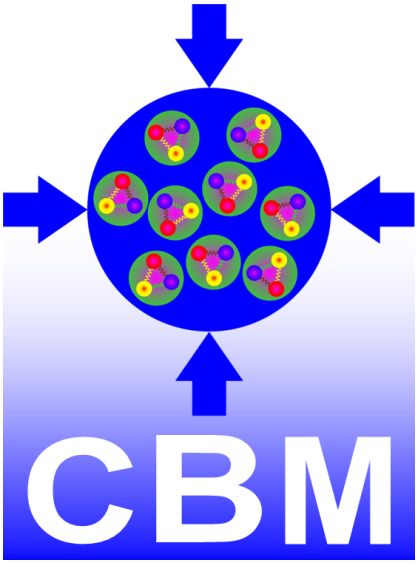
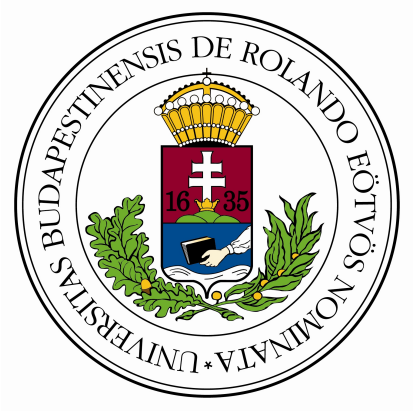
A FAIR CBM szimuláció használata és részecskere klaszterezés nehézion ütközésekben

Olar Alex - Fizika Bsc III.

2017. október 8.





Kivonat

Egy hónapot töltöttem a nyár folyamán, július hónapba, Darmstadtban a GSI nevű kutatóközpontban. Kint tartózkodásom célja az volt, hogy többet megtudjam a CBM saját szimulációjáról, amely kutató csoport már az épülő FAIR[1] része. Ezalatt a hónap alatt megismerkedtem mélyebben a ROOT [2] nevű szoftverrel, a helyi cbmROOT-tal [3], valamint a C és C++ programozási nyelvekkel.

A kint létem alatt sokat tanultam a detektor technológiákról, valamint az azokban lejátszódó eseményekről és örömmel voltam részese ennek a nagyszabású projektnek és a mindennapi kutatói életnek.

Itthoni munkám során a nehézion ütközések szimulációjához kapcsolódva egy klaszterező program fejlesztésével foglalkoztam, ami a kinyert adatokat csoportosítja térbeli és impulzustérbeli távolságuk alapján, előre definiált klaszterezési mérettel, az MST algoritmus felhasználása segítségével.

Tartalomjegyzék

[1] Facility for Antiproton and Ion Research
[2] CERN szoftver részecske analízishez
[3] CBM (Compressed Barionic Matter) szoftver a GSI/FAIR által fejlesztve

I.. Alapok

I.1. QCD - BSc-s szemmel

A 20. század folyamán fizikusok szembeszültek azzal, hogy milyen abszolút fontos szerepet töltenek be a szimmetriák az univerzum és a körülöttünk lévő világ megismerésében. A szimmetriák vezették el őket a megmaradási tételekig, valamint az antirészecskék és kvarkok felfedezéséig többek között.

A kvarkok felfedezése végre rendet teremtett a részecske állatkertben (particle ZOO), ahogy az elemi részecskék folyamatosan növő számára Niels Nohr szellemesen referált. Kezdetben csak három kvark volt ismert, úgy mint: u (up), d (down), s (strange). A hadronok két csoportba oszthatók szét: *mezonok* és *barionok*, amelyek rendre egy kvark-antikvark párt vagy három kvarkot tartalmaznak. A mennyiséget ami a különböző kvarkokat bizonyos szempontból jellemzi *íz*nek hívjuk.

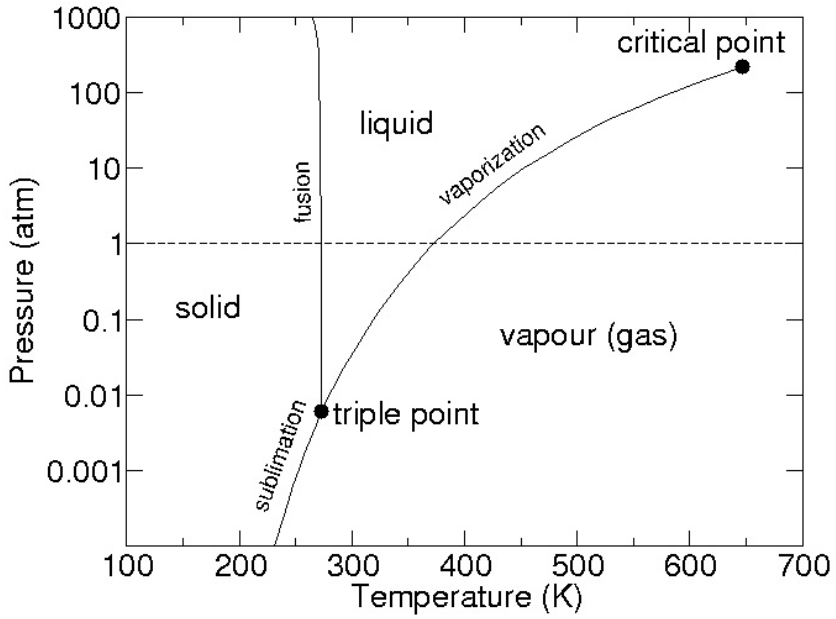
Az erős kölcsönhatás, ami a kvarkok között ható elemi kölcsönhatás, egyedi tulajdonsága a bezárás, ami megakadályozza a kvarkokat abban, hogy elszeparálva, izoláltan megtalálhatóak legyenek. Az erős kölcsönhatás töltését színnek hívjuk. A bezárás miatt, az elemi részecskék csak úgynevezett semleges színben létezhet, amit gyakran 'fehérnek' nevezünk. Az erős kölcsönhatást leíró alapvető elmélet a Kvantumszíndinamika (Quantum Chromo Dynamics) - QCD.

A QCD elemi részecskéi a kvarkok és antikvarkok, amelyek a gluonok által hatnak kölcsön, melyek szintén színtöltést hordoznak. A gluonoknak 8 fajtájuk van, hogy minden színtranszformáció leírható legyen segítségükkel. A gluonok önmagukkal is kölcsön tudnak hatni.

I.2. CBM fizika

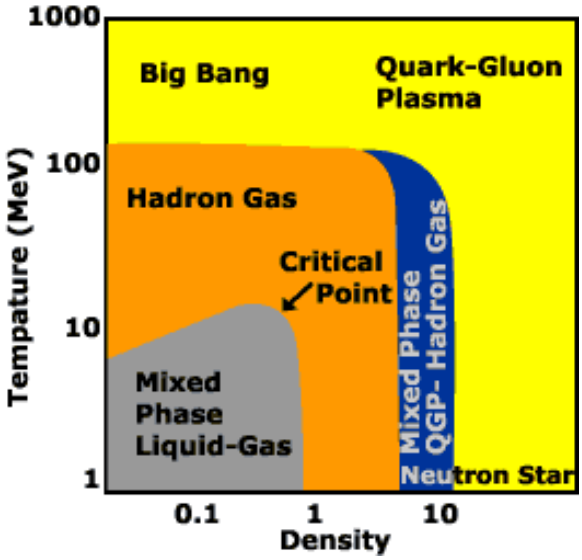
A barionanyaggal foglalkozva az elsődleges cél, hogy megértsük és jobban megismerjük a fázisátmenetekhez tartozó diagramot és magukat az átmeneti folyamatokat. Először is rövid bevezetőként egy kis termodinamikai áttekintéssel kezdek a fázisokról és a fázisátalakulásokról, alapul véve a The CBM Book-ot:

A víz fázisdiagramja megmutatja annak különböző fázisait egy nyomás-hőmérséklet rendszerben. Ismeretes, hogy adott körülmények között van egy hármaspont, amelyben a víz mindhárom halmazállapotában előfordul. A fázisok közötti vonalak mentén a víz szintén több (itt kettő) halmazállapotban előfordulhat és ezek kölcsönösen megtalálhatóak a megfelelő körülmények között. Elsőrendű fázisátmenetnek hívjuk, amikor ezen vonalakon 'áthaladva' halmazállapot-változás történik. Továbbá megkülönböztetünk egy kritikus pontot is, amely után a fázisok nem különülnek el jelentős mértékben, ezután csak egy úgynevezett sima *crossover* figyelhető meg, nem elsőrendű fázisátmenet.

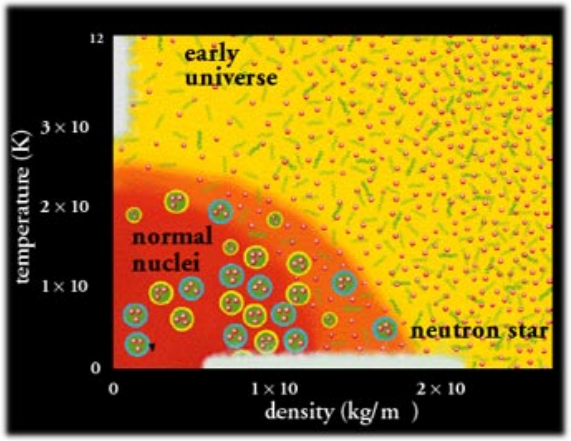


2. ábra. A víz fázisdiagramja.

Most, hogy gyorsan áttekintettem a víz fázisdiagramját, vagy legalábbis egy részét, ideje továbblépni és feltenni a kérdést, hogy mi a helyzet az erősen kölcsönható anyaggal. Az erősen kölcsönható anyag fázisdiagramja ugyanis elméleti stádiumban van, még nincs teljesen kísérletileg bizonyítva. Az ábrákon olyan különböző és elengedhetetlenül fontos fázisok vannak, amelyek a korai univerzumot jellemezték vagy éppen a neutron csillagok anyagát alkothatják. Itt mindkét ábrán egy hőmérséklet-sűrűség diagramot láthatunk.



(a) Hőmérséklet MeV-ban kifejezve, míg a sűrűség magsűrűségben van megadva, mindkét skála logaritmikus



(b) Ezen a diagramon a fázisok természetbeli előfordulását láthatjuk.

A fentebbi ábrákon is látható egy fázis, amit kvark-gluon plazmának nevezünk. Ez az állapot jelen volt a Nagy Bummnál, de később nem maradt fenn, a hőmérséklet hirtelen csökkenése miatt. Látható az is, hogy a neutron csillagok belseje is kvark-gluon plazmát tartalmazhat, de azokban nem a hőmérséklet kell igen magas legyen, hanem a csillag sűrűsége.

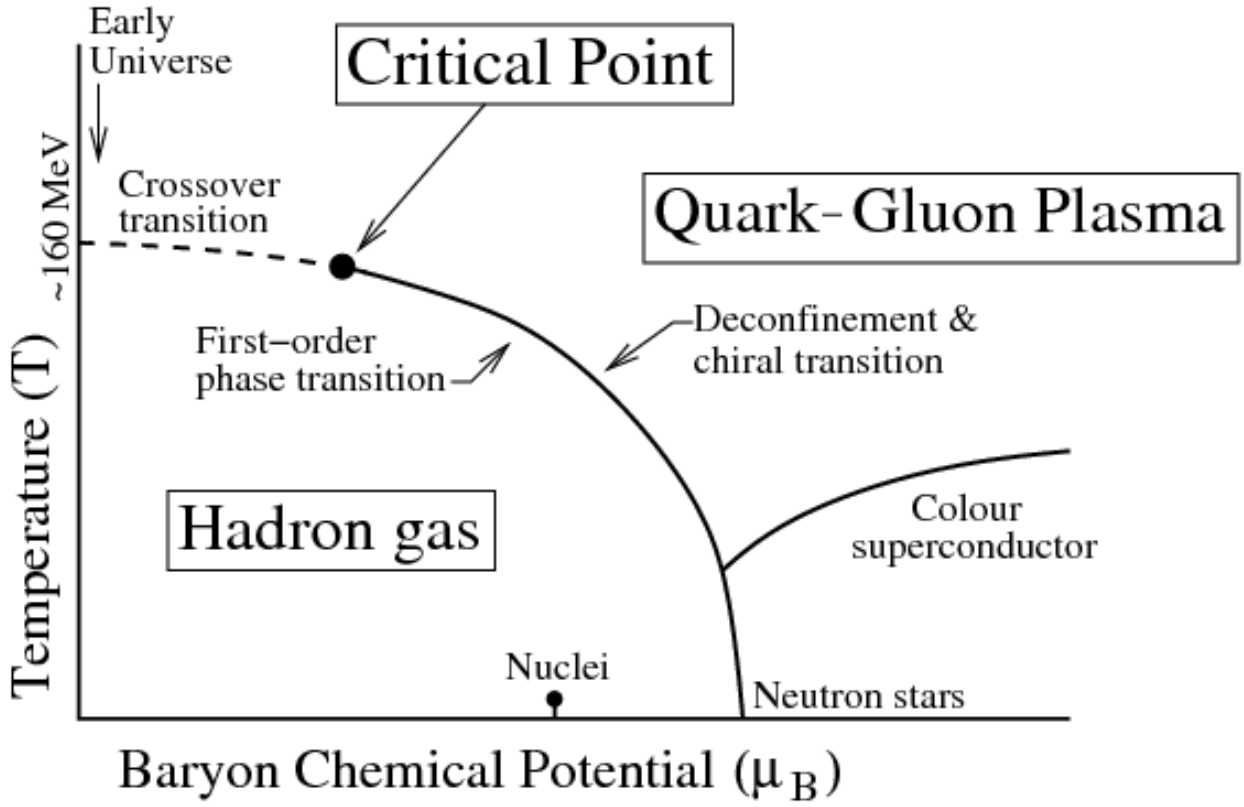
Nyilvánvalóan, a kvark-gluon plazma földi megfigyelésének egyetlen lehetőségét a nagy energiás részecske gyorsítók és azok ütköztetése biztosítja. A QCD jellemző tulajdonsága, hogy a kvarkok közti összetartás csökken, ahogy az ütközési energiát növeljük, ez a crossover jelensége. A szakirodalom aszimptotikus szabadságként hivatkozik rá. A részecske fizika egy másik fontos szimmetriája a kiralitással kapcsolatos. Ez lényegében arról beszél, hogy egy tömegtelen részecske spinje és sebességének iránya egymáshoz képest milyen irányba mutat. Hogyha azok egyirányúak, akkor a részecske jobb kezes, ha ellentétes irányúak akkor pedig bal kezes. Mivel az up és down kvarkok tömege közel azonos, ezért azt szokták mondani, hogy a QCD-nek körülbelüli királis szimmetriája van. Ellenben, ez spontán sérülhet alacsony hőmérsékleteken és sűrűségeken, ahol ez a kicsi tömegbeli különbség is jelentős lehet. Emiatt az egyik királis irány ekkor gyakoribb lesz, mint a másik, ezt nevezzük lényegében királis szimmetriasértésnek.

II.. A CBM detektor

II.1. Elmélet

A nehézionok ütközésének vizsgálata és az adatok feldolgozása egy borzasztóan komplex feladat a reakció tranziens természete miatt. Lényegében az a cél, hogy az ütközés során, 10^{-22} s-ig fennálló állapot segítségével következtessünk az erősen kölcsönható anyag fázisdiagramjára, a jelenség természetére. Az idő természetesen nagyon rövid, és az egész jelenség csak a melléktermékek révén vizsgálható.

Az elmúlt évtizedben a fő tudományos tevékenység a témában a brookheaven-i RHIC [4] központban és a CERN-ben található LHC [5] gyorsítónál zajlott. Ezek a központok nagyon fontos, és érdemleges adatot biztosítanak a fázisdiagram vizsgálatához. Ellenben ezek mind az alacsony sűrűségű régiót vizsgálják és csak a crossovert tudják feltérképezni a hadron gáz és a kvark-gluon plazma között. A FAIR projekt ezekkel szemben sokkal magasabb barion sűrűséget tervez elérni, hogy lehetőséget biztosítson az első rendű fázisátmenet vizsgálatára, valamint a kritikus pont környékének feltérképezésére.



4. ábra. A fentebb említett elméleti fázisdiagram

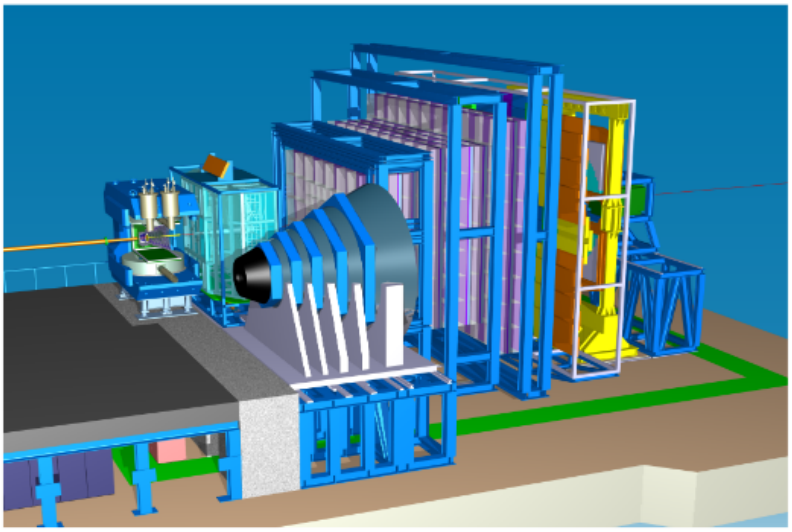
II.2. Detektor elrendezés és a szimuláció

A detektor elrendezése balról jobbra haladva a következő (ábra):

- CBM szupravezető mágnes szilícium spektrométerrel
- a micro vertex detektor (MVD) az előbbi belsejében
- a szilícium követő rendszer (STS) is
- Cserenkov-detektor (RICH - ring imaging Cherenkov detector - világos kék)
- ezt követi 4 réteg átmeneti sugárzás (TRD - transition radiation detector) detektor
- és egy time-of-flight (TOF) fal

[4] Relativistic Heavy Ion Collider - Brookhaven
[5] CERN - Large Hadron Collider

- a fő detektorok után található még egy müon spektrométer és egy célfigyelő detektor (PSD)



5. ábra. A detektor elrendezés

A szilícium követő rendszer feladata az, hogy rekonstruálja majd a részecskék trajektóriáit. Csak töltött részecskék észlelésére képes, de képes mérni a töltés nagyságát és az impulzust is tud mérni. A TOF fal igen nagy felbontást tud elérni, nagyjából 60 ps-os felbontásra is lehetőség van.

A CBM projekt még egyenlőre csak terv szintjén létezik, a szimulációt folyamatosan fejlesztik. Jövőre, vagy legkésőbb 2019-re már tervben van egy miniCBM detektor építése az esetleg később felmerülő tervezési, kivitelezési problémák kivitelezésére. A FAIR létesítmény építése idén nyáron kezdődött és az első részecskenyaláb 2022-ben várható. A miniCBM projekt a meglévő GSI gyorsítónál fog tevékenykedni az addig fennmaradó időben, ahol megpróbálják a számítógépfarmot tökéletesíteni, hogy az adatokat minél gyorsabban feldolgozhassák.

A FAIR tudósai kifejlesztettek egy több tízezer soros szimulációt, ami a ROOT-on alapszik. Ezt ők cbmROOT-nak hívják, mivel teljes egészében a CBM-hez igazodik és ingyenesen elérhető bárki számára. Sok jól ismert nehézion szimulációs eljárást használnak, amik a CBM környezetre vannak szabva, úgy mint: UrQMD [6], valamint PHSD [7]. Ezek a szimulációs kódok széles körben használtak nem csak itt, hanem az egész tudomány területen.

[6]Ultra Relativistic Quantum Molecular Dynamics
[7]Parton Hadron String Dynamics

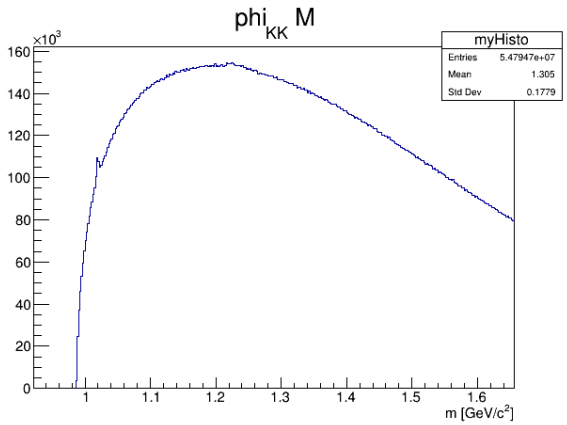
III.. A Φ-mezonról röviden

III.1. Φ-mezon rekonstrukció

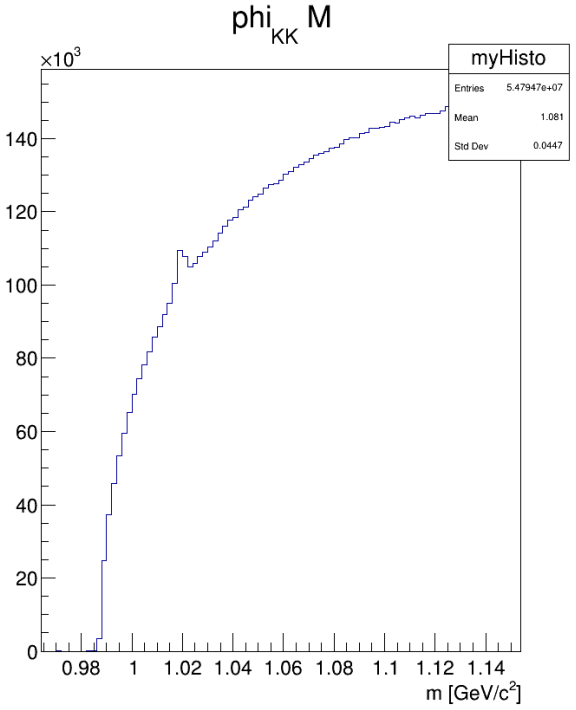
A CBM detektor egy általános célú nehézion mérési eszköz lesz, hogy az erősen kölcsönható anyag fázisdiagramját vizsgálni lehessen. A rezonanciák nagyon fontosak, hogy a sűrű anyagot vizsgálni tudjuk az ütközés során. Az ilyen rezonanciák egyike ami fontos a CBM és a fázisdiagram vizsgálatának szempontjából pedig a Φ-mezon, aminek nagyon kicsi a hadronokra vett hatáskeresztmetszete így eléggé valószínűtlen, hogy kölcsönhat a nagy mennyiségű hadronnal, ami a reakció során keletkezik, vagyis jó indikátora a sűrű, kezdeti eseménynek. A Φ-mezon egy strange és egy anti-strange kvarkot tartalmaz és a kulcsa lehet az s kvark partonikus anyagban lévő keletkezésére. A Φ-mezon K^+, K^- párokra bomlik nagyjából 50%-os eséllyel és egyebekre (pl. dileptonokra is). Az közepes élettartama egészen kicsi, nagyjából $1.55 \cdot 10^{-22}$ s tehát még a TOF falat sem éri el, csak a bomlástermékei lesznek detektálva már korábban is. A tömege 1.019 MeV ami a kaonok invariáns tömegével kifejezve egy rezonancia csúcsként látható az ütközés/szimuláció után kinyert adatok között.

Én a PHSD adatait vizsgáltam, amin lefuttattam a CBM szimulációt. Egy Au+Au centrális ütközést vizsgáltam $\sqrt{s} = 10$ GeV energián. A CBM szimuláció kimenetét a cbmROOT-tal rekonstruáltam. Több mint 5 millió esemény szerepelt a kezdeti *.root* fájlban amit a szimulációhoz használtam.

A hisztogramokon az x-tengelyen a kaon párok invariáns tömege szerepel, az y-tengelyen pedig az adott energián a 'beütések' száma. Egy apró kiugrás látható a nagy kombinatorikus háttéren nagyjából 1.02 GeV környékén ami pontosan a Φ-mezonra utal. Azok voltak a keletkezett Φ-mezonok az ütközés során.



(a) A kombinatorikus háttér és egy apró, de jól látható csúcs.

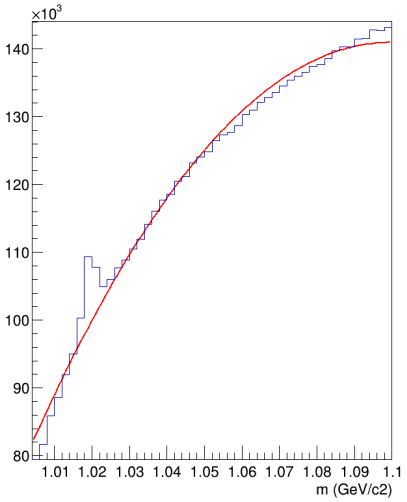


(b) A csúcs.

Egy másodfokú polinommal próbáltam becsülni a hátteret. Az illesztés paraméterei ($ax^2 + bx + c$) :

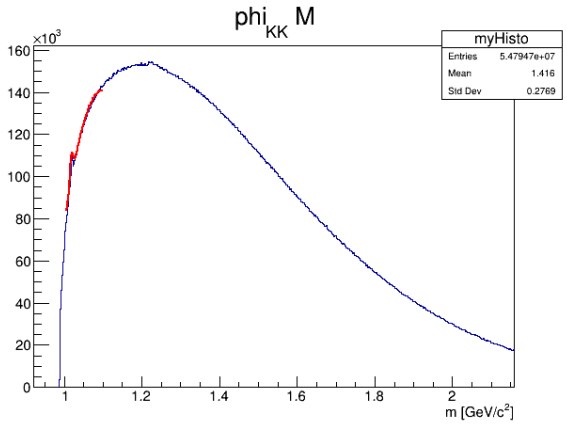
Parameter name	Value []	Error
a	-7.70559e+06	78750.5
b	1.42738e+07	150055
c	-6.49147e+06	71438.9

A háttér illesztése:

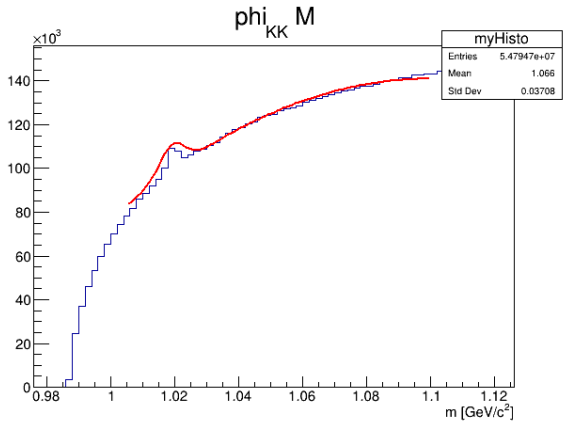


7. ábra. A háttérre vett illesztés a másodfokú polinommal.

A csúcshoz más módszert alkalmaztam. Egy alacsony multiplicitású jelet használtam a csúcs alakjának becsléséhez, amit egy Gauss-függvénnyel illesztettem, majd ezt skáláztam fel a csúcshoz, az állandó nagyságú háttér mellett, az eredmények a következők:



(a) A háttér és a csúcs illesztése.



(b) Ráközelítve.

Itt a ROOT makróm, amit az 'illesztéshez' használtam:

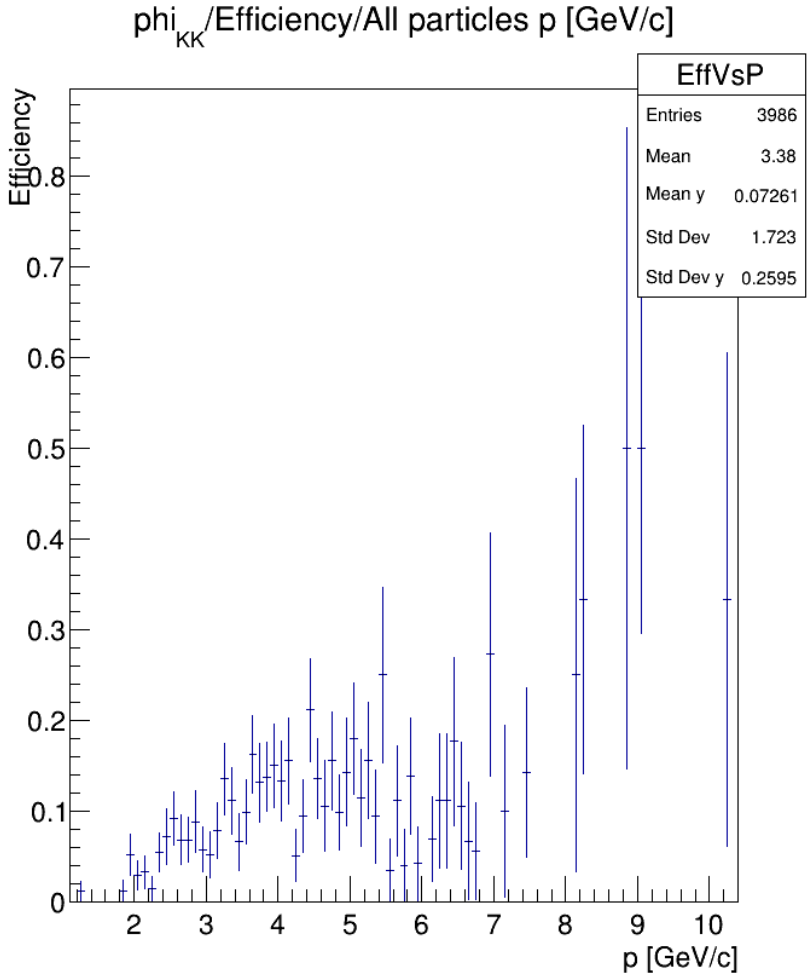
```
void fit(){

    TFile* srcFile = TFile::Open("
    KFParticleFinder_phsdwocsr_auau_10gev_centr_sis100_electron_5M_ToF.root");
    TDirectory* phi = (TDirectory*)srcFile->Get("KFTopoReconstructor/
    KFParticlesFinder/Particles/phi_{KK}/Parameters");
    TDirectory* phi_signal = (TDirectory*)srcFile->Get("KFTopoReconstructor/
    KFParticlesFinder/Particles/phi_{KK}/Parameters/Signal");

    TH1F* M = (TH1F*)phi->Get("M");
    TH1F* Msignal = (TH1F*)phi_signal->Get("M");
    Msignal->SetName("Msignal");

    TFile* myFile = new TFile("phi_fit.root","recreate");
    TH1F* myHisto = (TH1F*)M->Clone();
    myHisto->SetName("myHisto");
    TH1F* myBackground = (TH1F*)M->Clone();
    myBackground->SetName("myBackground");
    TH1F* mySignal = (TH1F*)Msignal->Clone();
    mySignal->SetName("mySignal");
    myFile->cd();

    srcFile->Close();

    TCanvas* canv = new TCanvas("canv","Total fit",640,480);

    TF1* background = new TF1("background","pol2",1.004,1.1);
    TF1* signal = new TF1("signal","gaus",1.011,1.033);

    TF1* total = new TF1("total","gaus(0) + pol2(3)",1.005,1.1);
```

```
28
29      background->SetParameters(0.2,1.01,108000.);
30      background->SetParNames("landau_1","landau_2","landau_3");
31      myBackground->Fit("background","R+");
32
33      Double_t params[6];
34      background->GetParameters(&params[3]);
35
36      signal->SetParameters(3200., 1.021, 3000.);
37      signal->SetParNames("scale","mean","sigma");
38      mySignal->Fit("signal","R+");
39      signal->GetParameters(&params[0]);
40
41      params[0]*=250.; // rescale
42      total->SetParameters(params);
43      total->SetParNames("scale","mean","sigma",
44              "la","b","c");
45      myHisto->Draw();
46      total->Draw("same");
47
48      signal->Write();
49      background->Write();
50      total->Write();
51      myHisto->Write();
52      canv->Write();
53
54      myFile->Close();
55
56  }
```

III.2. Φ-mezon a CBM-ben

Igen nehéz feladat lesz hatékonyan detektálni a Φ-mezonokat a CBM detektorrendszerrel. A részecskék nem csak rövid életűek, de egy hatalmas háttér is nehezíti az apró csúcs megtalálását. Ezért is kell hatalmas számú eseményt vizsgálni, hogy a csúcs a statisztikában már látható legyen. Ennek ellenére határozottan mondhatjuk, hogy a CBM detektor képes lesz a Φ-mezonok detektálására és ezáltal a strange kvark termelődésének megértésére az erősen kölcsönható anyagban.

A szimuláció hatékonysági mutatókat is biztosít. Mindezeket különböző részecske impulzusok esetén. A jelzett detektálás hatékonysági értékek nem túl magasak, de eléggé stabilak adott tartományokban az észleléshez:



9. ábra. Hatékonyság az impulzus függvényében

IV.. A szimuláció

IV.1. Telepítés

A CBM szimuláció telepítésének három fő komponense van, az egyik a FairROOT, majd a FairSoft és végül a cbmROOT. Bármilyen rendszerre telepíthetőek az alábbi linkről: `https://redmine.cbm.gsi.de/projects/cbmroot/wiki/InstallCbmRootAuto`

Erősen ajánlott a telepítést ezt követve megtenni, mivel rengeteg apró, de akadályozó probléma előjöhet a telepítés során. A teljes csomag tartalmazza a ROOT-ot is, így az egész nagyjából 25 GB helyet foglal.

IV.2. Bevezetés

Maga az ütközés a UrQMD és a PHSD programok segítségével játszódik le, a CBM szimuláció a detektor választ szimulálja, tehát az ezekből származó adatokat kapja meg kezdeti paraméternek. Ezek a modellek az ALICE, RHIC és LHC detektornak, valamint nem utolsó sorban a CBM detektornak lettek fejlesztve. Én főleg UrQMD adatokat használtam, de PHSD fájlokkal is találkoztam kint létem során.

Az első lépés az, hogy le kell futtatni egy Monte Carlo szimulációt, hogy képeset legyünk a 'valódi' adatokat összepárosítani a keltett eseményekkel. A program ezen része arra lett tervezve, hogy kiszűrje a találatokat a detektor anyagban és olyan pontokat találjon, amelyek később trajektóriákká összeállíthatók.

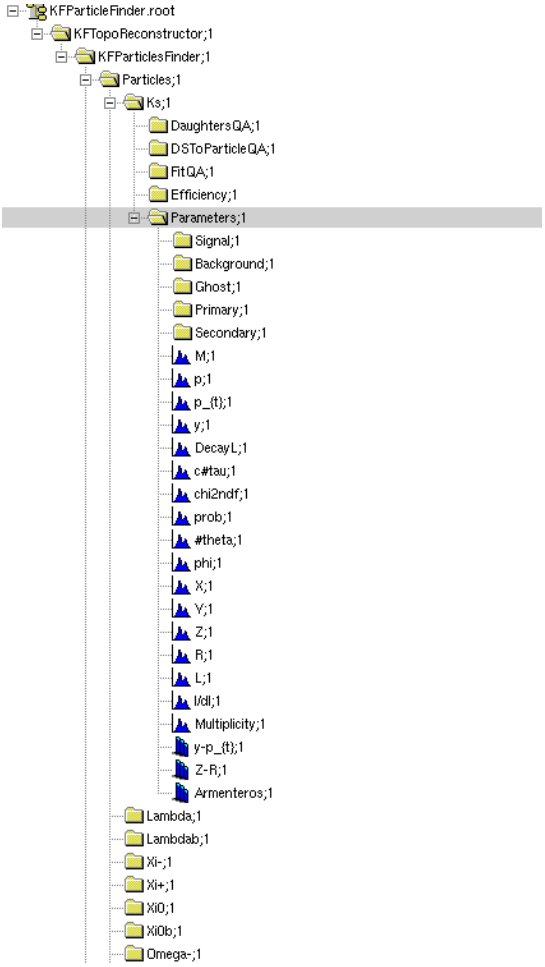
A program a Geant3 és Geant4 programokat használja, hogy a részecskék anyagon való áthaladását szimulálja. Ez is a Monte Carlo szimuláció része.

Az első makró kimenetén tehát egy szimulációs fájl van, ami az STS és az MVD detektorok által detektált találatokat tartalmazza valamint a TOF fal és egyéb detektorok adatait is. Ezeket felhasználva lép a program a második fázisba, a rekonstrukció részhez. A rekonstrukciós kód először is klasztereket próbál találni az MVD detektorban, hogy megtalálja, hogy hol volt az ütközés/ütközések kiinduló pontja. Ha ezt megtalálta továbbhalad és megpróbálja lekövetni a részecske pályákat. A töltött részecskék körpályára állnak az erős mágneses tér hatására így a pontokra köríveket próbálnak illeszteni és a legjobb illesztéssel bírókat fogadják csak el (van egy százalékos határ, ami alatt hibás detektálásnak ítélik). Én főleg az MVD és STD detektorokra koncentráltam, tehát a többit most nem említem itt.

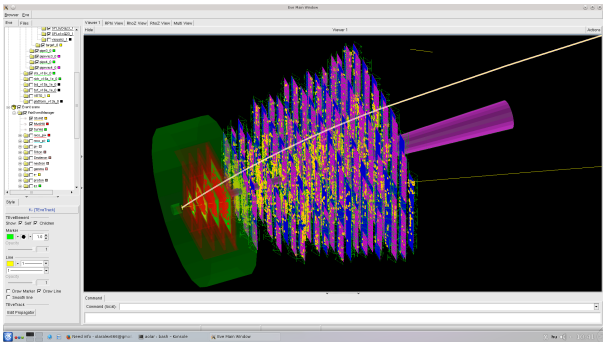
Nyilvánvalóan, a találatok és a pályákat többször próbálja meg a program helyesen megtalálni, azért, hogy elkerülje a hibákat. Kisebb az esélye így a hibás találatnak, vagy a hibásan illesztett trajektóriának. Ennék része a digitalizáció, ami lényegében azt jelenti, hogy a szimulációs program megpróbálja a detektor választ is számításba venni. Vegyük például az STS detektort. Ennek egy szálas, hálós elrendezése van, amikor egy részecske áthalad, akkor több szálban is detektáljuk, ezek metszéspontjában van a tényleges helye. De ha egyszerre két részecske ment át 'ugyan azon a ponton', akkor ezt nem láthatjuk, később a pályák illesztésénél probléma lehet. Ezért is van az, hogy ha az STS detektor több, mint 5%-a detektál, akkor a rendszer lényegében nem mér, nem szerez kiértékelhető adatokat.

A sikeres rekonstrukció után, ami a nyers adatokból létrehozta végső soron a trajektóriákat az egyetlen visszamaradó feladat a részecske felismeres és ezek pályákhoz való párosítása. Erre egy robusztus és hatékony program áll rendelkezésre, aminek a neve KFParticleFinder.

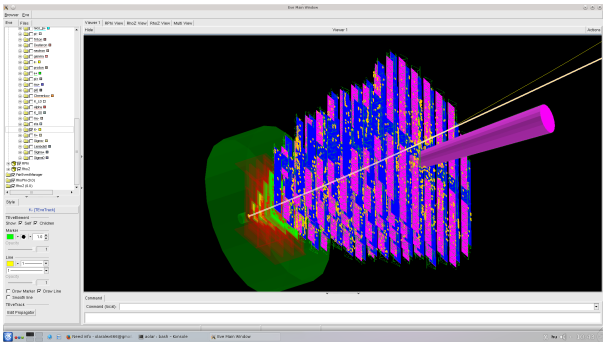
Ennek a programnak a kimenete egy .root fájl, ami rengeteg részecskét és hozzájuk tartozó adatot tartalmaz, detektálási hatékonyságról, háttérről, armenteros diagramokkal, bemenő és kimenő jelekkel, stb. . Az szerkezete nagyjából így néz ki:



10. ábra. A ROOT fájl struktúrájának egy része.



(a) A rekonstruált pályák az MVD és STS detektorokban.



(b) Másik szögből

IV.3. How-tos

Ahogy korábban említettem először a Monte Carlo szimulációt kell használni valamilyen bemeneti fájllal. Ez egy .root fájl vagy egy egyszerű ASCII fájl is lehet, a szimulációs kód

képes mindkettő fogadására. Egy ilyen fájlban részecske ID-k és impulzusuk található. A kimenete a PHSD és a UrQMD szimulációknak általában egy .root fájl, de például a HIJING sima szöveges kimenetet produkál. A CBM szimulációnál különböző függvények teszik lehetővé mindkét adattípus feldolgozását.

Megtanultam használni a jelgenerátor programot, amivel bárki, bármit küldhet a detektor szimuláció bemenetére. Én főként arra használtam, hogy kontrollált körülmények között, csak Φ-mezonokat küldjek be, amivel vizsgálni lehet, hogy mi lesz a program kimenetén a KFParticleFinder által kiadott .root fájlban. Ahhoz, hogy a generátor által biztosított ASCII fájlt olvasni tudja a szimuláció a következő módosítások szükségesek:

```
1   1  0  0  0
333  0.349404  0.108345  2.17087
1   2  0  0  0
333  -0.601515  -1.42376  7.32593
1   3  0  0  0
333  0.604993  0.756893  8.0675
1   4  0  0  0
333  -0.605273  0.957298  2.78006
1   5  0  0  0
333  -0.561403  -0.245707  1.30767
1   6  0  0  0
333  -0.111909  0.297546  0.780414
1   7  0  0  0
333  0.479322  0.647613  1.23907
1   8  0  0  0
333  -0.495742  -0.65654  1.05797
1   9  0  0  0
333  -0.736586  -0.211334  2.19586
1   10  0  0  0
333  0.0558235  -0.109982  3.04292
```

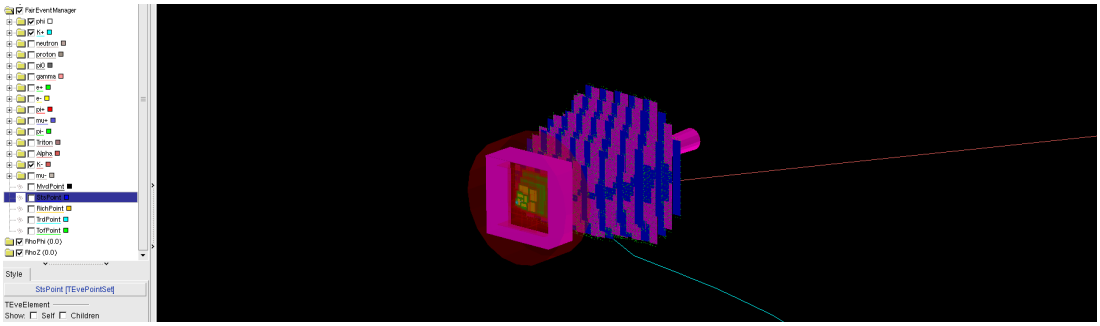
333 a részecske ID a Φ-mezonnál. Ezután a szimuláció tudni fogja, hogy hogyan dolgozza azt fel, és képes lesz azt elbomlasztani a megfelelő valószínűségekkel.

```
FairAsciiGenerator *SignalGen = new FairAsciiGenerator(inFile);
primGen->AddGenerator(SignalGen);
```

Fentebb a .root fájlokhoz használt *CbmUnigenGenerator* helyett ASCII fájlok esetén ezt kell használni. Még egy fontos lépes van itt. Ha szeretnénk vizualizálni a későbbiekben az eredményeinket, akkor engedélyeznünk kell a trajektóriák ilyen szintű mentését. Ez nyilvánvalóan nem hatékony hatalmas részecske számok esetén, de ha csak néhány részecskét küldünk be, akkor hasznos lehet látni, hogy hogyan is működik a program, esetleg hibákat is észrevehetünk.

```
// -Trajectories Visualization (TGeoManager Only )
run->SetStoreTraj(kTRUE);   //->
// --------------------------------------------------
```

Tehát a rekonstrukció után, valamint a részecske felismerés végeztével, ha bekapcsoltuk a vizualizációt képesek vagyunk vizualizálni az eseményeket. Ehhez az *eventDisplay.C* makrót kell futtatnunk. Ez a makró az egész CBM geometriát tartalmazza, tehát az egész detektort átláthatjuk vele. Megjeleníthető benne az összes trajektória és a részecskék. Néhány kép arról, ahogy egy Φ-mezon két kaonra bomlott:



12. ábra. Vizualizáció az MVD és STS detektorokban

IV.4. Φ-mezonok generálása és a kimenő adatok elemzése

A jelgenerátorral 2500 eseményt generáltam ahol a Φ-mezonok pont a céltárgy közepében helyezkedtek el, tehát minta éppen ott keletkeztek volna az ütközés során. Az ilyen adatok elemzése azért fontos, mert ekkor kontrollált körülmények között, adott részecske számmal tudjuk vizsgálni a kimenő részeskék számít, eloszlását és ebből ismeretlen kezdeti részecskénél következtethetünk a Φ-mezonok számára így a strange keltés folyamatára.

A generátor makróban a bemenő nyaláb energiáját is változtathatjuk, valamint a környezet hőmérsékletét is (mindkettő GeV-ben) és persze azt is, hogy milyen részecskét akarunk generálni.

```
double fSlope = .154; // temperature
...
double eBeam = 10.; // beam energy
double pBeam = TMath::Sqrt(eBeam*eBeam - kProtonMass*kProtonMass);
...
 const int NParticlesPerEvent = 1;
 const double kSignalMass[NParticlesPerEvent] = {1.019455};     //  mass in GeV
 const int    kSignalID[NParticlesPerEvent] =  {333};
 ...
   for (int i=0; i<NEvent; i++){
   // Generate rapidity, pt and azimuth
   outputfile<<NParticlesPerEvent<<"   "<<i + 1<<"   "<<0.<<"   "<<0.<<"   "<<0.<<
    endl;
   for(int j=0;j<NParticlesPerEvent;++j) {
   double yD   = gRandom->Gaus(fYcm, fRapSigma);
   double ptD  = fThermal[j].GetRandom();
   double phiD = gRandom->Uniform(0., kTwoPi);

   // Calculate momentum, energy, beta and gamma
   double pxD    = ptD * TMath::Cos(phiD);
   double pyD    = ptD * TMath::Sin(phiD);
   double mtD    = TMath::Sqrt(kSignalMass[j]*kSignalMass[j] + ptD*ptD);
   double pzD    = mtD * TMath::SinH(yD);

   outputfile<<kSignalID[j]<<"   "<<pxD<<"   "<<pyD<<"   "<<pzD<<endl;

```

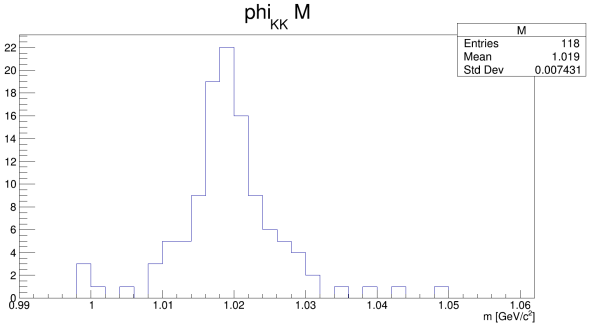
```
    }
    }
```

Jól látható, hogy ezt a makrót elég könnyű személyre szabni, tehát bárki könnyedén elkészítheti magának a számára megfelelő bemeneti fájlt. A bemeneti fájlt az események számával és a fájl nevével át kell adni a szimulációs programnak.

```
void run_mc_phi(TString inFile="Signal_phi_2500.txt", const char* setupName = "
    sis100_electron", Int_t nEvents = 2500)
{
  TString outFile = "sim_phi_2500.root";
  TString parFile = "param_phi_2500.root";
...
  // --- Define the target geometry ----------------------------------------
  //
  // The target is not part of the setup, since one and the same setup can
  // and will be used with different targets.
  // The target is constructed as a tube in z direction with the specified
  // diameter (in x and y) and thickness (in z). It will be placed at the
  // specified position as daughter volume of the volume present there. It is
  // in the responsibility of the user that no overlaps or extrusions are
  // created by the placement of the target.
  //
  TString  targetElement   = "Gold";
  Double_t targetThickness = 0.025;  // full thickness in cm
  Double_t targetDiameter  = 2.5;    // diameter in cm
  Double_t targetPosX      = 0.;     // target x position in global c.s. [cm]
  Double_t targetPosY      = 0.;     // target y position in global c.s. [cm]
  Double_t targetPosZ      = 0.;     // target z position in global c.s. [cm]
  Double_t targetRotY      = 0.;     // target rotation angle around the y axis
    [deg]
}
```

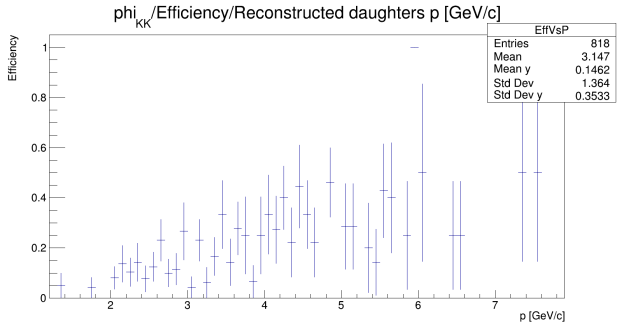
A kimenet egy .root fájl, ami mint már korábban említettem adatokat tartalmaz a beütésekkel a detektor anyagban. Fontos megemlíteni, hogy a céltárgyat is bárminek definiálhatjuk, a helyzetét is változtathatjuk, de a mi feladatunk, hogy helyesen tegyük, mert a szimuláció lefut úgy is, hogy a nyaláb el sem találja a céltárgyat.

Ezután a rekonstrukciós fájlt is kissé módosítani kell, majd ez a trajektóriákat találja meg. Majd a fizika makrót kell futtatni, hogy a KFParticleFinder megtalálja a pályákhoz tartozó részecskéket. A kimeneti .root fájlból néhány részlet:

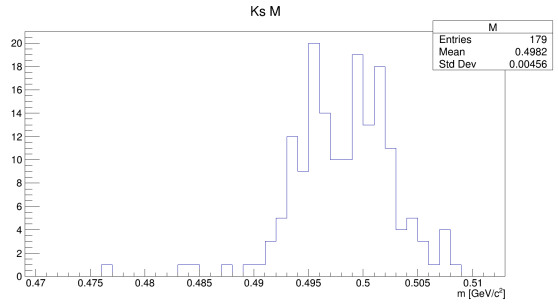


13. ábra. A kaonpárok invariáns tömegének diagramján 1.02 GeV-nél, a Φ-mezon

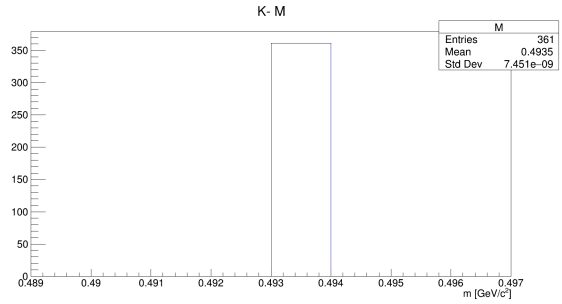
A jelben 2500 esemény volt, azaz 2500 db mezont generáltam. Nagyjából 50%-os eséllyel bomlottak el ezek kaon párokra, valamint a digitalizáció során, nagyjából 15%-os hatékonysággal tudott a program rekonstruálni, azaz nagyjából 180 db rekonstruált Φ-mezonra lehet számítani a $KFParticleFinder.root$ fájlban. Mivel valószínűségekről van szó, így a fájlban lévő 120 db nem is rossz statisztikailag.



Könnyű megtalálni azokat a részecskéket is amikké a Φ-mezonok elbomlottak. Így találhatunk a bomlástermékek között pionokat, kaonokat, K_S^0 részecskéket.



(a) K_S^0 részecskék



(b) Negatív kaonok.

A pionokat itt nem tüntettem fel külön, mivel egy ilyen folyamat során azok nem adnak informatív képet, lévén, hogy nem csak a Φ-mezon tud úgy bomlani, hogy pion is van a bomlástermékek között, de a kaonok és egyéb részecskék is, így a pionok multiplicitása igen nagy.

IV.5. Összegzés

A CBM detektor képes lesz arra, hogy felismerje és megtalálja a Φ-mezon bomlásokat, ezáltal a strange termelődést és a partonikus anyagot vizsgálni tudja. A szimulációk azt sugallják, hogy a detektor minden valószínűség szerint képes lesz detektálni a szükséges részecskéket a megfelelő hatásfokokkal.

V.. Nehézion fizika itthon

A Wigner Fizikai Kutatóközpontban dolgozó témavezetőmtől, Wolf Györgytől azt a feladatot kaptam, hogy az általa írt nehézion reakciós programhoz írjak egy klaszterező programot. Ez a szimuláció a korábban említett, PHSD és UrQMD modellekhez hasonló, hazai fejlesztésű projekt. A hadron-mag és mag-mag reakciókat transzport-egyenletek segítségével vizsgálva, a BUU-modell[8] felhasználásával egy időfüggő, részecskék kölcsönhatását figyelembe vevő modell segítségével szimulálja ez a program.

Ennek kimenetén többek között szerepelhetnek bizonyos részecskék és azok momentum- és térbeli eloszlása. Detektortól függően máshogy lehet ezeket mérni. Ha olyan detektorunk van, ami csak töltött részecskéket mér, és a töltés nagyságát nem, akkor figyelembe kell vennünk, ha például térbeli (vagy impulzustérbeli) közelség miatt csak egy beütést kapunk. Így az én programom pontosan arra képes, hogy euklideszi-térben (vagy impulzustérben) klasztereket keres. Így a beütésszámra pontosabb jóslatot lehet majd adni tényleges detektor környezetben.

V.1. Az algoritmus

Nem tökéletesítettem még a programot, ha későbbiekben erre igény van természetesen fejlesztem. Egyenlőre hely- és impulzus-koordinátákat olvas be, majd ezután próbálja meg klaszterezni a részecskéket. A klaszterezéshez nem a legjobban ismert klaszterező algoritmust használtam hanem az úgynevezett minimális feszítő fa (vagy MST [9] a későbbiekben) algoritmust. Ezt egy gráfban a lehető legrövidebb utat találja meg. Két pont akkor van összekötve a gráfban, ha egy adott minimum távolságnál közelebb vannak. Természetesen ez a minimális távolság is a bemenetről állítható. Egy részecske egy klaszter része, ha legalább az egyik részecskéhez a klaszterben kellően közel van.

Ennek az algoritmusnak talán az a legnagyobb előnye, hogy nem kell előre feltételezni, hogy hány klaszter van és azt sem, hogy azok vajon hol helyezkedhetnek el. Elméletben az algoritmus hatékonysága $O(\log m + n)$ vagy $O(\log n \cdot n + m)$, ahol n a pontok száma a gráfban, míg m az élek száma. A hatékonyság a használt adatstruktúráktól függ. Ez természetesen Prim algoritmusára [10] igaz, vannak ennél hatékonyabb megoldások is, de számomra ez tűnt a legkényelmesebb, legmegvalósíthatóbb választásnak. Továbbá egy orosz kutatócsoport Dubnában hasonló nehézion fizikai szimulációjában is ezt az algoritmust javasolják [11].

[8] Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck modell

[9] Minimal Spanning Tree

[10] `https://en.wikipedia.org/wiki/Prim\%27s_algorithm`

[11] PHQMD - J. Aichelin

Az egyik elméleti nehézség a megvalósítás során az volt, hogy az algoritmus képes legyen több klasztert formálni. Hiszen miután nem tud továbbhaladni egy klaszterben, azaz nem tud több pontot hozzáadni, ki kell venni az adathalmazból a klaszterezett pontokat és azt ki kell írni egy fájlba. Ezután lehet csak választani egy random pontot újra, és lefuttatni az eddigi algoritmust a már redukált gráfon.

V.2. A kód

A kódot mellékelem, ezután beszélek majd a bemenetéről és kimenetéről.

```
#include <iostream>
#include <vector>
#include <utility>
#include <set>
#include <array>
#include <string>
#include <fstream>
#include <numeric> // for std::accumulate
#include <sstream> // for std::istringstream
#include <algorithm> // for std::for_each, std::find, etc.
#include <cmath> // for std::sqrt
#include <list>
#include <chrono> // to measure time

double MAX_VAL = 6666.;

const int dim = 3;

int num_of_clusters = 0;

struct DataPoints{

    std::vector<int> hadron;
    std::vector<int> charge;
    std::vector<double> mass;
    std::vector< std::array< double, dim > > pos;
    std::vector< std::array< double, dim > > mom;
    std::vector<int> num_of_coll;

};

std::istream& operator>>(std::istream& is, DataPoints& points);

double distance( const std::array<double, dim>& a, const std::array<double, dim
    >& b);

std::ostream& operator<<(std::ostream& os, const std::array<double, 3>& arr);

std::ostream& operator<<(std::ostream& os, const std::array<double, 2>& arr);

```

```
40 bool prim(std::ostream& fout,
41           std::vector<bool>& visited,
42           std::vector< int >& ancest,
43           std::vector< std::pair< int, int > >& edges,
44           const DataPoints& data,
45           std::vector< std::vector< std::pair< int, double > > >& Graph,
46           std::list<int>& open_nodes);
47
48 int main( int argc, char* argv[] )
49 {
50
51     std::ifstream fin(argv[1]);
52
53     MAX_VAL = atof(argv[2]);
54
55     DataPoints data;
56
57     fin >> data;
58
59     int num_of_vertices = data.pos.size(); // number of vertices
60
61     std::vector< std::vector< std::pair< int, double > > > Graph(num_of_vertices
       ); // my graph
62
63     std::vector<bool> visited(num_of_vertices, false); // list of visited
       vertices
64
65     std::vector< int > ancest(num_of_vertices, -1);
66
67     std::vector< std::pair< int, int > > edges;
68
69     // calculate edges based on euclidian distance
70     // later only need to change pos to mom !!!
71
72     int P, Q;
73     double dist;
74
75     auto t0 = std::chrono::high_resolution_clock::now();
76
77     for( unsigned int i = 0; i < data.mom.size(); i++ ){
78
79         P = i;
80
81         for( unsigned int j = 0; j < i; j++ ){
82
83             Q = j;
84
85             dist = distance( data.mom[i],data.mom[j] );
86
87             if(dist < MAX_VAL){
```

```
88
89                  Graph[P].push_back(std::make_pair(Q, dist));
90
91                  Graph[Q].push_back(std::make_pair(P, dist));
92
93              }
94
95          }
96
97      }
98
99      auto t1 = std::chrono::high_resolution_clock::now();
100
101     std::cout << "Graph construction took: " << std::chrono::duration_cast< std
    ::chrono::microseconds >(t1-t0).count() <<
102                 " microseconds\n";
103
104     std::list<int> open_nodes;
105
106     for(int i = 0; i < num_of_vertices; i++){
107
108         open_nodes.push_back(i);
109
110     }
111
112     std::ofstream fout(argv[3]);
113
114     auto t2 = std::chrono::high_resolution_clock::now();
115
116     while(!prim(fout, visited, ancest, edges, data, Graph,open_nodes) &&
    open_nodes.size()!=0);
117
118     auto t3 = std::chrono::high_resolution_clock::now();
119
120     std::cout << "Clustering took: " << std::chrono::duration_cast< std::chrono
    ::microseconds >(t3-t2).count() <<
121                 " microseconds\n";
122
123     return 0;
124
125 }
126
127 std::istream& operator>>(std::istream& is, DataPoints& points){
128
129     std::array< double, dim > temp_pos;
130     std::array< double, dim > temp_mom;
131
132     std::string line;
133
134     while(std::getline(is, line)){
```

```
135
136         double spare;
137
138         std::istringstream data(line);
139
140         data >> spare;
141         points.hadron.push_back(int(spare));
142
143         data >> spare;
144         points.charge.push_back(int(spare));
145
146         data >> spare;
147         points.mass.push_back(spare);
148
149         int i = 0;
150
151         while(i<dim){
152
153             data >> temp_mom[i];
154             i++;
155
156         }
157
158         i=0;
159
160         while(i<dim){
161
162             data >> temp_pos[i];
163             i++;
164
165         }
166
167         points.pos.push_back(temp_pos);
168         points.mom.push_back(temp_mom);
169
170         data >> spare;
171         points.num_of_coll.push_back(int(spare));
172
173     }
174
175     return is;
176
177 }
178
179 double distance( const std::array<double, dim>& a, const std::array<double, dim
    >& b){
180
181     std::array<double, dim> dist;
182
183     for(unsigned int i = 0; i < dim; i++){
```

```
184
185         dist[i] = a[i] - b[i];
186
187     }
188
189     return std::sqrt(std::accumulate(dist.begin(),dist.end(),0.0,[&](double x,
    double y){ return x+y*y; }));
190
191 }
192
193 std::ostream& operator<<(std::ostream& os, const std::array<double, 3>& arr){
194
195     os << " (" << arr[0] << ";" << arr[1] << ";" << arr[2] << ") ";
196
197     return os;
198
199 }
200
201 std::ostream& operator<<(std::ostream& os, const std::array<double, 2>& arr){
202
203     os << " (" << arr[0] << ";" << arr[1] << ") ";
204
205     return os;
206
207 }
208
209 bool prim(std::ostream& fout,
210           std::vector<bool>& visited,
211           std::vector< int >& ancest,
212           std::vector< std::pair< int, int > >& edges,
213           const DataPoints& data,
214           std::vector< std::vector< std::pair< int, double > > >& Graph,
215           std::list<int>& open_nodes){
216
217     std::vector< double > dst(Graph.size(), MAX_VAL);
218
219     std::list<int> open_nodes_before = open_nodes;
220
221     int start_vertex;
222
223     if(open_nodes.size()==0){
224
225         return true;
226
227     }
228
229     start_vertex = open_nodes.front();
230
231     open_nodes.remove(start_vertex);
232
```

```
233     std::set< std::pair< double, int > > mySet; // distance and vertex
234 
235     for( int i = 0; i < visited.size(); i++ ){ // visited.size() is equal to
    number of vertices
236 
237         mySet.insert(std::make_pair(dst[i],i));
238 
239         // make pairs with vertex number and it's distance at the beginning
240         // dst[i]s are all set to MAX_VAL
241 
242     }
243 
244     // erase start value, then set its distance to zero
245 
246     mySet.erase(mySet.find(std::make_pair(dst[start_vertex],start_vertex)));
247 
248     dst[start_vertex] = 0.; // current distance from itself
249                             // all the others are set to MAX_VAL
250 
251     mySet.insert(std::make_pair(dst[start_vertex],start_vertex));
252 
253     // PRIM'S ALGORITHM
254 
255     while(!mySet.empty()){
256 
257         /*
258 
259         std::for_each(mySet.begin(),mySet.end(),[](const std::pair< double, int
    >& i){ std::cout << i.first << " " << i.second << "\n"; });
260         std::cout << "\n";
261 
262         */
263 
264         // a set is always ordered, the order is based on the first element of
    it, so the distance from itself
265 
266         std::pair< double, int > top_vertex = *mySet.begin(); // gives back an
    iterator
267                                               // to the top element of
268                                               // the set so need to derefer it
269                                               // and make it a pair
270 
271         mySet.erase(mySet.begin());
272 
273         int next_vertex = top_vertex.second; // current vertex closest neighbor
274 
275         if(top_vertex.first == MAX_VAL){
276 
277             break; // somethins is wrong !
278 
```

```
279         }
280 
281         visited[next_vertex] = true; // now this is visited
282 
283         open_nodes.remove(next_vertex);
284 
285         if(next_vertex != start_vertex
286         /* && ( std::find(open_nodes.begin(),open_nodes.end(),start_vertex ) !=
    open_nodes.end()  ) */){
287                                         // at first 0 is the first vertex and
    zero is from 0 distance from itself
288                                         // so then it is skipped because the
    next_vertex is zero
289                                         // this starts with 0's neighbor when
    ancest is already set
290 
291             edges.push_back(std::make_pair(ancest[next_vertex],next_vertex)); //
     make connection between next_vertex and
292 
    // its ancestor
293 
294         }
295 
296         for( unsigned int i = 0; i<Graph[next_vertex].size(); i++ ){
297 
298             if( visited[Graph[next_vertex][i].first] == false ){ // Graph[
    next_vertex] is a vector of pairs to-vertex and its distance
299 
300                 int next_next_vertex = Graph[next_vertex][i].first; // if
    next_vertexes neighbor is not visited then make it the
301                                                                     // next
    vertex to check
302                 double weight = Graph[next_vertex][i].second; // set the weight
    of the egde between them
303 
304                 /*
305 
306                 if(dst[next_next_vertex] > weight){ // if there's a connection
    between the vertices then the weight must be smaller
307                                                    // than the distance of the
    next vertex
308 
309                                                    */
310 
311                     mySet.erase(mySet.find( std::make_pair(dst[next_next_vertex
    ],next_next_vertex) ));
312                     dst[next_next_vertex] = weight;
313 
314                     mySet.insert( std::make_pair(dst[next_next_vertex],
    next_next_vertex) );
```

```
315
316                     ancest[next_next_vertex] = next_vertex;
317
318                     /*
319
320                 } */
321
322             }
323
324         }
325
326     }
327
328     std::list<int> clustered;
329
330     std::set_difference(open_nodes_before.begin(), open_nodes_before.end(),
331                         open_nodes.begin(), open_nodes.end(),
332                         std::back_inserter(clustered));
333
334     fout << clustered.size() << "\n";
335
336     /*
337
338     fout << "MST is set:\n";
339
340     for( unsigned int i = 0; i < edges.size(); i++ ){
341
342             if( std::find(clustered.begin(), clustered.end(), edges[i].first) !=
    clustered.end()
343             &&  std::find(clustered.begin(), clustered.end(), edges[i].second)
    != clustered.end() ){
344
345                 fout << data.pos[edges[i].first] << " --> " << data.pos[edges[i
    ].second] << "\n";
346
347             }
348     }
349
350     }
351
352     */
353
354     edges.clear();
355
356     // delete the connecting branches to visited verticies
357     // if the size of the bracnhes of the graph add up to 0 then return true
358     // else return false
359
360     int counter = 0;
361
```

```
362     for( unsigned int i = 0; i < visited.size(); i++ ){
363 
364         if(visited[i] == true){
365 
366             Graph[i].clear();
367 
368         }else{
369 
370             counter++;
371 
372         }
373 
374     }
375 
376     num_of_clusters++;
377     std::stringstream ss;
378     ss << num_of_clusters;
379 
380     std::ofstream cluster("C"+ss.str()+".dat");
381 
382     std::for_each(clustered.begin(), clustered.end(), [&](int& x){
383         cluster << data.hadron[x] << " " << data.charge[x] << " " << data.mass[x
    ] << " ";
384 
385             for(unsigned int b = 0; b < dim; b++){
386 
387                 cluster << data.mom[x][b] << " ";
388 
389             }
390 
391             for(unsigned int b = 0; b < dim; b++){
392 
393                 cluster << data.pos[x][b] << " ";
394 
395             }
396 
397           cluster << data.num_of_coll[x] << "\n";
398      });
399 
400     cluster.close();
401 
402     if(counter == 0){
403         fout << "************************\n NUMBER OF CLUSTERS: " <<
    num_of_clusters;
404         return true;
405     }else{
406         return false;
407     }
408 }
```

[basicstyle=]

V.21. Bemeneti paraméterek

A program parancssorról működik. Három paramétert vár a futás során. Az első paraméter a bemeneti fájl neve, a második a maximális klaszeterezési távolság, azaz a maximálisan definiálható élhossz két pont között. A harmadik paraméter pedig a kimeneti fájl neve, ami egyesével listázza majd a klaszeterek méreteit és az összes klaszterek számát. A program képernyőre írja a gráf elkészítésének idejét és a klaszterezés idejét is ms-ban. Ezt parancssorról át lehet irányítani egy tetszőleges fájlba (» time.dat).

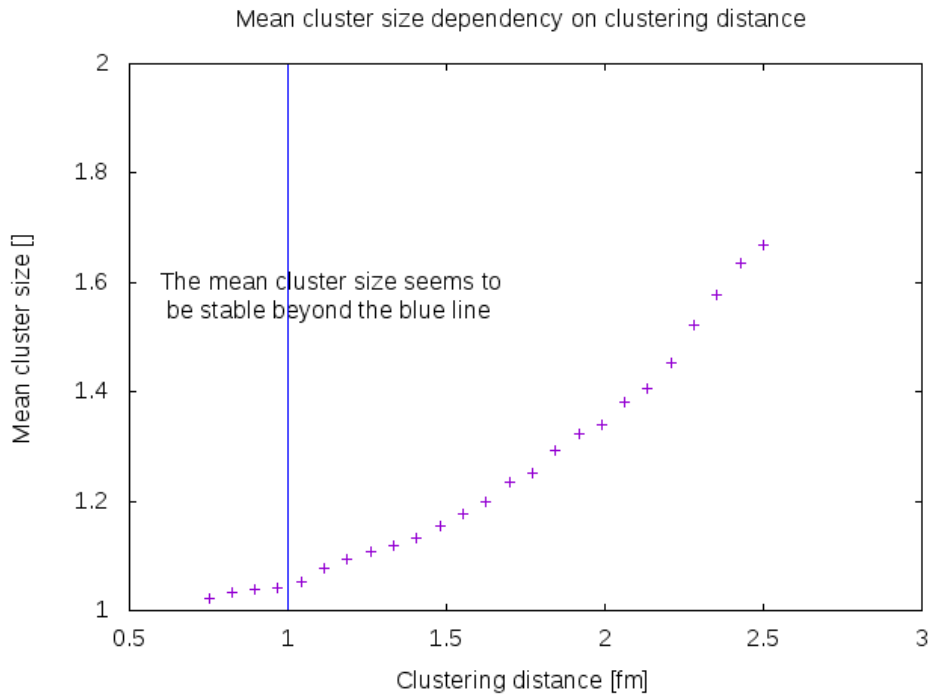
A bemeneti fájl formátuma adott. Ebben részecske adatok szerepelnek, és adott időlépésenként haladva követjük végig a részecskéket. Sorénként a következő adatokat kapjuk: nukleon (igen/nem), töltés, tömeg(GeV), px, py, pz (GeV/c), rx, ry, rz (fm), ütközések száma.

```
1   1  1  0.938300  −0.177627   0.025891  −0.077826  −7.935590   0.056308 −11.041818   1
2   1  1  0.938300   0.418485   0.316837   0.882886  12.817832   5.254027   6.157795   2
3   1  1  0.938300  −0.247703   0.057946  −0.044372 −12.626606   4.831421 −19.696069   1
4   1  1  0.938300  −0.022614  −0.215107   0.223749  −4.957242  −6.073233  −4.840523   2
5   1  1  0.938300  −0.208557  −0.300033   0.080906  −5.851900 −14.546136 −11.728940   4
6   1  0  0.938300  −0.556290   0.208243   0.389433 −16.943628  12.829147  −3.252291   7
7   1  1  0.938300  −0.045176  −0.188415   0.277124  −3.621005  −9.789178  −6.976719   3
8   1  1  0.938300  −0.562875  −0.475173   0.274616 −17.897499 −17.592449  −6.268526   3
9   1  1  0.938300  −0.032136  −0.021516  −0.007764  −5.412685   0.558902 −15.674200   1
```

A szimulációban 394 részecske vesz részt, 100 időlépésben (1 időlépés 0,5 fm/c időnek felel meg) az általam elemzett adatsorban. A következőkben azt vizsgáltam, hogy adott időben a rendszer mennyire érzékeny a klaszterezési méretre. Ehhez több szempontot figyelembe kellett venni. Nyilvánvalóan érdekes megvizsgálni, hogy hogyan függ az átlagos klaszterméret a távolságtól, valamint, hogy a maximális klaszterméret hogyan viselkedik a távolság függvényében. Ha az előbbi nem is növekszik gyorsan, az utóbbira ez már nem mondható el. A klaszterezés instabil lesz nagy klaszterezési távolságokra, mert az algoritmus hatalmas klasztereket tud létrehozni, amelyeknek nincs fizikai jelentésük.

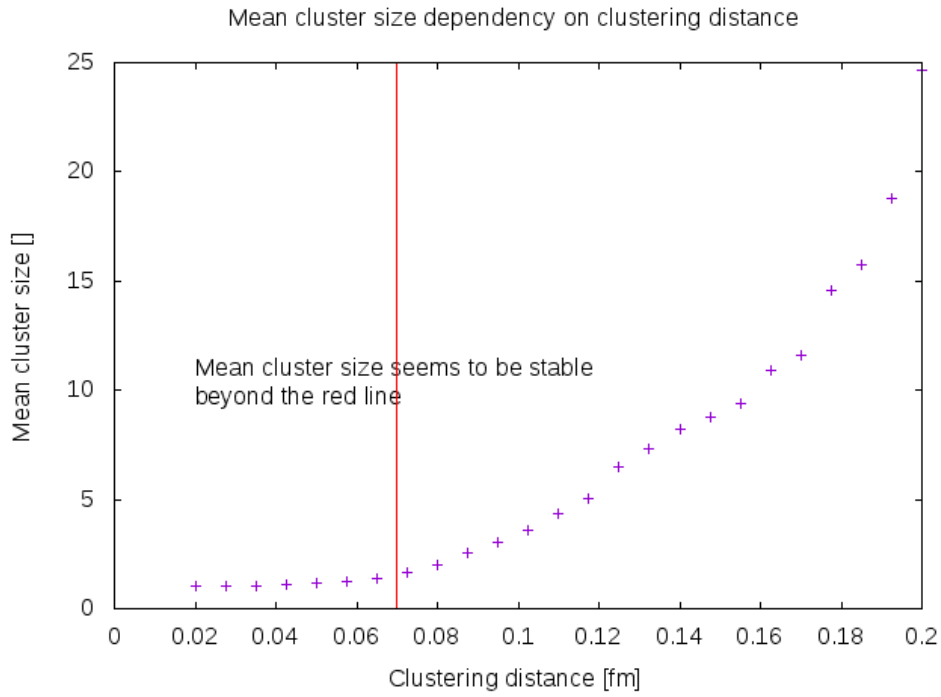
V.3. Távolság függés

Valamelyik időlépésben elvégezve a klaszerezési távolságtól való függés vizsgálatát a következőket kaptam.



15. ábra. Térbeli klaszterezés eredménye. Klaszterezési távolság - átlagos klaszterméret

A számolást természetesen térbeli, és impulzustérbeli kalszterezésre is elvégeztem.

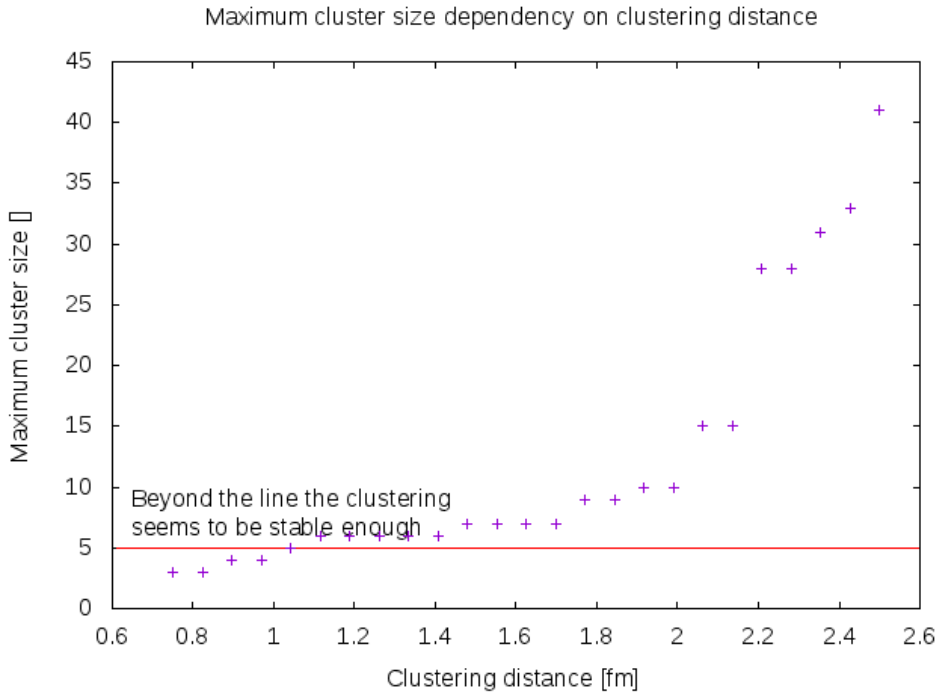


16. ábra. Impulzustérbeli klaszterezés eredménye. Klaszterezési távolság - maximális klaszterméret

Térben a klaszterezés életképes, ha a távolság a részecskék között 1 fm alatt van, míg

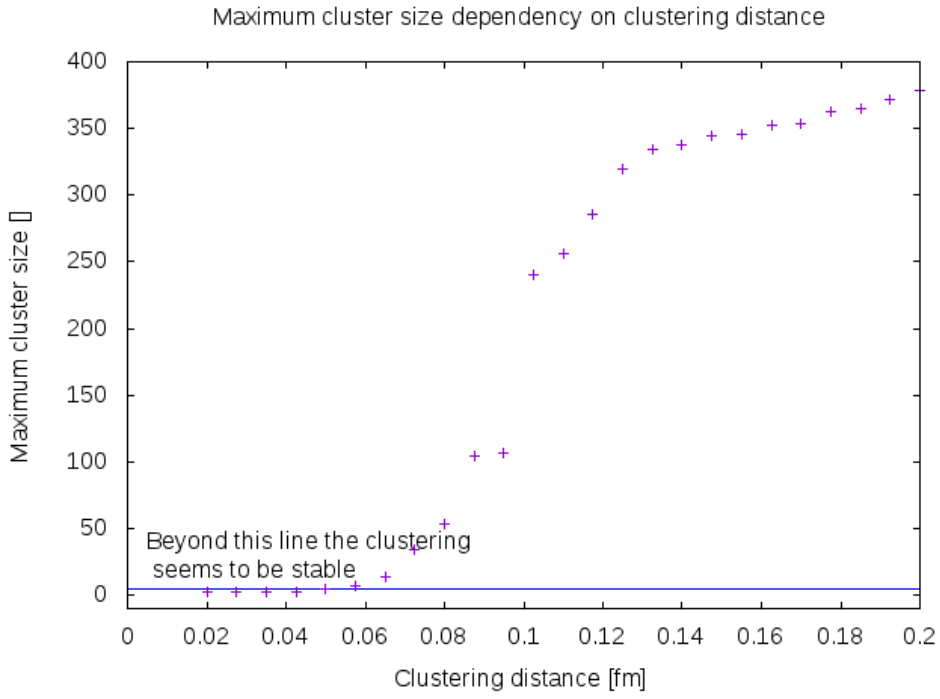
impulzustérben ez az érték 0.08 Gev/c alatti.

A következő ábrákon jól látható, hogy a klaszterező mérét növelésével a maximális klaszterméret adott klaszterezés során gyorsabban növekszik, mint az átlagos klaszterméret:



17. ábra. Térbeli klaszterezés ereménye. Klaszerezési távolság - Maximális klaszterméret

Hasonlóan impulzustérben:



A kezelhető átlagos klaszterméretek mind 1,5 alatti értékek, tehát az eredményeim alapján a 394 részecskét nem számottevően, de 10-20%-al bizonyasan csökkenteni tudtam klasztezés után. A fenti adatok alapján ez elméletileg azt jeleneti, hogy detektáláskot 330 töltött részecskét lehet csak észlelni az eredeti közel 400 helyett.

V.4. Kimenet

A kimeneten tehát egy olyan fájlt kapunk, amiből meghatározható igen könnyen a maximális klaszterméret és az átlagos klaszterméret is. Az fentebbi ábrákat is ezek alapján készítettem egy egyszerű programmal. Ezek mellett még külön fájlokban megkapjuk a klaszterek elemeit is.

V.5. Sebesség, konklúzió

A kód sebessége nagyban függ a definiált maximum távolságtól. Ha az előbbi algoritmust egy igen nagy szám, akkor egy nagy klasztert találunk, viszonylag gyorsan, hiszen az MST keresés hiba nélkül lefut. Azonban minél nagyobb távolságokra is éleket rakunk a kreált gráfba annál több számítást kell végeznünk és a sebesség nagyban leromlik. Lényegében mondható az, hogy a klaszterezés belátható időn belül lefut tetszőlegesen nagy adathalmazra, hacsak a rendszer ki nem fogy a memóriából. 12 ezer sornyi adat klaszterezése esetén ez már megtörténhet. A program több dologra is képes mint amire jelenleg használva van. Az éleket tudja definiálni és menteni is, ez az MST algoritmus sajátossága, de nekem nincs rá szükségem ebben az alkalmazásban. A távolság számítást módosítanom kell majd, hiszen jelenleg csak euklideszi normám van, ami nem a legmegfelelőbb, de ez csak egy belső függvény átírást igényel majd. A kommentelt kódrészletek a kimenenti fájlok emberi olvashatóságáért feletek volna részben, valamint a további funkcionalistást kapcsoltam ki, de az adatok feldolgozása során kényelmesebb volt így eljárnom.

Hivatkozások

[1] *The CBM Physics Book: Compressed Baryonic Matter in Laboratory Experiments* 2011 ed B Friman *et al* (Springer) Lect. Notes Phys.

[2] Tapia Takaki, J. D., ALICE Collaboration 2008, Journal of Physics G Nuclear Physics, 35, 044058

[3] V.Vovchenko I.Vassiliev I.Kisel M.Zyzak, Φ-meson production in Au+Au collisions and its feasibility in the CBM experiment, CBM Progress Report 2014

[4] Bravina, L., Csernai, L., Faessler, A., et al. 2003, Nuclear Physics A, 715, 665

[5] F. Wang, R. Bossingham, Q. Li, I. Sakrejda, and N. Xu, Φ-meson reconstruction in the STAR TPC, 1998

[6] Hans Rudolf Schmidt Hyperons at CBM-FAIR, Journal of Physics: Conference Series 736