

## 第十六章 机械波和电磁波

### 一 选择题

1. 当一平面简谐波通过两种不同的均匀介质时, 不会改变的物理量是: ( )

- A. 波长和频率                      B. 波速和频率  
C. 波长和波速                      D. 频率和周期

解: 答案选 D

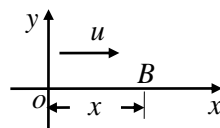
2. 已知一平面简谐波方程为  $y = A \cos(a t - b x)$ , ( $a, b$  为正值), 则: ( )

- A. 波的频率为  $a$   
B. 波的传播速度为  $b / a$   
C. 波长为  $\pi / b$   
D. 波的周期为  $2 \pi / a$

解: 答案选 D

3. 如图所示, 一平面简谐波沿  $x$  轴正向传播, 坐标原点  $O$  的振动规律为  $y = A \cos(\omega t + \varphi_0)$ , 则  $B$  点的振动方程为: ( )

- A.  $y = A \cos[\omega t - (x / u) + \varphi_0]$   
B.  $y = A \cos \omega[t + (x / u)]$   
C.  $y = A \cos\{\omega[t - (x / u)] + \varphi_0\}$   
D.  $y = A \cos\{\omega[t + (x / u)] + \varphi_0\}$



选择题 3 图

解: 任意点  $B$  处的振动方程就是沿  $x$  轴正向传播的波动方程  $y = A \cos\{\omega[t - (x / u)] + \varphi_0\}$ 。

所以答案选 C。

4. 一列沿  $x$  轴正向传播的平面简谐波, 周期为  $0.5\text{s}$ , 波长为  $2\text{m}$ 。则在原点处质点的振动相位传到  $x=4\text{m}$  处所需要的时间为 ( )

- A.  $0.5\text{s}$                       B.  $1\text{s}$                       C.  $2$                       D.  $4\text{s}$

解 因为波传播的距离  $4\text{m}$  是波长  $2\text{m}$  的  $2$  倍, 因此传播这段距离所需的时间为  $2$  个周期, 即为  $1\text{s}$ 。

也可以按下面的方法计算。波速  $u = \frac{\lambda}{T} = \frac{2}{0.5} = 4 \text{ m/s}$ , 则原点处质点的振动相位传到

$x=4\text{m}$  处所需要的时间为  $\Delta t = \frac{\Delta x}{u} = \frac{4}{4} = 1\text{s}$ 。

故 B 正确。

5. 两相干波源  $S_1$  和  $S_2$ , 相距为  $\frac{3}{2}\lambda$ , 其初相位相同, 且振幅均为  $1.0 \times 10^{-2}\text{m}$ , 则在

波源  $S_1$  和  $S_2$  连线的中垂线上任意一点, 两列波叠加后的振幅为 ( )

- A. 0      B.  $1.0 \times 10^{-2} \text{m}$       C.  $\sqrt{2} \times 10^{-2} \text{m}$       D.  $2.0 \times 10^{-2} \text{m}$

解  $\Delta\varphi = (\varphi_{20} - \varphi_{10}) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$ , 因为两波源初相位相同, 在波源  $S_1$  和  $S_2$  连线

的中垂线上各点到两个波源的距离  $r_1 = r_2$ , 所以  $\Delta\varphi = (\varphi_{20} - \varphi_{10}) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = 0$ , 两列波

叠加后的振幅  $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2} = A_1 + A_2 = 2.0 \times 10^{-2} \text{m}$ , 故

正确选项为 D。

6. 波的能量随平面简谐波传播, 下列几种说法中正确的是: ( )

- A. 因简谐波传播到的各介质体积元均作简谐振动, 故其能量守恒  
B. 各介质体积元在平衡位置处的动能, 势能最大, 总能量最大  
C. 各介质体积元在平衡位置处的动能最大, 势能最小  
D. 各介质体积元在最大位移处的势能最大, 动能为 0

解: 答案选 B

7. 一平面简谐波在弹性介质中传播, 在介质质元从平衡位置运动到最大位移处的过程中: ( )

- A. 它的动能转换成势能  
B. 它的势能转换成动能  
C. 它把自己的能量传给相邻的一段质元, 其能量逐渐增大  
D. 它把自己的能量传给相邻的一段质元, 其能量逐渐减小

解: 答案选 D

8. 在同一介质中两列相干的平面简谐波的强度之比  $I_1/I_2 = 4$ , 则两列波的振幅之比  $A_1/A_2$  是: ( )

- A. 4      B. 2      C. 16      D. 1/4

解: 波的强度正比于振幅的平方, 因  $I_1/I_2 = 4$ , 故  $A_1/A_2 = 2$ 。

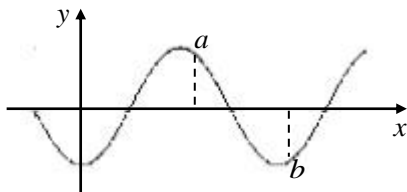
所以答案选 B。

9. 某时刻驻波波形曲线如图所示, 则  $a, b$  两点处振动的相位差是: ( )

- A.  $\pi$       B.  $\pi/2$       C. 0      D. 无法确定

解:  $a, b$  两点位于一个波节的两侧, 根据驻波的相位特征, 波节两侧各点的振动相位相反, 故相位差是  $\pi$ 。

所以答案选 A。



选择题 9 图

10. 在驻波中, 两个相邻波节间各质点的振动是: ( )

- A. 振幅相同, 相位相同                      B. 振幅不同, 相位相同  
C. 振幅相同, 相位不同                      D. 振幅不同, 相位不同

解: 根据驻波的振幅和相位特征分析。

答案选 B。

11. 设声波在介质中的传播速度为  $u$ , 声源的频率为  $\nu_S$ , 若声源  $S$  不动, 而接收器  $R$  相对于介质以速度  $V_R$  沿着  $S$ 、 $R$  连线向着声源  $S$  运动, 则在  $S$ 、 $R$  连线上各介质点的振动频率为: ( )

- A.  $\nu_S$               B.  $\frac{u+V_R}{u}\nu_S$               C.  $\frac{u-V_R}{u}\nu_S$               D.  $\frac{u}{u-V_R}\nu_S$

解: 波源不动, 介质中波的频率不变。

故答案选 A。

12. 电磁波在自由空间传播时, 电场强度  $E$  与磁场强度  $H$ : ( )

- A. 在垂直于传播方向上的同一条直线上      B. 朝互相垂直的两个方向传播  
C. 互相垂直, 且都垂直于传播方向              D. 有相位差  $\pi/2$

解: 答案选 C。

## 二 填空题

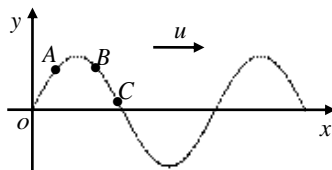
1. 一平面简谐波沿  $x$  轴正方向传播, 已知  $x=0$  处的振动规律为  $y = \cos(\omega t + \varphi_0)$ , 波速为  $u$ , 坐标为  $x_1$  和  $x_2$  两点的振动相位差是 \_\_\_\_\_。

解:  $\frac{\omega}{u}(x_2 - x_1)$

2. 一平面简谐机械波沿  $x$  轴正方向传播, 波动方程为  $y = 0.2 \cos(\pi t - \pi x/2) \text{ m}$ , 则  $x = -3 \text{ m}$  处介质质点的振动加速度  $a$  的表达式为 \_\_\_\_\_。

解:  $a = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -0.2\pi^2 \cos(\pi t + \frac{3}{2}\pi) \text{ m/s}^2$

3. 一个余弦横波以速度  $u$  沿  $x$  轴正向传播,  $t$  时刻波形曲线如图所示。试分别指出图中  $A$ ,  $B$ ,  $C$  各点处介质质元在该时刻的运动方向:  $A$ 、\_\_\_\_\_ ;  $B$ 、\_\_\_\_\_ ;  $C$ 、\_\_\_\_\_。



解: 向下; 向上; 向上。

填空题 3 图

4. 一平面简谐机械波在介质中传播时, 若一介质质元在  $t$  时刻的能量是  $10 \text{ J}$ , 则在  $(t+T)$  ( $T$  是波的周期) 时刻该介质质元的振动动能是 \_\_\_\_\_。

解:  $5 \text{ J}$

5. 强度为  $I$  的平面简谐波沿着波速  $u$  的方向通过一面积为  $S$  的平面, 波速  $u$  与该平面的法线  $n_0$  的夹角为  $\theta$ , 则通过该平面的平均能流是 \_\_\_\_\_。

解:  $IS \cos \theta$

6. 一平面简谐波在截面面积为  $3.00 \times 10^{-2} \text{m}^2$  的空气中传播, 设空气中声速为  $330 \text{m/s}$ 。若在  $10 \text{s}$  内通过截面的能量为  $2.70 \times 10^{-2} \text{J}$ , 则波的平均能流密度为\_\_\_\_\_; 波的平均能量密度为\_\_\_\_\_。

解: (1) 平均能流  $\bar{P} = E/t = 2.7 \times 10^{-3} \text{ J} \cdot \text{s}^{-1}$ , 平均能流密度  $I = \frac{\bar{P}}{S} = 9.00 \times 10^{-2} \text{ J} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$ 。

(2)  $I = \bar{w} \cdot u$ ,  $\bar{w} = I/u = 2.73 \times 10^{-4} \text{ J} \cdot \text{m}^{-3}$ 。

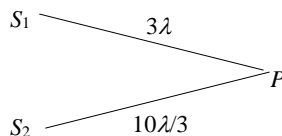
7. 能够引起听觉的声强级范围为\_\_\_\_\_。

解:  $0 \sim 120 \text{ dB}$ 。

8. 如图  $P$  点距波源  $S_1$  和  $S_2$  的距离分别为  $3\lambda$  和  $10\lambda/3$ ,  $\lambda$  为两列波在介质中的波长, 若  $P$  点的合振幅总是极大值, 则两波源应满足的条件是\_\_\_\_\_。

解: 首先两列波必须是相干波, 即振动方向相同、频率相同。两波同时传到  $P$  点时的相位差

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= (\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) \\ &= (\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{2\pi}{\lambda}(10\lambda/3 - 3\lambda) = (\varphi_2 - \varphi_1) - 2\pi/3 \end{aligned}$$



填空题 8 图

若  $P$  点的合振幅总是极大值, 则由  $\Delta\varphi = 0$ , 解出  $(\varphi_2 - \varphi_1) = 2\pi/3$ 。即要求  $S_2$  相位比  $S_1$  相位超前  $2\pi/3$ 。

因此两波源应满足的条件是: 振动方向相同、频率相同、 $S_2$  的相位比  $S_1$  的相位超前  $2\pi/3$ 。

9. 设反射波的表达式是  $y_2 = 0.15 \cos [100\pi(t - x/200) + \pi/2] \text{ m}$ , 波在  $x=0$  处发生反射, 反射点为自由端, 则形成的驻波的表达式为\_\_\_\_\_。

解: 在反射点  $x=0$  处反射波引起的振动是  $y_2 = 0.15 \cos(100\pi t + \pi/2)$ , 由于反射点为自由端, 所以在反射点入射波和反射波同相, 入射波的方程为  $y_1 = 0.15 \cos [100\pi(t + x/200) + \pi/2] \text{ m}$ , 形成的驻波的表达式

$$y = y_1 + y_2 = 0.30 \cos \frac{\pi}{2} x \cos(100\pi t + \frac{\pi}{2}) \text{ m}$$

10. 一驻波表达式为  $y = 4.00 \times 10^{-2} (\cos 2\pi x) \cos 400t \text{ (m)}$  在  $x=1/6 \text{ m}$  处的质元的振幅为\_\_\_\_\_, 振动速度的表达式为\_\_\_\_\_。

解:  $2 \times 10^{-2} \text{ m}$ ,  $v = -8 \sin 400t$

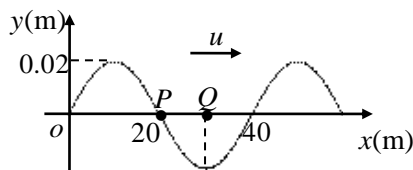
11. 设空气中声速为  $330 \text{m/s}$ 。一列火车以  $30 \text{m/s}$  的速度行驶, 机车上汽笛的频率为  $600 \text{Hz}$ 。一静止的观察者在机车的正前方听到的声音的频率分别是\_\_\_\_\_, 在机车驶过其身边后所听到的声音的频率是\_\_\_\_\_。

解: 观察者不动, 在机车前方听到的频率为  $\nu_R = \frac{u}{u - V_s} \nu_s = \frac{330}{330 - 30} \times 600 = 660 \text{Hz}$ 。

观察者不动, 在机车后方听到的频率为  $\nu_R = \frac{u}{u + V_S} \nu_S = \frac{330}{330 + 30} \times 600 = 550 \text{ Hz}$ 。

### 三 计算题

1. 如图为一平面简谐波在  $t = 0$  时刻的波形图, 试写出  $P$  处质点与  $Q$  处质点的振动方程, 并画出  $P$  处质点与  $Q$  处质点的振动曲线, 其中波速  $u = 20 \text{ m/s}$ 。



计算题 1 图

解: 如图所示, 振幅  $A=0.02\text{m}$ , 波长  $\lambda=40\text{m}$ , 周期  $T=\lambda/u=40/20=2(\text{s})$ , 波动方程为  $y=A\cos[2\pi(t/T-x/\lambda)+\pi/2]=0.02\cos[2\pi(t/2-x/40)+\pi/2]$ 。

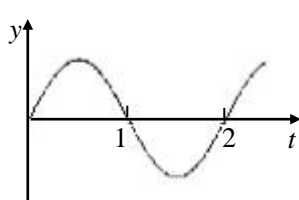
$P$  处 ( $x=20$ ) 质点的振动方程

$$y_P = 0.02\cos(\pi t - \pi/2) \text{ m}$$

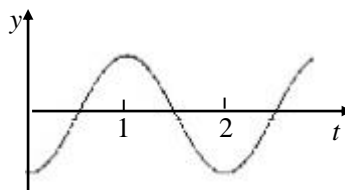
$Q$  处 ( $x=30$ ) 质点的振动方程

$$y_Q = 0.02\cos(\pi t - \pi) \text{ m}$$

$P$  处质点与  $Q$  处质点的振动曲线如下图所示。

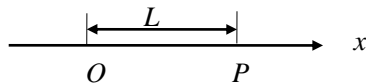


$P$  处质点的振动曲线



$Q$  处质点的振动曲线

2. 如图所示, 一平面简谐波沿  $ox$  轴正向传播, 波速大小为  $u$ , 若  $P$  处质点振动方程为  $y_P = A\cos(\omega t + \varphi)$ 。求: (1)  $o$  处质点的振动方程; (2) 该波的波动方程。



计算题 2 图

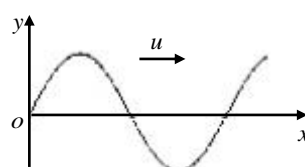
解: (1)  $O$  处质点振动的相位比  $P$  处质点振动的相位超前  $\omega L/u$ , 因此  $O$  处质点振动方程为

$$y_O = A\cos[\omega t + \omega L/u + \varphi] = A\cos[\omega(t + L/u) + \varphi]$$

(2) 根据  $O$  处质点振动方程, 可写出波动方程

$$\begin{aligned} y &= A\cos\{\omega(t - x/u) + \omega L/u + \varphi\} \\ &= A\cos\{\omega[t - (x - L)/u] + \varphi\} \end{aligned}$$

3. 一平面简谐波沿  $x$  轴正向传播, 其振幅和圆频率分别为  $A$  和  $\omega$ , 波速为  $u$ , 设  $t = 0$  时的波形曲线如图所示。(1) 写出此波的波动方程; (2) 求距  $O$  点分别为  $\lambda/8$  和  $3\lambda/8$  两处质点的振动方程; (3) 求距  $o$  点分别为  $\lambda/8$  和



计算题 3 图

$3\lambda/8$  两处的质点在  $t=0$  时的振动速度。

解: (1) 以  $O$  点为坐标原点, 设  $O$  点处的振动方程为  $y_0 = A \cos(\omega t + \varphi)$ 。由图可知, 初始条件为

$$y_0 = A \cos \varphi = 0, \quad v_0 = -A \omega \sin \varphi < 0$$

所以  $\varphi = \pi/2$ 。故波动方程为

$$y = A \cos[\omega t - (\omega x/u) + \pi/2]$$

(2)  $x = \lambda/8$  处质点的振动方程为:

$$\begin{aligned} y &= A \cos[\omega t - 2\pi\lambda/(8\lambda) + \pi/2] \\ &= A \cos(\omega t + \pi/4) \end{aligned}$$

$x = 3\lambda/8$  处质点的振动方程为:

$$\begin{aligned} y &= A \cos[\omega t - 2\pi \times 3\lambda/(8\lambda) + \pi/2] \\ &= A \cos(\omega t - \pi/4) \end{aligned}$$

(3) 质点的振动速度

$$v = \partial y / \partial t = -\omega A \sin(\omega t - 2\pi x/\lambda + \pi/2)$$

当  $t=0$  时,  $x = \lambda/8$  处质点的振动速度

$$v = -\omega A \sin[-2\pi\lambda/(8\lambda) + \pi/2] = -\sqrt{2}A\omega/2$$

当  $t=0$  时,  $x = 3\lambda/8$  处质点的振动速度

$$v = -\omega A \sin[-2\pi \times 3\lambda/(8\lambda) + \pi/2] = \sqrt{2}A\omega/2$$

4. 沿  $x$  轴负方向传播的平面简谐波在  $t=2$  s 时刻的波形曲线如图所示, 设波速  $u = 0.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , 求原点处的振动方程。

解: 由题图可知波长  $\lambda = 2 \text{ m}$ , 由  $u = 0.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  可求出频率

$$\nu = u/\lambda = 1/4 \text{ Hz}$$

故周期  $T = 4 \text{ s}$ 。题图中  $t = 2 \text{ s} = T/2$ 。

设原点的振动方程为

$$y = 0.5 \cos(\pi t/2 + \varphi_0)$$

由于  $t=2 \text{ s}$  时,  $O$  点位移是  $y=0$ , 且朝正  $y$  轴方向运动, 根据如下所示的振动旋转矢量表示图, 可看出此刻  $O$  点振动的相位为  $\varphi = 3\pi/2$ 。即

$$\pi \times 2/2 + \varphi_0 = 3\pi/2 \text{ 或 } -\pi/2$$

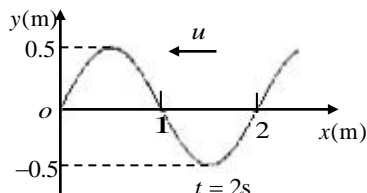
$$\varphi_0 = \pi/2 \text{ 或 } -3\pi/2$$

这样就得到原点处的振动方程

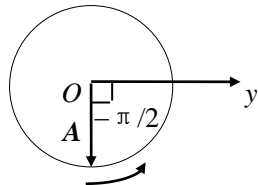
$$y = 0.5 \cos(\pi t/2 + \pi/2) \text{ 或 } y = 0.5 \cos(\pi t/2 - 3\pi/2)$$

5. 一弹性波在介质中传播的速度  $u = 10^3 \text{ m/s}$ , 振幅  $A = 1.0 \times 10^{-4} \text{ m}$ , 频率  $\nu = 10^3 \text{ Hz}$ , 介质的密度为  $\rho = 800 \text{ kg/m}^3$ 。求: (1) 波的平均能流密度; (2) 一分钟内垂直通过一面积  $S = 4.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2$  的总能量。

解: (1) 波的平均能流密度



计算题 4 图



$$I = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 u = \frac{1}{2} \rho A^2 (2\pi\nu)^2 u$$

$$= \frac{1}{2} \times 800 \times (1.0 \times 10^{-4})^2 \times (2\pi \times 10^3)^2 \times 10^3 = 1.6 \times 10^5 \text{ W/m}^2$$

(2) 一分钟内垂直通过面积  $S$  的总能量

$$E = IS\Delta t = 1.6 \times 10^5 \times 4 \times 10^{-4} \times 60 = 3.8 \times 10^3 \text{ J}$$

6. 一线波源发射柱面波, 设介质为不吸收能量的各向同性的均匀介质, 试求波的平均能流密度以及振幅与离开波源的距离有何关系?

解: 根据能量守恒定律可知, 通过以线波源为轴的长度同为  $l$  而半径分别为  $r_1$  和  $r_2$  的两个圆柱面的能流应相等, 即

$$2\pi r_1 l I_1 = 2\pi r_2 l I_2$$

由此得

$$I_1 r_1 = I_2 r_2$$

即波的强度与  $r$  成反比。又因  $I$  和  $A^2$  成正比, 所以振幅  $A$  应与  $\sqrt{r}$  成反比。

7. 有一个面向街道打开的面积为  $4\text{m}^2$  的窗户, 若窗口处噪音的声强级为  $70\text{dB}$ , 试求进入窗户的噪音功率。

解:  $L_I = 10 \lg \frac{I}{I_0}$ ,  $I_0 = 10^{-12} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$ 。故声强  $I = I_0 \times 10^{\frac{L_I}{10}} = I_0 \times 10^7 = 10^{-5} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$ 。

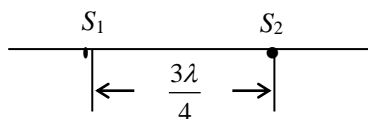
进入窗户的噪音功率  $P = IS = 10^{-5} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2} \times 4\text{m}^2 = 4 \times 10^{-5} \text{ W}$ 。

8. 如图所示, 两相干波源  $S_1$  和  $S_2$  相距  $\frac{3\lambda}{4}$ ,  $\lambda$  为波长, 设两波在  $S_1 S_2$  连线上传播时, 它们的振幅都是  $A$ , 并且不随距离变化。已知在该直线上在  $S_1$  左侧各点的合成波强度为其中一个波强度的 4 倍, 求两波源的初相位差是多少?

解 两相干波源传到  $S_1$  左侧某点, 它们在该点振动的相位差为

$$\Delta\varphi = (\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$$

$$= (\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{2\pi}{\lambda} \times \frac{3\lambda}{4} = (\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{3\pi}{2}$$



计算题 8 图

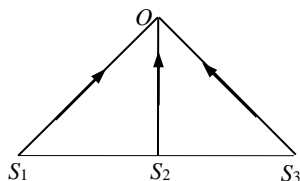
在  $S_1$  左侧各点干涉极大, 故

$$(\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{3\pi}{2} = 0$$

即两波源的初相位差为

$$(\varphi_2 - \varphi_1) = \frac{3\pi}{2}$$

9. 如图所示, 三个同频率, 振动方向相同 (垂直纸面) 的简谐波, 在传播过程中在  $O$  点相遇。若三个



计算题 9 图

简谐波各自单独在  $S_1$ 、 $S_2$  和  $S_3$  等处的振动方程分别为  $y_1 = A \cos(\omega t + \pi/2)$ ， $y_2 = A \cos \omega t$  和  $y_3 = 2A \cos(\omega t - \pi/2)$ ，且  $S_2O = 4\lambda$ ， $S_1O = S_3O = 5\lambda$  ( $\lambda$  为波长)，求  $O$  点的合振动方程。(设传播过程中各波振幅不变)

**解：**每一波传播的距离都是波长的整数倍，所以三个波在  $O$  点的振动方程仍可写成

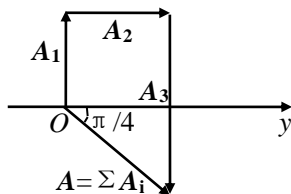
$$y_1 = A_1 \cos(\omega t + \pi/2)$$

$$y_2 = A_2 \cos \omega t$$

$$y_3 = A_3 \cos(\omega t - \pi/2)$$

其中  $A_1 = A_2 = A$ ， $A_3 = 2A$ 。

在  $O$  点，三个简谐振动叠加，利用简谐振动的旋转矢量表示法，可以画出  $t=2k\pi$  时刻的振幅矢量图 (如图)。根据矢量多边形的加法，可得  $O$  点合振动方程



$$y = \sqrt{2}A \cos(\omega t - \pi/4)$$

**10.** 两个波在一根很长的细绳上传播，它们的方程分别为  $y_1 = 0.06 \cos \pi(x - 4t)$ ， $y_2 = 0.06 \cos \pi(x + 4t)$  ( $x, y$  以 m 计， $t$  以 s 计)。(1) 求各波的频率、波长、波速和传播方向；(2) 证明这细绳实际上是作驻波式振动，求波节位置和波腹位置；(3) 波腹处的振幅多大？在  $x = 1.2$  m 处振幅多大？

**解：**(1) 将波动方程与标准波动方程  $y = A \cos 2\pi(\nu t - x/\lambda)$  对比可得两个波的频率、波长、波速

$$\text{波长 } \lambda = 2 \text{ m}$$

$$\text{频率 } \nu = 2 \text{ Hz}$$

$$\text{波速 } u = \lambda \nu = 4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

第一个波动向  $x$  轴正向传播，第二波向  $-x$  方向传播。

(2) 细绳上的波是上述两个波叠加形成的波

$$y = y_1 + y_2 = 0.12 \cos \pi x \cos 4\pi t$$

显然上式表示的驻波方程。所以细绳作驻波式振动。

波点：由  $\cos x = 0$  即  $\pi x = (2k+1)\pi/2$  求出波节位置

$$x = (k+0.5) \text{ (m)} \quad (k=0,1,2,\cdots)$$

波腹：由  $\cos x = 1$  即  $\pi x = k\pi$  求出波腹位置

$$x = k \text{ (m)} \quad (k=0,1,2,\cdots)$$

(3) 波腹处的振幅  $A = 0.12$  m，

$$x = 1.2 \text{ m 处 振幅 } A = 0.12 \cos(1.2\pi) = 0.097 \text{ m}。$$

**11.** 设入射波的方程式为  $y_1 = A \cos 2\pi(\frac{x}{\lambda} + \frac{t}{T})$ ，在  $x = 0$  处发生反射，反射点为一固定端，设反射时无能量损失，求：(1) 反射波的方程；(2) 合成的驻波的方程；(3) 波腹和波节位置。

**解：**(1) 反射点是固定端，所以反射时有“半波损失”，因反射时无能量损失，故



反射波的振幅为  $A$ ，因此反射波的方程为：

$$y_2 = A \cos [2\pi(t/T - x/\lambda) + \pi]$$

(2) 驻波的表达式是

$$\begin{aligned} y &= y_1 + y_2 \\ &= 2A \cos(2\pi x/\lambda + \pi/2) \cos(2\pi t/T - \pi/2) \end{aligned}$$

(3) 波腹位置由下式确定：

$$\begin{aligned} 2\pi x/\lambda + \pi/2 &= n\pi \\ \text{即 } x &= (2n-1)\lambda/4 \quad n=1, 2, 3, 4, \dots \end{aligned}$$

波节位置由下式确定：

$$\begin{aligned} 2\pi x/\lambda + \pi/2 &= n\pi + \pi/2 \\ \text{即 } x &= n\lambda/2 \quad n=0, 1, 2, 3, \dots \end{aligned}$$

12. 一弦上的驻波方程为： $y = 3.00 \times 10^{-2} (\cos 1.6\pi x) \cos 550\pi t$  (m)。(1) 若将此驻波看作传播方向相反的两列波叠加而成，求两波的振幅和波速；(2) 求相邻波节间的距离；(3) 求  $t = 3.00 \times 10^{-3}$  s 时，位于  $x = 0.625$  m 处质点的振动速度。

解：(1) 将题中驻波方程

$$y = 3.00 \times 10^{-2} \cos 1.6\pi x \cos 550\pi t$$

与标准驻波方程  $y = 2A \cos(2\pi x/\lambda) \cos 2\pi \nu t$  相比可知：

$$A = 1.50 \times 10^{-2} \text{ m}, \quad \lambda = 1.25 \text{ m}, \quad \nu = 275 \text{ Hz}$$

$$\text{波速 } u = \lambda \nu = 343.8 \text{ m/s}$$

(2) 相邻波节点之间距离

$$\Delta x = \lambda/2 = 0.625 \text{ m}$$

(3) 质点的振动速度

$$v = \frac{\partial y}{\partial t} = -3.00 \times 10^{-2} \times 550\pi \cos 1.6\pi x \sin 550\pi t$$

将  $t = 3.00 \times 10^{-3}$  s,  $x = 0.625$  m 代入上式，得到此刻该点的振动速度

$$v = -46.2 \text{ m/s}$$

13. 一声源的频率为 1080 Hz，相对地面以 30 m/s 的速率向右运动。设空气中声速为 331 m/s。求在声源运动的前方和后方，地面上的观察者接收到的声波波长。

解：在声源运动的前方，地面上的观察者接收到的声波波长

$$\lambda_b = (u - V_s) / \nu_s = (331 - 30) / 1080 = 0.279 \text{ m}$$

在声源运动的后方，地面上的观察者接收到的声波波长则是

$$\lambda_a = (u + V_s) / \nu_s = (331 + 30) / 1080 = 0.334 \text{ m}$$

14. 设有一平面电磁波在真空中传播，电磁波通过某点时，该点的  $E = 50 \text{ V/m}$ 。试求该时刻该点的  $B$  和  $H$  的大小，以及电磁场能量密度  $w$  和能流密度  $S$  的大小。

解：由  $B = \mu_0 H$  和  $\sqrt{\epsilon_0} E = \sqrt{\mu_0} H$  以及  $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$  得

$$B = \frac{E}{c} = \frac{50}{3 \times 10^8} = 1.67 \times 10^{-7} \text{ T}$$

$$H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{1.67 \times 10^{-7}}{4\pi \times 10^{-7}} \text{ A/m} = 0.134 \text{ A/m}$$

电磁场能量密度

$$w = \frac{1}{2} (\epsilon E^2 + \mu H^2) = \epsilon_0 E^2 = 8.85 \times 10^{-12} \times 50^2 \text{ J} \cdot \text{m}^{-3} = 2.21 \times 10^{-8} \text{ J} \cdot \text{m}^{-3}$$

能流密度的大小

$$S = EH = 50 \times 0.134 \text{ J}/(\text{m}^2 \cdot \text{s}) = 6.7 \text{ J}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$$

15. 用于打孔的激光束截面直径为  $60\mu\text{m}$ ，功率为  $300\text{kW}$ 。求此激光束的波印亭矢量的大小，以及激光束中电场强度和磁感应强度的振幅。

$$\text{解： } S = \frac{P}{\pi R^2} = \frac{300 \times 10^3}{\pi \times (30 \times 10^{-6})^2} = 1.06 \times 10^{14} \text{ W/m}^2$$

$$E = \sqrt{S/(c\epsilon_0)} = 2.0 \times 10^8 \text{ V/m}, \quad B = E/c = 0.67 \text{ T}$$

16. 一均匀平面电磁波在真空中传播，其电场强度  $\mathbf{E} = 100 \cos(\omega t - az) \mathbf{i}$ 。求：  
(1) 波的传播方向；(2) 磁场强度的表达式。

解：(1) 把  $\mathbf{E}$  表达式与平面波的标准式  $E = E_0 \cos \omega(t - \frac{r}{u})$  比较可得电磁波沿  $z$  轴方向传播。

(2)  $\because \mathbf{E}$  在  $x$  正方向，由电磁波性质知， $\mathbf{H}$  在  $y$  轴正方向与  $\mathbf{E}$  同频率同相位

$$\because \sqrt{\epsilon_0} E_0 = \sqrt{\mu_0} H_0$$

$$\therefore H_0 = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_0 = \frac{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}{\mu_0} E_0 = \frac{100}{4\pi \times 10^{-7} \times 3 \times 10^8} = \frac{5}{6\pi}$$

$$\therefore \mathbf{H} = \frac{5}{6\pi} \cos(\omega t - az) \mathbf{j}$$