



ELTE TTK

## AZ COMPTON-EFFEKTUS VIZSGÁLATA

*Olar Alex*

laborvezető

Csanád Máté

2018

## Kivonat

A mérés célja az volt, hogy a kiértékelés során a lehető legpontosabban járjunk el a számolások közben, hibabecslésen alkalmával. A Compton-effektus tulajdonságait vizsgáltuk. Az energia és a hatáskereszmetszet elméleti szögfüggését vettük alapul a kiértékelés során.

## Tartalomjegyzék

|   |          |
|---|----------|
| <b>I. Mérési eszközök</b>                         | <b>2</b> |
| I.1. Mérési elrendezés . . . . .                  | 2        |
| <b>II. Elméleti összefoglaló</b>                  | <b>2</b> |
| <b>III. Mérési feladatok, kiértékelés</b>         | <b>3</b> |
| III.1. Aktivitás, dózis . . . . .                 | 3        |
| III.2. Szögfüggés vizsgálata . . . . .            | 4        |
| III.3. Klein-Nishina formula vizsgálata . . . . . | 7        |

## I. Mérési eszközök

- plasztik elektron detektor
- állítható fotodetektor
- sokcsatornás analizátor (MCA)
- számítógép
- $^{137}\text{Cs}$ , közvetett  $\gamma$ -foton forrás

### I.1. Mérési elrendezés

## II. Elméleti összefoglaló

A Compton-effektus a fotonok, lazán kötött (kvázi szabad) elektronokon való szóródását írja le, alapegyenlete a négyesimpulzus megmaradásból következik

$$E = \frac{E_0}{1 + \frac{E_0}{m_e c^2} (1 - \cos\vartheta)}$$

ahol  $\vartheta$  az foton szórási szögét,  $E_0$  annak kezdeti energiáját, míg  $m_e$  az elektron tömegét jelöli. A mérés során  $E_0$  értéke adott, a  $\gamma$ -fotonok  $662 \text{ keV}$  energiával rendelkeznek. Természetesen  $E$  a szórt fotonok energiáját jelöli.

Bevezetve a  $P = \frac{E}{E_0}$  arányszámot, az elméleti differenciális hatáskeresztmetszet felírható

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_0^2 (P - P^2 \sin^2\vartheta + P^3)$$

alakban. Ahol  $r_0$  a klasszikus elektronsugár, melynek értéke a Bohr-modell alapján számolható

$$r_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{m_e c^2} = 2.82 \times 10^{-15} \text{ m}$$

A mérés során ezeket az összefüggéseket próbáljuk a lehető legpontosabban belátni.

### III. Mérési feladatok, kiértékelés

#### III.1. Aktivitás, dózis

A  $^{137}\text{Cs}$  minta aktivitása 1963. július 1-jén  $486.55 \text{ MBq}$  volt. A cézium felezési ideje  $T = (11018 \pm 9.5) \text{ nap}$ , míg az adott dátum óta eltelt napok száma a mérés időpontjáig  $19960 \text{ nap}$  volt. Így az exponenciális bomlástörvény szerint, ma az aktivitás

$$A(t) = A_0 2^{-\frac{t}{T}} = (138.61 \pm 0.08) \text{ MBq}$$

Mivel az elbomlott céziumokból további bomlás után nagyjából 94%-os valószínűséggel lesz  $662 \text{ keV}$ -os  $\gamma$ -foton, így a másodpercenként közvetített teljes energia

$$\dot{E} = A(t)\eta E_\gamma = 1.38 \times 10^{-5} \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

amiből személyenként kapjuk az elnyelt dózist rendre akkor ha lenyeljük, 1 méterre vagyunk a forrástól, valamint ha 1 méterre, ólom árnyékolás választ el a forrástól

| dózis [mSv] - Dávid | dózis [mSv] - Marci | dózis [mSv] - Alex |
|---------------------|---------------------|--------------------|
| 3.15                | 2.25                | 2.4                |
| 0.13                | 0.09                | 0.09               |
| 5.69e-06            | 4.08e-06            | 4.27e-06           |

ahol a mérés idejét 4 órának vettem és ezt helyettesíttem az adott képletekre melyek rendre

$$D_{max} = \frac{\dot{E} \times 4 \times 60 \times 60}{m}$$

$$D_{1m} = \frac{\dot{E} \times 4 \times 60 \times 60}{m} \frac{0.5}{4 \times 1^2 \pi}$$

$$D_{1m, Pb} = \frac{\dot{E} \times 4 \times 60 \times 60}{m} \frac{0.5}{4 \times 1^2 \pi} \times e^{-10}$$

Látható, hogy árnyékolással és megfelelő távolságtartással nem számottevő a labor alatt elnyelt dózis, azonban ha közvetlenül a szerezetbe kerülne, már számottevő többlet dózist lehetne kapni.

Feladat volt még megbecsülni a  $\vartheta = 0^\circ$  szögben, az elektron detektorra érkező fotonok számát másodpercenként. Ehhez felhasználva a mérési összeállítás geometriáját

$$N_{(foton, \vartheta=0^\circ)} = \frac{0.3^2}{4(17.33 - 3.38)^2} \times 138.61 \text{ (MBq)} \times 1 \text{ (s)} \approx 16000$$

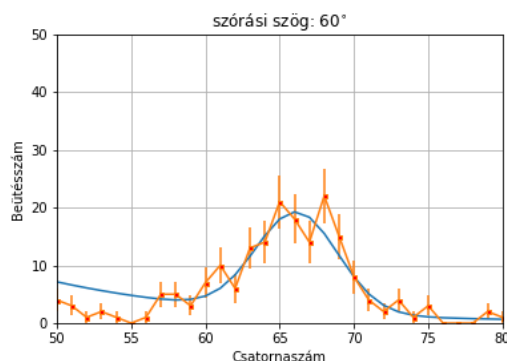
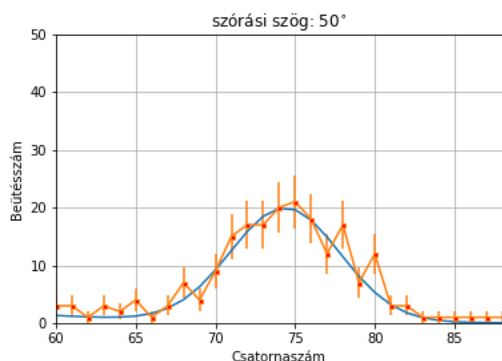
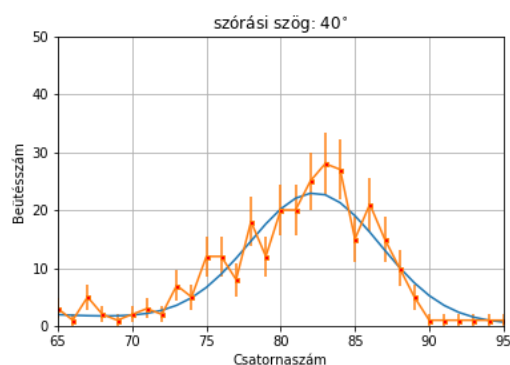
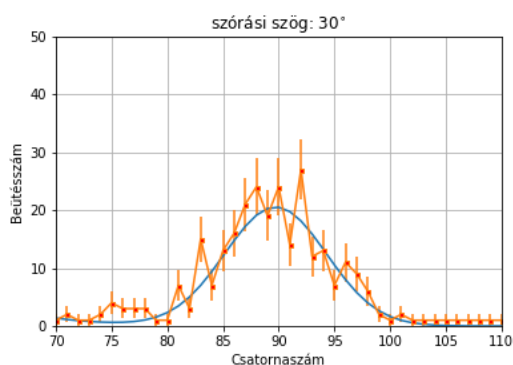
Azonban ezalatt a mérés során ehhez kapcsolódóan nem volt több feladatunk.

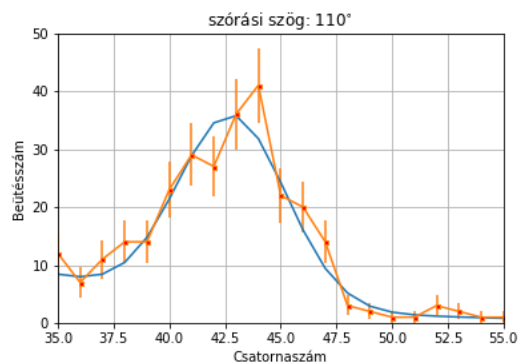
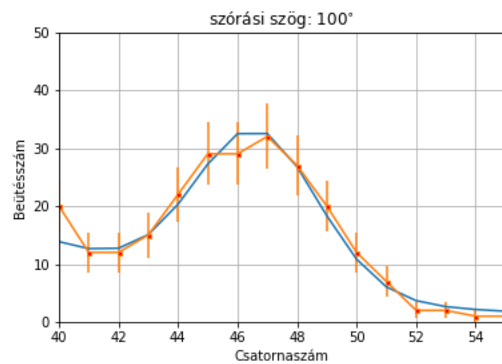
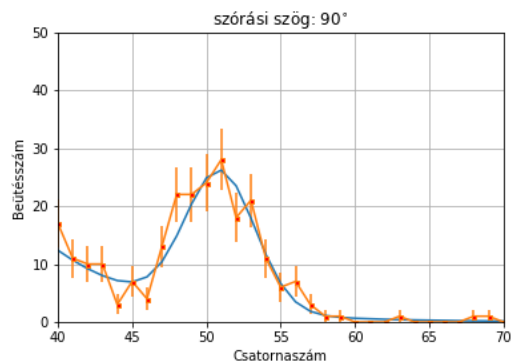
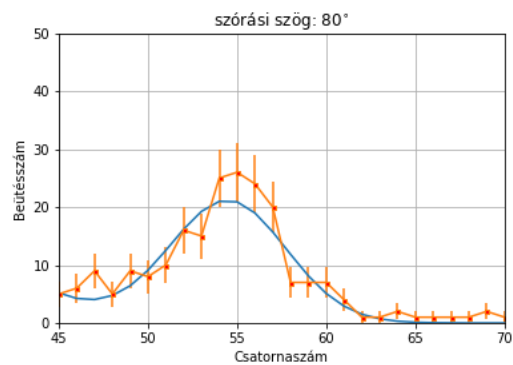
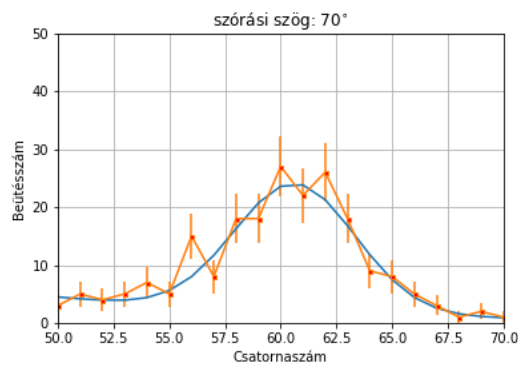
## III.2. Szögfüggés vizsgálata

A szögfüggéshez tartozó sokcsatornás beütésszámlálóval 10 különböző szöget vizsgáltunk mindegyiknek nagyjából 1000 s-ig. Harminc fokról indulva, száztiz fokig néztük meg a beütésket, majd a hisztogramokra exponenciális háttérrel, a Compton-csúcsra Gauss-görbét illesztettünk. Az illesztett adatok táblázatba foglalva

| szög [°] | csatorna | szórás | terület | csatorna hiba | szórás hiba | terület hiba | idő [t] |
|----------|----------|--------|---------|---------------|-------------|--------------|---------|
| 30       | 89.73    | 3.23   | 166     | 0.37          | 0.23        | 12           | 1224    |
| 40       | 82.31    | 3.11   | 173     | 0.36          | 0.44        | 35           | 1085    |
| 50       | 74.37    | 2.43   | 120     | 0.42          | 0.27        | 13           | 1002    |
| 60       | 66.15    | 1.96   | 85      | 0.43          | 0.43        | 26           | 962     |
| 70       | 60.63    | 1.93   | 108     | 0.24          | 0.23        | 15           | 1166    |
| 80       | 54.49    | 2.31   | 121     | 0.33          | 0.20        | 11           | 1100    |
| 90       | 50.92    | 1.67   | 100     | 0.38          | 0.27        | 18           | 977     |
| 100      | 46.62    | 1.46   | 101     | 0.19          | 0.13        | 9            | 1113    |
| 110      | 42.88    | 1.82   | 155     | 0.34          | 0.31        | 44           | 1098    |

A görbéket a *matplotlib* könyvtárral illesztettük exponenciális háttérrel, amely paramétereit itt nem tüntettük fel. Az ábrák a következőképpen festenek





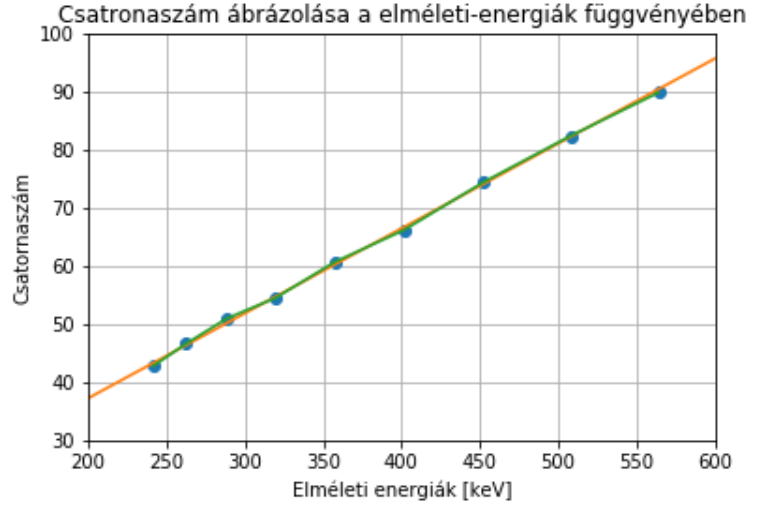
Az illesztés szisztematikus hibájának számításához 23 esetet néztünk végig. Az illesztés alsó szélétől és felső szélétől  $\pm 5$  és a két legszélső helyzetet. Ezt csak a  $110^\circ$ -os esetre vizsgáltuk, a feltevés az, hogy a többi illesztés is ugyan ilyen relatív hibával rendelkezik.

| -         | átlag  | hiba (szórás) | relatív hiba [%]     |
|-----------|--------|---------------|----------------------|
| csatorna  | 42.81  | 0.002         | $4.6 \times 10^{-5}$ |
| szélesség | 1.72   | 0.0008        | $4.7 \times 10^{-4}$ |
| terület   | 140.79 | 12.97         | 9.2                  |

Ez alapján a csúcsnak és annak szórásának nincs számottevő szisztematikus hibája, míg a területnek igen. Ez betudható annak, hogy az exponenciális háttér ezt befolyásolja a legjobban.

Ezután a csúcsok helyeinek ismeretében el lehet végezni az energia kalibrációt. Ehhez egy  $x = E \times a + b$  összefüggést használtunk, ahol  $x$  a csatornaszám. Az elméleti energiákat kiszámítva végeztük el az illesztést.

| csatorna | hiba    | $E_{\text{elméleti}}$ |
|----------|---------|-----------------------|
| 89.73    | 0.3738  | 563.82                |
| 82.305   | 0.36105 | 507.78                |
| 74.374   | 0.42373 | 452.36                |
| 66.148   | 0.42954 | 401.58                |
| 60.631   | 0.24439 | 357.22                |
| 54.489   | 0.33175 | 319.59                |
| 50.916   | 0.37857 | 288.27                |
| 46.6247  | 0.18966 | 262.55                |
| 42.805   | 0.195   | 241.64                |



Itt az illesztett paraméterek értéke  $a = (0.1458 \pm 0.00167) 1/keV$ , míg  $b = (8.08748 \pm 0.5751)$ . Ellenben, nekünk nem ezekre az adatokra, hanem ezek inverzére volt szükségünk így azokat véve, és a hibaterjedést figyelembe véve kapjuk, hogy

$$E = Ax + B$$

$$A = \frac{1}{a} = (6.857 \pm 0.079) keV$$

$$B = -\frac{b}{a} = (-55.453 \pm 4.578) keV$$

Így kiszámolva a mért energiákat és azok hibáját

| $E_{\text{elméleti}}$ | $E_{\text{mért}}$ | $\Delta E_{\text{mért}}$ |
|-----------------------|-------------------|--------------------------|
| 563.822               | 559.789           | 2.56299                  |
| 507.789               | 508.879           | 2.47557                  |
| 452.366               | 454.5             | 2.90534                  |
| 401.59                | 398.097           | 2.94518                  |
| 357.226               | 360.269           | 1.67568                  |
| 319.597               | 318.156           | 2.27467                  |
| 288.279               | 293.658           | 2.5957                   |
| 262.552               | 264.234           | 1.30042                  |
| 241.641               | 238.044           | 1.33704                  |

Ekkor kiszámolva  $\chi^2$ -et erre nagyjából 21.5-et kapunk. Az eredményt az alábbi képletbe helyettesítve számoltuk

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(E_{\text{mért},i} - E_{\text{elméleti},i} + \epsilon E_{\text{szisztematikus},i})^2}{(\Delta E_{\text{mért},i})^2}$$

Ahol az energia szisztematikus hibáját a kalibrációs egyenes illesztési hibájából számoltuk. A konfidencia szint a  $(9-2)$  szabadsági fokú rendszerre ekkor  $0.3\%$ , aminek számításához a *scipy* könyvtárat használtuk. Természetesen ezt az értéket  $\epsilon = 0$  -nál vettük.

### III.3. Klein-Nishina formula vizsgálata

Ehhez felhasználjuk az elméleti összefoglalóban említett képletet

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_0^2 (P - P^2 \sin^2 \vartheta + P^3)$$

Itt felhaználjuk az illesztett Gauss-görbék területét, amelyet illesztési paraméterként megkaptunk.