

第十六章 机械波和电磁波

一 选择题

1. 当一平面简谐波通过两种不同的均匀介质时, 不会改变的物理量是: ()

- A. 波长和频率 B. 波速和频率
C. 波长和波速 D. 频率和周期

解: 答案选 D

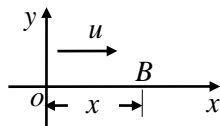
2. 已知一平面简谐波方程为 $y = A \cos(a t - b x)$, (a, b 为正值), 则: ()

- A. 波的频率为 a
B. 波的传播速度为 b/a
C. 波长为 π/b
D. 波的周期为 $2\pi/a$

解: 答案选 D

3. 如图所示, 一平面简谐波沿 x 轴正向传播, 坐标原点 O 的振动规律为 $y = A \cos(\omega t + \varphi_0)$, 则 B 点的振动方程为: ()

- A. $y = A \cos[\omega t - (x/u) + \varphi_0]$
B. $y = A \cos \omega[t + (x/u)]$
C. $y = A \cos\{\omega[t - (x/u)] + \varphi_0\}$
D. $y = A \cos\{\omega[t + (x/u)] + \varphi_0\}$



选择题 3 图

解: 任意点 B 处的振动方程就是沿 x 轴正向传播的波动方程 $y = A \cos\{\omega[t - (x/u) + \varphi_0]\}$ 。

所以答案选 C。

4. 一列沿 x 轴正向传播的平面简谐波, 周期为 0.5s , 波长为 2m 。则在原点处质点的振动相位传到 $x=4\text{m}$ 处所需要的时间为 ()

- A. 0.5s B. 1s C. 2 D. 4s

解 因为波传播的距离 4m 是波长 2m 的 2 倍, 因此传播这段距离所需的时间为 2 个周期, 即为 2s 。

也可以按下面的方法计算。波速 $u = \frac{\lambda}{T} = \frac{2}{0.5} = 4 \text{ m/s}$, 则原点处质点的振动相位传到

$x=4\text{m}$ 处所需要的时间为 $\Delta t = \frac{\Delta x}{u} = \frac{4}{4} = 1\text{s}$ 。

故 B 正确。

5. 两相干波源 S_1 和 S_2 , 相距为 $\frac{3}{2}\lambda$, 其初相位相同, 且振幅均为 $1.0 \times 10^{-2}\text{m}$, 则在

波源 S_1 和 S_2 连线的中垂线上任意一点, 两列波叠加后的振幅为 ()

- A. 0 B. $1.0 \times 10^{-2} \text{m}$ C. $\sqrt{2} \times 10^{-2} \text{m}$ D. $2.0 \times 10^{-2} \text{m}$

解 $\Delta\varphi = (\varphi_{20} - \varphi_{10}) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$, 因为两波源初相位相同, 在波源 S_1 和 S_2 连线

的中垂线上各点到两个波源的距离 $r_1 = r_2$, 所以 $\Delta\varphi = (\varphi_{20} - \varphi_{10}) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = 0$, 两列波

叠加后的振幅 $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2} = A_1 + A_2 = 2.0 \times 10^{-2} \text{m}$, 故

正确选项为 D。

6. 波的能量随平面简谐波传播, 下列几种说法中正确的是: ()

- A. 因简谐波传播到的各介质体积元均作简谐振动, 故其能量守恒
B. 各介质体积元在平衡位置处的动能, 势能最大, 总能量最大
C. 各介质体积元在平衡位置处的动能最大, 势能最小
D. 各介质体积元在最大位移处的势能最大, 动能为 0

解: 答案选 B

7. 一平面简谐波在弹性介质中传播, 在介质质元从平衡位置运动到最大位移处的过程中: ()

- A. 它的动能转换成势能
B. 它的势能转换成动能
C. 它把自己的能量传给相邻的一段质元, 其能量逐渐增大
D. 它把自己的能量传给相邻的一段质元, 其能量逐渐减小

解: 答案选 D

8. 在同一介质中两列相干的平面简谐波的强度之比 $I_1/I_2 = 4$, 则两列波的振幅之比 A_1/A_2 是: ()

- A. 4 B. 2 C. 16 D. 1/4

解: 波的强度正比于振幅的平方, 因 $I_1/I_2 = 4$, 故 $A_1/A_2 = 2$ 。

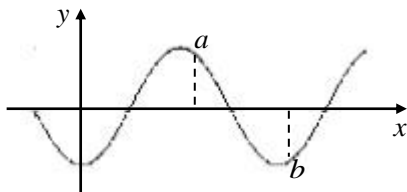
所以答案选 B。

9. 某时刻驻波波形曲线如图所示, 则 a, b 两点处振动的相位差是: ()

- A. π B. $\pi/2$ C. 0 D. 无法确定

解: a, b 两点位于一个波节的两侧, 根据驻波的相位特征, 波节两侧各点的振动相位相反, 故相位差是 π 。

所以答案选 A。



选择题 9 图

10. 在驻波中, 两个相邻波节间各质点的振动是: ()

- A. 振幅相同, 相位相同 B. 振幅不同, 相位相同
C. 振幅相同, 相位不同 D. 振幅不同, 相位不同

解: 根据驻波的振幅和相位特征分析。

答案选 B。

11. 设声波在介质中的传播速度为 u , 声源的频率为 ν_S , 若声源 S 不动, 而接收器 R 相对于介质以速度 V_R 沿着 S 、 R 连线向着声源 S 运动, 则在 S 、 R 连线上各介质点的振动频率为: ()

- A. ν_S B. $\frac{u+V_R}{u}\nu_S$ C. $\frac{u-V_R}{u}\nu_S$ D. $\frac{u}{u-V_R}\nu_S$

解: 波源不动, 介质中波的频率不变。

故答案选 A。

12. 电磁波在自由空间传播时, 电场强度 E 与磁场强度 H : ()

- A. 在垂直于传播方向上的同一条直线上 B. 朝互相垂直的两个方向传播
C. 互相垂直, 且都垂直于传播方向 D. 有相位差 $\pi/2$

解: 答案选 C。

二 填空题

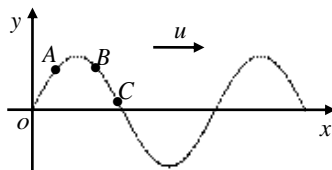
1. 一平面简谐波沿 x 轴正方向传播, 已知 $x=0$ 处的振动规律为 $y = \cos(\omega t + \varphi_0)$, 波速为 u , 坐标为 x_1 和 x_2 两点的振动相位差是 _____。

解: $\frac{\omega}{u}(x_2 - x_1)$

2. 一平面简谐机械波沿 x 轴正方向传播, 波动方程为 $y = 0.2 \cos(\pi t - \pi x/2) \text{ m}$, 则 $x = -3 \text{ m}$ 处介质质点的振动加速度 a 的表达式为 _____。

解: $a = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -0.2\pi^2 \cos(\pi t + \frac{3}{2}\pi) \text{ m/s}^2$

3. 一个余弦横波以速度 u 沿 x 轴正向传播, t 时刻波形曲线如图所示。试分别指出图中 A , B , C 各点处介质质元在该时刻的运动方向: A 、_____ ; B 、_____ ; C 、_____。



解: 向下; 向上; 向上。

填空题 3 图

4. 一平面简谐机械波在介质中传播时, 若一介质质元在 t 时刻的能量是 10 J , 则在 $(t+T)$ (T 是波的周期) 时刻该介质质元的振动动能是 _____。

解: 5 J

5. 强度为 I 的平面简谐波沿着波速 u 的方向通过一面积为 S 的平面, 波速 u 与该平面的法线 n_0 的夹角为 θ , 则通过该平面的平均能流是 _____。

解: $IS \cos \theta$

6. 一平面简谐波在截面面积为 $3.00 \times 10^{-2} \text{m}^2$ 的空气中传播, 设空气中声速为 330m/s 。若在 10s 内通过截面的能量为 $2.70 \times 10^{-2} \text{J}$, 则波的平均能流密度为_____; 波的平均能量密度为_____。

解: (1) 平均能流 $\bar{P} = E/t = 2.7 \times 10^{-3} \text{ J} \cdot \text{s}^{-1}$, 平均能流密度 $I = \frac{\bar{P}}{S} = 9.00 \times 10^{-2} \text{ J} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$ 。

(2) $I = \bar{w} \cdot u$, $\bar{w} = I/u = 2.73 \times 10^{-4} \text{ J} \cdot \text{m}^{-3}$ 。

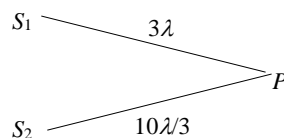
7. 能够引起听觉的声强级范围为_____。

解: $0 \sim 120 \text{ dB}$ 。

8. 如图 P 点距波源 S_1 和 S_2 的距离分别为 3λ 和 $10\lambda/3$, λ 为两列波在介质中的波长, 若 P 点的合振幅总是极大值, 则两波源应满足的条件是_____。

解: 首先两列波必须是相干波, 即振动方向相同、频率相同。两波同时传到 P 点时的相位差

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= (\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) \\ &= (\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{2\pi}{\lambda}(10\lambda/3 - 3\lambda) = (\varphi_2 - \varphi_1) - 2\pi/3 \end{aligned}$$



填空题 8 图

若 P 点的合振幅总是极大值, 则由 $\Delta\varphi = 0$, 解出 $(\varphi_2 - \varphi_1) = 2\pi/3$ 。即要求 S_2 相位比 S_1 相位超前 $2\pi/3$ 。

因此两波源应满足的条件是: 振动方向相同、频率相同、 S_2 的相位比 S_1 的相位超前 $2\pi/3$ 。

9. 设反射波的表达式是 $y_2 = 0.15 \cos [100\pi(t - x/200) + \pi/2] \text{ m}$, 波在 $x=0$ 处发生反射, 反射点为自由端, 则形成的驻波的表达式为_____。

解: 在反射点 $x=0$ 处反射波引起的振动是 $y_2 = 0.15 \cos(100\pi t + \pi/2)$, 由于反射点为自由端, 所以在反射点入射波和反射波同相, 入射波的方程为 $y_1 = 0.15 \cos [100\pi(t + x/200) + \pi/2] \text{ m}$, 形成的驻波的表达式

$$y = y_1 + y_2 = 0.30 \cos \frac{\pi}{2} x \cos(100\pi t + \frac{\pi}{2}) \text{ m}$$

10. 一驻波表达式为 $y = 4.00 \times 10^{-2} (\cos 2\pi x) \cos 400t \text{ (m)}$ 在 $x=1/6 \text{ m}$ 处的质元的振幅为_____, 振动速度的表达式为_____。

解: $2 \times 10^{-2} \text{ m}$, $v = -8 \sin 400t$

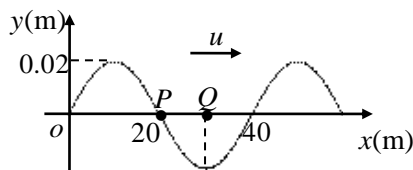
11. 设空气中声速为 330m/s 。一列火车以 30m/s 的速度行驶, 机车上汽笛的频率为 600Hz 。一静止的观察者在机车的正前方听到的声音的频率分别是_____, 在机车驶过其身边后所听到的声音的频率是_____。

解: 观察者不动, 在机车前方听到的频率为 $\nu_R = \frac{u}{u - V_S} \nu_S = \frac{330}{330 - 30} \times 600 = 660 \text{Hz}$ 。

观察者不动, 在机车后方听到的频率为 $\nu_R = \frac{u}{u + V_S} \nu_S = \frac{330}{330 + 30} \times 600 = 550 \text{ Hz}$ 。

三 计算题

1. 如图为一平面简谐波在 $t = 0$ 时刻的波形图, 试写出 P 处质点与 Q 处质点的振动方程, 并画出 P 处质点与 Q 处质点的振动曲线, 其中波速 $u = 20 \text{ m/s}$ 。



计算题 1 图

解: 如图所示, 振幅 $A=0.02\text{m}$, 波长 $\lambda=40\text{m}$, 周期 $T=\lambda/u=40/20=2(\text{s})$, 波动方程为 $y=A\cos[2\pi(t/T-x/\lambda)+\pi/2]=0.02\cos[2\pi(t/2-x/40)+\pi/2]$ 。

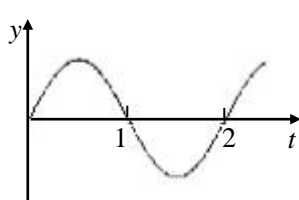
P 处 ($x=20$) 质点的振动方程

$$y_P = 0.02\cos(\pi t - \pi/2) \text{ m}$$

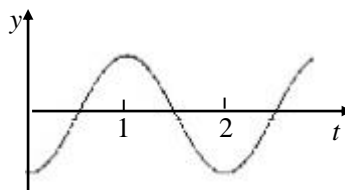
Q 处 ($x=30$) 质点的振动方程

$$y_Q = 0.02\cos(\pi t - \pi) \text{ m}$$

P 处质点与 Q 处质点的振动曲线如下图所示。

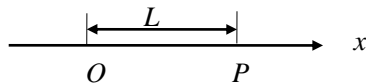


P 处质点的振动曲线



Q 处质点的振动曲线

2. 如图所示, 一平面简谐波沿 ox 轴正向传播, 波速大小为 u , 若 P 处质点振动方程为 $y_P = A\cos(\omega t + \varphi)$ 。求: (1) O 处质点的振动方程; (2) 该波的波动方程。



计算题 2 图

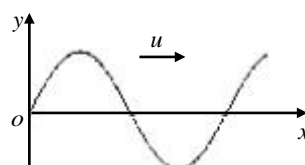
解: (1) O 处质点振动的相位比 P 处质点振动的相位超前 $\omega L/u$, 因此 O 处质点振动方程为

$$y_O = A\cos[\omega t + \omega L/u + \varphi] = A\cos[\omega(t + L/u) + \varphi]$$

(2) 根据 O 处质点振动方程, 可写出波动方程

$$\begin{aligned} y &= A\cos\{\omega(t - x/u) + \omega L/u + \varphi\} \\ &= A\cos\{\omega[t - (x - L)/u] + \varphi\} \end{aligned}$$

3. 一平面简谐波沿 x 轴正向传播, 其振幅和圆频率分别为 A 和 ω , 波速为 u , 设 $t = 0$ 时的波形曲线如图所示。(1) 写出此波的波动方程; (2) 求距 O 点分别为 $\lambda/8$ 和 $3\lambda/8$ 两处质点的振动方程; (3) 求距 O 点分别为 $\lambda/8$ 和



计算题 3 图

$3\lambda/8$ 两处的质点在 $t=0$ 时的振动速度。

解: (1) 以 O 点为坐标原点, 设 O 点处的振动方程为 $y_0 = A \cos(\omega t + \varphi)$ 。由图可知, 初始条件为

$$y_0 = A \cos \varphi = 0, \quad v_0 = -A \omega \sin \varphi < 0$$

所以 $\varphi = \pi/2$ 。故波动方程为

$$y = A \cos[\omega t - (\omega x/u) + \pi/2]$$

(2) $x = \lambda/8$ 处质点的振动方程为:

$$\begin{aligned} y &= A \cos[\omega t - 2\pi\lambda/(8\lambda) + \pi/2] \\ &= A \cos(\omega t + \pi/4) \end{aligned}$$

$x = 3\lambda/8$ 处质点的振动方程为:

$$\begin{aligned} y &= A \cos[\omega t - 2\pi \times 3\lambda/(8\lambda) + \pi/2] \\ &= A \cos(\omega t - \pi/4) \end{aligned}$$

(3) 质点的振动速度

$$v = \partial y / \partial t = -\omega A \sin(\omega t - 2\pi x/\lambda + \pi/2)$$

当 $t=0$ 时, $x = \lambda/8$ 处质点的振动速度

$$v = -\omega A \sin[-2\pi\lambda/(8\lambda) + \pi/2] = -\sqrt{2}A\omega/2$$

当 $t=0$ 时, $x = 3\lambda/8$ 处质点的振动速度

$$v = -\omega A \sin[-2\pi \times 3\lambda/(8\lambda) + \pi/2] = \sqrt{2}A\omega/2$$

4. 沿 x 轴负方向传播的平面简谐波在 $t=2$ s 时刻的波形曲线如图所示, 设波速 $u = 0.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 求原点处的振动方程。

解: 由题图可知波长 $\lambda = 2 \text{ m}$, 由 $u = 0.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 可求出频率

$$\nu = u/\lambda = 1/4 \text{ Hz}$$

故周期 $T = 4 \text{ s}$ 。题图中 $t = 2 \text{ s} = T/2$ 。

设原点的振动方程为

$$y = 0.5 \cos(\pi t/2 + \varphi_0)$$

由于 $t=2 \text{ s}$ 时, O 点位移是 $y=0$, 且朝正 y 轴方向运动, 根据如下所示的振动旋转矢量表示图, 可看出此刻 O 点振动的相位为 $\varphi = 3\pi/2$ 。即

$$\pi \times 2/2 + \varphi_0 = 3\pi/2 \text{ 或 } -\pi/2$$

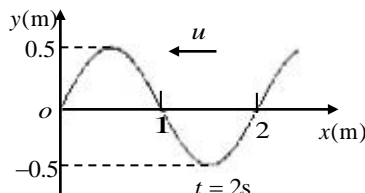
$$\varphi_0 = \pi/2 \text{ 或 } -3\pi/2$$

这样就得到原点处的振动方程

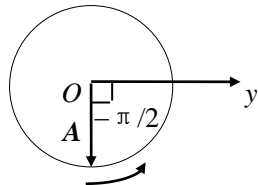
$$y = 0.5 \cos(\pi t/2 + \pi/2) \text{ 或 } y = 0.5 \cos(\pi t/2 - 3\pi/2)$$

5. 一弹性波在介质中传播的速度 $u = 10^3 \text{ m/s}$, 振幅 $A = 1.0 \times 10^{-4} \text{ m}$, 频率 $\nu = 10^3 \text{ Hz}$, 介质的密度为 $\rho = 800 \text{ kg/m}^3$ 。求: (1) 波的平均能流密度; (2) 一分钟内垂直通过一面积 $S = 4.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ 的总能量。

解: (1) 波的平均能流密度



计算题 4 图



$$I = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 u = \frac{1}{2} \rho A^2 (2\pi\nu)^2 u$$

$$= \frac{1}{2} \times 800 \times (1.0 \times 10^{-4})^2 \times (2\pi \times 10^3)^2 \times 10^3 = 1.6 \times 10^5 \text{ W/m}^2$$

(2) 一分钟内垂直通过面积 S 的总能量

$$E = IS\Delta t = 1.6 \times 10^5 \times 4 \times 10^{-4} \times 60 = 3.8 \times 10^3 \text{ J}$$

6. 一线波源发射柱面波, 设介质为不吸收能量的各向同性的均匀介质, 试求波的平均能流密度以及振幅与离开波源的距离有何关系?

解: 根据能量守恒定律可知, 通过以线波源为轴的长度同为 l 而半径分别为 r_1 和 r_2 的两个圆柱面的能流应相等, 即

$$2\pi r_1 l I_1 = 2\pi r_2 l I_2$$

由此得

$$I_1 r_1 = I_2 r_2$$

即波的强度与 r 成反比。又因 I 和 A^2 成正比, 所以振幅 A 应与 \sqrt{r} 成反比。

7. 有一个面向街道打开的面积为 4m^2 的窗户, 若窗口处噪音的声强级为 70dB , 试求进入窗户的噪音功率。

解: $L_I = 10 \lg \frac{I}{I_0}$, $I_0 = 10^{-12} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$ 。故声强 $I = I_0 \times 10^{\frac{L_I}{10}} = I_0 \times 10^7 = 10^{-5} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$ 。

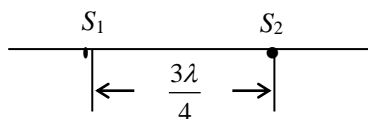
进入窗户的噪音功率 $P = IS = 10^{-5} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2} \times 4\text{m}^2 = 4 \times 10^{-5} \text{ W}$ 。

8. 如图所示, 两相干波源 S_1 和 S_2 相距 $\frac{3\lambda}{4}$, λ 为波长, 设两波在 $S_1 S_2$ 连线上传播时, 它们的振幅都是 A , 并且不随距离变化。已知在该直线上在 S_1 左侧各点的合成波强度为其中一个波强度的 4 倍, 求两波源的初相位差是多少?

解 两相干波源传到 S_1 左侧某点, 它们在该点振动的相位差为

$$\Delta\varphi = (\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$$

$$= (\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{2\pi}{\lambda} \times \frac{3\lambda}{4} = (\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{3\pi}{2}$$



计算题 8 图

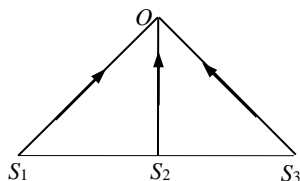
在 S_1 左侧各点干涉极大, 故

$$(\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{3\pi}{2} = 0$$

即两波源的初相位差为

$$(\varphi_2 - \varphi_1) = \frac{3\pi}{2}$$

9. 如图所示, 三个同频率, 振动方向相同 (垂直纸面) 的简谐波, 在传播过程中在 O 点相遇。若三个



计算题 9 图

简谐波各自单独在 S_1 、 S_2 和 S_3 等处的振动方程分别为 $y_1 = A \cos(\omega t + \pi/2)$ ， $y_2 = A \cos \omega t$ 和 $y_3 = 2A \cos(\omega t - \pi/2)$ ，且 $S_2O = 4\lambda$ ， $S_1O = S_3O = 5\lambda$ (λ 为波长)，求 O 点的合振动方程。(设传播过程中各波振幅不变)

解：每一波传播的距离都是波长的整数倍，所以三个波在 O 点的振动方程仍可写成

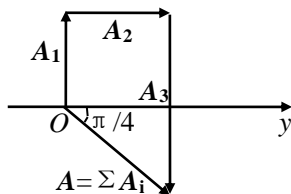
$$y_1 = A_1 \cos(\omega t + \pi/2)$$

$$y_2 = A_2 \cos \omega t$$

$$y_3 = A_3 \cos(\omega t - \pi/2)$$

其中 $A_1 = A_2 = A$ ， $A_3 = 2A$ 。

在 O 点，三个简谐振动叠加，利用简谐振动的旋转矢量表示法，可以画出 $t=2k\pi$ 时刻的振幅矢量图 (如图)。根据矢量多边形的加法，可得 O 点合振动方程



$$y = \sqrt{2}A \cos(\omega t - \pi/4)$$

10. 两个波在一根很长的细绳上传播，它们的方程分别为 $y_1 = 0.06 \cos \pi(x - 4t)$ ， $y_2 = 0.06 \cos \pi(x + 4t)$ (x, y 以 m 计， t 以 s 计)。(1) 求各波的频率、波长、波速和传播方向；(2) 证明这细绳实际上是作驻波式振动，求波节位置和波腹位置；(3) 波腹处的振幅多大？在 $x = 1.2$ m 处振幅多大？

解：(1) 将波动方程与标准波动方程 $y = A \cos 2\pi(\nu t - x/\lambda)$ 对比可得两个波的频率、波长、波速

$$\text{波长 } \lambda = 2 \text{ m}$$

$$\text{频率 } \nu = 2 \text{ Hz}$$

$$\text{波速 } u = \lambda \nu = 4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

第一个波动向 x 轴正向传播，第二波向 $-x$ 方向传播。

(2) 细绳上的波是上述两个波叠加形成的波

$$y = y_1 + y_2 = 0.12 \cos \pi x \cos 4\pi t$$

显然上式表示的驻波方程。所以细绳作驻波式振动。

波点：由 $\cos x = 0$ 即 $\pi x = (2k+1)\pi/2$ 求出波节位置

$$x = (k+0.5) \text{ (m)} \quad (k=0,1,2,\dots)$$

波腹：由 $\cos x = 1$ 即 $\pi x = k\pi$ 求出波腹位置

$$x = k \text{ (m)} \quad (k=0,1,2,\dots)$$

(3) 波腹处的振幅 $A = 0.12$ m，

$$x = 1.2 \text{ m 处 振幅 } A = 0.12 \cos(1.2\pi) = 0.097 \text{ m}。$$

11. 设入射波的方程式为 $y_1 = A \cos 2\pi(\frac{x}{\lambda} + \frac{t}{T})$ ，在 $x = 0$ 处发生反射，反射点为一固定端，设反射时无能量损失，求：(1) 反射波的方程；(2) 合成的驻波的方程；(3) 波腹和波节位置。

解：(1) 反射点是固定端，所以反射时有“半波损失”，因反射时无能量损失，故

反射波的振幅为 A ，因此反射波的方程为：

$$y_2 = A \cos [2\pi(t/T - x/\lambda) + \pi]$$

(2) 驻波的表达式是

$$\begin{aligned} y &= y_1 + y_2 \\ &= 2A \cos(2\pi x/\lambda + \pi/2) \cos(2\pi t/T - \pi/2) \end{aligned}$$

(3) 波腹位置由下式确定：

$$\begin{aligned} 2\pi x/\lambda + \pi/2 &= n\pi \\ \text{即 } x &= (2n-1)\lambda/4 \quad n=1, 2, 3, 4, \dots \end{aligned}$$

波节位置由下式确定：

$$\begin{aligned} 2\pi x/\lambda + \pi/2 &= n\pi + \pi/2 \\ \text{即 } x &= n\lambda/2 \quad n=0, 1, 2, 3, \dots \end{aligned}$$

12. 一弦上的驻波方程为： $y = 3.00 \times 10^{-2} (\cos 1.6\pi x) \cos 550\pi t$ (m)。(1) 若将此驻波看作传播方向相反的两列波叠加而成，求两波的振幅和波速；(2) 求相邻波节间的距离；(3) 求 $t = 3.00 \times 10^{-3}$ s 时，位于 $x = 0.625$ m 处质点的振动速度。

解：(1) 将题中驻波方程

$$y = 3.00 \times 10^{-2} \cos 1.6\pi x \cos 550\pi t$$

与标准驻波方程 $y = 2A \cos(2\pi x/\lambda) \cos 2\pi \nu t$ 相比可知：

$$A = 1.50 \times 10^{-2} \text{ m}, \quad \lambda = 1.25 \text{ m}, \quad \nu = 275 \text{ Hz}$$

$$\text{波速 } u = \lambda \nu = 343.8 \text{ m/s}$$

(2) 相邻波节点之间距离

$$\Delta x = \lambda/2 = 0.625 \text{ m}$$

(3) 质点的振动速度

$$v = \frac{\partial y}{\partial t} = -3.00 \times 10^{-2} \times 550\pi \cos 1.6\pi x \sin 550\pi t$$

将 $t = 3.00 \times 10^{-3}$ s, $x = 0.625$ m 代入上式，得到此刻该点的振动速度

$$v = -46.2 \text{ m/s}$$

13. 一声源的频率为 1080Hz，相对地面以 30m/s 的速率向右运动。设空气中声速为 331m/s。求在声源运动的前方和后方，地面上的观察者接收到的声波波长。

解：在声源运动的前方，地面上的观察者接收到的声波波长

$$\lambda_b = (u - V_s) / \nu_s = (331 - 30) / 1080 = 0.279 \text{ m}$$

在声源运动的后方，地面上的观察者接收到的声波波长则是

$$\lambda_a = (u + V_s) / \nu_s = (331 + 30) / 1080 = 0.334 \text{ m}$$

14. 设有一平面电磁波在真空中传播，电磁波通过某点时，该点的 $E = 50 \text{ V/m}$ 。试求该时刻该点的 B 和 H 的大小，以及电磁场能量密度 w 和能流密度 S 的大小。

解：由 $B = \mu_0 H$ 和 $\sqrt{\epsilon_0} E = \sqrt{\mu_0} H$ 以及 $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ 得

$$B = \frac{E}{c} = \frac{50}{3 \times 10^8} = 1.67 \times 10^{-7} \text{ T}$$

$$H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{1.67 \times 10^{-7}}{4\pi \times 10^{-7}} \text{ A/m} = 0.134 \text{ A/m}$$

电磁场能量密度

$$w = \frac{1}{2} (\epsilon E^2 + \mu H^2) = \epsilon_0 E^2 = 8.85 \times 10^{-12} \times 50^2 \text{ J} \cdot \text{m}^{-3} = 2.21 \times 10^{-8} \text{ J} \cdot \text{m}^{-3}$$

能流密度的大小

$$S = EH = 50 \times 0.134 \text{ J}/(\text{m}^2 \cdot \text{s}) = 6.7 \text{ J}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$$

15. 用于打孔的激光束截面直径为 $60\mu\text{m}$ ，功率为 300kW 。求此激光束的波印亭矢量的大小，以及激光束中电场强度和磁感应强度的振幅。

$$\text{解： } S = \frac{P}{\pi R^2} = \frac{300 \times 10^3}{\pi \times (30 \times 10^{-6})^2} = 1.06 \times 10^{14} \text{ W/m}^2$$

$$E = \sqrt{S/(c\epsilon_0)} = 2.0 \times 10^8 \text{ V/m}, \quad B = E/c = 0.67 \text{ T}$$

16. 一均匀平面电磁波在真空中传播，其电场强度 $\mathbf{E} = 100 \cos(\omega t - az) \mathbf{i}$ 。求：
(1) 波的传播方向；(2) 磁场强度的表达式。

解：(1) 把 \mathbf{E} 表达式与平面波的标准式 $E = E_0 \cos \omega(t - \frac{r}{u})$ 比较可得电磁波沿 z 轴方向传播。

(2) $\because \mathbf{E}$ 在 x 正方向，由电磁波性质知， \mathbf{H} 在 y 轴正方向与 \mathbf{E} 同频率同相位

$$\because \sqrt{\epsilon_0} E_0 = \sqrt{\mu_0} H_0$$

$$\therefore H_0 = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_0 = \frac{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}{\mu_0} E_0 = \frac{100}{4\pi \times 10^{-7} \times 3 \times 10^8} = \frac{5}{6\pi}$$

$$\therefore \mathbf{H} = \frac{5}{6\pi} \cos(\omega t - az) \mathbf{j}$$