一、（**15％**）求已知两单输入单输出系统的状态空间方程分别是：



将它们负反馈联接，即：，，试以*v*为输入，为输出，为状态，求反馈系统的状态空间方程。

**答：**反馈系统的状态空间方程为



**二、（18％）**已知系统的状态空间方程为



1．求系统的传递函数；

2．当系统的初态为时，求该系统在单位阶跃信号作用下的输出响应式。

**三、（20％）**对线性定常系统，试证明以下结论

1．输出反馈不改变系统的能观性；

2．对单输入-单输出线性定常系统，若能控，则一定存在行向量***c***，使系统能观。

**答：**

**四、（20％）**已知系统的状态空间方程为



1．判断系统的渐近稳定性和BIBO稳定性；

2．设计状态反馈，使系统的闭环极点位于-1±j；

3．设计特征值均为-5的最小维状态估计器；

4．用估计状态进行状态反馈，试列写该复合系统的增广状态空间方程。

答：易得

1. 求得系统的传递函数为



易见该二阶系统的两个极点均有正实部且不会被零点对消，故系统非渐近稳定也非BIBO稳定。

1. 因满秩，故系统能控，可以用状态反馈任意配置系统的闭环极点。

设实现题目要求的状态反馈为：，则



解得：

1. 因满秩，故系统能观，可以用状态观测器实现状态观测，又c的秩为1，故最小维状态观测器应为1维，取

，则



即：

或者：

在上式中以为输入相关项，为状态，为输出，构造等维观测器



式中是观测器的极点-5，故

为消去微分项，令这样可得



即：

而：上两式就是要求的观测器

4.

原系统： 

状态反馈



状态观测器：

 

于是，将上述诸方程进行整理，得到复合系统的状态空间方程是：



另解 李雅普诺夫方法

3. 因满秩，故系统能观，可以用状态观测器实现状态观测，又c的秩为1，故最小维状态观测器应为1，原系统特征值不等于-5，故可使用李雅普诺夫方程法

（1）为满足观测器极点要求，取F=-6

（2）为保证能控，只须，但为设计简单，先让L待定

（3）令，则待解的李雅普诺夫方程为







取l=

**五、（12％）**陈述线性定常系统、无限时间、二次型性能指标、控制无约束的最优调节器问题，最优解以及最优解存在的条件。

答：线性定常系统状态方程：

边界条件：，末端时刻

控制约束：控制无约束

性能指标：

其中定常加权阵且具有相应的维数

若系统能控，则存在唯一的最优控制



且最优性能指标为：



其中，是Riccati矩阵代数方程



的唯一解

解P整定的充要条件是：若，则矩阵对能观。

**六、（15％）**已知一阶系统



其控制约束为，试求使性能指标



为极小的最优控制，以及最优性能指标*J\**。



极值条件：



即最优控制使哈密顿函数取强极小。显然，有



由正则方程之协态方程： 

解得：

根据末端自由条件得



令，可立即解得：。则最优控制是



进一步求出最优轨线：



特别地，当时，，此后



把最优控制和最优轨线代入性能质保定义式可得

