

# Deuxième devoir de la mécanique quantique

20 novembre 2017

## 1 Exercise

La potentielle est donnée comme :

$$V(x) := \begin{cases} 0 & 0 < x < a \\ \infty & \text{autrement} \end{cases}$$

il y a une particule dans l'état

$$\Psi(x, 0) = A \cdot [\Psi_1(x) + \Psi_2(x)]$$

où  $\Psi_1$  et  $\Psi_2$  font partie de la série suivante :

$$\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)$$

- Normalisez l'état au temps  $t = 0$  ! Que est le paramètre  $A$  ?
- Calculez le temps développement de la fonctionne  $\Psi(x, 0)$  et la formule  $|\Psi(x, t)|^2$  ! ( Aide : utilisez la formule d'Euler à résoudre :  $e^{i\varphi} = \cos(\varphi) + i\sin(\varphi)$  et choisissez le paramètre  $\omega = \frac{\pi\hbar}{4ma^2}$  )
- Quelle est la valeur prévue de l'opérateur  $\hat{x}$  ? Quelle est la fréquence de son oscillation et l'amplitude ? ( Ce peut pas être plus que  $\frac{a}{2}$  )
- Quelle est la valeur prévue de l'opérateur  $\hat{p}$  ? ( Il y a une solution facile sans trop de calcul. )
- Quelle est la valeur prévue d'énergie ?  $\hat{H}$ , utilisez  $E_1$  et  $E_2$  dans la solution. Les energies sont celles qui correspondent aux fontions  $\Psi_1$  et  $\Psi_2$ .

## 2 Exercise

Une particule de masse  $m$  est dans c'état

$$\Psi(x, t) = Ae^{-a[\frac{mx^2}{\hbar} + it]}$$

où  $A$  et  $a$  sont des constantes positives. Obtenez la valeur de  $A$  ! Quelle est la potentielle avec qui la fonctionne  $\Psi(x, t)$  résoud l'équation Schrödinger dans le cas unidimensionnelle ? La variance d'un opérateur est défini comme :

$$\sigma_A := \sqrt{\langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2}$$

Présentez que la solution remplit la relation Heisenberg :

$$\sigma_{\hat{x}}\sigma_{\hat{p}} \geq \frac{\hbar}{2}$$

## 3 Exercise

Une particule de masse  $m$  viens de  $+\infty$  dans la potentielle

$$V(x) := \begin{cases} 0 & 0 \leq x \\ -V_0 & x < 0 \end{cases}$$

La particule disperse sur la potentielle donc  $E > 0$  et  $V_0 > 0$ . Quelle est la probabilité de transmission et de reflection ? Obtenez les valeurs du coefficient de transmission (T) et celle de reflection (R) !

## 4 Exercise

Obtenez le spectre de la particule dans la potentielle suivante

$$V(x) := \begin{cases} V_0 & n(a+b) < x < n(a+b) + a \\ 0 & \text{autrement} \end{cases}$$

$n \in \mathbb{Z}$ . (Aide : il y a une invariance de translation dans la potentielle donc les probabilités sont invariantes de celle)