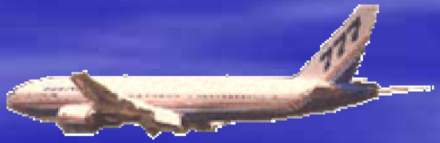
第二章 随机过程的基本概念



第二章 基本要求

- 1、理解随机过程的定义，会识别随机过程；
- 2、了解随机过程的有限维分布、会求随机过程的一维分布、数字特征与特征函数；
- 3、了解随机过程的分类与常见的随机过程，能识别出常见的随机过程。

返回目录

§2.1 随机过程的定义

- 在概率论中，我们仅讨论的是一个或有限多个随机变量的情况，而在大多实际问题中，这种研究往往不能满足需要，因为有许多随机现象仅用静止的有限个随机变量去描述是远远不够的。虽然在大数定律与中心极限定理中我们考虑了无穷多个随机变量，然而在其中假定了这些随机变量之间是相互独立的，若它们并非相互独立时，概率论知识就无能为力了。而在实际中，我们往往需要用一族无穷多个相互有关的随机变量去描述自然界与科学技术中存在的大量随机现象，这就导致了随机过程论的产生与发展。首先，我们给出随机过程的数学定义：

随机过程定义

定义1.1 设E为随机试验，为其样本空间，如果对于每个参数 $t\in T$ ，$X(e,t)$ 为建立在S上的随机变量，且对每一个 $e\in S$, $X(e,t)$ 为t的函数，那么称随机变量族

$$\{X(e,t),\ t\in T,\ e\in S\}$$

为一个随机过程，简记为 $\{X(e,t),\ t\in T\}$或 $X(t)$。

例1.1

- 1827年布朗（**Brown**）发现静水中的花粉在不停的运动，后来就把这种运动称为布朗运动。在静水中花粉运动的原因是由于花粉受到水中分子的碰撞，这些相互独立的分子每分钟多达 10^{21} 次对花粉随机碰撞的合力使花粉产生随机运动。若用 $X(e,t)$ 表示在*t*时刻花粉所处位置的横坐标，那么
- $\{X(e,t)\ ,\ t\in(0,+\infty)\}$
- 就是描述花粉运动的随机过程。

例1.2

- 考虑**抛掷骰子**的试验:

（i）设 X_n 是第n次抛掷的点数，对于$n = 1, 2, \ldots$的不同值，X_n 为不同的随机变量，因而 $\{X_n, n \geq 1\}$ 构成一个随机过程，称为贝努利过程或贝努利随机序列；

（ii）设 X_n是前n次抛掷中出现的最大点数，则 $\{X_n, n \geq 1\}$ 也是一随机过程。

其它随机过程例

- 自然界还有许多随机现象，如地震波幅，结构物承受的风荷载，在时间间隔[0, *t*)内船舶甲板“上浪”的次数，通讯系统和自控系统中的各种噪声和干扰，以及生物群体的生灭问题，数量遗传学，竞争现象，传染病扩散，癌细胞扩散，质点随机游动，排队问题等等都可用随机过程这一数学模型来描述。

随机过程X (t)实际上可以看成是两个变量e和*t*的具有特殊意义函数:

- （1）对于一个特定的试验结果e, X (e ,t)就是对应于e的样本函数，简记为X (t)，由它作出的图形就是一条样本曲线，它可以理解为随机过程的一次实现;
- （2）对于一个固定的参数t, X (e ,t)是一个定义在S上的随机变量;
- （3）当随机过程处于t, e时，X (e ,t)=x，则称该过程在 *t*时刻处于状态x，简记为
- X (t)=x

状态集与参数集

- 对于随机过程X (e ,t)的一切全部可能取值的集合*E*称为该随机过程的状态集。有时也称为随机过程的状态空间。参数*t*的变化范围*T*称为参数集，或参数空间，本书中的*T*一般为时间集，即T={t, t>0}。