线性代数MIT笔记

1、方程组的几何解释

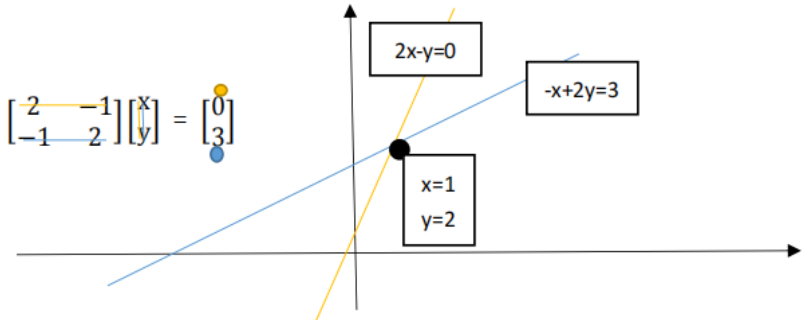
线性方程组可以看作行图像/列图像

e.g.

$$\begin{cases} 2x - y = 0 \\ -x + 2y = 3 \end{cases}$$

行图像:

所谓行图像，就是在系数矩阵上，一次取一行构成方程，在坐标系上作图。和我们在初等数学中学习的作图求解方程的过程无异。



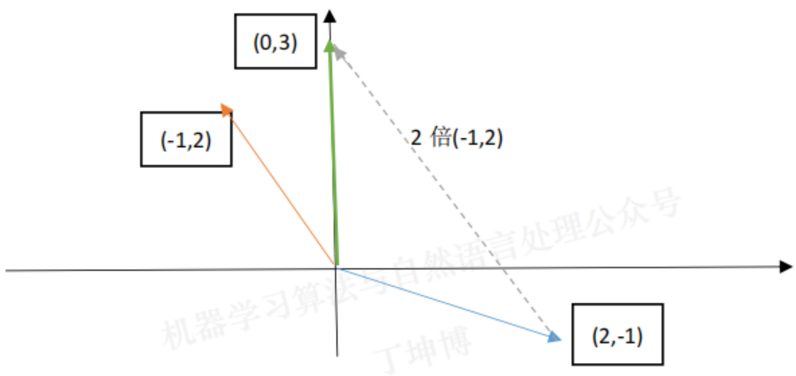
列图像:

这一次我们求解过程中，我们将方程按列提取，使用的矩阵为:

$$x\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} + y\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$$

如上，我们使用列向量构成系数矩阵，将问题化为：将向量$\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$与向量$\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$正确组合，使得其结果构成$\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$。

接下来我们使用列图像求解此方程：



机器学习算法与自然语言处理公众号
丁坤博

矩阵乘法的两种理解方式

p.s. 矩阵间乘法的结果最初是定义出来的

$$C_{ij} = \sum A_{ik} * B_{kj} (k = 1, 2, \dots)$$

但结果可以看作经过行/列向量组合得到的

列向量的组合(推荐): 对A的列向量进行组合

例如 Ax ，如果我们已知一个矩阵 A 和一个向量 x，那么我们就怎么求解它们的积呢？例如 A = $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$，x = $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$，我们这样求：

- 方法 1：将矩阵 A 看做列向量的组合：

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = 1 \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 7 \end{bmatrix}$$

即 x 每个分量与矩阵中各的列向量相乘，再将其求和。看做 A 各列的线性组合。

行向量的组合:

- 方法 2：将矩阵 A 看做行向量的组合：

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (2,5) \cdot (1,2) \\ (1,3) \cdot (1,2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 7 \end{bmatrix}$$

即采用这个方式进行向量乘法：$\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 * 2 + 2 * 5 \\ 1 * 1 + 2 * 3 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 * 2 + 2 * 5 \\ 1 * 1 + 2 * 3 \end{bmatrix}$$