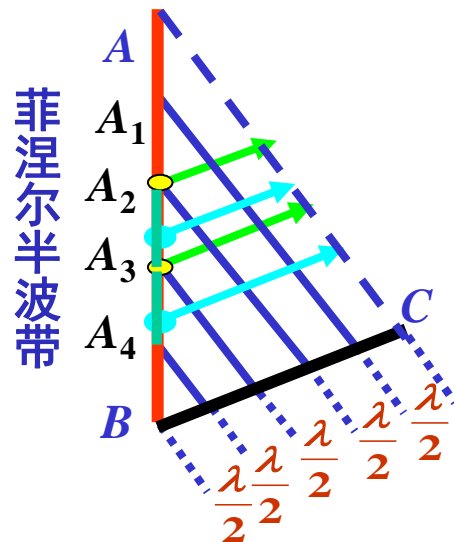
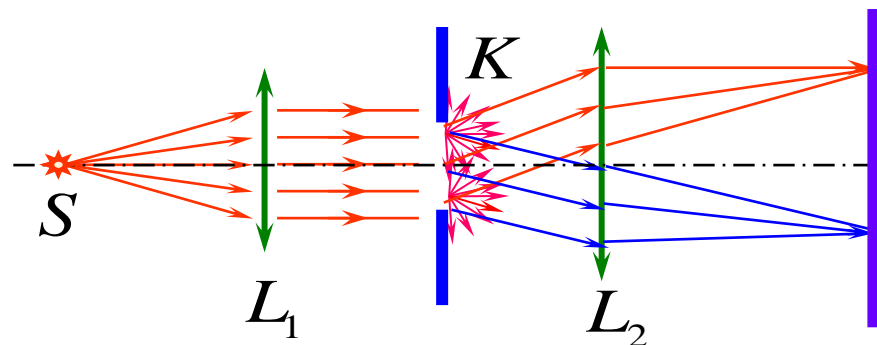


18.2 单缝衍射



最大光程差

$$BC = a \sin \theta = \begin{cases} 0 \\ (2k+1) \frac{\lambda}{2} \\ 2k \frac{\lambda}{2} = k\lambda \end{cases}$$

$\Delta x_0 = 2 \frac{f}{a} \lambda$

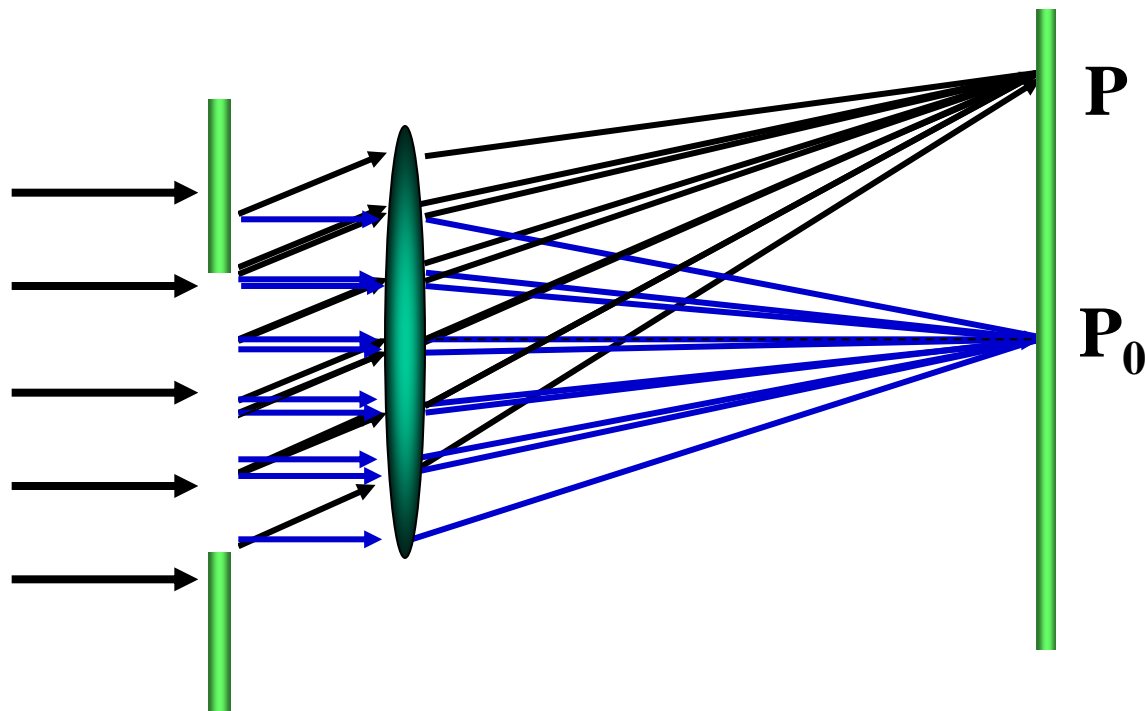
中央明纹

$k = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$ 明纹

$k = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$ 暗纹

讨论

当单缝上下移动时衍射图样是否变化？



单缝上下移动，衍射图样位置不变。

例题 用单色平行可见光垂直照射到缝宽为 $a=0.5\text{mm}$ 的单缝上，在缝后放一焦距 $f=100\text{cm}$ 的透镜，则在位于焦平面的观察屏上形成衍射条纹。已知在屏上离中央明纹中心为 1.5mm 处的 P 点为明纹，求 (1)入射光的波长；(2)该点的明纹级次，以及此时单缝波面可分出的半波带数；(3)中央明纹的宽度。

解 (1) 明纹条件 $a \sin \theta = (2k+1) \frac{\lambda}{2}$ $\lambda = \frac{2a \sin \theta}{2k+1}$

$$\tan \theta \approx \sin \theta \quad \lambda \approx \frac{2a \tan \theta}{2k+1} = \frac{2a \frac{x}{f}}{2k+1} = \frac{2 \times 0.5 \times \frac{1.5}{1000}}{2k+1}$$

$$k=1 \text{ 时, } \lambda_1=500\text{nm};$$

$$k=2 \text{ 时, } \lambda_2=300\text{nm} \text{ (紫外)}$$

$$\text{波长为: } \lambda = \lambda_1 = 500\text{nm}$$

例题 用单色平行可见光垂直照射到缝宽为 $a=0.5\text{mm}$ 的单缝上，在缝后放一焦距 $f=100\text{cm}$ 的透镜，则在位于焦平面的观察屏上形成衍射条纹。已知在屏上离中央明纹中心为 1.5mm 处的 P 点为明纹，求 (1)入射光的波长；(2)该点的明纹级次，以及此时单缝波面可分出的半波带数；(3)中央明纹的宽度。

解 (2) 取 $k=1$ 即有 $(2k+1)\lambda = a$ 3个半波带

(3) 中央明纹宽度

$$\Delta x_0 = 2f \frac{\lambda}{a} = 2 \times 1000 \times \frac{5 \times 10^{-4}}{0.5} = 2(\text{mm})$$

例题 在单缝实验中，波长为 λ 的单色平行光垂直射到宽度为 10λ 的单缝上，在缝后放一焦距为 $1m$ 的凸透镜，在透镜的焦平面上放一观察屏，问观察屏上**最多**可出现**几条明纹**？

解： $\sin \theta \leq 1$ 屏幕上不可能看到全部级次条纹

$$a \sin \theta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$$

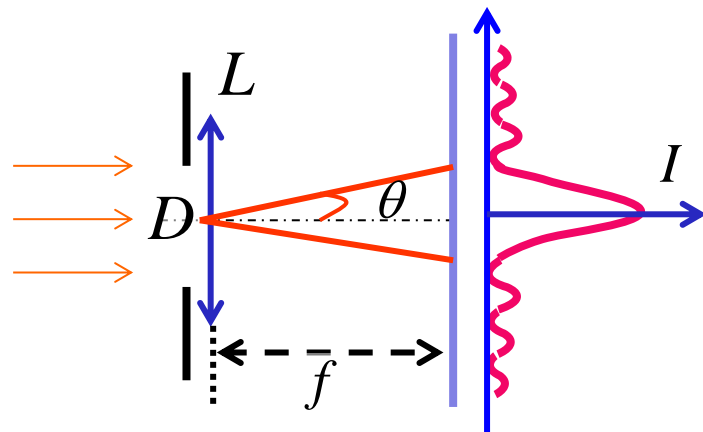
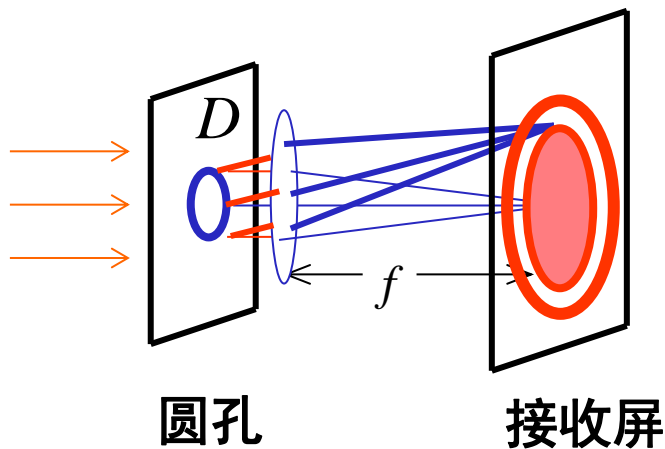
$$\sin \theta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2a} \leq 1 \quad \therefore k \leq 9.5$$

故最多可出现9级明纹

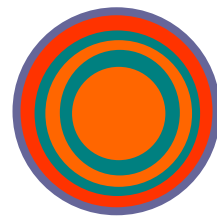
共19条： $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 5, \pm 6, \pm 7, \pm 8 \pm 9$

18.3 圆孔衍射

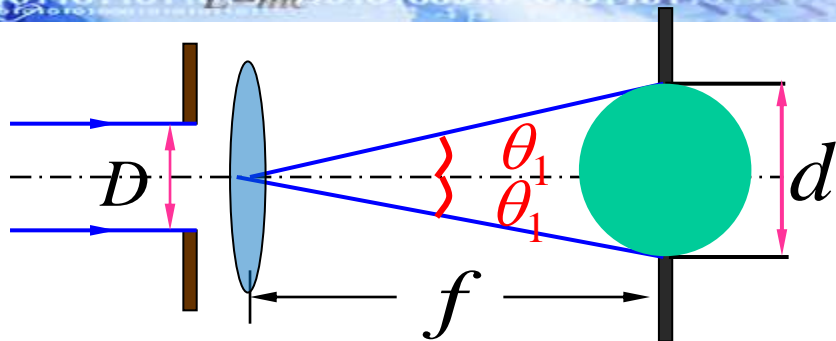
一、圆孔的夫琅和费衍射



圆孔夫琅和费衍射结果：
中央是个明亮的圆斑，外围
是一组同心的明环和暗环。



中央的亮斑—— 艾里斑



- 第一暗环对应的衍射角：艾里斑的半角宽度

$$\sin \theta_1 = 0.61 \frac{\lambda}{R} = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

$$\theta_1 \approx \sin \theta_1 = 0.61 \frac{\lambda}{R} = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

- 艾里斑的角宽度

$$2\theta_1 \approx 2 \sin \theta_1 = 2.44 \frac{\lambda}{D}$$

- 艾里斑的直径

$$d = 2f \cdot \tan \theta_1 \approx 2.44 f \frac{\lambda}{D}$$

高能激光武器



二、光学仪器的分辨率

几何光学:

(经透镜)

物点 \Rightarrow 像点

物(物点集合) \Rightarrow 像(像点集合)

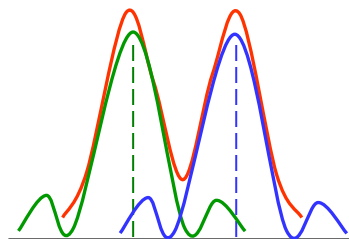
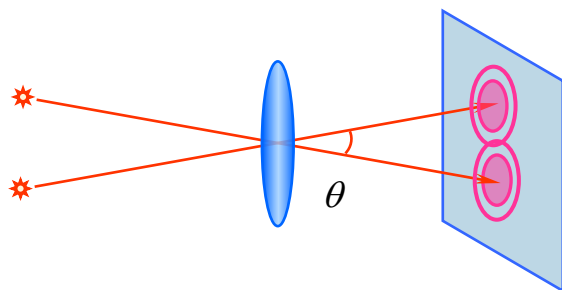
波动光学:

(经透镜)

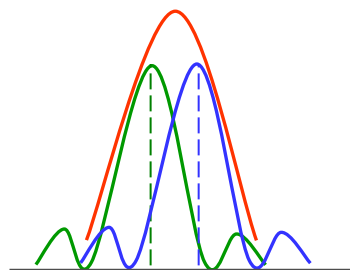
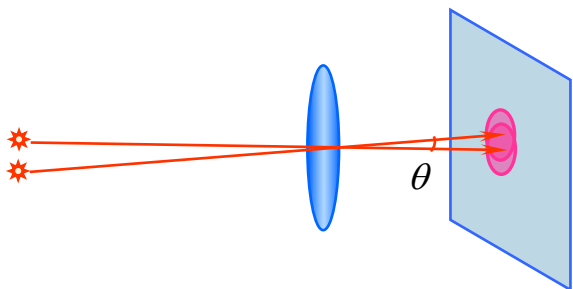
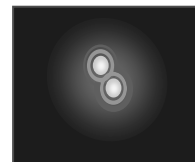
物点 \Rightarrow 像斑

物(物点集合) \Rightarrow 像(像斑集合)

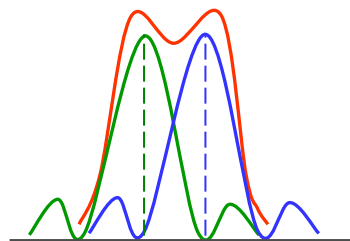
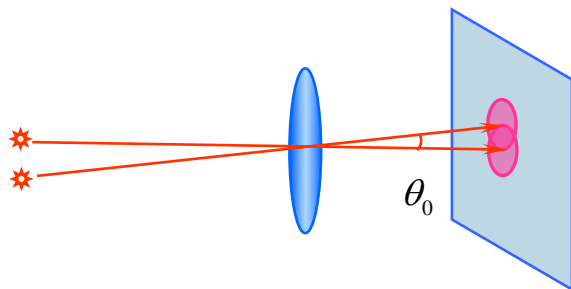
距离很近的两个物点的像斑有可能重叠, 从而分辨不清



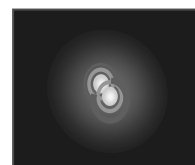
可以分辨

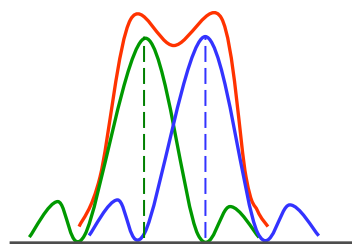
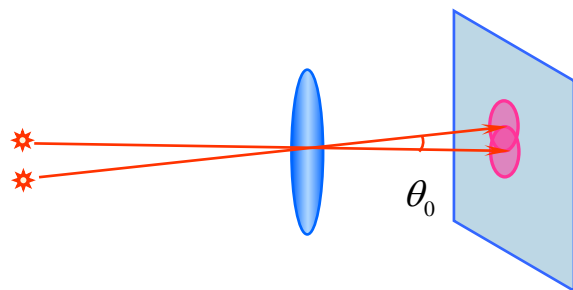


不可分辨

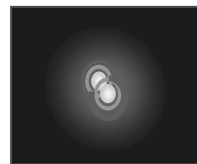


恰可分辨



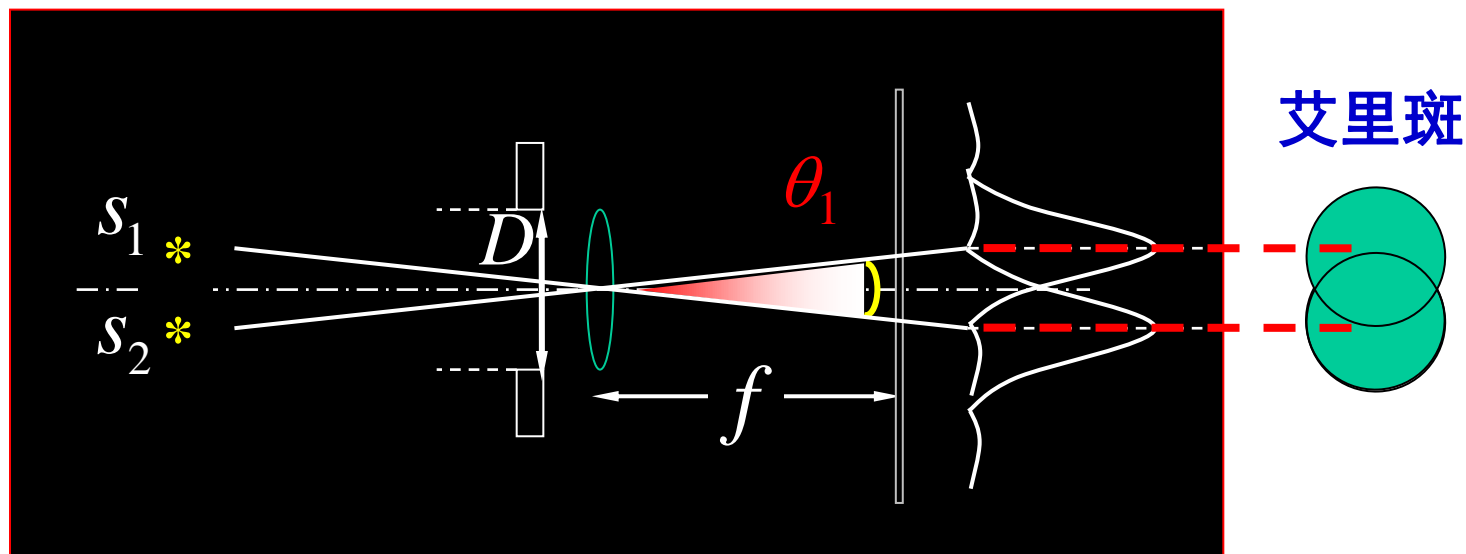


恰可分辨



• 瑞利判据

若一点光源的衍射图样的**中央最亮处（艾里斑中心）**刚好与另一点光源的衍射图样的**第一个最暗处（艾里斑边缘）**相重合，这时这两个点光源恰能为这一光学仪器所分辨。



- 最小分辨角 θ_1 $\theta_1 = 1.22 \frac{\lambda}{D}$
第一级暗环的衍射角（艾里斑的半角宽度）

- 仪器的分辨本领 $\frac{1}{\theta_1} = \frac{D}{1.22\lambda}$

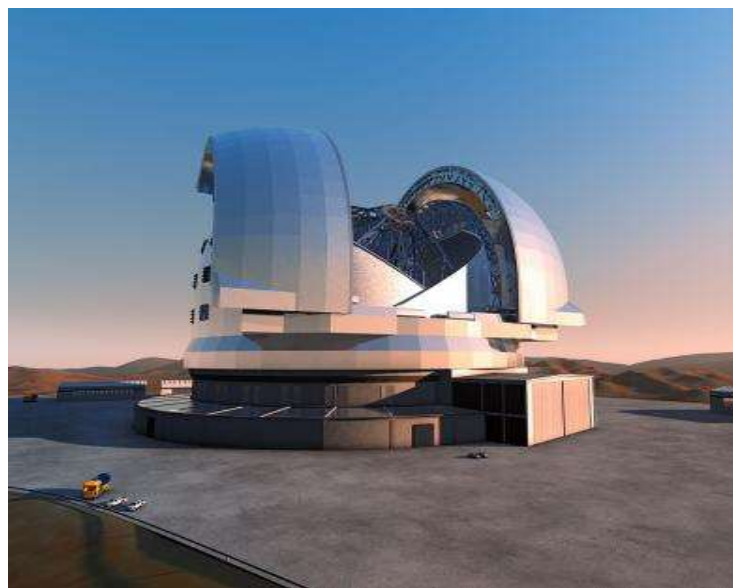
提高光学仪器分辨本领的途径：

1. 加大光学仪器的孔径 D （天文望远镜）

James Webb Space Telescope



European Extremely Large Telescope



人民科学家

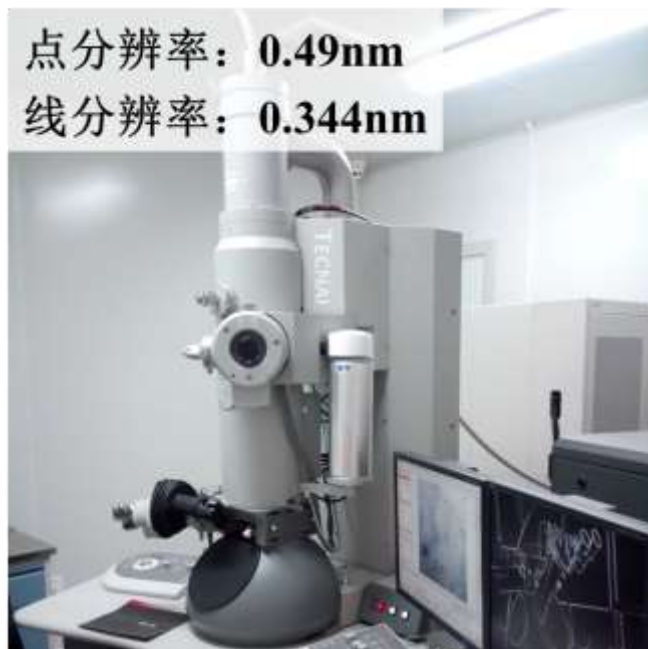


南仁东
(1945-2017)



500米口径球面射电望远镜 (FAST)
可观测最短波长为0.1米, 最小分辨角
 $\theta_1 \approx 0.014^\circ$

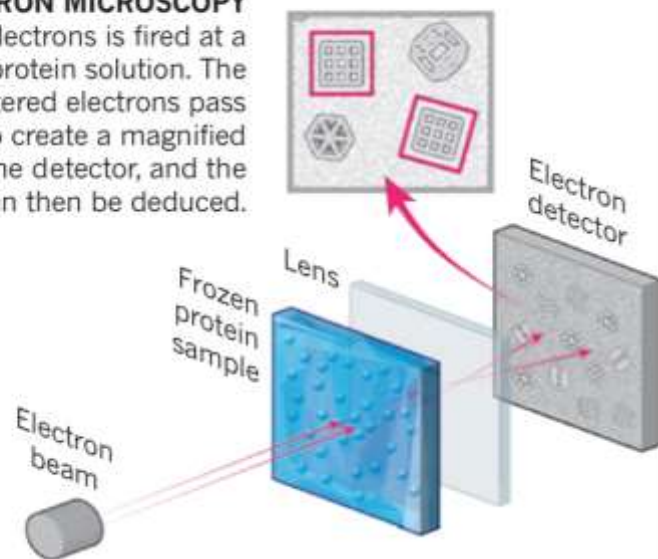
2. 减小入射波波长 (电子显微镜 $\lambda \ll 1 \text{ nm}$)



冷冻电子显微镜技术(2017年诺贝尔化学奖)

CRYO-ELECTRON MICROSCOPY

A beam of electrons is fired at a frozen protein solution. The emerging scattered electrons pass through a lens to create a magnified image on the detector, and the structure can then be deduced.



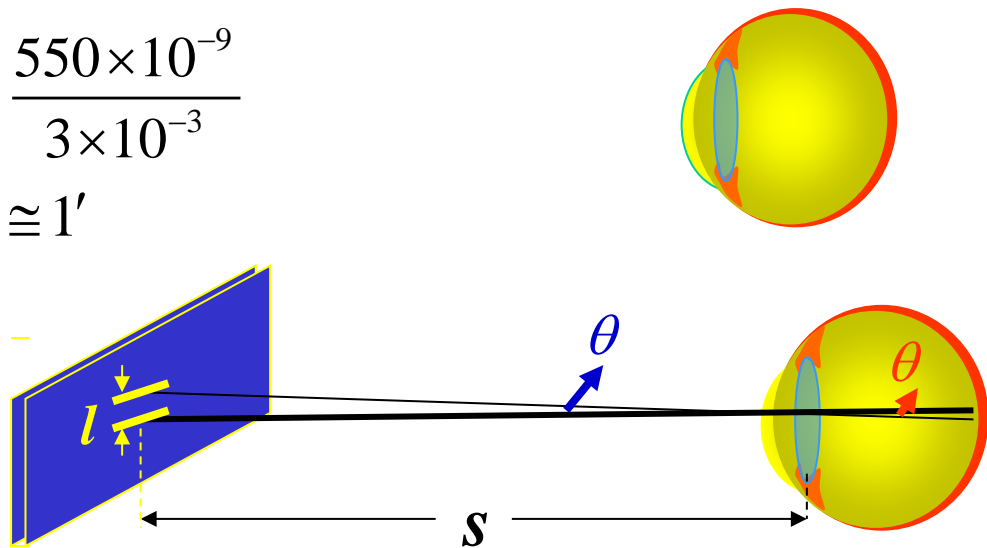
例题 在通常亮度下，人眼瞳孔的直径约为3mm，求人眼的最小分辨角。若黑板上有一个两横线相距2mm的等号“=”，距黑板多远处的学生恰能分辨？（取人眼最敏感的黄绿光波长 $\lambda=550\text{nm}$ 计算）

解： 人眼瞳孔相当于一个圆形通光孔径的透镜，由 $D=3\text{mm}$ 得最小分辨角为

$$\begin{aligned}\theta_1 &= 1.22 \frac{\lambda}{D} = 1.22 \times \frac{550 \times 10^{-9}}{3 \times 10^{-3}} \\ &= 2.2 \times 10^{-4} (\text{rad}) \cong 1'\end{aligned}$$

等号对瞳孔张角

$$\theta = \frac{l}{s}$$



当 $\theta = \theta_1$ 时，人眼恰能分辨黑板上的等号

$$s = \frac{l}{\theta_1} = \frac{2 \times 10^{-3}}{2.2 \times 10^{-4}} \cong 9.1(\text{m})$$

若物体放在距人眼25cm（明视距离）处，则两物点间距为多大时才能被分辨？

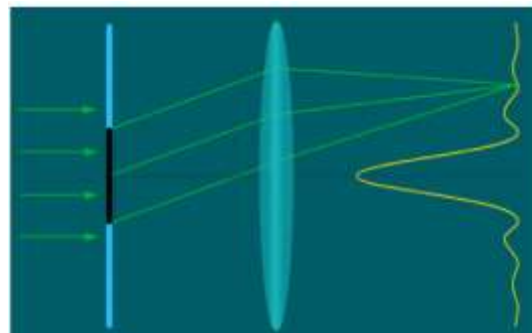
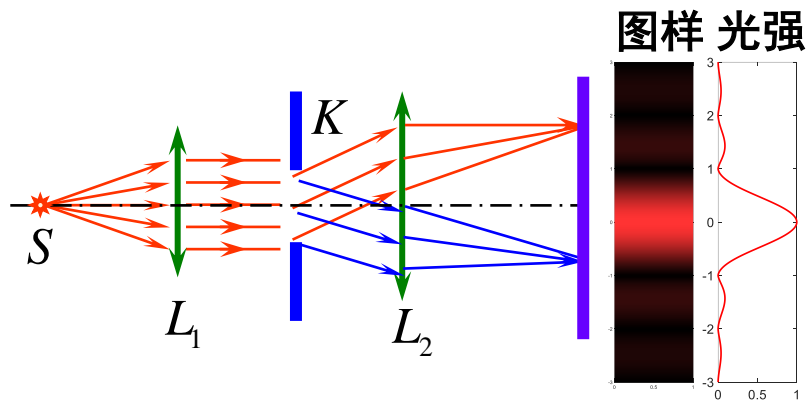
$$\begin{aligned} d &= l\theta_1 = 25\text{cm} \times 2.2 \times 10^{-4} \\ &= 0.0055\text{cm} = 0.055\text{mm} \end{aligned}$$



法国人乔治·修拉用点彩画法创作的《在拉·格兰德·加特岛的星期天下午》

单缝衍射：

- 随着 θ 角增加，光强的极大值迅速衰减
- 单缝上下移动，衍射图样位置不变



18.4 光栅衍射

一、光栅

一组平行、等宽、等间距的狭缝构成的光学器件。

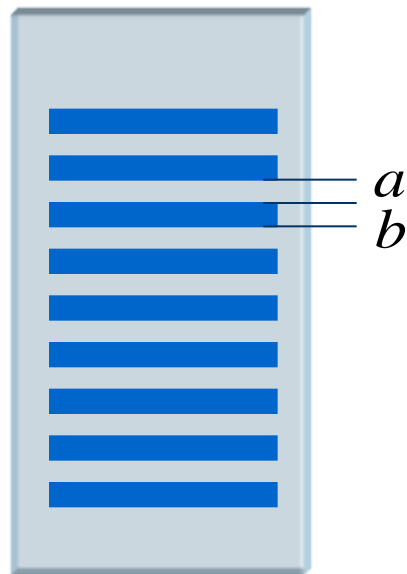
a --- 表示透光部分宽度

b --- 表示刻痕宽度

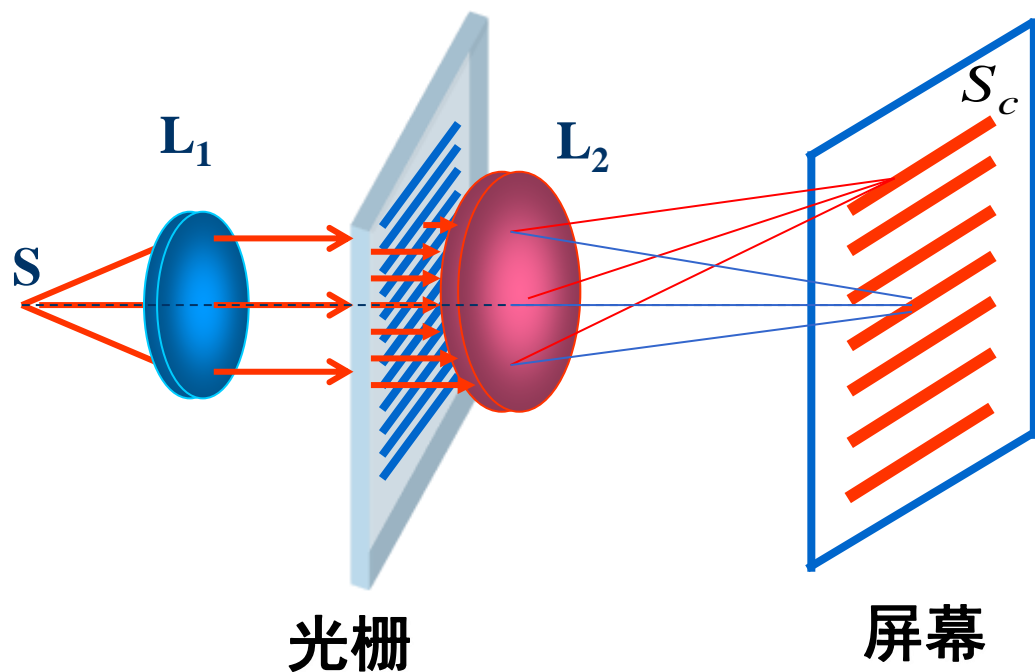
光栅常数：

$$d = a + b$$

数量级： 10^{-5} -- $10^{-6}m$

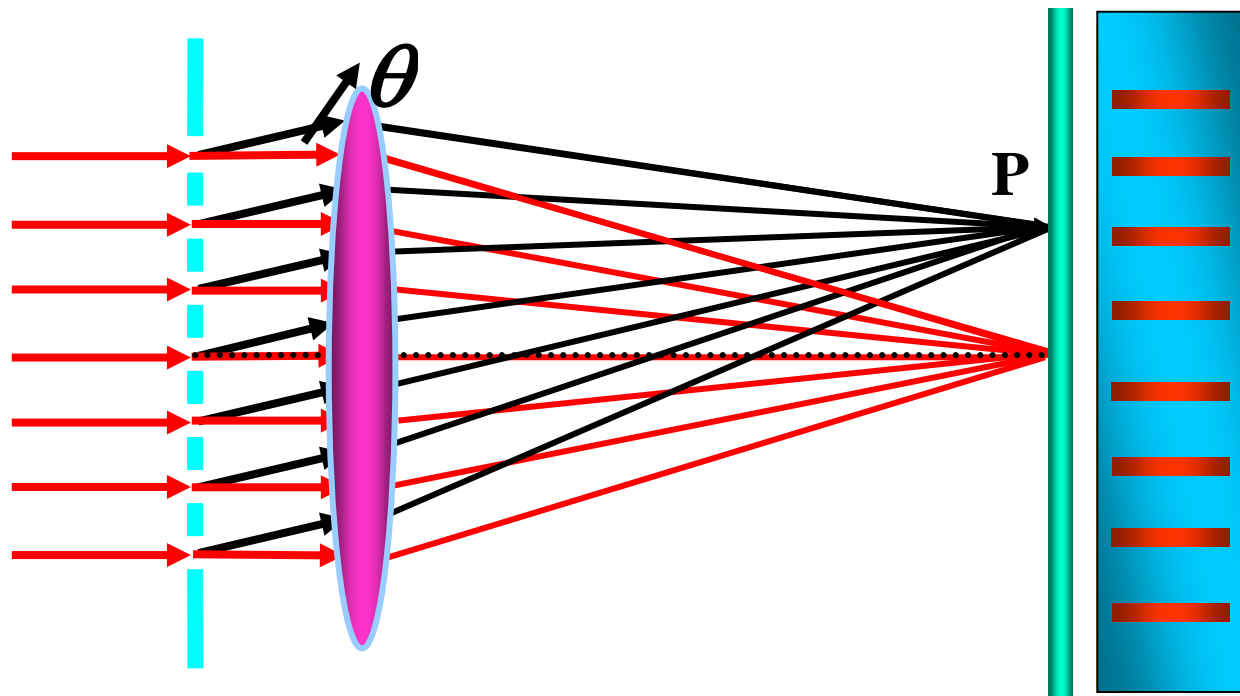


二、装置与现象



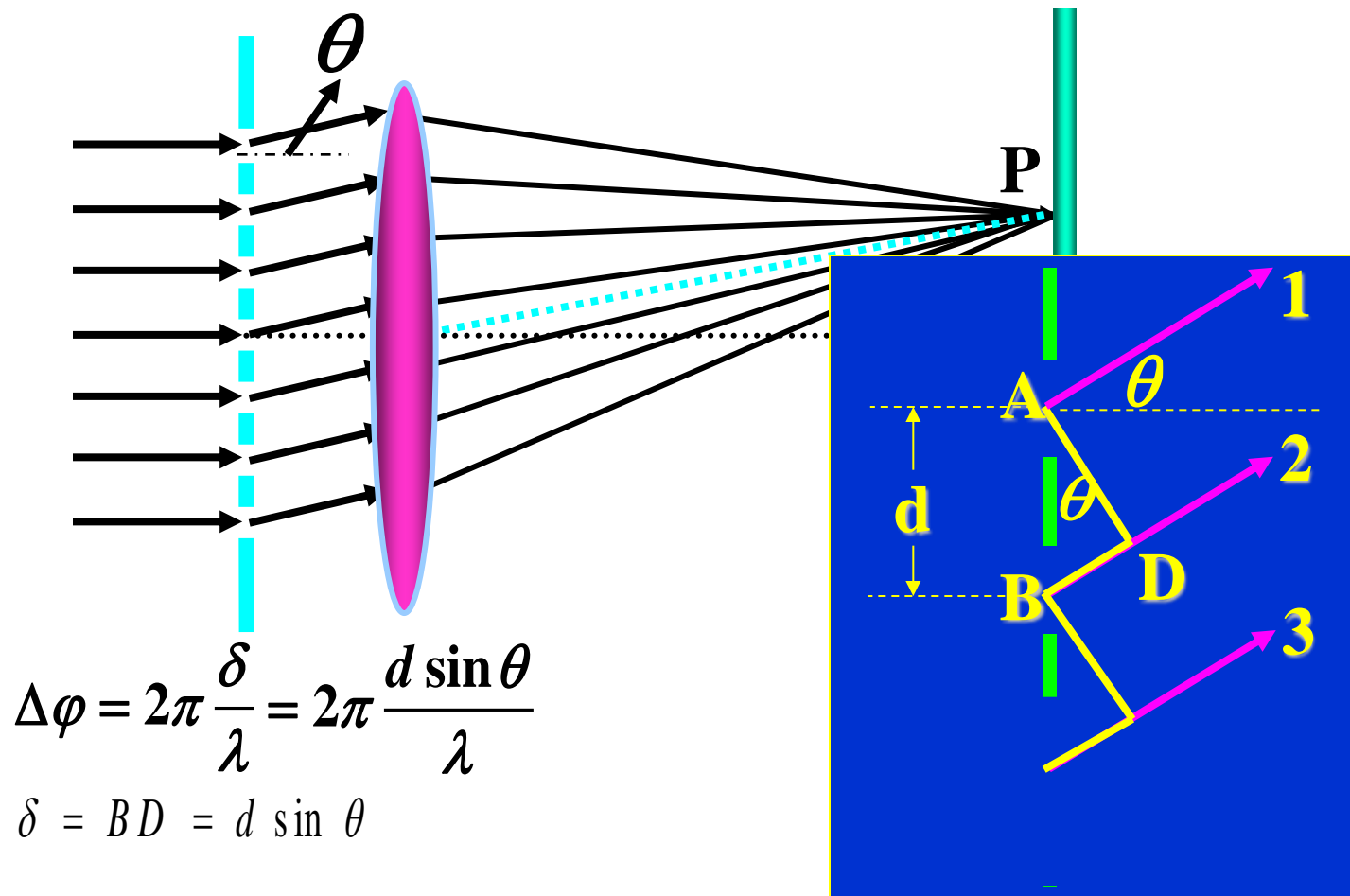
光栅衍射条纹特点：明纹**细**而明**亮**，明纹间暗区较**宽**

三、光栅衍射图样的形成

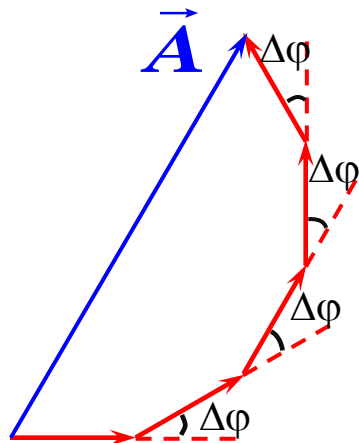


单缝衍射和多缝干涉综合作用的结果

1、多缝干涉条件



多缝干涉 —— 5缝干涉 ($N = 5$)



$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta = \pm 2k\pi$$

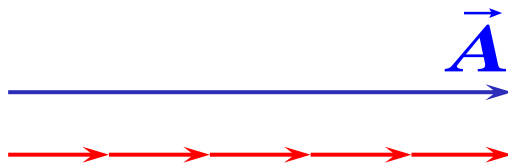
$$\delta = d \sin \theta = \pm k\lambda \quad k = 0, 1, \dots$$

——光栅方程

➤ 主极大明纹

$$\text{合振幅: } E_{\text{合}} = NE_0$$

$$I = N^2 I_0$$



➤ 暗纹

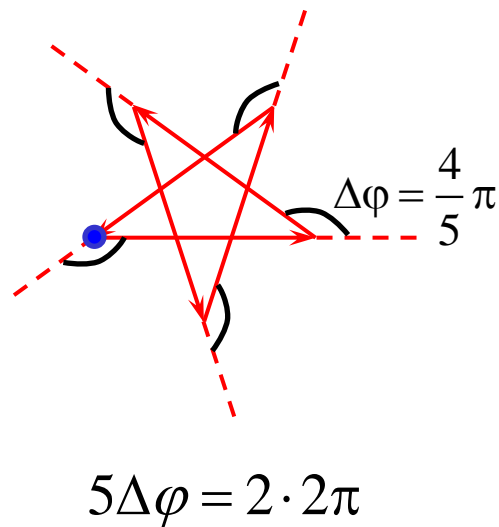
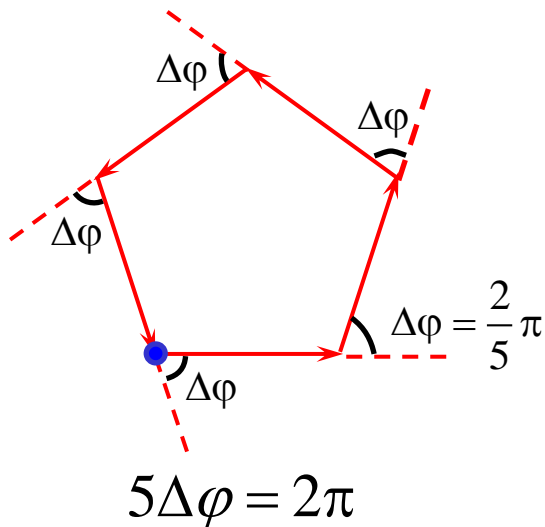
$$5\Delta\varphi = \pm m \cdot 2\pi$$

$$\Delta\varphi = \pm \frac{m}{5} 2\pi$$

$$m = 1, 2, 3, 4, 6, \dots, 9, 11, \dots \quad m \neq 5k \quad (k = 0, 1, \dots)$$

$$\delta = \pm \frac{m\lambda}{N}$$

$$\delta = d \sin \theta = \pm \frac{m}{5} \lambda$$



总结: (1) $\Delta\varphi = 2\pi \frac{d \sin \theta}{\lambda} = \pm 2k\pi \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots$

$d \sin \theta = \pm k\lambda$ 主极大明纹

$I = N^2 I_0$

(2) $\Delta\varphi = 2\pi \frac{d \sin \theta}{\lambda} = \pm \frac{2m\pi}{N}$

$m = 1, 2, \dots, N-1, N+1, \dots, 2N-1, 2N+1, \dots \neq kN$

$d \sin \theta = \pm \frac{m\lambda}{N}$ 暗纹

$I = 0$

说明: (1) 两个主极大之间有 $N-1$ 条暗纹
 $N-2$ 条次极大明纹

(2) 主极大位置由 d 及 λ 确定，与 N 无关。

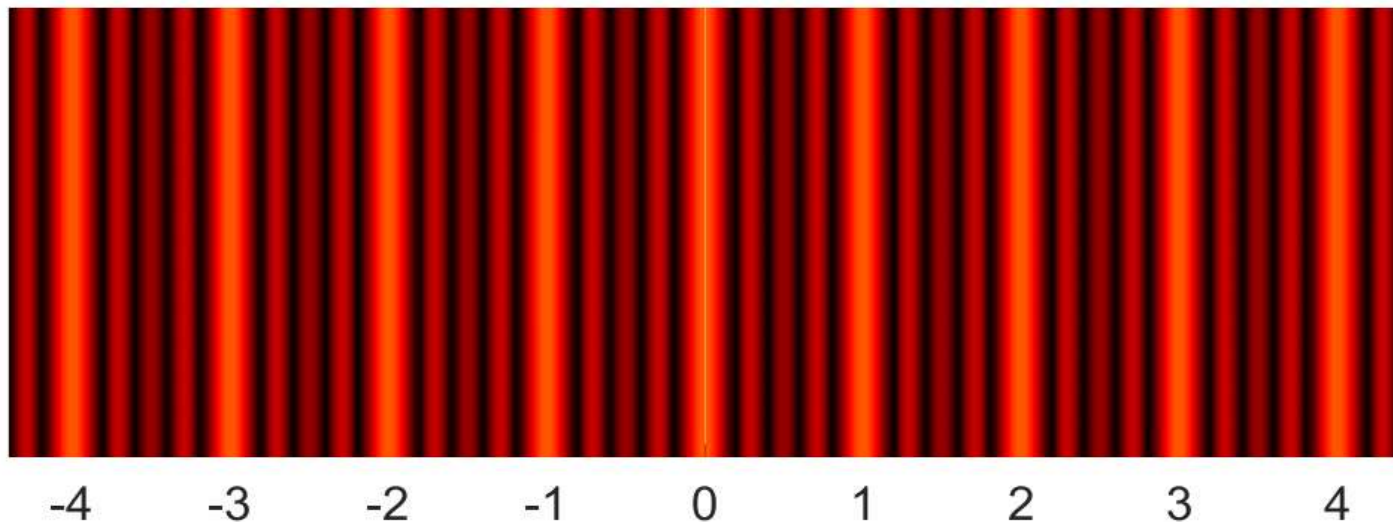
$$d \sin \theta = \pm k \lambda$$


(3) N 越大：主极大越亮，越窄。

$$\sin \theta = \pm \frac{k \lambda}{d}$$

N 很大时，两主极大间形成一片暗区。

$N = 5$





作业： P127： 一.3 二.5 三.3