第三章　动量与动量守恒定律习题

一 选择题

1. 两大小和质量均相同的小球，一为弹性球，另一为非弹性球，它们从同一高度落下与地面碰撞时，则有：　（　　）

A.　地面给予两球的冲量相同

B.　地面给予弹性球的冲量较大

C.　地面给予非弹性球的冲量较大

D.　无法确定反冲量谁大谁小

解：答案是 **B**。

简要提示：$\boldsymbol{I} = m(v_2 - v_1)$

2. 质量为 $\boldsymbol{m}$ 的铁锤竖直向下打在桩上而静止，设打击时间为 Δt，打击前锤的速率为 v，则打击时铁锤受到的合外力大小应为：（　　）

A. $\dfrac{mv}{\Delta t} + mg$　　**B.** mg　　**C.** $\dfrac{mv}{\Delta t} - mg$　　**D.** $\dfrac{mv}{\Delta t}$

解：答案是 **D**。

简要提示：$F \cdot \Delta t = mv$

3. 质量为 **20 g** 的子弹沿 x 轴正向以 **500 m·s^{-1}** 的速率射入一木块后，与木块一起仍沿 x 轴正向以 **50 m·s^{-1}** 的速率前进，在此过程中木块所受冲量的大小为：**(　　)**

A.　9 N·s　　B.　－9 N·s　　C. 10 N·s　　D. －10 N·s

解：答案是 **A**。

简要提示：根据动量定理，子弹受到的冲量为：

$$I = m(v_2 - v_1) = -9\mathrm{N \cdot s}$$

木块受到的冲量与子弹受到的冲量大小相等，方向相反。所以木块受到的冲量大小也为 **9 N·s** 。

4.一系统由质量为 **3.0kg**、**2.0kg** 和 **6.0kg** 的三个质点组成，它们在同一平面内运动，其中第一个质点的速度为 **2.0 *j*　m·s^{-1}**，第二个质点的速度为 **–3.0 *i* m·s^{-1}**。如果地面上的观察者测出系统的质心是静止的，那么第三个质点的速度是(单位：**m·s^{-1}**)　（　　）

A．–3.0 *i* +2.0 *j*　　B．3.0 *i* –2.0 *j*　　C．1.0 *i* –1.0 *j*　　D．–1.0 *i* +1.0 *j*

解：答案是 **C**。

根据质心的定义 $\boldsymbol{r}_C=\dfrac{m_1\boldsymbol{r}_1+m_2\boldsymbol{r}_2+m_3\boldsymbol{r}_3}{m_1+m_2+m_3}$，得到质心速度

$$\boldsymbol{v}_C=\frac{m_1\boldsymbol{v}_1+m_2\boldsymbol{v}_2+m_3\boldsymbol{v}_3}{m_1+m_2+m_3}$$

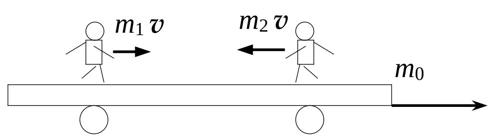
已知系统的质心静止，即

$$\boldsymbol{v}_C=\frac{m_1\boldsymbol{v}_1+m_2\boldsymbol{v}_2+m_3\boldsymbol{v}_3}{m_1+m_2+m_3}=0$$

将题中三个质点的质量和第一个质点、第二个质点的速度代入上式，解出第二个质点的速度为

$$\boldsymbol{v}_3=1.0\,\boldsymbol{i}-1.0\,\boldsymbol{j}\quad \text{m/s}$$

5. 将一长木板安上轮子放在光滑平面上，两质量不同的人从板的两端从静



选择题 5 图

止开始以相对于板相同的速率相向行走，则板的运动状况是：（　　　）

A.　静止不动

B.　朝质量大的人的一端移动

C.　朝质量小的人的一端移动

D.　无法确定

解：答案是 **B**。

简要提示：取 $\boldsymbol{m_1}$ 的运动方向为正方向，板的运动速度为 v'，方向向右。由系统的动量守恒：

$$m_1(v+v')+m_2(v'-v)+m_0v'=0\text{，得：}\ v'=\frac{m_2-m_1}{m_1+m_2+m_0}v$$

如果 $m_2>m_1$，则 $v'>0$；如果 $m_1>m_2$，则 $v'<0$。

6. 一只猴子用绳子拉着一个和它质量相同的石头，在一水平的无摩擦的地面上运动，开始时猴子和石头都保持静止，然后猴子以相对于绳子的速度 $\boldsymbol{u}$ 拉绳，则石头的速率为：（　　）

A.　$\boldsymbol{u}$　　　**B.**　$\boldsymbol{u}/2$　　　**C.** $\boldsymbol{u}/4$　　　**D. 0**

解：答案是 **B**。

由动量守恒：$m_1v_1+m_2v_2=0$，$v_2-v_1=u$；得 $v_2=u/2$。

7. 如图，Oxy 平面上，一质量为 0.006kg 的子弹在直线 y=4 上沿 x 轴正方向匀速运动，速率为 v=500m· s^{-1}。当该子弹运动到 x=3m 处时，子弹对原点 O 的角动量大小为 (单位 kg·m^2·s^{-1})　　　（　　）

A.0

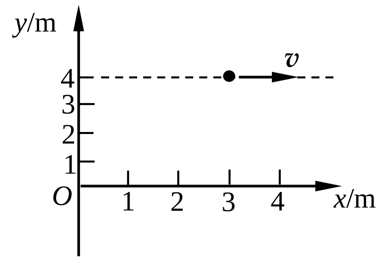
B.9

C.12

D.15

解：答案是 **C**。

简要提示：根据质点的角动量的定义。



选择题 7 图

二 填空题

1. 两个飞船通过置于它们之间的少量炸药爆炸而分离开来，若两飞船的质量分别为 **1200kg** 和 **1800kg**，爆炸力产生的冲量为 **600N·s**，则两船分离的相对速率为________ **m·s^{-1}**。

解：答案为：**5/6 m·s^{-1}**

简要提示：由动量定理：$I = m_1 v_1$， $I = m_2 v_2$

得：$v_1 = 1/2\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$， $v_2 = 1/3\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$

所以分离速度为 $v_{12} = v_1 + v_2 = 5/6\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$

2. 机关枪每分钟发射 **240** 发子弹，每颗子弹的质量为 **10g**，出射速度为 **900 m·s^{-1}**，则机关枪受到的平均反冲力的大小为______________。

解：答案为：**36 N**

简要提示：每个子弹受到的冲量为：$I = mv$

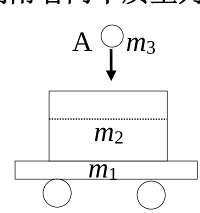
单位时间内子弹受到的平均冲力，即机关枪的平均反冲力大小

$$F = \frac{\sum I}{\Delta t} = \frac{240 \times 10 \times 10^{-3} \times 900}{60} = 36(\mathrm{N})$$

3. 乐队队长的指挥棒，是由长为 l 的细杆，其两端分别附着两个质量为 m_1 和 m_2 的物体所组成，将指挥棒抛入空中，其质心的加速度的大小为________，质心的轨迹为________________。

解：答案为：**g**；　抛物线。

简要提示：根据质心运动定理。



填空题 4 图

4. 一小车质量 m_1 = **200 kg**，车上放一装有沙子的箱子，质量 m_2 = **100 kg**，已知小车与砂箱以 v_0 = **3.5 km·h^{-1}**

的速率一起在光滑的直线轨道上前进，现将一质量 m_3 = 50 kg 的物体 A 垂直落入砂箱中，如图所示，则此后小车的运动速率为_______ $km \cdot h^{-1}$。

解：答案为： **3.0 km · h⁻¹**

简要提示：系统在水平方向上不受力的作用，所以水平方向的动量守恒：

$$(m_1+m_2)v_0=(m_1+m_2+m_3)v\,,\qquad \therefore v=3.0\ \mathrm{km}\cdot\mathrm{h}^{-1}$$

5 初始质量为 m_0 的火箭在地面附近空间以相对于火箭的速率 u 垂直向下喷射燃料，每秒钟消耗的燃料 $\mathrm{d}m/\mathrm{d}t$ 为常数，设火箭初始速度为 0，则火箭上升的速率 v 与时间函数关系为______________________。

解：答案为： $v=u\ln\dfrac{m_0}{m}-gt$

简要提示：由动量定理得到： $-mg\mathrm{d}t=m\mathrm{d}v+u\mathrm{d}m$

两边积分： $\int_0^t -g\mathrm{d}t=\int_0^v \mathrm{d}v+\int_{m_0}^m u\dfrac{\mathrm{d}m}{m}$，得到 $-gt=v+u\ln\dfrac{m}{m_0}$，

即 $v=u\ln\dfrac{m_0}{m}-gt$， 式中 $m=m_0-\dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}t$

6. 质量为 m =0.2kg 的小球系于轻绳的一端，并置于光滑的平板上，绳的另一端穿过平板上的光滑小孔后下垂用手握住。开始时，小球以速率 v_1=2.0 $m \cdot s^{-1}$ 作半径为 r_1 = 0.5m 的圆周运动；然后将手缓慢下移，直至小球运动半径变为 r_2=0.1m。此时小球的运动速率为___________。

解：答案为：**10 m · s⁻¹**

简要提示：由角动量守恒定律得： $mv_1r_1=mv_2r_2$， $v_2=v_1r_1/r_2$

7. 哈雷彗星在椭圆轨道上绕日运行，其近日点距离太阳 8.9×10^{10}m，远日点距离太阳 5.3×10^{12}m，则哈雷彗星在近日点时的速率与远日点时的速率之比为________。

解：答案为：**59.55**

简要提示：根据角动量守恒定律

三 计算题

1. 一位高尔夫球运动员打击高尔夫球，给球以大小为 $50 m \cdot s^{-1}$、方向与水平面成 30° 向上的初速度，设球的质量为 0.025 kg，棒与球接触时间为 0.01s，试求棒、球各受到的冲量大小，球受到的平均冲力大小。

解：以球为对象，由动量原理，球受到的冲量大小为

$$I = mv - 0 = mv = 0.025\times 50 = 1.25\ (\mathrm{N.s})$$

棒受到的冲量是 $\boldsymbol{I}' = -\boldsymbol{I}$ ，大小为 $I' = I = 1.25\,\mathrm{N\cdot s}$

球受到的平均冲力大小为：$\overline{F} = \dfrac{I}{\Delta t} = \dfrac{1.25}{0.01} = 125(\mathrm{N})$

2. 一颗子弹在枪筒里前进时所受的合力大小可表示为 $F = 400 - \dfrac{4\times10^5}{3}t$ **(SI)，子弹从枪口射出时的速率为300m·s^{-1}。设子弹离开枪口处合力刚好为零。求：(1)子弹走完枪筒全长所用的时间*t*；(2)子弹在枪筒中所受力的冲量*I*；(3)子弹的质量*m*。**

解　(1) 根据下式计算出子弹到达枪口处所需时间

$$F = 400 - \frac{4\times10^5}{3}t = 0$$

故子弹走完枪筒全长所用的时间 $t = \dfrac{3\times400}{4\times10^5} = 0.003\mathrm{s}$ 。

(2) 根据冲量的定义，子弹在枪筒中所受力的冲量

$$I = \int_0^{0.003} F\mathrm{d}t = \int_0^{0.003}(400 - \frac{4\times10^5}{3}t)\mathrm{d}t = (400t - \frac{4\times10^5}{6}t^2)\Big|_0^{0.003} = 0.6\,\mathrm{N\cdot s}$$

(3) 根据质点的动量定理

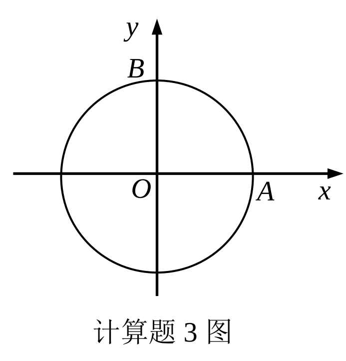
$$I = mv - 0$$

解出子弹的质量

$$m = \frac{I}{v} = \frac{0.6}{300} = 2\times10^{-3}\mathrm{kg}$$

3. 一个质量 m=50g，以速率 v=20m/s 作匀速圆周运动的小球,在 1/4 周期内从图中 A 点出发沿逆时针方向运动到 B 点。求向心力施加给小球冲量的大小。

解　小球作匀速圆周运动，其所受合力就是向心力。在如图所示笛卡儿坐标系中，小球在 A 点的动量为 $\boldsymbol{p}_1 = mv\boldsymbol{j}$ ，沿 y 轴正向；经历 1/4 周期运



计算题 3 图

动到 B 点时，其动量为 $\boldsymbol{p}_2=-mv\boldsymbol{i}$，沿 x 轴负向，根据质点的动量定理，该运动过程中，向心力给予小球的冲量为

$$\boldsymbol{I}=\boldsymbol{p}_2-\boldsymbol{p}_1=-mv\boldsymbol{i}-mv\boldsymbol{j}$$

冲量的大小为 $I=\sqrt{I_x^2+I_y^2}=\sqrt{(mv)^2+(mv)^2}=\sqrt{2}mv$ =1.41kg· m/s

4. 一股水流从水管中喷射到墙上，若水的速率为 5 $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$，水管每秒喷出的水为 $3\times10^{-4}\mathrm{m}^3$，若水不溅散开来，其密度 ρ 为 10^3 $\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$，试求水作用于墙上的平均冲力。

解：以质量为 Δm 的水流为对象，设水受到的平均冲力为 $\overline{F}$，根据质点的动量定理，得到

$$\overline{F}\Delta t=\Delta m(v-v_0)=-\Delta mv_0$$

$$\overline{F}=-\frac{\Delta m}{\Delta t}v_0=-\rho\frac{\Delta V}{\Delta t}v_0$$

由牛顿第三定律，水作用于墙上的平均冲力大小

$$\overline{F}'=-\overline{F}=\rho\frac{\Delta V}{\Delta t}v_0=10^3\times\frac{3\times10^{-4}}{1}\times5=1.5(\mathrm{N})$$

方向与水流速同向。

5. 一皮带以 v =1.2 $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$的恒定速率沿水平方向运动，将砂子从一处运到另一处，砂子经一竖直的静止漏斗以每秒20 kg的速率落到皮带上，忽略机件各部位的摩擦及皮带另一端的其它影响，求要维持皮带以恒定速率v 运动，需要多大的水平牵引力？

解：设t 时刻落到皮带上的砂子质量为m，速率为v，t+dt 时刻，皮带上的砂子质量为m+dm，速率也是v，根据动量定理，皮带作用在砂子上的力F 的冲量为

$$F\mathrm{d}t=(m+\mathrm{d}m)v-mv=\mathrm{d}mv$$

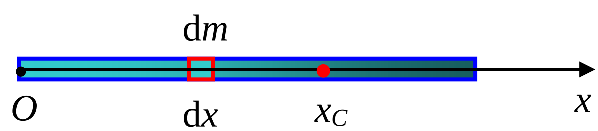
故

$$F = v\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = 24\mathrm{N}$$

6．长为l的细杆的密度ρ 按关系式 $\rho = \rho_0 x/l$ 随x而变化，其中x是从杆的一端算起的距离，ρ_0为常量．试求该细杆质心的位置。

解　如图所示，将细杆分为无限多小质元 dm

$$\mathrm{d}m = \rho\,\mathrm{d}x = \rho_0\frac{x}{l}\mathrm{d}x$$



由质心定义有

$$x_C = \frac{\int_0^l x\mathrm{d}m}{\int_0^l \mathrm{d}m} = \frac{\int_0^l x\rho_0\frac{x}{l}\mathrm{d}x}{\int_0^l \rho_0\frac{x}{l}\mathrm{d}x} = \frac{\int_0^l x^2\mathrm{d}x}{\int_0^l x\mathrm{d}x} = \frac{2}{3}l$$

7. 一质量为 240t 的驳船上载有一辆质量为 10t 的卡车，停泊在岸边的静水中，若卡车以相对于驳船的速度 5km/h 在驳船上行驶，求驳船的速度。

解　设卡车质量为 m，驳船质量为 M，卡车相对于驳船的速度为 u，卡车行驶后驳船获得反方向速度，大小为 v，则卡车相对于水面的速度为 $u-v$。驳船和卡车组成的系统动量守恒，因此有

$$m(u-v) - Mv = 0$$

$$v = \frac{mu}{m+M} = \frac{10\times 5}{10+240} = 0.2\ \mathrm{km/h}$$

8．质量为m_0的人，手握一质量为m的物体，此人沿与地面成α角的方向以初速率v_0跳出，当他到达最高点时，将m以相对速率u水平向后抛出，试求其跳出距离的增加量。

解：在最高点，抛物瞬间人和物体在水平方向上无外力作用，由水平方向的系统动量守恒

$$mv' + m_0 v = (m+m_0)v_0\cos\alpha \qquad \text{其中} \quad v' = v - u$$

代入求得人到达最高点时的速率　$v = v_0\cos\alpha + \dfrac{m}{m+m_0}u$

人的水平速度增量 $\Delta v = v - v_0 \cos\alpha = \dfrac{m}{m_0 + m} u$

由运动学可求出人从最高点到落地的跳跃时间 $t = \sqrt{\dfrac{2H}{g}} = \dfrac{v_0 \sin\alpha}{g}$

故增加距离 $\Delta x = \Delta v t = \dfrac{m u v_0}{(m + m_0) g} \sin\alpha$

9. **一质量为 m_0 的杂技演员，从蹦床上笔直地以初速 v_0 跳起。当他上升时，他从高于床面为 h 的栖木上，拿走一训练过的质量为 m 的猴子。求他和猴子最高可达到多高?**

解：演员上升到 h 时，速度为： $v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2gh}$

根据动量守恒定律，演员拿走猴子以后的速度 v_2 为

$$m_0 v_1 = (m + m_0) v_2$$

他和猴子一起上升的最大高度为

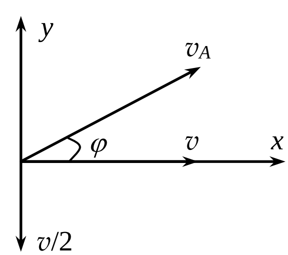
$$h' = v_2^2 / 2g$$

所以演员能达到的高度为

$$H = h + h' = \frac{{m_0}^2 v_0^2 + 2ghm(2m_0 + m)}{2g(m_0 + m)^2}$$

10. **光滑水平面上有两个质量分别为 m_A 和 m_B 的小球，A 球静止，B 球以速度 v 和 A 球发生碰撞，碰撞后 B 球速度的大小为 $v/2$，方向与 v 垂直，求碰撞后 A 球速度的大小和方向。**

解：建如题图所示的坐标系，设碰撞前 B 球速度沿x轴向右，碰撞后 B 球速度沿y轴向下，碰撞后 A 球速度的大小和方向如图所示，根据动量守恒定律，在 x 方向有



$$m_A v_A \cos\varphi = m_B v$$

在 y 方向有

$$m_A v_A \sin\varphi - m_B v/2 = 0$$

所以 A 球速度的大小和方向为

$$v_A = \frac{\sqrt{5}}{2}\frac{m_B}{m_A}v$$

$$\varphi = \tan^{-1}\frac{1}{2} = 26.6°$$

11． 一质量为 **6000 kg** 的火箭竖直发射，设喷气速率为 **1000m·s⁻¹**，试问要产生克服火箭重力所需推力和要使火箭获得最初向上的加速度 **20m·s⁻²**，这两种情况下火箭每秒应分别喷出多少气体？

解：设喷出的气体质量为 **d*m′***，火箭的质量变为**(*m*–d*m′*)**，在气体 **d*m′***喷出前后，系统的动量变化

$$\mathrm{d}p = (m - \mathrm{d}m')(v + \mathrm{d}v) + (\mathrm{d}m')(v + \mathrm{d}v - u) - mv = m\mathrm{d}v - u\mathrm{d}m'$$

喷出的气体质量等于火箭质量的减少量即 **d*m′* = –d*m***，故

$$\mathrm{d}p = m\mathrm{d}v + u\mathrm{d}m$$

考虑到重力作用， $F\mathrm{d}t = -mg\mathrm{d}t$

由系统的动量定理， $F\mathrm{d}t = \mathrm{d}p$ ，得到： $-mg\mathrm{d}t = m\mathrm{d}v + u\mathrm{d}m$ ，即

$$m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -u\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} - mg$$

要产生克服火箭重力所需的最小推力(无向上加速度)，可由 $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$ 求出

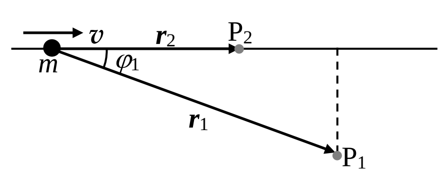
$$\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = -\frac{mg}{u} = -\frac{6000\times 9.8}{1000} = -58.8(\mathrm{kg}\cdot\mathrm{s}^{-1})$$

要使火箭获得最初向上的加速度 ***a***，可由 $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = a$ 求出

$$-u\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} - mg = ma$$

$$\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = -\frac{m(g+a)}{u} = -\frac{6000\times(9.8+20)}{1000} = -178.8(\mathrm{kg}\cdot\mathrm{s}^{-1})$$

12. 一质量为 ***m*=2200kg** 的汽车以 v **=60km·h⁻¹** 的速度沿一平直公路前进。求汽车对公路一侧距公路 ***d*=50m** 的一点的角动量是多大？汽车对公路上任一点的角动量又是多大？



解：如图所示，汽车对公路一侧距公路 ***d*=50m** 的一点 **P₁** 的角动量的大小为

$$L_1 = mv r_1 \sin\varphi_1 = mv d = 2200\times\frac{60\times10^3}{3600}\times50 = 1.83\times10^6(\mathrm{kg\cdot m^2\cdot s^{-1}})$$

汽车对公路上任一点 P_2 的角动量：

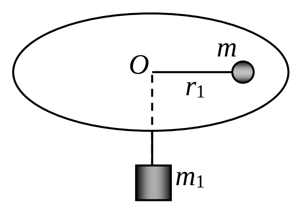
$$L_2 = mv r_2 \sin\varphi_2 = mv r_2 \sin 0 = 0$$

13. 电子的质量为 9.1×10^{-31}kg，在半径为 5.3×10^{-11}m 的圆周轨道上绕氢原子核作匀速圆周运动，已知电子的角动量为 $h/2\pi$，(h 为普朗克常量，h=6.63×10^{-34}Js)，求电子的角速度。

解：电子的角动量为：$L = m\omega r^2$**，所以：**$\omega = \dfrac{L}{mr^2} = 4.1\times10^{16}\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$

14. 在平板中央开一小孔，质量为 m=50g 的小球，用细线系住，细线穿过小孔后，挂一质量为 m_1=200g 的重物，小球作匀速圆周运动，当半径 r_1=24.8cm 时，重物达到平衡。今在 m_1 的下方再挂一质量为 m_2=100g 的另一重物，问小球作匀速圆周运动的半径 r_2 又是多少？

解　小球作圆周运动的向心力由重物的重力提供，根据题意有



计算题 14 图

$$\frac{mv_1^2}{r_1} = m_1 g$$

$$\frac{mv_2^2}{r_2} = (m_1 + m_2)g$$

在 m_1 的下方再挂一质量为 m_2=100g 的另一重物的过程中， 线中拉力对于转动中心的力矩为零，所以小球的角动量守恒，即

$$mr_1v_1 = mr_2v_2$$

联立以上三式可得

$$r_2 = \sqrt[3]{\frac{m_1}{m_1+m_2}}r_1 = \sqrt[3]{\frac{200}{200+100}}\times24.8 \approx 21.7\text{ cm}$$