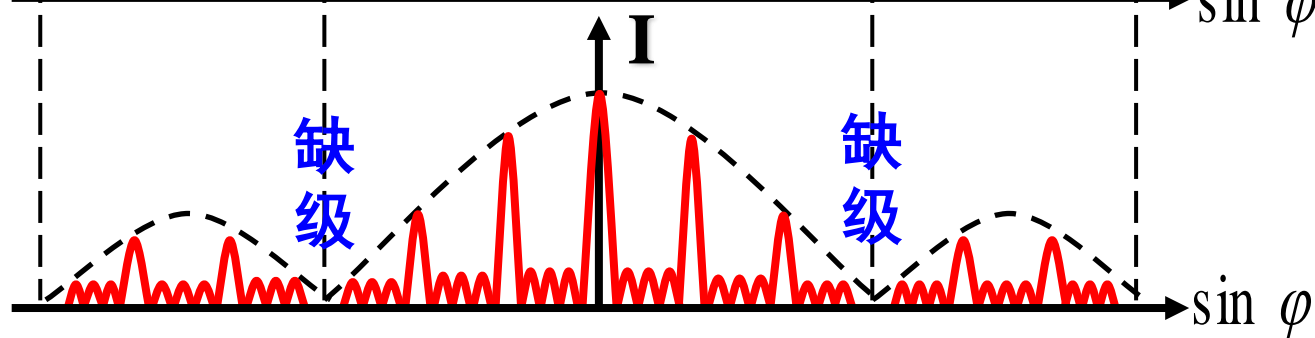
多缝干涉



单缝衍射



光栅衍射



- 缺级

同一衍射方向同时满足：

主极大明纹： $d \sin \theta = \pm k \lambda \quad k = 0, 1, 2, 3 \dots$

单缝衍射暗纹： $a \sin \theta = \pm k' \lambda \quad k' = 1, 2, 3 \dots$

缺级公式： $k = \frac{d}{a} k' = \frac{a+b}{a} k' \quad k' = 1, 2, 3 \dots$

例： $\frac{a+b}{a} = 3 \quad k = \pm 3k' \quad k' = 1, 2, 3 \dots$
 $k = \pm 3, \pm 6, \pm 9 \dots$ 缺级

例： $\frac{a+b}{a} = \frac{3}{2} \quad k = \pm \frac{3}{2} k' \quad k' = 2, 4, 6 \dots$
 $k = \pm 3, \pm 6, \pm 9 \dots$ 缺级

小结:

光栅方程 $d \sin \theta = \pm k \lambda \quad k = 0, 1, 2, 3 \dots$ 主极大明纹

$$d \sin \theta = \pm \frac{m \lambda}{N}$$

$$m = 1, 2 \dots N-1, N+1, N+2 \dots \neq kN$$

$$k = \frac{d}{a} k' = \frac{a+b}{a} k' \quad k' = 1, 2, 3 \dots$$

暗纹

讨论

一束单色光垂直入射在平面光栅上，衍射光谱中共出现了5条明纹。若已知此光栅缝宽度与不透明宽度相等，那么与中央明纹相邻的第2条明纹是第几级？

A. 1级

B. 2级



3级

D. 4级

例题：波长600nm 的单色光垂直照射到光栅上，第三级明纹出现在 $\sin\theta=0.3$ 处，第四级缺级。

求：(1)光栅常数；(2)缝的最小宽度；
(3)屏上实际呈现的明纹条数。

解：(1) $d \sin \theta = \pm k \lambda \quad \therefore d = \frac{k \lambda}{\sin \theta} = 6 \times 10^{-6} m$

(2) $k = \frac{d}{a} k' = 4 \quad \therefore a = \frac{d}{4} k'$

$k' = 1$ ： $a_{\min} = \frac{d}{4} = 1.5 \times 10^{-6} m$

(3) $\sin \theta \leq 1 \quad k_{\max} = \frac{d}{\lambda} = 10 \quad k = \frac{d}{a} k' = 4 k' \quad 4, 8 \text{ 缺级}$

$k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 5, \pm 6, \pm 7, \pm 9 \quad \mathbf{15 \text{ 条}}$

例题：设**双缝**间距 $d = 0.4\text{mm}$ ，缝宽 $a = 0.08\text{mm}$ 。用波长 $\lambda = 4.8 \times 10^{-7}\text{m}$ 的平行光垂直照射双缝，在双缝后放一焦距 $f = 2\text{m}$ 的**透镜**。若衍射角较小，求

- (1) 双缝干涉条纹的间距；
- (2) 在单缝衍射中央明纹内，双缝干涉明纹的数目。

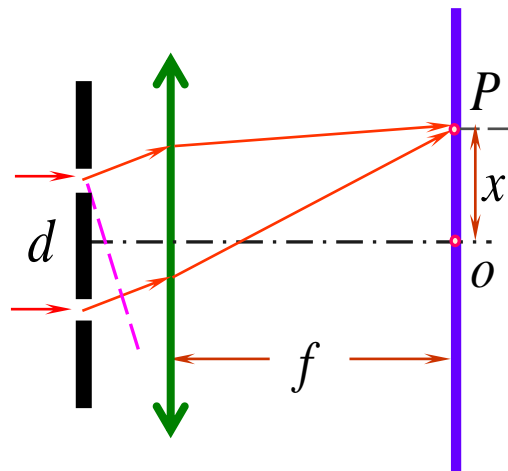
解： (1) 第 k 级明纹条件 $d \sin \theta = k\lambda$

第 k 级明纹位置

$$x_k = f \tan \theta \approx f \sin \theta \approx k \cdot f \frac{\lambda}{d}$$

相邻明纹间距

$$\Delta x_d = x_{k+1} - x_k = f \cdot \frac{\lambda}{d} = 2.4 \times 10^{-3}\text{m} = 2.4\text{mm}$$



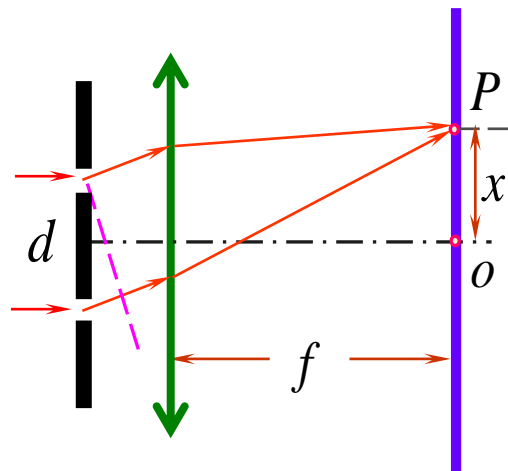
例题：设**双缝**间距 $d = 0.4\text{mm}$ ，缝宽 $a = 0.08\text{mm}$ 。用波长 $\lambda = 4.8 \times 10^{-7}\text{m}$ 的平行光垂直照射双缝，在双缝后放一焦距 $f = 2\text{m}$ 的**透镜**。若衍射角较小，求

- (1) 双缝干涉条纹的间距；
- (2) 在**单缝衍射中央明纹内**，双缝干涉明纹的数目。

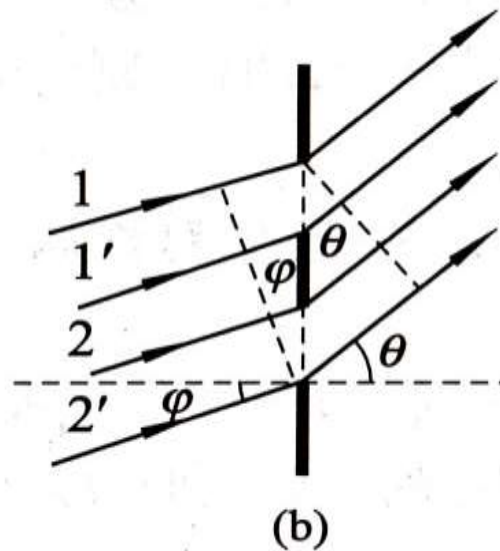
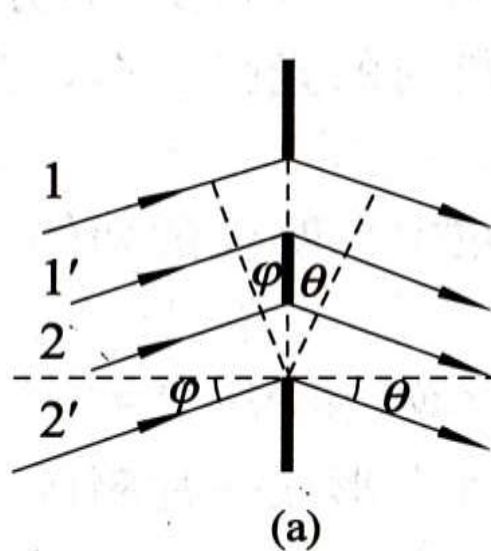
解： (2) $k = \frac{d}{a} = \frac{0.4}{0.08} = 5$

$$k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4$$

单缝衍射中央明纹内能
看到 9 条双缝干涉明纹



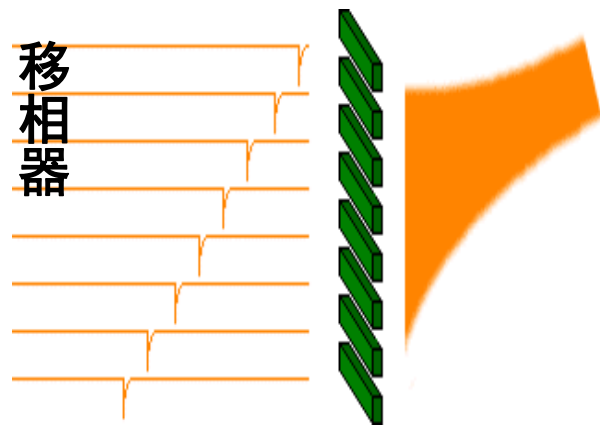
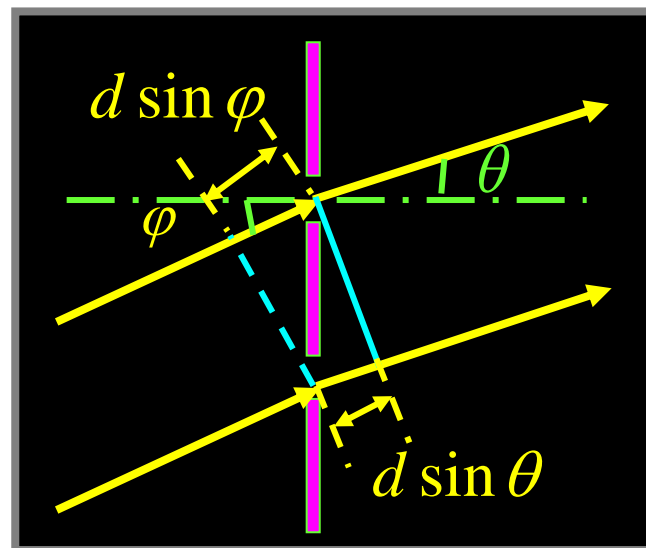
讨论1：斜入射时——光栅方程？



$$d (\sin \theta \pm \sin \varphi) = \pm k \lambda$$

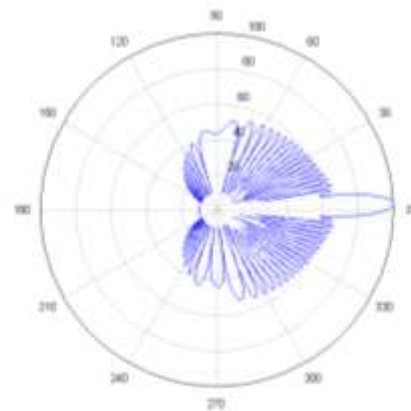
$$k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

- $k=0$ 零级主极大条纹出现在 $\theta = \varphi$ 方向
- 若相邻两个缝入射光之间有相位差，
则零级衍射极大就会出现在衍射角 $\theta = \varphi$ ，
因此改变相位差，可以控制极大衍射角。



相控阵雷达

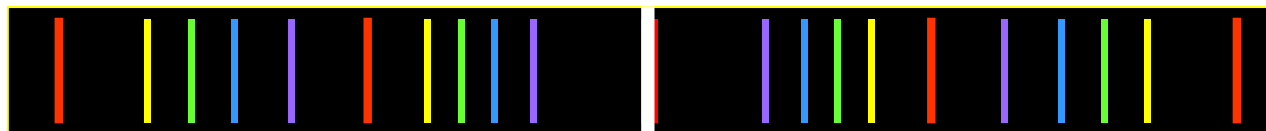
- 无机械惯性，可高速扫描
一次全程扫描仅需几微秒
- 不转动，天线孔径可做得很大
辐射功率强、作用距离远、
分辨率高…
- 由计算机控制可形成多种波束
能同时搜索、跟踪多个目标



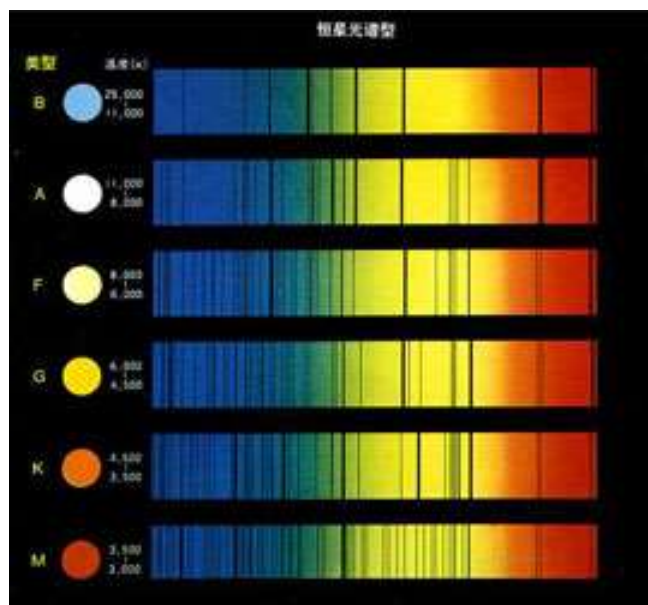
讨论2: 白光入射 彩色的光谱



2级光谱 1级光谱 中央明纹 1级光谱 2级光谱



2级光谱 1级光谱 中央明纹 1级光谱 2级光谱



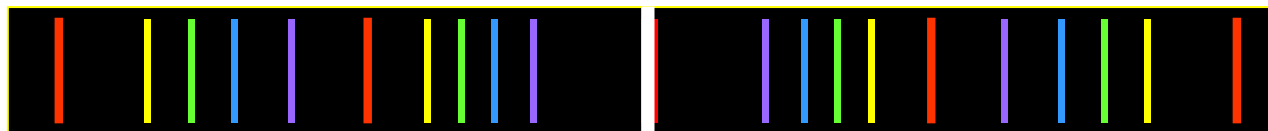
光栅光谱仪



讨论2: 白光入射 彩色的光谱



2级光谱 1级光谱 中央明纹 1级光谱 2级光谱



2级光谱 1级光谱 中央明纹 1级光谱 2级光谱

$$\sin \theta_{k \max} = \frac{k \lambda_{\text{红}}}{d} = \sin \theta_{k+1 \min} = \frac{(k+1) \lambda_{\text{紫}}}{d} \quad \text{光谱重叠}$$

例题 用白光垂直照射光栅时，一级光谱和二级光谱是否重叠？二级和三级呢？取红光波长为760nm，紫光波长为400nm。

解： 设光栅常量为 d ，则 $d \sin \theta = k \lambda$

一级光谱中最大衍射角为

$$\sin \theta_{1\max} = \frac{\lambda_{\text{红}}}{d} = \frac{760\text{nm}}{d}$$

二级光谱中最小衍射角为

$$\sin \theta_{2\min} = \frac{2\lambda_{\text{紫}}}{d} = \frac{800\text{nm}}{d}$$

因 $\theta_{2\min} > \theta_{1\max}$ ，所以第一、二级光谱间不发生重叠。同理

$$\sin \theta_{2\max} = \frac{2\lambda_{\text{红}}}{d} = \frac{1520nm}{d}$$

$$\sin \theta_{3\min} = \frac{3\lambda_{\text{紫}}}{d} = \frac{1200nm}{d}$$

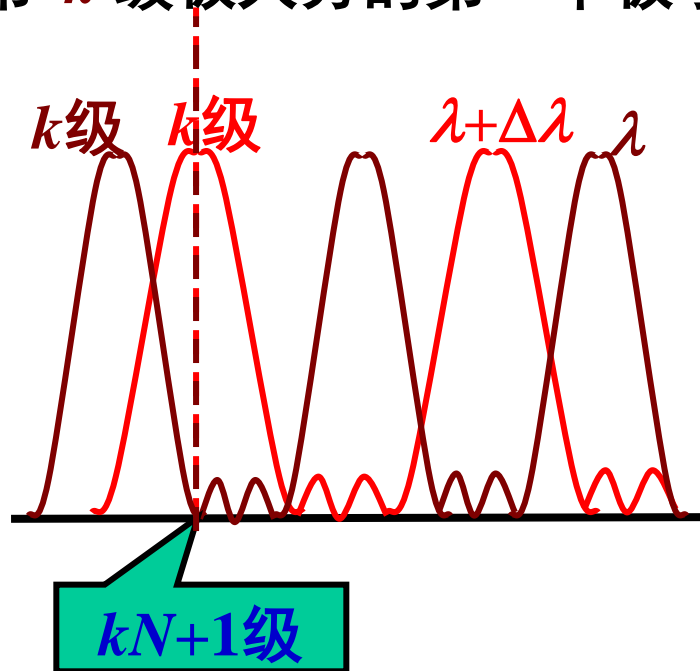
因 $\theta_{3\min} < \theta_{2\max}$ ，故二、三级光谱已发生部分重叠

讨论3：光栅的分辨本领

(1) 瑞利判据

波长为 $\lambda + \Delta\lambda$ 的第 k 级谱线的极大 恰好重合

波长为 λ 的第 k 级极大旁的第一个极小 恰能分辨



(2)分辨本领

$$d \sin \theta = k(\lambda + \Delta\lambda) \quad \text{明纹}$$

$$d \sin \theta = \frac{kN + 1}{N} \lambda \quad \text{暗纹}$$

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN$$

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN \quad \text{——分辨本领}$$

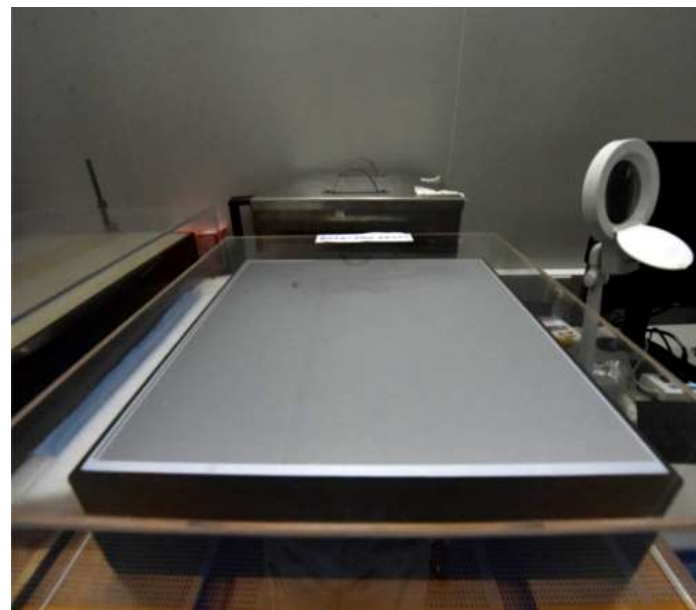
k 一定, N 越大, 分辨本领越大

要分辨500nm和500.01nm这两条谱线, R 至少为50000。

我国长春光机所研制出世界上最大面积的中阶梯光栅



大型高精度衍射光栅
刻划系统



大面积中阶梯光栅
400mm × 500mm



作业： P127： 一.4 二. 8,9 三. 8