12—13学年第二学期期末考试

试题答案（A卷）

一、（15%）对传递函数



试分别确定最小的非负整数a，并给出满足以下要求的三维状态空间方程实现：

1. 既能控又能观的约当型实现；

2. 能控但不能观的实现；

3. 不能控但能观的实现；

4. 既不能控又不能观的实现。

解：

1． 

所以d=2. ………………………………………… 2分

因为要求既能控又能观，即三维最小实现，而a是非负整数，故有a≥3，

所以最小值为a=3.

设，则有



 ……………………………………………2分

所以既能观又能控的约当型实现为：

 …………………………………………2分

2. 要求用三维实现，且不能观，故存在零极点对消，所以a=0. …………1分

能控标准型实现为：

 …………………………………………2分

3. 同2，a=0，能观标准型实现为： ………………………………………1分

 …………………………………………2分

4. 同上有a=0，则此时 ………………………………………1分



其最小最小实现为：

 …………………………………………1分

现要三阶，故可进行扩维，得如下实现：

 …………………………………………1分

二、 （25%） 已知系统的状态空间方程为



1. 判断系统的渐近稳定性和BIBO稳定性；
2. 设计状态反馈，使系统的闭环极点位于-2±j;
3. 设计特征值均为-5的最小维状态估计器；
4. 用第3小题得到的估计状态来实现第2小题的状态反馈，试列些该复合系统的增广状态空间方程；
5. 第4题得到的复合系统是状态完全能控的吗？为什么？

解：系统状态方程如下：



1.  ……………………………………1分

故A的特征值为：



因为，所以不是渐近稳定。 ………………………………………2分



极点为，不都具有负实部，故不是BIBO稳定。 ………………2分

2.  ， rank(Mc)=2, 能控 ……………………1分

Method1: 设状态反馈k=[k1 k2], u=v+kx, 则闭环后特征多项式：

 ………………2分



所以 …………………………2分

Method2: ,

 ……………………………1分

　　　　　　　………………………………２分

　　　　　　　　　　………………………………２分

3. ， rank(Mo)=2, 能观　　　　……………………………１分

Method1： rank(c)=1, 故最小维状态观测器的维数为：2-1=1.　…………………１分

选取P如下：



对原系统进行线性变换：，得

则　　　………………………2分







希望配置特征值为-5，一维状态观测器系统矩阵为，即



解得L= -3/2.　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　…………………………２分

令，则

 …………2分



Method2： 选F= -5，L=1，　　　　　　　　　　　………………………………１分

设T=[t1 t2], 解TA-FT=Lc, 可得

T=[11/16 -3/8];　　　　　　　　　　　　　……………………………………２分

非奇异　　　　　　　　　……………………………………１分

状态观测器 

估计状态 　　　　………………２分

4. Method1：

状态反馈　……１分



　　……１分



令，则

于是

因为



所以

因此有



从而



　　　　　………………２分

Method2：  ………………１分

　……１分

令

　……………………１分

故增广状态空间方程为

　　　　　……………………１分

5. 复合系统状态不完全能控。 ………………………………1分

Method1： ， 

故复合系统不是完全能控的。 ……………………………2分

Method2： 由所设计的状态观测器可知，估计状态会逐渐逼近真实状态，从而不可能任意指定复合系统的状态（如使真实状态与估计状态背离），即系统不是完全能达的。由线性定常连续系统的能控与能达等价可知，该复合系统不是完全能控的。

三、(15%) 证明: 状态反馈不改变系统的零点.

证明： 以单输入单输出系统为例。

系统传递函数

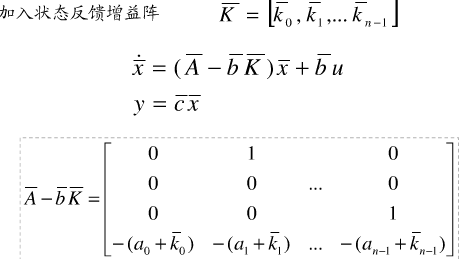
系统能控，则对该系统总是存在线性变换, 使其能以能控标准型实现：

=AX+bu，

Y=cx

其中：

A=, b= , c=



而, 即可反推出相应的传递函数中分子系统并未改变，

因而系统的零点并不因为状态反馈而改变。

本题只要思路正确就给全部或者大部分。

四、（15%）已知系统的状态空间方程为

试求系统在单位阶跃输入作用下状态相应的表达式及时间1时刻系统的输出值。

由题意可知:

（1 -1 1）

························· ···········1分

················· 2分

设 ········ 1分

则有如下方程:

4

+

+

·········· 2分

解得：

– 2

+ ( 3 t +2 )

– (t + 1)

·········· 2分

所以

= =

=

·········· 2分

单位阶跃响应的表达式：

X(t) = X(0) + ==== +

·········· 1分

= + =

·········· 2分

时间1时可输出：

Y(1)= 1.5 - 0.5

·········· 2分

五、（10%）陈述离散系统有限时间最优控制问题以及用动态规划法求解的步骤。

解：

离散时间有限时间最优控制问题：

设离散系统的状态方程：

·······························································1分

式中状态约束:

··········································································1分

控制约束：

·········································································1分

求最优控制序列：

·········································································1分

使代价函数：

································································1分

取极小。

根据动态规划的基本递推方程，用动态规划法求解的步骤为：

1. 求第级最优控制；





本级求得：

以及

它们都是的函数。····················································································································1分

1. 求第级最优控制；



本级求得：

以及

它们都是的函数。···················································································································1分

1. 求第级最优控制；



本级求得：

以及

它们都是的函数。以下类推。·········································································································1分

1. 求第级最优控制；



本级求得：

以及

它们都是函数。·····························································································································1分

1. 最后，由已知初态，顺序求出，，，··· ，，以及级过程最小代价函数和各段子过程的最小代价函数，，··· ，。

·····················································································································································1分

六、（20%）已知一阶系统



试分别在控制无约束及约束为的条件下，求使性能指标



为极小的最优控制、最优轨线及最优指标。

解：

控制无约束方法一：

本例为定常系统、积分型性能指标、固定和末端自由的最优控制问题。取哈密顿函数

·················································1分

无约束极值条件：

················································1分

由正则方程：

················································1分

整理可得：



解得：

·······································1分

由横截条件和初始条件



解得：



最优轨线：

················································2分

最优控制：

················································2分

最优性能指标

···························2分

控制无约束方法二：

有限时间状态调节器问题，其中：

·································1分

设是如下黎卡提方程的解：



即：

·······························1分

解得：

········································2分

则最优控制：

··························2分

最优轨线是下面微分方程的解：



解得：

······························································2分

最优性能指标：

·················································2分

控制有约束：

使用极小值原理求解：

哈密顿函数与前相同，由极小值原理得最优控制

·························································2分

若，有，由状态方程：



解得：

···············································1分

由协态方程：



解得：



易知单调递减，且，因此在上不可能小于0.

令，解得切换时间.··························································1分

当，有，由正则方程：



整理可得：



解得：



易知在上单调递减，且

由横截条件和初始条件：

（或，两种求解结果相同）

解得：

······································2分

即得最优控制和最优轨线:

············································3分

最优性能指标：

·········································1分

附件一

第六题微分方程的求解问题



附件二

积分求解



附件三如果性能指标提取了，即取



