

狭义相对论基础习题解答

一 选择题

1. 判断下面几种说法是否正确 ()

- (1) 所有惯性系对物理定律都是等价的。
 (2) 在真空中，光速与光的频率和光源的运动无关。
 (3) 在任何惯性系中，光在真空中沿任何方向传播的速度都相同。
- A. 只有 (1) (2) 正确 B. 只有 (1) (3) 正确
 C. 只有 (2) (3) 正确 D. 三种说法都正确

解：答案选 D。

2. (1) 对某观察者来说，发生在某惯性系中同一地点、同一时刻的两个事件，对于相对该惯性系作匀速直线运动的其它惯性系中的观察者来说，它们是否同时发生？

(2) 在某惯性系中发生于同一时刻、不同地点的两个事件，它们在其它惯性系中是否同时发生？

关于上述两个问题的正确答案是：()

- A. (1) 同时， (2) 不同时 B. (1) 不同时， (2) 同时
 C. (1) 同时， (2) 同时 D. (1) 不同时， (2) 不同时

解：答案选 A。

3. 在狭义相对论中，下列说法中哪些是正确的？()

- (1) 一切运动物体相对于观察者的速度都不能大于真空中的光速。
 (2) 质量、长度、时间的测量结果都随物体与观察者的相对运动状态而改变
 (3) 在一惯性系中发生于同一时刻，不同地点的两个事件在其他一切惯性系中也是同时发生的。

(4) 惯性系中的观察者观察一个与他作匀速相对运动的时钟时，会看到这时钟比与他相对静止的相同的时钟走得慢些。

- A. (1), (3), (4) B. (1), (2), (4)
 C. (1), (2), (3) D. (2), (3), (4)

解：同时是相对的。

答案选 B。

4. 一宇宙飞船相对地球以 $0.8c$ 的速度飞行，一光脉冲从船尾传到船头。飞船上的观察者测得飞船长为 90m ，地球上的观察者测得光脉冲从船尾发出和到达船头两个事件的空间间隔为 ()

- A. 90m B. 54m C. 270m D. 150m

解： $\Delta x' = 90\text{m}$, $u = 0.8c$, $\Delta t' = 90 / (3 \times 10^8) = 3 \times 10^{-7}\text{s}$

$$\Delta x = (\Delta x' + u\Delta t') / \sqrt{1 - (u/c)^2} = 270\text{m}。$$

答案选 C。

5. 在某地发生两事件，与该处相对静止的甲测得时间间隔为 4s，若相对甲作匀速直线运动的乙测得时间间隔为 5s，则乙相对于甲的运动速度是：()

- A. $4c/5$ B. $3c/5$ C. $c/5$ D. $2c/5$

解：固有时 $\tau_0=4$ ， $\tau=5$ ， $\tau = \tau_0 / \sqrt{1 - (u/c)^2}$ ， $u=(3/5)c$ 。

答案选 B。

6. 根据天体物理学的观察和推算，宇宙正在膨胀，太空中的天体都离开我们的星球而去。假定在地球参考系上观察到一颗脉冲星（发出周期性脉冲无线电波的星）的脉冲周期为 0.50s，且这颗星正在以运行速度 $0.8c$ 离我们而去，那么这颗星的固有脉冲周期应是：()

- A. 0.10s B. 0.30s C. 0.50s D. 0.83s

解： $\tau=0.5\text{s}$ ， $u=0.8c$ ， $\tau = \tau_0 / \sqrt{1 - (u/c)^2}$ ， $\tau_0=0.6\tau = 0.30\text{s}$ 。

答案选 B。

7. 一宇宙飞船相对地面以速度 u 作匀速直线飞行，某一时刻飞船头部的宇航员向飞船尾部发出一个光讯号，经过 Δt （飞船上的钟）时间后，被尾部的接收器收到，则由此可知飞船的固有长度为 ()

- A. $c\Delta t$ B. $u\Delta t$ C. $c\Delta t \sqrt{1 - (u/c)^2}$ D. $\frac{c\Delta t}{\sqrt{1 - (u/c)^2}}$

解：光在飞船参考系中也为 c ，故答案选 A。

8. S 系与 S' 系是坐标轴相互平行的两个惯性系， S' 系相对于 S 系沿 ox 轴正方向匀速运动。一根刚性尺静止在 S' 系中，与 $o'x'$ 轴成 30° 角。今在 S 系中观察得该尺与 ox 轴成 45° 角，则 S' 系相对与 S 系的速度是：()

- A. $2c/3$ B. $c/3$ C. $(2/3)^{1/2}c$ D. $(1/3)^{1/2}c$

解： $l \sin 45^\circ = l' \sin 30^\circ$ ， $l \cos 45^\circ = l' \cos 30^\circ \sqrt{1 - \beta^2}$ ，

$$\tan 30^\circ = \sqrt{1 - \beta^2}， \quad u = (2/3)^{1/2}c。$$

答案选 C。

9. 某核电站年发电量为 100 亿度，它等于 $3.6 \times 10^{16}\text{J}$ 的能量，如果这是由核材料的全部静止能转化产生的，则需要消耗的核材料的质量为 ()

- A. 0.4kg B. 0.8kg C. $12 \times 10^7\text{kg}$ D. $(1/12) \times 10^7\text{kg}$

解： $\Delta m = \frac{E_k}{c^2} = \frac{3.6 \times 10^{16}}{9 \times 10^{16}} = 0.4 \text{ kg}$

答案选 A。

10. 设某微观粒子的总能量是它的静止能量的 k 倍, 则其运动速度的大小为 (以 c 表示真空中的光速) ()

A. $\frac{c}{k-1}$ B. $\frac{c}{k}\sqrt{1-k^2}$ C. $\frac{c}{k}\sqrt{k^2-1}$ D. $\frac{c}{k+1}\sqrt{k(k+2)}$

解: $E = km_0c^2 = mc^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$, $v = \frac{c}{k}\sqrt{k^2-1}$ 。

答案选 C。

11. E_k 是粒子的动能, p 表示它的动量, 则粒子的静止能量为 ()

A. $\frac{p^2c^2 - E_k^2}{2E_k}$ B. $\frac{p^2c^2 + E_k^2}{2E_k}$
C. $\frac{pc - E_k^2}{2E_k}$ D. $E_k + pc$

解: $E = E_0 + E_k$, $E^2 = p^2c^2 + E_0^2$ 。 $E_0 = \frac{p^2c^2 - E_k^2}{2E_k}$

答案选 A。

二 填空题

1. 已知惯性系 S' 相对于惯性系 S 系以 $0.5c$ 的匀速度沿 x 轴的方向运动, 若从 S' 系的坐标原点 o' 沿 x 轴正方向发出一光波, 则 S 系中测得此光波的波速为_____。

解: c

2. 在惯性系 S 中, 测得某两事件发生在同一地点, 时间间隔为 $4s$, 在另一惯性系 S' 中, 测得这两事件的时间间隔为 $6s$, 它们的空间间隔是_____。

解: $\Delta t = 4s$, $\Delta t' = 6s$, $\Delta x = 0$, $6 = 4 / \sqrt{1-(u/c)^2}$, $u = c\sqrt{5}/3$

$$\Delta x' = (\Delta x - u\Delta t) / \sqrt{1-(u/c)^2} = -6\sqrt{5} \times 10^8 \text{ m}。$$

3. π^+ 介子是不稳定的粒子, 在它自己的参照系中测得平均寿命是 $2.6 \times 10^{-8}s$, 如果它相对实验室以 $0.8c$ 的速度运动, 那么实验室坐标系中测得的 π^+ 介子的寿命是_____。

解: $\tau = \tau_0 / \sqrt{1-(u/c)^2} = 2.6 \times 10^{-8} / \sqrt{1-0.8^2} = 4.33 \times 10^{-8} s。$

4. 两个惯性系中的观察者 O 和 O' 以 $0.6c$ 的相对速度互相接近, 如果 O 测得两者

的初始距离是 20m, 则 O' 测得两者经过时间 $\Delta t' =$ _____ s 后相遇。

$$\text{解: } l_0 = 20, l = l_0 \sqrt{1 - \beta^2} = 16, \Delta t' = \frac{l}{u} = \frac{16}{0.6 \times 3 \times 10^8} = 8.89 \times 10^{-8} \text{ s}.$$

5. 牛郎星距离地球约 16 光年, 宇宙飞船以 _____ 的匀速度飞行, 将用 4 年的时间 (宇宙飞船上的钟指示的时间) 抵达牛郎星。

$$\text{解: } l_0 = 16 \text{ 光年} = 16c \text{ 年}, l = 4u \text{ 年}, 4u \text{ 年} = 16c \text{ 年} \sqrt{1 - (u/c)^2},$$

$$u = \sqrt{\frac{16}{17}} c = 0.97c = 2.91 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

6. 某加速器将电子加速到能量 $E = 2.0 \times 10^6 \text{ eV}$ 时, 该电子的动能 _____ eV。(电子的静止质量 $m_{e0} = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$, $1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$)

$$\text{解: } E_0 = 0.511 \times 10^6 \text{ eV}, E_k = E - E_0 = 2.0 \times 10^6 - 0.511 \times 10^6 = 1.49 \times 10^6 \text{ eV}.$$

7. 设电子静止质量为 m_{e0} , 将一个电子从静止加速到速率为 $0.6c$, 需做功 _____。

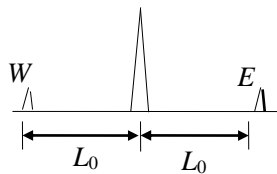
$$\text{解: } W = E_k = E - E_0 = m_e c^2 - m_{e0} c^2 = m_{e0} c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} - 1 \right) = 0.25 m_{e0} c^2.$$

8. 当粒子的动能等于它的静止能量时, 它的运动速度为 _____。

$$\text{解: } E = E_k + E_0 = 2m_0 c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}, v = \frac{1}{2} \sqrt{3} c.$$

三 计算题

1. 一发射台向东西两侧距离均为 L_0 的两个接收站 E 与 W 发射讯号。今有一飞机以匀速度 u 沿发射台与两接收站的连线由西向东飞行, 试问在飞机上测得两接收站接收到发射台同一讯号的时间间隔是多少?



计算题 1 图

解: 在地面参照系:

$$\Delta t = (L/c) - (L/c) = 0$$

在飞机参照系

$$t'_W = \frac{t_W - ux_W/c^2}{\sqrt{1 - (u/c)^2}}$$

$$t'_E = \frac{t_E - ux_E/c^2}{\sqrt{1 - (u/c)^2}}$$

$$\Delta t' = t'_W - t'_E = \frac{\Delta t + (u/c^2)(x_E - x_W)}{\sqrt{1 - (u/c)^2}} = \frac{0 + (u/c^2)2L_0}{\sqrt{1 - (u/c)^2}} = \frac{2L_0 u}{c^2 \sqrt{1 - (u/c)^2}}$$

2. 设在宇航飞船中的观察者测得脱离它而去的航天器相对它的速度为 $1.2 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 。同时，航天器沿同一方向发射一枚空间火箭，航天器中的观察者测得此火箭相对它的速度为 $1.0 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 。问：(1) 此火箭相对宇航飞船的速度为多少？(2) 如果以激光光束来替代空间火箭，此激光光束相对宇航飞船的速度又为多少？请将上述结果与伽利略速度变换所得结果相比较，并理解光速是运动物体的极限速度。

解：设宇航飞船为 S 系，航天器为 S' 系，则 S' 系相对 S 系的速度 $u = 1.2 \times 10^8 \text{ m/s}$ ，空间火箭相对航天器的速度为 $v'_x = 1.0 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ，激光束相对航天器的速度为光速 c 。

(1) 由洛伦兹变换可得：空间火箭相对 S 系的速度为

$$v_x = \frac{v'_x + u}{1 + \frac{u}{c^2} v'_x} = 1.94 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

(2) 激光束相对 S 系的速度为

$$v_x = \frac{c + u}{1 + \frac{u}{c^2} c} = c$$

即激光束相对宇航飞船的速度仍为光速 c ，这是光速不变原理所预料的。如果用伽利略变换，则有 $v_x = c + u > c$ 。

这表明对伽利略变换而言，运动物体没有极限速度，但对相对论的洛伦兹变换来说，光速是运动物体的极限速度。

3. 静止的 μ 子的平均寿命约为 $\tau_0 = 2 \times 10^{-6} \text{ s}$ 。今在 8 km 的高空，由于 π 介子的衰变产生一个速度为 $u = 0.998c$ 的 μ 子，问此 μ 子有可能到达地面？

解：考虑相对论效应，以地球为参照系， μ 子的平均寿命

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - (u/c)^2}} = 31.6 \times 10^{-6} \text{ s}$$

则 μ 子的平均飞行距离

$$L = u\tau = 9.46 \text{ km}$$

μ 子的飞行距离大于高度，有可能到达地面。

4. 半人马星座 α 星是距离太阳系最近的恒星，它距离地球 $S = 4.3 \times 10^{16} \text{ m}$ 。设有一宇宙飞船自地球飞到半人马星座 α 星，若宇宙飞船相对于地球的速度为 $u = 0.999c$ ，按地球上的时钟计算要用多少年时间？如以飞船上的时钟计算，所需时间又为多少年？

解：以地球上的时钟计算

$$\Delta t = \frac{S}{u} \approx 4.5 \text{ 年}$$

以飞船上的时钟计算

$$\Delta t' = \Delta t \sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2} \approx 0.2 \text{ 年}$$

5. 火箭相于地面以 $u=0.6c$ 的匀速度向上飞离地球。在火箭发射 10 秒钟后（火箭上的钟），该火箭向地面发射一导弹，其速度相对于地面为 $v=0.3c$ ，问火箭发射后多长时间导弹到达地球（地球上的钟）？计算中假设地面不动。

解：设地球是 S 系，火箭是 S' 系。按地球的钟，导弹发射的时间是在火箭发射后

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-(u/c)^2}} = 12.5 \text{ s}$$

这段时间火箭相对于地面飞行的距离

$$l = u\tau$$

导弹相对地球速度为 $v=0.3c$ ，则导弹飞到地球的时间是

$$\Delta t_2 = l/v = 25 \text{ s}$$

那么从火箭射后到导弹到达地面的时间

$$\Delta t = \tau + \Delta t_2 = 12.5 + 25 = 37.5 \text{ s}$$

6. 一艘宇宙飞船船身固有长度为 $l_0=90\text{m}$ ，相对于地面以 $u=0.8c$ 的匀速度从一观测站的上空飞过。(1) 观测站测得飞船的船身通过观察站的时间间隔是多少？(2) 宇航员测得船身通过观察站的时间间隔是多少？

解：(1) 地面观测站测得飞船船身的长度为

$$l = l_0 \sqrt{1-(u/c)^2} = 54 \text{ m}$$

则

$$\Delta t_1 = \frac{l}{u} = \frac{54}{0.8 \times 3 \times 10^8} = 2.25 \times 10^{-7} \text{ s}$$

(2) 宇航员测得飞船船身的长度为 l_0 ，则

$$\Delta t_2 = l_0/u = 3.75 \times 10^{-7} \text{ s}$$

7. 设有一静止质量为 m_0 、电荷量为 q 的粒子，其初速为零，在均匀电场 E 中加速，在时刻 t 时它所获得的速度为多少？如果不考虑相对论效应，它的速度又是多少？这两个速度间有什么关系？讨论之。

解：由相对论力学的基本方程

$$F = qE = \frac{d}{dt} \left[\frac{m_0 v}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}} \right]$$

对 t 积分，得 t 时刻的速度

$$v = \frac{qEct}{\sqrt{m_0^2 c^2 + q^2 E^2 t^2}} \quad (1)$$

不考虑相对论效应，由牛顿第二定律

$$F = qE = m_0 \frac{dv}{dt}$$

对 t 积分，得 t 时刻的速度

$$v = \frac{qEt}{m_0} \quad (2)$$

由(1)式可见, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $v \rightarrow c$, 带电粒子被电场加速所能达到的极限速度为光速; 而在不考虑相对论效应得到的(2)式中, $t \rightarrow \infty$ 时 $v \rightarrow \infty$, 这显然是不合理的。

8. 一个静止质量是 m_0 的粒子以速率 $v=0.8c$ 运动, 求此时粒子的质量和动能分别是多少?

解: 根据相对论质量公式(11.4.1)式, 当粒子的速率为 v 时的质量为

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = \frac{m_0}{\sqrt{1-0.8^2}} = \frac{5}{3} m_0$$

根据相对论动能公式(11.4.5) 式, 当粒子的速率为 v 时的动能为

$$E_k = mc^2 - m_0c^2 = \left(\frac{5m_0}{3} - m_0\right)c^2 = \frac{2}{3} m_0c^2$$

即子的动能是其静止能量的 $2/3$ 。

9. 要使电子的速度从 $v_1=1.2 \times 10^8 \text{m/s}$ 增加到 $v_2=2.4 \times 10^8 \text{m/s}$, 必须对它作多少功?
(电子静止质量 $m_e=9.11 \times 10^{-31} \text{kg}$)

解: 根据功能原理, 要做的功

$$W = \Delta E$$

根据相对论能量公式

$$\Delta E = m_2c^2 - m_1c^2$$

根据相对论质量公式

$$m_2 = \frac{m_0}{\sqrt{1-(\frac{v_2}{c})^2}}, \quad m_1 = \frac{m_0}{\sqrt{1-(\frac{v_1}{c})^2}}$$

$$W = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-(\frac{v_2}{c})^2}} - \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-(\frac{v_1}{c})^2}} = 4.72 \times 10^{-14} \text{J} = 2.95 \times 10^5 \text{eV}$$

10. 某一宇宙射线中的介子的动能 $E_k = 7M_0c^2$, 其中 M_0 是介子的静止质量。试求在实验室中观察到它的寿命是它的固有寿命的多少倍。

解: 实验室参照系中介子的能量

$$E = E_k + E_0 = 7M_0c^2 + M_0c^2 = 8E_0$$

设介子的速度为 v , 又有 $E = Mc^2 = M_0c^2 / \sqrt{1-v^2/c^2} = E_0 / \sqrt{1-v^2/c^2}$

可得 $E/E_0 = 1/\sqrt{1-v^2/c^2} = 8$

令固有寿命为 τ_0 , 则实验室中寿命

$$\tau = \tau_0 / \sqrt{1-v^2/c^2} = 8\tau_0$$

故在实验室中观察到它的寿命是它的固有寿命的 8 倍。

11. 静止的正负电子对湮灭时产生两个光子, 如果其中一个光子再与另一个静止电子碰撞, 求它能给予这电子的最大速度。

(提示: 因为正负电子对的初始动量为零, 所以产生的两个光子必定向相反的方向运动, 其中一光子与另一个静止电子碰撞时, 要使此电子具有最大的速度, 入射光子必定反向散射回来。在以上碰撞过程中, 能量和动量均守恒)

解：两光子能量均为 E_γ ，湮灭前两电子的能量等于湮灭后两光子的能量，也就是说湮灭前后能量守恒，有

$$2 E_\gamma = 2 m_0 c^2$$

因为正负电子对的初始动量为零，所以产生的两个光子必定向相反的方向运动，其中一光子与另一个静止电子碰撞时，要使此电子具有最大的速度，入射光子必定反向散射回来。碰撞时能量守恒，得：

$$E_\gamma + m_0 c^2 = E'_\gamma + m c^2$$

碰撞时动量守恒，有 $\frac{E_\gamma}{c} = p_e - \frac{E'_\gamma}{c}$

被碰电子有：

$$E_e^2 = (p_e c)^2 + (m_0 c^2)^2 = (m c^2)^2$$

$$m = \gamma m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

联立解方程得 $v = \frac{4c}{5}$