第十章　静电场中的导体和电介质

一 选择题

1. 半径为 R 的导体球原不带电，今在距球心为 a 处放一点电荷 q ($a>R$)。设无限远处的电势为零，则导体球的电势为 (　　)

A. $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 a}$　　B. $\dfrac{qR}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$　　C. $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 (a-R)}$　　D. $\dfrac{qa}{4\pi\varepsilon_o (a-R)^2}$

解：导体球处于静电平衡，球心处的电势即为导体球电势，感应电荷 $\pm q'$ 分布在导体球表面上，且 $+q'+(-q')=0$，它们在球心处的电势

$$V'=\int_{\pm q'}\frac{\mathrm{d}q'}{4\pi\varepsilon_0 R}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 R}\int_{\pm q'}\mathrm{d}q'=0$$

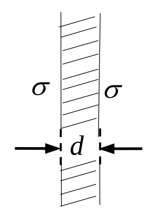
点电荷 q 在球心处的电势为　$V=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 a}$

据电势叠加原理，球心处的电势 $V_0=V+V'=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 a}$。

所以选（A）

2. 已知厚度为 d 的无限大带电导体平板，两表面上电荷均匀分布，电荷面密度均为 σ，如图所示，则板外两侧的电场强度的大小为 (　　)

A. $E=\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$　　B. $E=\dfrac{2\sigma}{\varepsilon_0}$　　C. $E=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$　　D. $E=\dfrac{\sigma d}{2\varepsilon_0}$



选择题 2 图

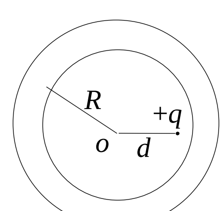
解：在导体平板两表面外侧取两对称平面，做侧面垂直平板的高斯面，根据高斯定理，考虑到两对称平面电场强度相等，且高斯面内电荷为 $2\sigma S$，可得 $E=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$。

所以选（C）

3. 如图，一个未带电的空腔导体球壳，内半径为 R，在腔内离球心的距离为 d 处($d<R$)，固定一电量为 $+q$ 的点电荷。用导线把球壳接地后，再把地线撤去，选无穷远处为电势零点，则球心 o 处的电势为 (　　)

A. 0　　B. $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 d}$

C. $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$　　D. $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{d}-\dfrac{1}{R}\right)$



选择题 3 图

解：球壳内表面上的感应电荷为 $-q$，球壳外表面上的电

荷为零，所以有$V_0=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 d}+\dfrac{-q}{4\pi\varepsilon_0 R}$)。

所以选（ D ）

4. 半径分别为 R 和 r 的两个金属球，相距很远，用一根细长导线将两球连接在一起并使它们带电，在忽略导线的影响下，两球表面的电荷面密度之比σ_R/σ_r为（　　）

A. R/r　　B. R^2/r^2　　C. r^2/R^2　　D. r/R

解：两球相连，当静电平衡时，两球带电量分别为 Q、q，因两球相距很远，所以电荷在两球上均匀分布，且两球电势相等，取无穷远为电势零点，则

$$\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}\qquad 即\qquad \frac{Q}{q}=\frac{R}{r}$$

$$\frac{\sigma_R}{\sigma_r}=\frac{Q/4\pi R^2}{q/4\pi r^2}=\frac{r}{R}$$

所以选（D）

5. 一导体球外充满相对介质电常数为 ε_r 的均匀电介质，若测得导体表面附近场强为 E，则导体球面上的自由电荷面密度σ为（　　）

A. $\varepsilon_0 E$　　B. $\varepsilon_0\varepsilon_{\rm r}E$　　C. $\varepsilon_{\rm r}E$　　D. $(\varepsilon_0\varepsilon_{\rm r}-\varepsilon_0)E$

解：根据有介质情况下的高斯定理$\oiint \boldsymbol{D}\cdot d\boldsymbol{S}=\sum q$，取导体球面为高斯面，则有

$$D\cdot S=\sigma\cdot S\text{，即}\ \sigma=D=\varepsilon_0\varepsilon_{\rm r}E\text{。}$$

所以选（B）

6. 一空气平行板电容器，充电后测得板间电场强度为 E_0，现断开电源，注满相对介质常数为 $\varepsilon_{\rm r}$ 的煤油，待稳定后，煤油中的极化强度的大小应是（　　）

A. $\dfrac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{\rm r}}E_0$　　B. $\dfrac{\varepsilon_0(\varepsilon_{\rm r}-1)}{\varepsilon_{\rm r}}E_0$　　C. $\dfrac{(\varepsilon_{\rm r}-1)}{\varepsilon_{\rm r}}E_0$　　D. $\varepsilon_0(\varepsilon_{\rm r}-1)E_0$

解：断开电源后，不管是否注入电介质，极板间的自由电荷 q 不变，$\boldsymbol{D}_0=\boldsymbol{D}$

即　$\varepsilon_0 E_0=\varepsilon_0\varepsilon_{\rm r}E$　　得到　　$E=E_0/\varepsilon_{\rm r}$

又　$\boldsymbol{D}=\varepsilon_0\boldsymbol{E}+\boldsymbol{P}$

$$P=D-\varepsilon_0 E=\varepsilon_0 E_0-\frac{\varepsilon_0 E_0}{\varepsilon_{\rm r}}=\frac{\varepsilon_0(\varepsilon_{\rm r}-1)}{\varepsilon_{\rm r}}E_0$$

所以选（B）

7. 两个半径相同的金属球，一为空心，一为实心，两者的电容值相比较（　　）

A. 实心球电容值大　　B. 实心球电容值小

C.　两球电容量值相等　　　　　　　D.　大小关系无法确定

解：孤立导体球电容 $C=4\pi\varepsilon_0 R$，与导体球是否为空心或者实心无关。

所以选（C）

8. 金属球 A 与同心球壳 B 组成电容器，球 A 上带电荷 q，壳 B 上带电荷 Q，测得球和壳间的电势差为 U_{AB}，则该电容器的电容值为（　　）

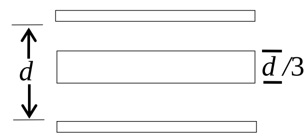
A. q/U_{AB}　　B. Q/U_{AB}　　C. $(q+Q)/U_{AB}$　　D. $(q+Q)/(2U_{AB})$

解：根据电容的定义，应选（A）。

9. 一空气平行板电容器，极板间距为 d，电容为 c。若在两板中间平行地插入一块厚度为 $d/3$ 的金属板，则其电容值变为 (　　)

A.　C　　　　B.　$2C/3$

C.　$3C/2$　　　D.　$2C$



选择题 9 题

解：平行板电容器插入的金属板中的场强为零，极板上电荷量不变，此时两极板间的电势差变为：

$$U=Ed'=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}(d-\frac{d}{3})=\frac{2}{3}\frac{\sigma d}{\varepsilon_0}$$

其电容值变为：

$$C'=\frac{Q}{U}=\frac{\sigma S}{\frac{2\sigma \mathrm{d}}{3\varepsilon_0}}=\frac{3}{2}\frac{\varepsilon_0 S}{d}=\frac{3}{2}C$$

所以选（C）

10. 一平板电容器充电后保持与电源连接，若改变两极板间的距离，则下述物理量中哪个保持不变？(　　)

A.　电容器的电容量　　　B.　两极板间的场强

C.　电容器储存的能量　　D.　两极板间的电势差

解：平板电容器充电后保持与电源连接，则两极板间的电势差不变；平行板电容器的电容 $C=\frac{\varepsilon S}{d}$，改变两极板间的距离 d，则电容 C 发生变化；两极板间的场强 $E=\frac{U}{d}$，U 不变，d 变化，则场强发生变化；电容器储存的能量 $W_e=\frac{1}{2}CU^2$，U 不变，d 变化，导致电容 C 发生变化，则电容器储存的能量也要发生变化。所以选（D）

二　填空题

1. 一任意形状的带电导体，其电荷面密度分布为 $\sigma(x、y、z)$，则在导体表面外附近任意点处的电场强度的大小 $E(x、y、z)$ =______________，其方向______________。

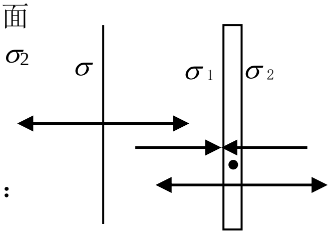
解：$E(x、y、z)=\sigma(x、y、z)/\varepsilon_0$，其方向与导体表面垂直朝外($\sigma>0$)或与导体表面垂直朝里($\sigma<0$)。

2. 如图所示，一无限大均匀带电平面附近设置一与之平行的无限大平面导体板。已知带电面的电荷面密度为σ，则导体板两侧面的感应电荷密度分别为σ_1 ________________和 σ_2 =____________。

解：由静电平衡条件和电荷守恒定律可得：

$$\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}=0\text{；}\quad \sigma_1=-\sigma_2\text{。由此可解得：}$$

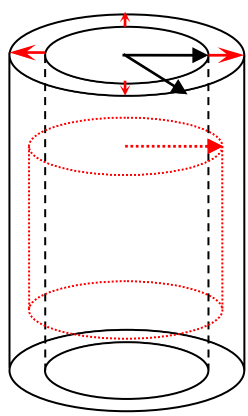
$$\sigma_1=-\frac{\sigma}{2}\text{；}\quad \sigma_2=\frac{\sigma}{2}\text{。}$$



填充题 2 图

3. 半径为 R_1 和 R_2 的两个同轴金属圆筒($R_1< R_2$)，其间充满着相对介电常数为 ε_r 的均匀介质，设两筒上单位长度带电量分别为λ 和$-\lambda$，则介质中的电位移矢量的大小 D=_______，电场强度的大小 E= ________。

$D2\pi r\times 1=\lambda$



解：根据有介质情况下的高斯定理，选同轴圆柱面为高斯面，则有 $D=\lambda/(2\pi r)$，

电场强度大小 $E=D/\varepsilon_r\varepsilon_0=\lambda/(2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r)$。

4. 平行板电容器的两极板 A、B 的面积均为 S，相距为 d，在两板中间左右两半分别插入相对介电常数为 ε_{r1} 和 ε_{r2} 的电介质，则电容器的电容为________。

解：该电容器相当于是两个面积为 $S/2$ 的电容器的并联，电容值分别为：

$$C_1=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}\frac{1}{2}S}{d},\quad C_2=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_{r2}\frac{1}{2}S}{d},$$

$$\therefore C=C_1+C_2=\frac{\varepsilon_0 S}{2d}(\varepsilon_{r1}+\varepsilon_{r2})$$

5. 半径为 R 的金属球 A，接电源充电后断开电源，这时它储存的电场能量为 5×10^{-5}J,今将该球与远处一个半径是 R 的导体球 B 用细导线连接，则 A 球储存的电场能量变为 __________。

解：金属球 A 原先储存的能量 $W=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}=5\times10^{-5}\,\mathrm{J}$,当它与同样的金属球 B 连接，则金属球 A 上的电荷变为原来的 1/2，则能量 $W'=\frac{1}{2}\frac{(Q/2)^2}{C}=1.25\times10^{-5}\,\mathrm{J}$

6. 一空气平行板电容器，其电容值为 C_0，充电后将电源断开，其储存的电场能量为 W_0，今在两极板间充满相对介电常数为 ε_r 的各向同性均匀电介质，则此时电容值 C=_______，储存的电场能量 W_e=_______。

解：初始时电容 $C_0=\frac{Q_0}{U_0}$，充电后将电源断开，Q_0 不变，由 $E=D/\varepsilon_0\varepsilon_r$，当两极板间充满电介质时，两极板电势差 $U=Ed=\frac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_r}d=\frac{Q_0 d}{\varepsilon_0\varepsilon_r S}=\frac{U_0}{\varepsilon_r}$，

$$\therefore C=\frac{Q_0}{U}=\varepsilon_r C_0\ ,\quad W=\frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{C}=\frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{\varepsilon_r C_0}=\frac{W_0}{\varepsilon_r}\ 。$$

7. 一平行板电容器，极板面积为 S，间距为 d，接在电源上并保持电压恒定为 U。若将极板距离拉开一倍，那么电容器中静电能增加了______，电源对电场做功为______，外力对极板做功为______。

解：初始时，电容器的静电能 $W_{e0}=\frac{1}{2}Q_0U_0=\frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 S}{d}U_0^2$，将极板距离拉开一倍，电容值变为 $C=\frac{\varepsilon_0 S}{2d}=\frac{1}{2}C_0$，极板间电压不变，$\therefore Q=CU_0=\frac{1}{2}C_0U_0=\frac{1}{2}Q_0$，此时电容器的静电能 $W_e=\frac{1}{2}QU_0=\frac{1}{2}W_{e0}=\frac{1}{4}\frac{\varepsilon_0 S}{d}U^2$

∴电容器中静电能的增量 $\Delta W_e=W_e-W_{e0}=-\frac{1}{4}\frac{\varepsilon_0 S}{d}U^2$

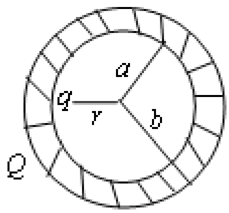
电源对电场做功 $W=U\Delta q=U(\frac{1}{2}Q_0-Q_0)=-\frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 S}{d}U^2$

由能量守恒，电源和外力做功的和等于电容器中静电能的改变，所以外力做的功

$$W' = \Delta W_{\mathrm{e}} - W = -\frac{\varepsilon_0 S}{4d}U^2 + \frac{\varepsilon_0 S}{2d}U^2 = \frac{\varepsilon_0 S U^2}{4d}$$

三 计算题

1. 如图所示，一内半径为 a、外半径为 b 的金属球壳，带有电量 Q，在球壳空腔内距离球心 r 处有一点电荷 q，设无限远处为电势零点，试求：(1)球壳内外表面上的电荷；(2)球心处由球壳内表面上电荷产生的电势；(3)球心处的总电势。



计算题 1 图

解：（1）由静电感应，金属球壳的内表面上有感应电荷$-q$，外表面上带电荷 $q+Q$。

（2）不论球壳内表面上的感应电荷是如何分布的，因为任一电荷元离 O 点的距离都是 a，所以由这些电荷在 O 点产生的电势为

$$V_{-q} = \frac{\int \mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 a} = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 a}$$

（3）球心 O 点处的总电势为分布在球壳内外表面上的电荷和电荷 q 在 O 点产生的电势的代数和

$$V_0 = V_q + V_{-q} + V_{Q+q} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a} + \frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 b}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 b}$$

2. 一导体球半径为 R_1，其外部是一个同心的厚导体球壳，球壳内、外半径分别为 R_2 和 R_3。此系统带电后内球电势为 U， 外球壳所带总电量为 Q。求此系统各处的电势和电场分布。

解：设内球带电 q_1，则

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q+q_1}{R_3} - \frac{q_1}{R_2} + \frac{q_1}{R_1}\right)$$

由此得 $$q_1=\frac{4\pi\varepsilon_0 R_1R_2R_3U-R_1R_2Q}{R_2R_3-R_1R_3+R_1R_2}$$

$r<R_1$： $U=U$， $E_1=0$

$R_1<r<R_2$： $E_2=\dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

$$U=\int_r^{\infty}\vec{E}\cdot d\vec{l}=\int_r^{R_2}\vec{E}_2\cdot d\vec{l}+\int_{R_2}^{R_3}\vec{E}_3\cdot d\vec{l}+\int_{R_3}^{\infty}\vec{E}_4\cdot d\vec{l}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q+q_1}{R_3}-\frac{q_1}{R_2}+\frac{q_1}{r}\right)$$

$R_2<r<R_3$： $E_3=0$

$$U=\int_r^{\infty}\vec{E}\cdot d\vec{l}=\int_r^{R_3}\vec{E}_3\cdot d\vec{l}+\int_{R_3}^{\infty}\vec{E}_4\cdot d\vec{l}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q+q_1}{R_3},$$

$r>R_3$： $E_4=\dfrac{Q+q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ $\qquad U=\displaystyle\int_r^{\infty}\vec{E}_4\cdot d\vec{l}==\frac{Q+q_1}{4\pi\varepsilon_0 r}$

3．电荷以相同的面密度σ 分布在半径为 r_1=10cm 和 r_2=20cm 的两个同心球面上，设无限远处电势为零，球心处的电势为 V_0=300V。（1） 求电荷面密度σ ；（2）若要使球心处的电势也为零，外球面上应放掉多少电荷？

解:（1）球心处的电势为两个同心带电球面各自在球心处产生的电势的叠加，即

$$V_0=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1}+\frac{q_2}{r_r}\right)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{4\pi r_1^2\sigma}{r_1}+\frac{4\pi r_2^2\sigma}{r_2}\right)=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}(r_1+r_2)$$

$$\sigma=\frac{V_0\varepsilon_0}{r_1+r_2}=8.85\times10^{-9}\ \text{C/m}^2$$

（2）设外球面上放电后电荷面密度为σ' ，则应有 $V_0=\dfrac{1}{\varepsilon_0}(\sigma r_1+\sigma' r_2)=0$

即 $\sigma'=-\dfrac{r_1}{r_2}\sigma$，所以外球面上应变成带负电，共应放掉电荷：

$$q=4\pi r_2^2(\sigma-\sigma')=4\pi r_2^2\sigma\left(1+\frac{r_1}{r_2}\right)=4\pi\sigma r_2(r_1+r_2)=4\pi\varepsilon_0V_0r_2=6.67\times10^{-9}\ \text{C}$$

4．．有两块平行板，面积各为 100 cm^2 板上带有 8.9×10^{-7}C 等值异号电荷，两板间充以介电物质，已知介质内部场强为 $1.4\times10^{6}\text{Vm}^{-1}$,求介质的相对介电常数。

解： 由电介质中的高斯定理得 $D=\sigma=\dfrac{Q}{S}=8.9\times10^{-5}\text{C/m}^2$

$$\varepsilon_r = \frac{D}{\varepsilon_0 E} = 7.2$$

6. 半径为 R 的导体球，带有正电荷 Q，球外有一同心均匀电介质球壳，球壳的内外半径分别为 a 和 b，相对介电常数为 ε_r 。求：介质内外的 $\boldsymbol{D}$ 和 $\boldsymbol{E}$。

解：（1）由电介质中的高斯定理得：$r < R$，　$D = 0$

$r > R$，　$D = \dfrac{Q}{4\pi r^2}$

又由 $E = \dfrac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}$，得：　$r < R$，　$E = 0$

$R < r < a$，　$E = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

$a < r < b$，　$E = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}$

$r > b$，　$E = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

$\boldsymbol{D}$ 和 $\boldsymbol{E}$ 的方向均沿径向向外。

6. 两同心导体球壳中间充满相对介电常数为 ε_r 的均匀电介质，其余为真空，内球壳半径为 R_1，带电量为 Q_1；外球壳半径为 R_2，带电量为 Q_2，如图所示。求图中距球心 O 分别为 r_1、r_2、r_3 的 a、b、c 三点的场强和电势。

解：分别取半径为 r_1、r_2、r_3 的高斯球面，利用高斯定理得：　$E_a=0$

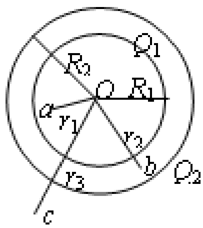
$E_b = \dfrac{Q_1}{4\pi\ \varepsilon_0\varepsilon_r r_2^2}$，沿径向方向向外

$E_c = \dfrac{Q_1+Q_2}{4\pi\ \varepsilon_0 r_2^2}$，　沿径向方向向外

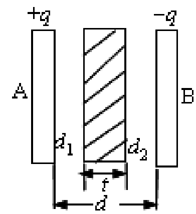
$$r_1 < R_1,\quad U_a = \int_{r_1}^{\infty} E\mathrm{d}r = \int_{R_1}^{R_2} E_b\mathrm{d}r + \int_{R_2}^{\infty} E_c\mathrm{d}r = \frac{Q_1}{4\pi\ \varepsilon_0\varepsilon_r}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right) + \frac{Q_1+Q_2}{4\pi\ \varepsilon_0 R_2}$$

$$R_1 < r_2 < R_2,\quad U_b = \int_{r_2}^{\infty} E\mathrm{d}r = \int_{r_2}^{R_2} E_b\mathrm{d}r + \int_{R_2}^{\infty} E_c\mathrm{d}r = \frac{Q_1}{4\pi\ \varepsilon_0\varepsilon_r}\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{R_2}\right) + \frac{Q_1+Q_2}{4\pi\ \varepsilon_0 R_2}$$

$$r_3 > R_2,\quad U_c = \int_{r_3}^{\infty} E_c\mathrm{d}r = \int_{r_3}^{\infty} \frac{Q_1+Q_2}{4\pi\ \varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r = \frac{Q_1+Q_2}{4\pi\ \varepsilon_0 r_3}$$



计算题6图



计算题7图

7．．一空气平行板电容器，两极板面积均为 S，板间距离为 d，在两极板间平行地插入一面积也是 S，厚度为 t 的金属片，试求：(1)电容 C 等于多少？(2)金属片在两极板间放置的位置对电容值有无影响？

解：设极板上分别带电量 $+q$ 和 $-q$；金属片与 A 板距离为 d_1，与 B 板距离为 d_2；金属片与 A 板间场强为

$$E_1 = q / (\varepsilon_0 S)$$

金属板与 B 板间场强为 $E_2 = q / (\varepsilon_0 S)$

金属片内部场强为 $E' = 0$

则两极板间的电势差为

$$U_A - U_B = E_1 d_1 + E_2 d_2 = (q / \varepsilon_0 S)(d_1 + d_2) = (q / \varepsilon_0 S)(d - t)$$

由此得 $C = q / (U_A - U_B) = \varepsilon_0 S / (d - t)$

因 C 值仅与 d、t 有关，与 d_1、d_2 无关，故金属片的安放仅置对电容值无影响。

8．9. 为了测量电介质材料的相对电容率，将一块厚为 1.5cm 的平板材料慢慢地插进一电容器的距离为 2.0cm 的两平行板之间。在插入过程中，电容器的电荷保持不变。插入之后，两板间的电势差减小为原来的 60%，问电介质的相对电容率为多少？

解：加入电介质后，电容器极板上的电荷保持不变，则空气中的场强保持不变，空气中的场强 $E = \dfrac{U}{d}$，而电介质中的场强 $E' = \dfrac{E}{\varepsilon_r} = \dfrac{U}{d\varepsilon_r}$，两极板间的电势差为

$$U' = E(d - d') + E'd'$$

由此得

$$\varepsilon_r = \frac{Ud'}{(U' - U)d + Ud'} = 2.1$$

9．半径为 2.0 厘米的导体球外套有一个与它同心的导体球壳，壳的内外半径分别为 4.0 厘米和 5.0 厘米，球与壳间是真空，壳外也是真空。当内球带电荷为 3.0×10^{-8} 库仑时，试求：（1）这个系统的静电能；（2）如果用导线把壳与球连在一起，结果如何？

解：（1）设内球带电量为 Q，球半径为 r_1 ,导体球壳内外半径分别 r_2、r_3

由高斯定理，球外、壳外场强均为 $E=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ ，球内、壳内场强为 0；

外球壳的电势 $$V_2=\int_{r_3}^{\infty}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_3}=5.4\times10^3\,\mathrm{V}$$

内球的电势 $$V_1=\int_{r_1}^{r_2}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r+\int_{r_3}^{\infty}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}+\frac{1}{r_3}\right)=1.215\times10^4\,\mathrm{V}$$

$\therefore$系统的静电能 $$W_\mathrm{e}=\frac{1}{2}Q_2V_2+\frac{1}{2}Q_1V_1$$

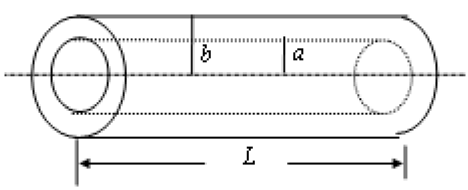
$\because Q_2=0 \qquad Q_1=Q \qquad \therefore W_\mathrm{e}=\dfrac{1}{2}Q_1V_1=1.8\times10^{-4}\,\mathrm{J}$

（2）用导线把壳与球连接在一起，此时 $Q_1=0 \quad Q_2=Q$ ，球壳以内为一等势体

$$V_1=V_2=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_3}$$

$$\therefore W_\mathrm{e}=\frac{1}{2}Q_2V_2=\frac{1}{2}QV_2=8.1\times10^{-5}\,\mathrm{J}$$

10. 一电容器由两个同轴圆筒组成，内筒半径为 a，外筒半径为 b，长都是 L，中间充满相对介电常数为 ε_r 的各向同性场匀介质，内外筒分别带有电荷 Q，设 $L>>b$，即可忽各边缘效应。求：(1)圆柱形电容器的电容；(2)电容器贮存的能量。



计算题 10 图

解：由高斯定理，两筒之间的场强

$$E=\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r Lr}$$

两筒间的电势差

$$U=\int_a^b E.dr=\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r L}\ln\frac{b}{a}$$

$$\therefore 电容 C=\frac{Q}{U}=\frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r L}{\ln(\frac{b}{a})}$$

电容器贮存能量 $$W=\frac{1}{2}CU^2=\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r L}\ln\frac{b}{a}$$