

Домашнее задание на 23 марта

- 1 Исполнитель Черепаха перемещается на плоскости с декартовой системой координат. При опущенном хвосте перемещение Черепахи оставляет след в виде линии.

В начальный момент времени Черепаха находится в начале координат, её голова направлена вдоль положительного направления оси ординат, хвост опущен.

Черепаха может выполнять следующие команды.

1. Команда **Вперёд** n , где n — целое число. Выполняя эту команду, Черепаха перемещается на n единиц в том направлении, куда указывает её голова.
2. Команда **Назад** n , где n — целое число. Выполняя эту команду, Черепаха перемещается на n единиц в направлении, противоположном тому, куда указывает её голова.
3. Команда **Направо** m , где m — целое число. Выполняя эту команду, Черепаха поворачивает голову на m градусов по часовой стрелке.
4. Команда **Налево** m , где m — целое число. Выполняя эту команду, Черепаха поворачивает голову на m градусов против часовой стрелки.
5. Команда **Опустить хвост**. Выполняя эту команду, Черепаха переходит в режим рисования.
6. Команда **Поднять хвост**. Выполняя эту команду, Черепаха переходит в режим без рисования.

Запись **Повтори** k [**Команда1 Команда2 ...**], где k — натуральное число, означает, что последовательность команд, записанная в скобках, будет выполнена k раз.

Дана следующая программа:

```
Повтори 2 [Вперёд 30 Направо 90 Вперёд 45 Направо 90]
Поднять хвост
Вперёд -5 Направо 90 Вперёд -5 Налево 90
Опустить хвост
Повтори 2 [Вперёд 15 Направо 90 Вперёд 15 Направо 90]
```

Укажите количество точек плоскости, имеющих целочисленные координаты и принадлежащих объединению фигур, ограниченных нарисованными Черепахой линиями, исключая границы этого объединения.

- 2 В файле содержится последовательность из не более чем 10 000 целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 1 до 100 000 включительно. Определите количество троек расположенных подряд элементов последовательности, в которых средний элемент четырёхзначный, а хотя бы один из остальных элементов делится на минимальный элемент последовательности, кратный 18 (гарантируется, что в последовательности существует хотя бы одна такая тройка). В ответе запишите количество найденных троек, затем максимальную сумму элементов таких троек.

Имя файла: 0173.

- 3 В файле содержится последовательность из не более чем 10 000 целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 1 до 100 000 включительно. Количество элементов последовательности отдельно задано первым значением в файле. Определите количество пар элементов последовательности, в которых каждый из элементов имеет ту же чётность, что и максимальный элемент, кратный 43, а второй элемент пары больше первого (гарантируется, что в последовательности есть хотя бы один элемент, кратный 43, а также существует хотя бы одна такая пара). В ответе запишите количество найденных пар, затем минимальное из произведений элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

Имя файла: 0074.

-
- 4 В файле содержится последовательность из не более чем 10 000 целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от $-10\,000$ до $10\,000$ включительно. Определите количество пар последовательности, в которых только одно число оканчивается на 3, а сумма квадратов элементов пары не меньше квадрата максимального элемента последовательности, оканчивающегося на 3 (гарантируется, что в последовательности есть хотя бы один элемент, оканчивающийся на 3). В ответе запишите количество найденных пар, затем максимальную из сумм квадратов элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

Имя файла: 0023.

- 5 В файле приведён фрагмент базы данных «Продукты» о поставках и продажах товаров в магазинах районов города. База данных состоит из трёх таблиц.

Таблица «Движение товаров» содержит записи о поставках товаров в магазины в течение лета 2023 г., а также информацию о проданных товарах. Поле «Тип операции» содержит значение «Поступление» или «Продажа», а в соответствующее поле «Количество упаковок, шт.» содержится информация о том, сколько упаковок товара поступило в магазин или было продано в течение дня. Заголовок таблицы имеет следующий вид.

ID операции	Дата	ID магазина	Артикул	Тип операции	Количество упаковок, шт.	Цена руб./шт.
-------------	------	-------------	---------	--------------	--------------------------	---------------

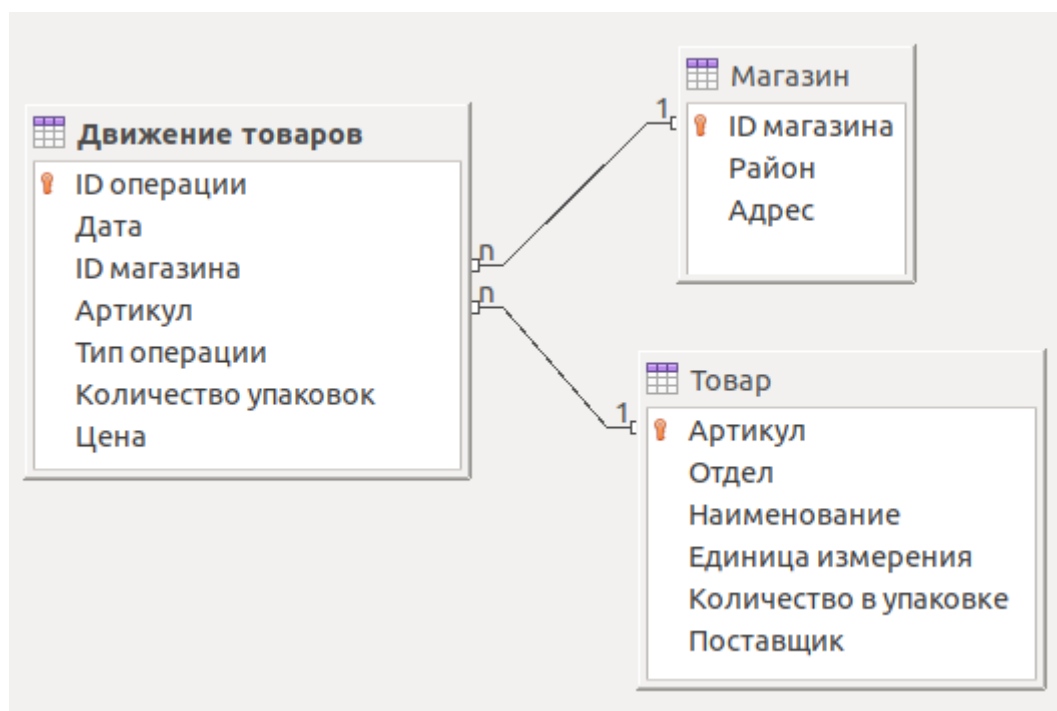
Таблица «Товар» содержит информацию об основных характеристиках каждого товара. Заголовок таблицы имеет следующий вид.

Артикул	Отдел	Наименование товара	Ед. изм	Количество в упаковке	Поставщик
---------	-------	---------------------	---------	-----------------------	-----------

Таблица «Магазин» содержит информацию о местонахождении магазинов. Заголовок таблицы имеет следующий вид.

ID магазина	Район	Адрес
-------------	-------	-------

Схема указанной базы данных:



Используя информацию из приведённой базы данных, определите, на сколько килограммов увеличилось количество соли и соды, имеющих в наличии в магазинах Северного района, за период с 4 июня по 5 августа включительно. В ответе запишите только число.

Имя файла: 0008.

6 Откройте файл электронной таблицы, содержащей в каждой строке шесть натуральных чисел. Определите, сколько строк чисел удовлетворяют обоим следующим условиям:

- в строке есть как повторяющиеся, так и неповторяющиеся числа;
- квадрат суммы повторяющихся чисел меньше суммы квадратов неповторяющихся чисел.

При вычислениях каждое число нужно учитывать столько раз, сколько раз оно встречается в строке.

Имя файла: 0127.

7 Значение выражения $(27^{1166} + 9^{937}) \cdot 81^{1852} - 2$ записано в системе счисления с основанием 3. Для этой записи определите разность между числом двоек и нулей. Ответ запишите в десятичной системе счисления.

8 Квадрат разлинован на $N \times N$ клеток ($2 \leq N \leq 20$). Исполнитель Робот может перемещаться по клеткам, выполняя за одно перемещение одну из двух команд: **вправо** или **вниз**. По команде **вправо** Робот перемещается в соседнюю правую клетку, по команде **вниз** — в соседнюю нижнюю. Квадрат ограничен стенами по периметру, также между клетками могут быть стены, они выделены. При попытке выхода за границу квадрата или пройти сквозь стену Робот разрушается. Перед каждым запуском Робота в каждой клетке квадрата лежит монета достоинством от 1 до 100. Посетив клетку, Робот забирает монету с собой; это также относится к начальной и конечной клетке маршрута Робота.

Определите максимальную и минимальную денежную сумму, которую может собрать Робот, начав движение из левой верхней клетки и остановившись в какой-либо клетке, из которой невозможно дальнейшее движение.

В ответе укажите два числа — сначала максимальную сумму, затем минимальную.

Пример входных данных:

5	7	2	3
4	9	4	8
1	3	3	7
2	1	1	2

Для указанных входных данных ответом должна быть пара чисел «42 16».

Имя файла: 0192.

9 Алгоритм вычисления функции $F(N)$, где N — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(N) = \begin{cases} 1, & \text{если } N=1 \\ N \cdot F(N-1), & \text{если } N>1 \end{cases}$$

Чему равно значение выражения $\frac{F(4511)}{F(4509)}$? В ответе запишите только целое число.

10 Алгоритм вычисления функции $F(N)$, где N — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(N) = \begin{cases} 7, & \text{если } N=1 \\ 3 \cdot N + 9 \cdot F(N-1), & \text{если } N>1 \end{cases}$$

Чему равно значение выражения $F(2962) - 81 \cdot F(2960)$? В ответе запишите только целое число.

-
- 11 Волшебник коллекционирует магические камни. Каждый камень обладает определённой магической силой, которая выражается натуральным числом. Собрав большое количество таких камней, волшебник решил создать магический амулет, обладающий магической силой не менее S . Магическая сила амулета равна сумме сил камней, использованных для его создания. Волшебник хочет использовать для амулета как можно меньше камней, чтобы сохранить остальные для других своих магических изделий.

По заданной информации о магической силе каждого камня в коллекции и о желаемой магической силе амулета определите минимальное число камней, которые можно использовать для его изготовления, а также минимальный размер имеющегося камня, который может быть использован, при условии, что использовано минимально возможное число камней. Гарантируется, что имеющихся в коллекции камней достаточно для создания амулета.

В первой строке входного файла находятся два числа, разделённые пробелом: S — желаемая магическая сила амулета (натуральное число, не превышающее 1 000 000) и N — количество камней в коллекции (натуральное число, не превышающее 1000). В следующих N строках находятся значения магической силы каждого камня (все числа натуральные, не превышающие 1000), каждое в отдельной строке.

Запишите в ответе два числа: сначала минимальное число камней, которые можно использовать для изготовления амулета, затем минимальный размер имеющегося камня, который может быть использован, при условии, что использовано минимально возможное число камней.

Пример входного файла:

100 4
80
30
50
40

При таких исходных данных можно использовать, как минимум, два камня. Возможные значения силы этих двух камней: 80 и 50, 80 и 40 или 80 и 30. Наименьшая сила использованного камня при этом — 30, поэтому ответ для приведённого примера: 2 30.

Имя файла: 0497.

- 12 В магазине для упаковки подарков есть N кубических коробок. Каждый подарок упаковывается в две коробки по принципу матрёшки: сам подарок упаковывается в одну из коробок, та — в другую коробку. Одну коробку можно поместить в другую, если длина её стороны не более чем на 4 единицы меньше длины стороны другой коробки. Определите наибольшее количество подарков, которое можно упаковать таким способом, и максимально возможную длину стороны самой маленькой из использованных при этом коробок. Размеры подарков позволяет поместить любой из них в самую маленькую коробку.

В первой строке входного файла находится число N — количество коробок в магазине (натуральное число, не превышающее 10 000). В следующих N строках находятся значения длин сторон коробок (все числа натуральные, попарно различные, не превышающие 100 000), каждое в отдельной строке.

Запишите в ответе два целых числа — сначала наибольшее количество подарков, которые могут быть упакованы, затем максимально возможную длину стороны самой маленькой использованной коробки при указанных условиях.

Имя файла: 0136.

- 13 В магазине для упаковки подарков есть N кубических коробок. Самой интересной считается упаковка подарка по принципу матрёшки — подарок упаковывается в одну из коробок, та в свою очередь — в другую коробку и т. д. Одну коробку можно поместить в другую, если длина её стороны хотя бы на 3 единицы меньше длины стороны другой коробки. Определите наибольшее количество коробок, которое можно использовать для упаковки одного подарка, и максимально возможную длину стороны самой маленькой коробки, в которой будет находиться подарок при этом условии. Размер подарка позволяет поместить его в самую маленькую коробку.

В первой строке входного файла находится число N — количество коробок в магазине (натуральное число, не превышающее 10 000). В следующих N строках находятся значения длин сторон коробок (все числа натуральные, не превышающие 100 000), каждое в отдельной строке.

Запишите в ответе два целых числа — сначала наибольшее количество коробок, которое можно использовать для упаковки одного подарка, затем максимально возможную длину стороны самой маленькой коробки в таком наборе.

Пример входного файла:

```
5
27
32
30
37
25
```

При таких исходных данных максимальное количество коробок, которое можно использовать, равно 3: либо 25, 30 и 37, либо 27, 30 и 37, либо 25, 32 и 37, либо 27, 32 и 37. Максимально возможная длина стороны самой маленькой коробки в этом случае равна 27. Поэтому ответ для данного примера: 3 27.

Имя файла: 0064.

- 14 В магазине проходит акция «Каждый 4-й товар — за полцены». Покупатель выбрал N товаров и расположил их на кассовой ленте в таком порядке, чтобы общая стоимость товаров с учётом акции оказалась минимально возможной. Однако кассовая программа учла покупку товаров в таком порядке, что общая стоимость товаров с учётом акции оказалась максимально возможной. Определите оба значения общей стоимости товаров — минимально возможное и максимально возможное.

В первой строке входного файла находится число N — количество товаров, выбранных покупателем (натуральное число, не превышающее 10 000). В следующих N строках находятся значения стоимости товаров (все числа натуральные, чётные, не превышающие 10 000), каждое в отдельной строке.

Запишите в ответе два целых числа — сначала минимально возможную общую стоимость товаров с учётом акции, затем максимально возможную общую стоимость товаров с учётом акции.

Пример входного файла:

```
5
10
22
14
8
18
```

При таких исходных данных, минимально возможная общая стоимость товаров — $10+8+14+22:2+18=51$, а максимально возможная — $10+22+14+8:2+18=68$. Поэтому ответ для данного примера: 51 68.

Имя файла: 0081.

-
- 15 В магазине проходит акция «Каждый 4-й товар — за полцены». Покупатель выбрал N товаров и расположил их на кассовой ленте в таком порядке, чтобы общая стоимость товаров с учётом акции оказалась минимально возможной. Однако кассовая программа учла покупку товаров в таком порядке, что общая стоимость товаров с учётом акции оказалась максимально возможной. Определите оба значения общей стоимости товаров — минимально возможное и максимально возможное.

В первой строке входного файла находится число N — количество товаров, выбранных покупателем (натуральное число, не превышающее 10 000). В следующих N строках находятся значения стоимости товаров (все числа натуральные, чётные, не превышающие 10 000), каждое в отдельной строке.

Запишите в ответе два целых числа — сначала минимально возможную общую стоимость товаров с учётом акции, затем максимально возможную общую стоимость товаров с учётом акции.

Пример входного файла:

5
10
22
14
8
18

При таких исходных данных, минимально возможная общая стоимость товаров — $10+8+14+22:2+18=51$, а максимально возможная — $10+22+14+8:2+18=68$. Поэтому ответ для данного примера: 51 68.

Имя файла: 0085.

16 В магазине проходит акция «3-й товар в чеке — бесплатно». Покупатель выбрал N товаров и расположил их на кассовой ленте с намерением разделить всю покупку на несколько отдельных чеков (правила акции это допускают) и в таком порядке, чтобы общая стоимость всех товаров с учётом акции оказалась минимально возможной. Однако прямо перед оформлением покупки выяснилось, что кассовая программа в каждом отдельном чеке сортирует товары так, что общая стоимость товаров в этом чеке с учётом акции оказывается максимально возможной. Узнав об этом, покупатель изменил порядок выкладки товаров на ленту — с прежней целью сделать общую стоимость всех товаров минимальной. Определите общую стоимость всех товаров при первом предположении покупателя, а также общую стоимость всех товаров, которую он в итоге заплатил.

В первой строке входного файла находится число N — количество товаров, выбранных покупателем (натуральное число, не превышающее 10 000). В следующих N строках находятся значения стоимости товаров (все числа натуральные, не превышающие 10 000), каждое в отдельной строке.

Запишите в ответе два целых числа — сначала общую стоимость всех товаров при первом предположении покупателя, затем общую стоимость всех товаров, которую он в итоге заплатил.

Пример входного файла:

4
20
70
60
40

При таких исходных данных общая стоимость товаров при первом предположении покупателя — $20+60+40=120$, а фактически оплаченная — $70+60+40=170$. Поэтому ответ для данного примера: 120 170.

Имя файла: 0289.

17 В магазине проходит акция «3-й товар в чеке — бесплатно». Покупатель выбрал N товаров и расположил их на кассовой ленте с намерением разделить всю покупку на несколько отдельных чеков (правила акции это допускают) и в таком порядке, чтобы общая стоимость всех товаров с учётом акции оказалась минимально возможной. Однако прямо перед оформлением покупки выяснилось, что кассовая программа в каждом отдельном чеке сортирует товары так, что общая стоимость товаров в этом чеке с учётом акции оказывается максимально возможной. Узнав об этом, покупатель изменил порядок выкладки товаров на ленту — с прежней целью сделать общую стоимость всех товаров минимальной. Определите общую стоимость всех товаров при первом предположении покупателя, а также общую стоимость всех товаров, которую он в итоге заплатил.

В первой строке входного файла находится число N — количество товаров, выбранных покупателем (натуральное число, не превышающее 10 000). В следующих N строках находятся значения стоимости товаров (все числа натуральные, не превышающие 10 000), каждое в отдельной строке.

Запишите в ответе два целых числа — сначала общую стоимость всех товаров при первом предположении покупателя, затем общую стоимость всех товаров, которую он в итоге заплатил.

Пример входного файла:

4
20
70
60
40

При таких исходных данных общая стоимость товаров при первом предположении покупателя — $20+60+40=120$, а фактически оплаченная — $70+60+40=170$. Поэтому ответ для данного примера: 120 170.

Имя файла: 0294.

18 На научно-практической конференции запланированы различные мероприятия. В некоторые периоды времени проходит сразу несколько мероприятий. Посетитель хочет принять участие в максимальном количестве мероприятий, причём на каждом мероприятии нужно быть полностью — от начала до конца. После окончания одного мероприятия можно сразу участвовать в другом.

Известны время начала и время окончания каждого мероприятия. Каждое время обозначено натуральным числом, счёт времени идёт от начала конференции. По заданной информации о расписании мероприятий определите максимальное число мероприятий, которые можно посетить полностью, затем самое позднее время, когда может закончиться последнее посещённое мероприятие, при условии, что посещено максимально возможное число мероприятий.

В первой строке входного файла находится число N — количество запланированных мероприятий (натуральное, не превышающее 1000). В каждой из следующих N строк находятся значения времени начала и времени окончания каждого мероприятия (второе число больше первого; все числа натуральные, не превышающие 10000).

Запишите в ответе два числа: сначала максимальное число мероприятий, которые можно посетить полностью, затем самое позднее время, когда может закончиться последнее посещённое мероприятие, при условии, что посещено максимально возможное число мероприятий.

Пример входного файла:

```
9
6 9
8 13
15 19
1 10
12 16
8 16
2 7
13 21
4 11
```

При таких исходных данных можно посетить максимум три мероприятия. Возможные при этом мероприятия: 2–7, 8–13 и 15–19, либо 2–7, 8–13 и 13–21. Самое позднее время завершения последнего мероприятия при этом — 21, поэтому ответ для приведённого примера: 3 21.

Имя файла: 0340.

19 На научно-практической конференции запланированы различные мероприятия. В некоторые периоды времени проходит сразу несколько мероприятий. Посетитель хочет принять участие в максимальном количестве мероприятий, причём на каждом мероприятии нужно быть полностью — от начала до конца. После окончания одного мероприятия можно сразу участвовать в другом.

Известны время начала и время окончания каждого мероприятия. Каждое время обозначено натуральным числом, счёт времени идёт от начала конференции. По заданной информации о расписании мероприятий определите максимальное число мероприятий, которые можно посетить полностью, затем самое позднее время, когда может закончиться последнее посещённое мероприятие, при условии, что посещено максимально возможное число мероприятий.

В первой строке входного файла находится число N — количество запланированных мероприятий (натуральное, не превышающее 1000). В каждой из следующих N строк находятся значения времени начала и времени окончания каждого мероприятия (второе число больше первого; все числа натуральные, не превышающие 10000).

Запишите в ответе два числа: сначала максимальное число мероприятий, которые можно посетить полностью, затем самое позднее время, когда может закончиться последнее посещённое мероприятие, при условии, что посещено максимально возможное число мероприятий.

Пример входного файла:

9
6 9
8 13
15 19
1 10
12 16
8 16
2 7
13 21
4 11

При таких исходных данных можно посетить максимум три мероприятия. Возможные при этом мероприятия: 2–7, 8–13 и 15–19, либо 2–7, 8–13 и 13–21. Самое позднее время завершения последнего мероприятия при этом — 21, поэтому ответ для приведённого примера: 3 21.

Имя файла: 0346.

20 На научно-практической конференции запланированы различные мероприятия. В некоторые периоды времени проходит сразу несколько мероприятий. Посетитель хочет принять участие в максимальном количестве мероприятий, причём на каждом мероприятии нужно быть полностью — от начала до конца. После окончания одного мероприятия можно сразу участвовать в другом.

Известны время начала и время окончания каждого мероприятия. Каждое время обозначено натуральным числом, счёт времени идёт от начала конференции. По заданной информации о расписании мероприятий определите максимальное число мероприятий, которые можно посетить полностью, затем максимальную продолжительность промежутка времени между двумя последними мероприятиями при условии, что посещено максимально возможное число мероприятий.

В первой строке входного файла находится число N — количество запланированных мероприятий (натуральное, не превышающее 1000). В каждой из следующих N строк находятся значения времени начала и времени окончания каждого мероприятия (второе число больше первого; все числа натуральные, не превышающие 10000).

Запишите в ответе два числа: сначала максимальное число мероприятий, которые можно посетить полностью, затем максимальную продолжительность промежутка времени между двумя последними мероприятиями при условии, что посещено максимально возможное число мероприятий.

Пример входного файла:

```
9
6 9
8 13
15 19
1 10
12 16
8 16
2 7
13 21
4 11
```

При таких исходных данных можно посетить максимум три мероприятия. Возможные при этом мероприятия: 2–7, 8–13 и 15–19, либо 2–7, 8–13 и 13–21. При этом максимальная продолжительность промежутка времени между двумя последними мероприятиями равна 2 (между моментами времени 13 и 15), поэтому ответ для приведённого примера: 3 2.

Имя файла: 0358.