课程考核试卷

试卷编号 2023Nov17: 概率论与数理统计课程试卷 (期中卷)

姓名: _____ 学号: _____ 单位: _____

注意事项:

- 1. 本试卷共三大题 16 小题,满分 100 分,考试时间 120 分钟,考核方式为闭卷;
- 2. 严禁考生携带课程考核规定以外的任何书籍纸张、除计算器外的各种通信工具,以及有液 晶显示或存储功能的手表、电子词典等,考试中不得相互借用考试用品,学员证须放置于桌面;
 - 3. 《学员学籍管理实施细则》规定:考试作弊将给予开除学籍。

一、选择题(每小题3分,共15分)

 $1.设A \times B \times C$ 为 3 个事件,且A与C相互独立,且 B 与C相互独立,则 $A \cup B$ 与C相互独立的充要 条件是().

- (A) A与B相互独立 (B) A与B互不相容 (C) AB与C相互独立 (D) AB与C互不相容
- 2.设连续型随机变量X的密度函数为 $f(x) = \begin{cases} 2x, \ 0 < x < 1 \\ 0. \ \ \ \ \ \ \end{cases}$,则随机变量 $Y = X^2$ 的密度函数是

(A)
$$f(y) = \begin{cases} 0.5, 0 < y < 2 \\ 0, \quad \text{其它} \end{cases}$$
(C) $f(y) = \begin{cases} 1, \ 0 < y < 1 \\ 0, \quad \text{其它} \end{cases}$

(B)
$$f(y) = \begin{cases} 2e^{-y^2}, 0 < y \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$
(D) $f(y) = \begin{cases} e^{-y^2}, 0 < y \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$

(D)
$$f(y) = \begin{cases} e^{-y^2}, 0 < y \\ 0, & \exists \Xi \end{cases}$$

3. 设二维随机变量(X,Y)的概率分布为

X Y	0	1
0	0.4	a
1	b	0.1

已知随机事件 $\{X = 0\}$ 与 $\{X + Y = 1\}$ 相互独立,则().

(A)
$$a = 0.2, b = 0.3$$

(B)
$$a = 0.4, b = 0.1$$

(C)
$$a = 0.3, b = 0.2$$

(D)
$$a = 0.1, b = 0.4$$

4. 设随机变量 $X_1, X_2, \dots, X_n (n > 1)$ 独立同分布,且 X_1 的 4 阶矩存在,记 $\mu_k = E(X_1^k)(k = 1,2,3,4)$,

则自	由切比氫	手不等	式,对位		0有P{	$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X$	$\frac{1}{i}^2 - \mu_2$	$\geq \varepsilon \} \leq$	().			
	(A)	$\frac{\mu_4 - \mu_1^2}{n\varepsilon^2}$	2 2	(B) $\frac{\mu_4}{\sqrt{n}}$	$-\mu_2^2$ ϵ^2	(C) E	$\frac{\mu_2 - \mu_1^2}{n\varepsilon^2}$	(I	$) \frac{\mu_2 - 1}{\sqrt{n}s}$	$\frac{\mu_1^2}{\epsilon^2}$		
	5.设二	维随机	变量(X,	Y)服从	二维正	态分布,	则随机	变量ξ=	=X+Y	与 η=	X – Y 不相急	关的充分
必要	要条件是	륃().										
	(A	E(X)	=E(Y))		(B)	$E(X^2)$	-[E(X	$)]^{2}=E($	$(Y^2)-[E$	$[(Y)]^2$	
	(C)	$E(X^2)$	$=E(Y^2)$			(D)	$E(X^2)$	+[E(X)]	$)]^2 = E($	$(Y^2) + [E$	$[(Y)]^2$	
	二、:	真空题	(每小题	3分, #	共15分)						
	6.在区	间 (0,	1) 内任	E取两个	数,这	两个数的	的乘积小	于 1/4	的概率	为		
	7.甲、	乙两名	同学轮流	流投篮,	直到某	人投中之	为止,如	早甲投	中的概	率为 0.4	,乙投中的	概率为
0.6,	则甲	设篮次 数	女 的分布	律为		•						
	8.设随	机变量	<i>X</i> 与 <i>Y</i> 材	相互独立	,且都	服从标	生正态 タ	}布 №(0	, 1), <i>I</i>	P(Y > 1)	√3 <i>X</i>)是	
	9.某公	司为了	推广某品	品牌方便	面,在	每包方位	更面袋内	阿随机放	入了一	张水浒	108 好汉的-	卡片,若
收集	美齐 10	8 好汉自	的卡片,	则可以	兑换一	台彩电。	。收集剂	ች 108 <i>}</i>	好汉卡	片,平均記	需要购买方值	更面包数
是_		•										
	10.设	随机变量	$\pm X_1, X_2, \cdot$	\cdots , $X_n(n$	> 1)独	立同分	布,且非	其方差为	$\sigma^2 > 0$	<i></i> ♦ <i>Y</i> =	$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_{i}, \mathbb{J}$	[i]
Cov	(X_1,Y)	为	·									
	三、讠	十算题(供 70 分	·)								
	11.	(8分)在	电源电压	玉不超过	200V,	在 200	~240V	和超过	240V Ξ	种情况	下,某种电	子元件损
坏的	り概率を	分别为 0 .	.1, 0.00	1和0.2	,假设国	电源电压	$\bar{s} X \sim N$	(220, 25	5²),求			
	(1)	该电子	元件损坏	不的概率	₫;							
	(2)	电子元	件损坏	付, 电源	東电压在	200~24	10V 的根	既率。可	能用到	的数据如	口下:	
			x	0.1	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	
			$\Phi(x)$	0.530	0.579	0.655	0.726	0.788	0.841	0.885	0.9	

12. (12分)设随机变量 X 具有密度函数

$$f(x) = \begin{cases} kx, & 0 \le x < 3, \\ 2 - \frac{x}{2}, & 3 \le x \le 4, \\ 0, & \not\exists \, \dot{\Xi}. \end{cases}$$

- (1) 确定常数 k; (2) 求 X 的分布函数 F(x); (3) 求 $P\{1 < X \le 7/2\}$ 。
- 13. (12 分)设二维随机变量(X, Y)的分布函数为

$$F(x, y) = A \left(B + \arctan \frac{x}{2} \right) \left(C + \arctan \frac{y}{2} \right).$$

求(1)系数 A, B, C; (2) (X, Y)的概率密度; (3) X, Y的边缘密度; (4) 判断 X, Y的独立性。

- 14. (14 分) 已知随机变量 (X, Y) 服从正态分布 N (1, 0, 3², 4², -1/2), 设 $Z = \frac{X}{3} + \frac{Y}{2}$.
- (1) 求 Z的数学期望 E(Z)和方差 D(Z); (2) 求 X与 Z的相关系数 ρ_{XZ} ;
- (3) 问 X 与 Z 是否相互独立,为什么?
- 15. (12 分)设随机变量 $X_1,X_2,\cdots,X_n (n>1)$ 独立同分布,其分布为(0,1)上的均匀分布,记 $Y_n=\sum_{i=1}^n X_i \circ (1)$ 求 $Y_2=X_1+X_2$ 的概率密度函数;(2)求 $Y_3=X_1+X_2+X_3$ 的概率密度函数。
 - 16. (12 分)设随机变量 X 与 Y 的概率分布分别为

X	0	1
P	1/3	2/3

Y	-1	0	1
P	1/3	1/3	1/3

且 $P{X^2=Y^2}=1$,求:

- (1) 二维随机变量 (X, Y) 的概率分布;
- (2) Z=XY 的概率分布:
- (3) X与 Y的相关系数 ρ_{XY} 。