第六章　气体动理论

一 选择题

1. 若理想气体的体积为 V，压强为 p，温度为 T，一个分子的质量为 m，k 为玻耳兹曼常量，R 为摩尔气体常量，则该理想气体的分子总数为(　　)。

A. pV/m　　B. $pV/(kT)$　　C. $pV/(RT)$　　D. $pV/(mT)$

解　理想气体的物态方程可写成 $pV = \nu RT = \nu N_A kT = NkT$，式中 $N=\nu N_A$ 为气体的分子总数，由此得到理想气体的分子总数 $N = \dfrac{pV}{kT}$。

故本题答案为 B。

2. 在一密闭容器中，储有A、B、C 三种理想气体，处于平衡状态。A 种气体的分子数密度为n_1，它产生的压强为p_1，B 种气体的分子数密度为$2n_1$，C 种气体的分子数密度为$3n_1$，则混合气体的压强p为　　(　　)

A. $3p_1$　　B. $4p_1$　　C. $5p_1$　　D. $6p_1$

解 根据 $p = nkT$，$n = n_1 + n_2 + n_3$，得到

$$p = (n_1 + n_2 + n_3)kT = 6n_1kT = 6p_1$$

故本题答案为 D。

3. 刚性三原子分子理想气体的压强为 p，体积为 V，则它的内能为　(　　)

A. $2pV$　　B. $\dfrac{5}{2}pV$　　C. $3pV$　　D. $\dfrac{7}{2}pV$

解　理想气体的内能 $U = \dfrac{i}{2}\nu RT$，物态方程 $pV = \nu RT$，刚性三原子分子自由度 i=6，因此 $U = \dfrac{i}{2}\nu RT = \dfrac{6}{2}pV = 3pV$。

因此答案选 C。

4. 一小瓶氮气和一大瓶氦气，它们的压强、温度相同，则正确的说法为：(　　)

A. 单位体积内的原子数不同　　B. 单位体积内的气体质量相同

C. 单位体积内的气体分子数不同　D. 气体的内能相同

解：单位体积内的气体质量即为密度，气体密度 $\rho = \dfrac{m}{V} = \dfrac{Mp}{RT}$（式中 m 是气体分子

质量，M 是气体的摩尔质量)，故两种气体的密度不等。

单位体积内的气体分子数即为分子数密度 $n=\dfrac{p}{kT}$，故两种气体的分子数密度相等。

氮气是双原子分子，氦气是单原子分子，故两种气体的单位体积内的原子数不同。

根据理想气体的内能公式 $U=\nu\dfrac{i}{2}RT$，两种气体的内能不等。

所以答案选 A。

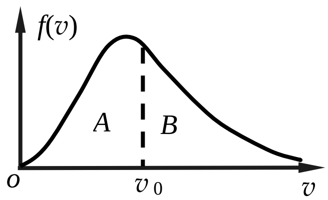
5. 麦克斯韦速率分布曲线如题图所示，图中 A、B 两部分的面积相等，则该图表示（　　）

A. v_0 为最可几速率

B. v_0 为平方速率

C. v_0 方均根速率

D.　速率大于 v_0 和速率小于 v_0 的分子各占一半



选择题 5 图

解：根据速率分布曲线的意义可知，分子速率大于 v_0 和小于 v_0 的概率相等。

所以答案选 D。

6. 在一定温度下分子速率出现在 v_p、$\bar{v}$ 和 $\sqrt{\overline{v^2}}$ 三值附近 dv 区间内的概率　　（　　）

A. 出现在 $\sqrt{\overline{v^2}}$ 附近的概率最大，出现在 v_p 附近的概率最小

B. 出现在 $\bar{v}$ 附近的概率最大，出现在 $\sqrt{\overline{v^2}}$ 附近的概率最小

C. 出现在 v_p 附近的概率最大，出现在 $\bar{v}$ 附近的概率最小

D. 出现在 v_p 附近的概率最大，出现在 $\sqrt{\overline{v^2}}$ 附近的概率最小

解：v_p 是最概然速率，$\sqrt{\overline{v^2}}$ 值最大，根据麦克斯韦速率分布可知，分子速率出现在 v_p 值的概率最大，出现在 $\sqrt{\overline{v^2}}$ 值的概率最小。

所以答案选 D。

7. 在容积不变的封闭容器内理想气体分子的平均速率若提高为原来的 2 倍，则（　　）

A. 温度和压强都为原来的 2 倍

B. 温度为原来的 2 倍, 压强为原来的 4 倍

C. 温度为原来的 4 倍, 压强为原来的 2 倍

D. 温度和压强都为原来的 4 倍

解：根据分子的平均速率 $\bar{v}=\sqrt{\dfrac{8RT}{\pi M}}$，及理想气体公式 $p=\nu\dfrac{RT}{V}$，若分子的平均

速率若提高为原来的 2 倍，则温度和压强都为原来的 4 倍。

所以答案选 D。

8. 三个容器 A、B、C 装有同种理想气体，其分子数密度 n 相同，而方均根速率之比为 $(\overline{v_A^2})^{1/2}:(\overline{v_B^2})^{1/2}:(\overline{v_C^2})^{1/2}$ =1:2:3，则其压强之比 p_A:p_B :p_C 为（　）

A. 1:2:4　　B. 4:2:1　　C 1:4:16　　D. 1:4:9

解：方均根速率与 $\sqrt{T}$ 成正比，因此三个容器的温度之比为 T_A : T_B : T_C =1:4:9，而压强 $p=nkT$，故 p_A:p_B :p_C =1:4:9。

所以答案选 D。

9. 一定量的理想气体贮于某一容器内，温度为 T，气体分子的质量为 m。根据理想气体分子模型和统计假设，分子速度在 x 方向分量的平均值为（　）

A. $\bar{v}_x=\sqrt{\dfrac{8kT}{\pi m}}$　　B. $\bar{v}_x=\dfrac{1}{3}\cdot\sqrt{\dfrac{8kT}{\pi m}}$　　C . $\bar{v}_x=\sqrt{\dfrac{8kT}{3\pi m}}$　　D. $\bar{v}_x=0$

解：在热平衡时，分子在 x 正反两个方向上的运动是等概率的，故分子速度在 x 方向分量的平均值为零。

所以答案选 D。

10. 气缸内盛有一定量的氢气(可视作理想气体)，当温度不变而压强增大一倍时，氢气分子的平均碰撞频率 $\bar{Z}$ 和平均自由程 $\bar{\lambda}$ 的变化情况为（　）

A. $\bar{Z}$ 和 $\bar{\lambda}$ 都增大一倍。　　B. $\bar{Z}$ 和 $\bar{\lambda}$ 都减为原来的一半。

C. $\bar{Z}$ 增大一倍而 $\bar{\lambda}$ 减为原来的一半。 D. $\bar{Z}$ 减为原来的一半而 $\bar{\lambda}$ 增大一倍

解：温度不变，分子的平均速率不变，而压强增大一倍时，根据公式 $p=nkT$，气体的分子数密度也增大一倍。而 $\bar{Z}$ 与 n 成正比，$\bar{\lambda}$ 与 n 成反比，故 $\bar{Z}$ 增大一倍而 $\bar{\lambda}$ 减为原来的一半。

所以答案选 C。

二 填空题

1. 一容器内储氧气，其压强 $p=1.01\times10^5\,\mathrm{Pa}$，温度 $t=27°\mathrm{C}$，已知氧气的摩尔质量为 $M=32.0\times10^{-3}\,\mathrm{kg\cdot mol^{-1}}$，则单位体积内的分子数 n =_____；氧气的质量密度 ρ =______；氧分子的质量 m =______。

（$2.4\times10^{25}\mathrm{m^{-3}}$；$1.3\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$；$5.3\times10^{-25}\mathrm{kg}$ ？？）

2. 在常温常压下，摩尔数相同的氢气和氮气，当温度相同时，下述量是否相同，分子每个自由度的能量_____；分子的平均平动动能_____；分子的平均动能_____；气体的内能_____。

解：分子每个自由度的能量与具体分子无关，故分子每个自由度的能量相同；分子的平均平动动能都是 $\bar{\varepsilon}_t=\dfrac{3}{2}kT$，故相同；氢和氮都是双原子分子，分子的平均动能 $\bar{\varepsilon}_k=\dfrac{5}{2}kT$，故相同；内能 $U=\dfrac{5}{2}\nu RT$，故摩尔数相同、温度相同的气体内能也相同。

3. 储有氢气的容器以某速度 v 作定向运动，假设该容器突然停止，全部定向运动动能都变为气体分子热运动的动能，此时容器中气体的温度上升 0.7K，求容器作定向运动的速度_______$\mathrm{m\cdot s^{-1}}$，容器中气体分子的平均动能增加了______J。

解：氢气是双原子分子，其分子自由度等于 5。设容器内的气体有ν摩尔，则气体的内能为$U=\frac{5}{2}\nu RT$，内能的增量$\Delta U=\frac{5}{2}\nu R\Delta T$。所有分子的定向运动动能为$\nu N_{\mathrm{A}}(\frac{1}{2}m_{\mathrm{H_2}}v^2)$。若此动能全部变为气体分子热运动的动能，使容器中气体的温度上升，则有

$$\frac{5}{2}\nu R\Delta T=\nu N_{\mathrm{A}}(\frac{1}{2}m_{\mathrm{H_2}}v^2)$$

整理上式得到容器作定向运动的速度

$$v=\sqrt{\frac{5k\Delta T}{m_{\mathrm{H_2}}}}=\sqrt{\frac{5R\Delta T}{M_{\mathrm{H_2}}}}=\sqrt{\frac{5\times 8.31\times 0.7}{2.0\times 10^{-3}}}=120.6\,\mathrm{m/s}$$

因分子的平均动能$\overline{\varepsilon_{\mathrm{k}}}=\frac{5}{2}kT$，所以气体分子的平均动能增加了

$$\Delta\bar{\varepsilon}_{\mathrm{k}}=\frac{5}{2}k\Delta T=\frac{5}{2}\times 1.38\times 10^{-23}\times 0.7=2.42\times 10^{-23}\,\mathrm{J}$$

4. 1mol 氧气（视为刚性双原子分子的理想气体）贮于一氧气瓶中，温度为 27℃，这瓶氧气的内能为_________J；分子的平均平动动能为________J；分子的平均动能为 J 。

解：1mol 氧气的内能$U=\frac{5}{2}\nu RT=\frac{5}{2}\times 1\times 8.31\times 300=6232.5\,\mathrm{J}$

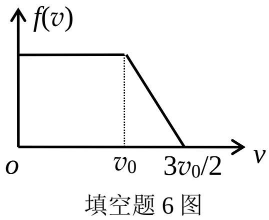
分子的平均平动动能$\overline{\varepsilon_{\mathrm{t}}}=\frac{3}{2}kT=\frac{3}{2}\times 1.38\times 10^{-23}\times 300=6.21\times 10^{-21}\,\mathrm{J}$

分子的平均动能$\overline{\varepsilon_{\mathrm{k}}}=\frac{5}{2}kT=\frac{5}{2}\times 1.38\times 10^{-23}\times 300=1.035\times 10^{-20}\,\mathrm{J}$

5. 若用 f（v）表示麦克斯韦速率分布函数，则某个分子速率在 $v\to v+\mathrm{d}v$ 区间内的概率为________，某个分子速率在 $0\to v_{\mathrm{p}}$之间的概率为_______，某个分子速率在 $0\to\infty$ 之间的概率为_______。

解：$f(v)\,\mathrm{d}\,v$ ；$\int_0^{v_{\mathrm{p}}}f(v)\,\mathrm{d}v$ ；$\int_0^{\infty}f(v)\,\mathrm{d}\,v=1$

6. 假设某种气体的分子速率分布函数 $f(v)$与速率 v 的关系如图所示，分子总数为 N，则$\int_0^{\frac{3}{2}v_0}f(v)\mathrm{d}v=$________；而$\int_0^{v_0}Nf(v)\mathrm{d}v$ 的意义是_______________。



填空题 6 图

解：根据分子速率分布函数的物理意义，$\int_0^{\frac{3}{2}v_0}f(v)\mathrm{d}v=1$；$\int_0^{v_0}Nf(v)\mathrm{d}v$ 的意义是速率在 0~v_0区间内的分子数。

7. 一密度为ρ，摩尔质量为M的理想气体的分子数密度为______。若该气体分子的最概然速率为v_p，则此气体的压强为______。

解：$n=\dfrac{N}{V}=\dfrac{N_A\dfrac{m}{M}}{V}=\dfrac{N_A}{M}\dfrac{m}{V}=\rho\dfrac{N_A}{M}$；

$p=nkT=nk\dfrac{M}{2R}v_p^2=\rho\dfrac{N_A}{M}\times k\times\dfrac{M}{2N_Ak}v_p^2=\dfrac{1}{2}\rho v_p^2$

8. 密闭容器中贮有一定量的理想气体，若加热使气体的温度升高为原来的 4 倍，则气体分子的平均速率变为原来的___倍，气体分子的平均自由程变为原来的___倍。

解：因$\bar{v}=\sqrt{\dfrac{8RT}{\pi M}}$，则气体分子的平均速率变为原来的 2 倍。

$\bar{\lambda}=\dfrac{1}{\sqrt{2}\pi d^2n}$，因为密闭容器中气体分子数密度 n 不变，故平均自由程不变，即变为原来的 1 倍。

三 计算题

1. 在一具有活塞的容器中盛有一定量的气体，如果压缩气体并对它加热，使它的温度从 27℃升至 177℃，体积减少一半，求气体压强是原来的多少倍？

解 已知 T_1=273+27=300K，T_2=273+177=450K，V_2= V_1/2。

由理想气体物态方程

$$\frac{p_1V_1}{T_1}=\frac{p_2V_2}{T_2}$$

得到

$$p_2=\frac{V_1T_2}{V_2T_1}p_1=\frac{2\times450}{300}p_1=3p_1$$

即气体压强是原来的 3 倍。

2. 目前好的真空设备的真空度可达到 10^{-15}大气压，求此压力下，温度为 27℃时，1m^3体积中有多少气体分子？

解 1m^3体积中的气体分子数就是分子数密度 n。根据公式 $p=nkT$，得到

$$n=\frac{p}{RT}=\frac{1.013\times10^5\times10^{-15}}{1.38\times10^{-23}\times300}=2.45\times10^{10}\text{个}/\mathrm{m}^3$$

3. 已知某种理想气体的物态方程为 $pV=cT$，试求该气体的分子总数 N。

解 将本题中的理想气体的物态方程 $pV=cT$ 与公式 $pV=\nu RT$ 对比，得到$\nu R=c$。因此气体的分子总数 $N=\nu N_A=\dfrac{cN_A}{R}=\dfrac{c}{k}$。

4. 1 mol 的氢气在温度为 27℃时，它的平动动能和转动动能各为多少？

解　氢分子为双原子分子，平动自由度为 3，转动自由度为 2，所以 1mol 的氢气的平均平动动能为 $\frac{3}{2}RT=\frac{3}{2}\times8.31\times300=3.74\times10^{3}$ J；，转动动能为 $\frac{2}{2}RT=8.31\times300=2.493\times10^{3}$ J。

5. 一密封房间的体积为 5×3×3m^3，室温为 20℃，室内空气分子热运动的平均平动动能的总和是多少？如果气体温度升高 1.0K，而体积不变，则气体的内能变化多少？（已知空气的密度ρ=1.29kg· m^{-3}，摩尔质量 M = 29×10^{-3}kg·mol^{-1}，且空气分子可认为是刚性双原子分子。）

解：设气体的分子总数为 N，根据 $\frac{1}{2}m\overline{v^2}=\frac{3}{2}kT$，可以得到室内空气分子热运动的平均平动动能的总和为

$$N\frac{1}{2}m\overline{v^2}=\frac{3}{2}NkT$$

$$N\frac{1}{2}m\overline{v^2}=\frac{3}{2}\frac{m}{M}N_{\mathrm{A}}kT=\frac{3}{2}\frac{m}{M}RT=\frac{3}{2}\frac{\rho V}{M}RT=7.31\times10^{6}\ \mathrm{J}$$

根据内能公式$U=\frac{m}{M}\frac{i}{2}RT$，得气体的内能变化

$$\Delta U=\frac{m}{M}\frac{i}{2}R\Delta T=\frac{\rho V}{M}\frac{i}{2}R\Delta T$$

$$=\frac{1.29\times5\times3\times3}{29\times10^{-3}}\times\frac{5}{2}\times8.31\times1.0=4.16\times10^{4}\ \mathrm{J}$$

6. 在地下球状洞穴中，一次核爆炸释放出 4×10^{15} 焦耳的能量，洞穴半径为 200 米，试求洞穴中压强升高多少？

（提示：将空气当作理想气体，并假定爆炸产生的能量全部转化为空气的内能）

解:，爆炸产生的能量全部转化为空气的内能。空气主要成分是 N_2 和 O_2，故可近似看作是双原子分子气体。设洞穴内空气分子总数为 N，则

$$U=(\frac{5}{2}kT)N$$

$$NkT=\frac{2}{5}U$$

由理想气体物态方程

$$p=\frac{N}{V}kT=\frac{2U}{5V}=\frac{2U}{5.\frac{4}{3}\pi R^{3}}$$

由此得到压强的变化

$$\Delta p=\frac{2\Delta U}{5.\dfrac{4}{3}\pi R^{3}}$$

所以洞穴中压强升高

$$\Delta p=\frac{2\times4\times10^{15}}{5\times\dfrac{4}{3}\times3.14\times200^{3}}=4.8\times10^{7}\ \mathrm{Pa}$$

7. 将质量都是 0.28 千克的氮气和氦气由 20℃加热到 70℃，问氮气和氦气的内能增加多少？（已知氦气的摩尔质量为 4g/mol）？

解　氮分子为双原子分子，具有 5 个自由度，内能表达式$U_{氮}=\dfrac{m_{氮}}{M_{氮}}\dfrac{5}{2}RT$，当温度升高时，内能增加

$$\Delta U_{氮}=\frac{m_{氮}}{M_{氮}}\frac{5}{2}R\Delta T=\frac{0.28}{0.028}\times\frac{5}{2}\times8.31\times(70-20)=10387.5\ \mathrm{J}$$

同样地，氦分子为单原子分子，具有 3 个自由度，内能表达式$U_{氦}=\dfrac{m_{氦}}{M_{氦}}\dfrac{3}{2}RT$，当温度升高时，内能增加

$$\Delta U_{氦}=\frac{m_{氦}}{M_{氦}}\frac{3}{2}R\Delta T=\frac{0.28}{0.004}\times\frac{3}{2}\times8.31\times(70-20)=43627.5\ \mathrm{J}$$

8. 设 N 个粒子系统的速率分布函数为

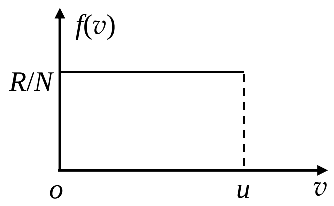
$\mathrm{d}N=R\,\mathrm{d}v$　（$0<v<u$, R 为常数）

$\mathrm{d}N=0$　（$v>u$）

试:（1）画出分布函数图;（2）用 N 和 u 定出常数 R；（3）用 u 表示出平均速率和方均根速率。

解:（1）我们将分布函数 $\mathrm{d}N=R\mathrm{d}v$ 写成如下一般形式

$$f(v)=\frac{\mathrm{d}N}{N\mathrm{d}v}=\frac{R}{N}=常数$$



其分布函数如图。

（2）对 $\mathrm{d}N=R\mathrm{d}v$ 积分，

$$\int_0^N \mathrm{d}N_v=\int_0^u R\mathrm{d}v$$

得 $N=RV$ 即 $R=\dfrac{N}{u}$

（3）平均速率 $\bar{v}=\dfrac{\int_0^N v\cdot \mathrm{d}N}{N}=\dfrac{\int_0^u v\cdot R\mathrm{d}v}{N}=\dfrac{u}{2}$

方均根速率 $\sqrt{\overline{v^2}}=\sqrt{\dfrac{\int_0^u v^2\cdot R\mathrm{d}v}{N}}=\dfrac{u}{\sqrt{3}}$

9. 摩尔质量为 89g/mol 的氨基酸分子和摩尔质量为 5.0×10^4g/mol 的蛋白质分子，它们在 37℃的活细胞内的方均根速率各是多少？

解　根据方均根速率公式 $v_{\mathrm{rms}}=\sqrt{\dfrac{3RT}{M}}$，代入数据即得氨基酸分子在 37℃的活细胞内的方均根速率为

$$v_{\mathrm{rms}}=\sqrt{\frac{3\times8.31\times(273+37)}{0.089}}=294.7\ \mathrm{m/s}$$

蛋白质分子在 37℃的活细胞内的方均根速率为

$$v_{\mathrm{rms}}=\sqrt{\frac{3\times8.31\times(273+37)}{50}}=12.4\ \mathrm{m/s}$$

10.　(1) 求氮气在标准状态下的平均碰撞频率。(2) 若温度不变，气压降到 1.33×10^{-4}Pa，平均碰撞频率又为多少？（设分子有效直径为 10^{-10}m）

解：（1）在标准状态下，氮气分子的算术平均速度

$$\bar{v}=\sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}=\sqrt{\frac{8\times8.31\times273}{3.14\times0.028}}=454\,\mathrm{m/s}$$

由公式 $p=nkT$ 得

$$n=\frac{p}{kT}=\frac{1.013\times10^5}{1.38\times10^{-23}\times273}=2.69\times10^{25}\,\mathrm{m}^{-3}$$

由平均自由程 $\bar{\lambda}=\dfrac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$ 得

$$\bar{\lambda}=\frac{1}{\sqrt{2}\times3.14\times(10^{-10})^2\times2.69\times10^{25}}=8.39\times10^{-7}\,\mathrm{m}$$

所以平均碰撞频率 $\bar{Z}=\dfrac{\bar{v}}{\bar{\lambda}}=\dfrac{4.55\times10^2}{8.39\times10^{-7}}=5.42\times10^8\,\mathrm{s}^{-1}$

（2）气压降低之后的平均碰撞频率为 $\overline{Z'}$，因为温度不变，所以平均速率不变，故平均碰撞频率与压强成正比，即

$$\frac{\overline{Z'}}{\overline{Z}}=\frac{p'}{p}$$

所以 $$\overline{Z'}=\frac{p'}{p}\overline{Z}=\frac{1.33\times10^{-4}}{1.013\times10^{5}}\times5.42\times10^{8}=0.71\text{s}^{-1}$$

11. 若在标准压强下，氢气分子的平均自由程为 6×10^{-8}米，问在何种压强下，其平均自由程为 1cm？（设两种状态的温度一样）

解：根据 $\overline{\lambda}=\frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$ 即 $n=\frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2\overline{\lambda}}$ ，

和 $p=nkT$ 有： $$p=\frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2\overline{\lambda}}$$

则 $$\frac{p}{p_0}=\frac{\frac{1}{\overline{\lambda}}}{\frac{1}{\overline{\lambda_0}}}=\frac{\overline{\lambda_0}}{\overline{\lambda}}$$

即 $$p=\frac{p_0\overline{\lambda_0}}{\overline{\lambda}}=\frac{1\times6\times10^{-8}}{1\times10^{-2}}=6\times10^{-6}\,\text{atm}=0.61\text{Pa}$$