

文章编号: 1003-9015(2022)03-0354-08

气泡流动三维可视化成像与测量方法

丛山昊¹, 刘竞婷^{1,2}, 吴大转³, 王贵超^{1,2}, 魏雪松^{1,2}, 陈颂英^{1,2}

(1. 山东大学 机械工程学院, 山东 济南 250061;

2. 山东大学 高效洁净机械制造教育部重点实验室, 山东 济南 250061;

3. 浙江大学 能源工程学院, 浙江 杭州 310027)

摘要: 针对虚拟立体视觉系统测量汇算复杂、成像区域受限等问题, 提出一种气泡流动三维可视化成像与测量方法。搭建气泡流动三维可视化成像实验系统, 分析影响系统成像的因素和优化设计方法, 推导系统设备布置参数公式。以椭圆形喷管气泡生成过程为研究对象, 结合双垂直平面投影技术实现三维气泡形态重构。结果表明, 该方法的测量相对误差在 0.72% 以内, 有效模拟上升过程中气泡三维形态演变过程和运动轨迹。该方法具有设备调试简单、数据精度高、可操作性强等优点, 为不规则喷管气泡生成演化特性研究提供了方案。

关键词: 气泡流动; 可视化实验; 三维成像; 三维气泡形态分析; 轨迹重构

中图分类号: TB863; TB21; TB22

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1003-9015.2022.03.007

Three-dimensional visualization and measurement of bubble flow

CONG Shan-hao¹, LIU Jing-ting^{1,2}, WU Da-zhuan³,

WANG Gui-chao^{1,2}, WEI Xue-song^{1,2}, CHEN Song-ying^{1,2}

(1. School of Mechanical Engineering, Shandong University, Jinan 250061, China;

2. Key Laboratory of High Efficiency and Clean Mechanical Manufacture, Ministry of Education, Shandong University, Jinan 250061, China;

3. College of Energy Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: In order to solve problems of complex calculation and limited imaging areas of virtual stereo vision systems, a three-dimensional visualization and measurement method of bubble flow was proposed. An experimental system for three-dimensional visualization was built, and factors affecting imaging and the optimal design method were analyzed with equipment parameter formula deduced. Bubble formation process in an elliptical nozzle was studied, and the three-dimensional bubble shape reconstruction was realized using two-perpendicular-plane projection techniques. The results show that the relative error of the system measurement is less than 0.72%. The evolution and motion trajectory of the three-dimensional bubble shape in the rising process can be effectively simulated. The method has the advantages of simple equipment debugging, high precision data, and strong operability, which provides a scheme for the research on bubble formation characteristics of irregular nozzles.

Key words: bubble flow; visualization experiment; three-dimensional imaging; three-dimensional bubble shape analysis; trajectory generation

收稿日期: 2021-06-03; 修订日期: 2021-09-08。

基金项目: 国家自然科学基金青年基金(52006126, 51906126); 山东省自然科学基金青年项目(ZR2020QE193)。

作者简介: 丛山昊(1992-), 男, 山东威海人, 山东大学硕士生。通信联系人: 刘竞婷, E-mail: liujingting@sdu.edu.cn

引用本文: 丛山昊, 刘竞婷, 吴大转, 王贵超, 魏雪松, 陈颂英. 气泡流动三维可视化成像与测量方法 [J]. 高校化学工程学报, 2022, 36(3): 354-361.

Citation: CONG Shan-hao, LIU Jing-ting, WU Da-zhuan, WANG Gui-chao, WEI Xue-song, CHEN Song-ying. Three-dimensional visualization and measurement of bubble flow [J]. Journal of Chemical Engineering of Chinese Universities, 2022, 36(3): 354-361.

1 前言

液态环境下气泡流动现象广泛存在于自然界^[1-2]、国防^[3]、化工^[4-5]、冶金工业和海底油气管道泄漏预警等多个领域。据研究结果表明, 气泡流动受喷管结构、流速等多种因素影响^[6], 气泡流动形态会间接影响传质传热效率及辐射噪声特性^[7-8]。为更好地探究气泡流动机理, 掌握气泡运动特性与流场、声场的作用关系, 气泡流动三维可视化成像与测量显得尤为重要。传统气泡流动可视化成像方法多基于面的二维成像。Knapp 等^[9]早在 1947 年采用高速摄像技术^[10-11]获取半球形钝头圆柱管内空化气泡生成和溃灭过程, 研究了空化气泡尺寸及速度变化情况。随后, 学者们不断尝试将激光全息摄影^[12-13]、粒子图像测速法等^[14-15]新技术用于气泡流动研究。陈富新等^[16]总结了热线测速、分子标记法等传统二维流动可视化实验技术, 但二维技术较难还原真实流动情况。三维可视化技术较好地解决了这一问题, 气泡流动三维可视化成像技术包括立体粒子图像测速技术^[17]、双投影测量技术^[18]、虚拟双目立体视觉技术^[19]等。其中, 虚拟双目立体视觉技术因精度高、还原程度好等优点被广泛应用。Cheung 等^[20]提出一种利用单台相机对固体颗粒进行跟踪和速度测量的数字立体成像和重建技术, 采用特殊颜色编码方法, 解决粒子流动方向模糊的问题。Tsorng 等^[21]利用立体成像和信号处理技术对盖驱动腔流中单个粒子轨迹进行识别追踪。Xue 等^[22-23]利用双目立体视觉技术估测气泡在上升过程中当量直径、体积、速度和运动轨迹的变化。Zhang 等^[24]建立虚拟双目立体视觉平台, 分析旋流数、气泡直径、雷诺数和莫顿数对旋流中气泡形状的影响。张井志等^[25]利用三棱镜调整可视化实验系统光路, 分析三维气液界面、流型图及含气率随干度的变化规律。在技术应用方面, 学者们逐步实现了由二维成像到三维成像的突破, 但基于双目立体视觉成像技术存在成像原理和计算方法复杂, 成像范围较小, 且较少应用于不规则喷管脱离气泡研究领域。

本研究提出一种气泡流动三维可视化成像与测量方法, 搭建气泡流动三维可视化实验系统, 分析系统成像原理、优化方法、参数计算公式和系统测量精度。利用双垂直平面投影技术, 重构椭圆形喷管释放的不规则三维气泡形态演变过程与轨迹曲线。该方法可为不规则喷管气泡脱离、喷管壁面性质对气泡形态作用等研究提供了可行性强、精确度高的方案。

2 实验设备

实验装置如图 1 所示, 由气泡生成系统、成像系统、照明系统及存储系统 4 部分组成。水箱采用 $0.3\text{ m}\times 0.3\text{ m}\times 0.5\text{ m}$ 有机玻璃容器, 液相介质为静置自来水, 液面高度为 150 mm, 温度 $20\text{ }^{\circ}\text{C}$, 气相介质为空气; 空气依次通过注射泵、注气管、喷管进入容器。成像系统由高速相机、两组平面镜组成; 高速相机置于容器相邻壁面夹角平分线反向延长线 l 上, 帧频为 $1\,295\text{ 帧}\cdot\text{s}^{-1}$, 图像分辨率为 $1\,280\times 720$ (单位为像素), 实现了气泡上升过程的动态行为捕捉。平面镜分为固定镜和可调镜, 固定镜平行安装于容器外侧壁面。照明系统为 2 盏 LED 照明灯, 分别与容器壁面垂直放置, 用于提供平行光照。计算机连接高速相机和注射泵, 控制注射泵供气, 同时记录图像数据信息。

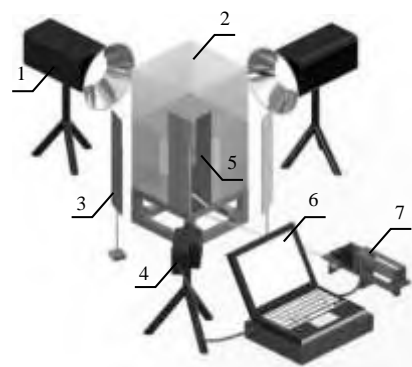


图1 实验装置示意图

Fig.1 Scheme of the experimental setup

1. lamp 2. acrylic tank 3. adjustable mirror 4. high-speed camera
5. fixed mirror 6. computer 7. syringe pump

3 三维可视化成像测量原理与优化设计

3.1 成像测量原理

气泡流动三维可视化成像方法以光反射和镜面成像原理为基础, 如图 2 所示为气泡流动三维可视化成像光路图。该方法设置固定镜夹角 α 为 45° , 可调镜夹角 β 为 22.5° , 高速相机清晰获取两垂直方向上

流动图像, 无需安装同步器, 同步成像效果较好。照明灯产生的平行光垂直射入气泡流动可视化区域, 因光线垂直照射不发生偏移, 出射光线从玻璃容器壁面垂直射出; 随后, 经可调镜反射, 光线沿逆时针方向改变 135° , 固定镜对光线进行二次反射, 光线沿顺时针方向改变 90° , 最终垂直射入相机镜头, 汇聚至相机焦点处, 在相机成像区域形成清晰图像。此过程利用平面镜二次反射, 实现光线角度间接改变 45° , 以平行相机镜头轴线方向射入相机。

下面详细分析固定镜宽度、可调镜宽度及成像区域大小。

固定镜夹角 α 与可调镜夹角 β 存在下列关系:

$$\alpha = 2\beta \quad (1)$$

设固定镜宽度为 l_1 , 可调镜宽度为 l_2 , 成像宽度为 l_3 , 容器底面边长为 L 。根据图 2 几何关系可知

$$l_1 = \frac{l_3}{\cos \alpha} \quad (2)$$

$$l_3 = l_2 \cos \beta \quad (3)$$

由式(2)、(3)可得

$$l_1 \cos \alpha = l_2 \cos \beta \quad (4)$$

由此可见, l_1 、 l_2 、 l_3 三者相互影响、密切联系。为使 l_3 尽可能大且关于喷管中心对称, 以保证有效成像区域最大, 故令

$$2l_1 + l_3 = L \quad (5)$$

将式(2)代入式(5), 可得

$$l_1 = \frac{L}{(2 + \cos \alpha)} \quad (6)$$

将式(6)代入式(2)、(3), 可得

$$l_3 = \frac{L \cos \alpha}{(2 + \cos \alpha)} \quad (7)$$

$$l_2 = \frac{L \cos \alpha}{\cos \beta (2 + \cos \alpha)} \quad (8)$$

根据容器底面边长 L 可确定固定镜宽度 l_1 、可调镜宽度 l_2 及成像宽度 l_3 。因此, 理论可视化成像面积 S 为

$$S = l_3^2 = \left[\frac{L \cos \alpha}{(2 + \cos \alpha)} \right]^2 \quad (9)$$

在式(5)条件下, 可调镜中心距离容器壁面垂直距离 d_a 可根据梯形中位线定理得到

$$d_a = l_1 - \frac{1}{2} l_2 \sin \beta \quad (10)$$

根据式(6)~(10), 即使在工况不同的条件下, 亦可快速获取气泡流动三维可视化成像系统的布置参数, 如固定镜和可调镜宽度、可调镜距离、成像区域大小等, 高效完成系统布置和调试工作, 进一步增强系统实用性和可操作性。

3.2 成像优化设计

3.2.1 固定镜夹角的影响

如图 3 所示比较了固定镜夹角变化对成像的影响。当固定镜夹角 α 为 45° 、可调镜夹角 β 为 22.5° 时, 光线能够平行射入高速相机镜头, 成像不会发生倾斜或偏移。若固定镜夹角 α 增大, 会使出射光线靠近角平分线 l ; 若固定镜夹角 α 减小, 会使出射光线远离角平分线 l , 两者均会导致成像倾斜。光线射入角度改变会造成投影点落在相机镜头焦点后方, 导致成像倾斜且不清晰。

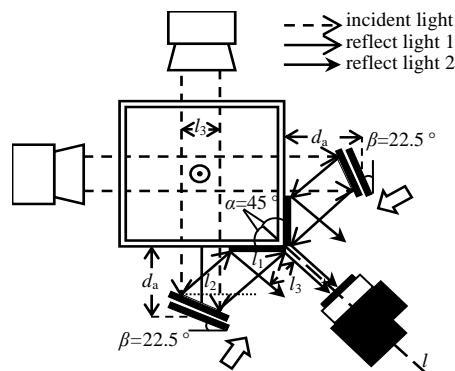


图 2 三维可视化成像光路图分析

Fig.2 Schematic diagram of optical path of three-dimensional visualization imaging

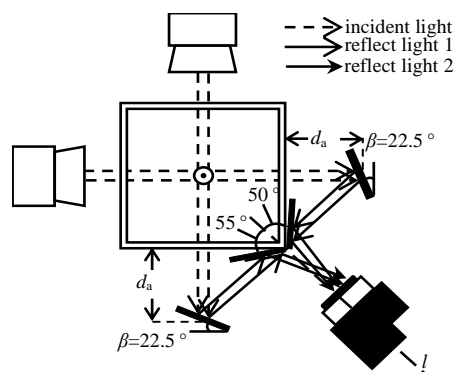


图 3 固定镜夹角 α 对光路的影响
Fig.3 Effects of angle α on optical path

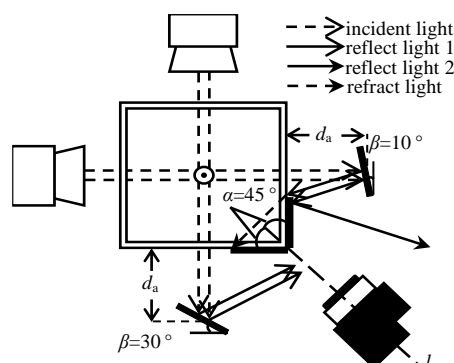


图 4 可调镜夹角 β 对光路的影响
Fig.4 Effects of angle β on optical path

3.2.2 可调镜夹角的影响

如图 4 所示,若可调镜夹角 β 变大,反射光线 1 无法通过二次反射进入相机镜头,导致可视化区域内有效流动信息无法呈现;若可调镜夹角 β 变小,反射光线 1 以折射或反射等形式散失,无法达到成像效果。可调镜夹角改变均导致高速相机难以捕捉到可视化区域内的气泡流动信息。

3.2.3 可调镜距离的影响

图 5 显示了可调镜距离对出射光线的影响。图中 Δd 为可调镜距离 d_a 的变化量,可调镜距离 d_a 的变化,虽不会改变出射光线的角度,但会影响完成二次反射光线的疏密程度。若可调镜距离 d_a 变大,光线经过可调镜反射,导致一部分光线不能通过固定镜完成二次反射;若可调镜距离 d_a 变小,未经固定镜反射的部分光线会透过容器壁发生折射。通过增大或减小可调镜距离 d_a ,会导致出射光线靠近或远离角平分线 l 。

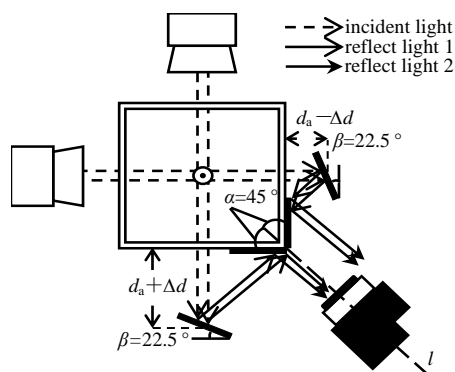


图 5 距离 d_a 对光路的影响
Fig.5 Effects of distance d_a on optical path

3.2.4 其他因素的影响

镜面宽度、高速相机参数等因素均可影响成像效果。固定镜与可调镜镜面宽度选取不宜过大或过小,固定镜宽度过大会阻碍平行光传播,宽度过小会减少有效成像面积,进而影响成像质量;可调镜宽度可适当增加,但不宜过小,否则会降低成像完整度和美观性。不同工况下的平面镜最适宽度可通过式(6)和(8)计算获得。高速相机镜头中轴线应置于角平分线 l 上,以保证高速相机成像对称分布。

此外,在设备布置空间足够大的前提下,理论上只要满足固定镜夹角 $\alpha(\alpha \geq 45^\circ)$ 和可调镜夹角 β 之和为 67.5° ,总有一个可调镜距离 d_a 能够保证光线平行无偏地射入高速相机镜头。在保证 α 、 β 角度之和为 67.5° 的前提下,固定镜夹角 α 越大,可调镜夹角 β 越小,可调镜距离 d_a 越大,图像尺寸越小,局部清晰度越低;反之,亦然。

3.3 测量精度分析

本研究对实验设备系统数据测量精度进行测算。考虑到气泡形态具有随机性,即使在相同工况下产生的气泡也不尽相同,故选取固定于容器壁面的橡胶塞作为测量分析对象。如图 6 所示,利用游标卡尺测量橡胶塞直径 D 为 13.80 mm,采用 Matlab 软件提取成像图片中橡皮塞边缘轮廓,测量橡皮塞图像直径 D_i 为 13.70 mm,数值均取自 10 组测量数据的平均值。通过对比静止橡胶塞实测直径与图像直径,绝对误差小于 0.10 mm,计算确定该实验设备系统的测量相对误差在 0.72% 以内。

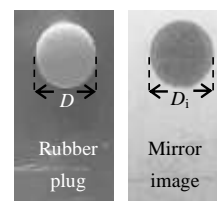


图 6 橡胶塞实物与镜像对比
Fig.6 Comparison of rubber plug with its mirror image

4 结果与讨论

4.1 气泡三维形态的重构

实验选取长短轴之比为 6:1 的椭圆形喷管研究气泡上升形态演变过程, 主要基于以下两点原因: 1) 椭圆形喷管长短轴不同, 两垂直方向气泡上升形态存在明显差异, 该气泡形态变化与圆形管口脱离气泡相比, 随机性和重构难度更大; 2) 椭圆形喷管更接近海底油气管道泄漏裂缝的形状, 分析椭圆形喷管气泡形态与流场、声场对应关系, 对于海底油气管道泄露监测与预警具有重要价值^[26]。

从计算机内调取两垂直方向气泡图像, 脱离瞬间的气泡当量直径为 6.76 mm。利用 Matlab 边界提取程序, 通过灰度、二值化、孔洞填充、Canny 算子边缘提取等系列技术处理, 准确获取气泡边缘轮廓, 如图 7I、II 所示。将气泡边缘图像进行渐变渲染后, 选取长短轴像素点数最多的长度作为图像尺寸, 以边长中点确定标定轴线 $a \sim d$ 。将渐变渲染图置于三维坐标系中, 图形 III 中 a 、 b 轴分别与 y 、 z 轴重合, 轴线交点与坐标轴原点重合; 图形 IV 中 c 、 d 轴分别与 x 、 z 轴平行。选取 a 轴上任意一点 $(a_i, 0)$, 对应图形 III 中长度为 l_i , 满足 $l_i = \sum |M(a_i, 0)|$, 且 $a \cdot c = 0$, a 为 a 轴矢量, c 为 c 轴矢量。式中按此对应关系将图形 IV 等比例缩放, 并沿 a 轴方向做有限次线性叠加, 得到三维形态模型示意图 V。通过渲染优化处理获得三维气泡 VI。该三维重构方法采用双垂直平面投影技术, 其核心要义与断层叠加技术相似, 断层叠加技术被广泛应用于临床医学领域, 例如, 心脏血管造影、CT 检测等, 对人体器官具有较高的还原性^[27]。

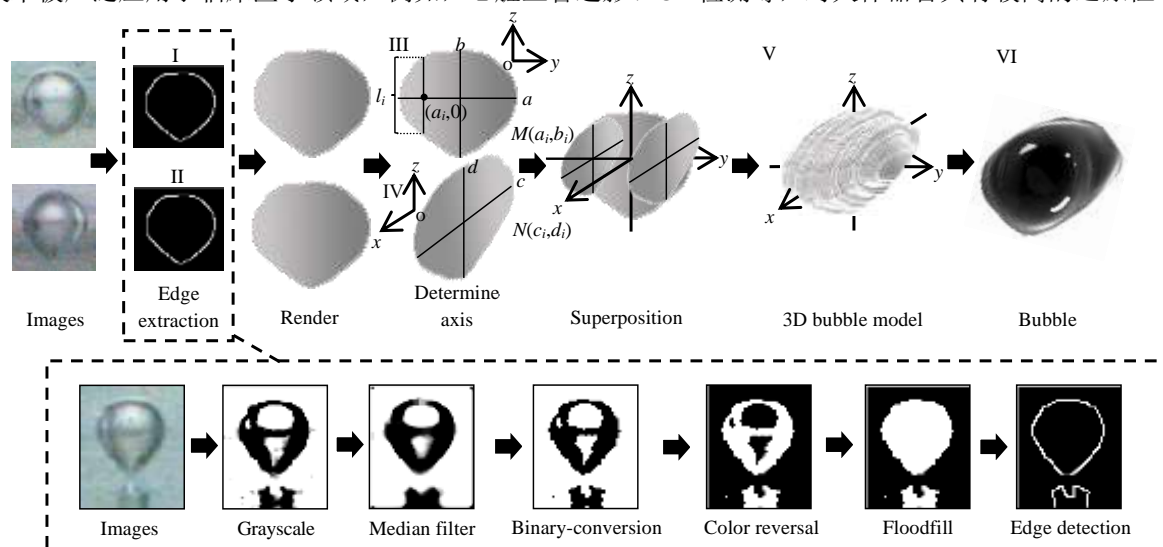


图 7 气泡三维形态重构原理图

Fig.7 Schematic diagram of bubble three-dimensional morphology construction

4.2 不同直径气泡三维重构结果验证

为验证三维气泡形态重构结果, 在有机玻璃容器内部放置与高速相机同方向、同高度的水下相机, 分别获取气泡实际形态与三维气泡重构形态, 将二者进行对比分析。

实验验证选取 2 组初始直径分别为 7.10 和 8.02 mm 的气泡上升过程作为研究对象。如图 8 所示为两

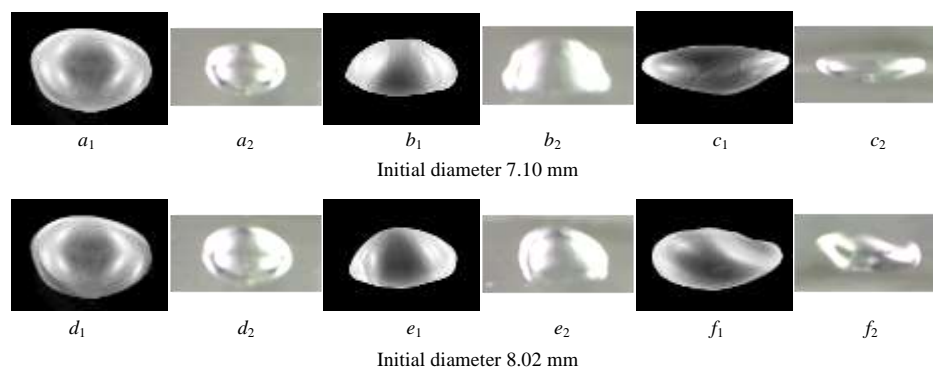


图 8 不同初始直径气泡三维形态对比图

Fig.8 Comparison of 3D bubbles with different initial diameters

组不同初始直径气泡三维形态对比图。 a_1 、 b_1 、 c_1 、 d_1 、 f_1 为三维重构气泡形态图, a_2 、 b_2 、 c_2 、 d_2 、 f_2 为实际气泡形态。相较而言,三维可视化成像方法获取的三维气泡与实际气泡形态相似度较高。三维重构采用两张图片,对于气泡不规则形变亦具有较好的重构效果。

4.3 气泡三维形态演变与运动轨迹

按照4.1节气泡三维形态重构方法,获取气泡脱离椭圆形喷管管口后0.050 s内形态演变过程,如图9所示。由图可知,0.005 s时刻气泡形如类球形,由于气泡自管口脱离瞬间发生了颈缩断裂,气泡形态为上部球形底部圆锥形结构,三维气泡底部略微向下突出。在表面张力作用下,气泡有保持最小表面势能的趋势,圆锥形气泡颈部迅速向气泡内部收缩,气泡底部变为球形,三维气泡形态整体呈椭球形。随后,气泡周围液体侵入气泡底部,引发了气泡体积振动,气泡形态逐渐由0.010 s时刻的椭球形向0.015 s、0.020 s时刻的帽形转变。此后,气泡上升过程会发生不规则高阶形变,依次经历0.025~0.035 s三时刻的裙形、0.040 s、0.045 s时刻的扁平型以及0.050 s时刻的摇摆形。三维气泡边缘过渡光滑,重构演变效果较好。将三维气泡形态演变图像与Clift二维气泡形状图谱^[28]进行对比,能够实现较好地对应。

众所周知,气泡上升过程是一个复杂的无规则运动,气泡运动学特性与多种因素^[29-30]有关,气泡上升运动轨迹总体呈现螺旋形或“之”字形^[31]。将等时间间隔的气泡进行三维空间定位,能够确定气泡上升轨迹,气泡三维形态和运动轨迹如图10所示。通过测量两垂直方向气泡边缘图像轴线交点与容器中轴线、底面的垂直距离,如图中虚线标注,能够标定某 t 时刻气泡在容器内的相对位置 (x_t, y_t, z_t) 。将所有时刻气泡轴线交点用光滑曲线连接,便可得到三维气泡上升运动轨迹,如图10中箭头曲线所示。该方法获得的气泡运动三维轨迹,涵盖信息较二维轨迹更加全面细致,更加客观地反映了气泡的运动状态。

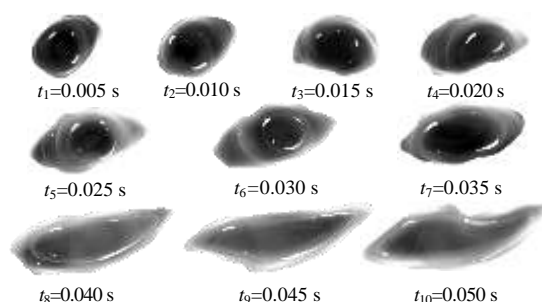


图9 不同时刻上升气泡三维形态

Fig.9 Three-dimensional morphology of bubbles at different moments

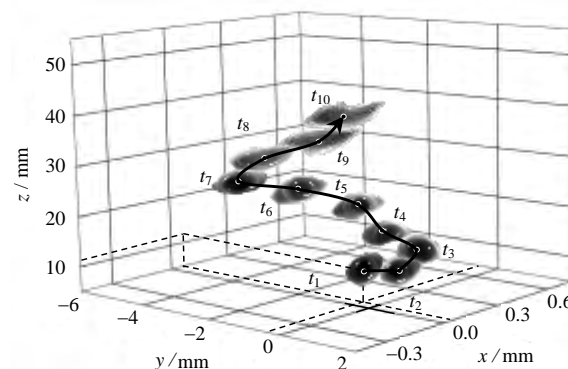


图10 三维重构气泡上升轨迹

Fig.10 Three-dimensional reconstruction of bubble rising trajectory

5 结 论

本研究提出了一种气泡流动三维可视化成像与测量方法,设计了两垂直方向成像光路图,对影响成像质量的因素进行了讨论,推导了最佳成像设置参数公式,验证了该方法的成像精确度;并基于三维可视化成像方法,分析了椭圆管气泡形态和气泡上升轨迹,得到以下结论:

- (1) 气泡流动三维可视化成像与测量精度较高,绝对误差小于 0.10 mm,相对误差可控制在 0.72% 以内。
- (2) 研究长短轴之比为 6:1 的椭圆形喷管气泡生成过程,实现了三维气泡形态重构,有效模拟了上升过程中气泡三维形态演变和运动轨迹。
- (3) 气泡三维形态重构适用于不同初始直径气泡和不规则形变。
- (4) 与双目立体视觉系统测量方法相比,气泡流动三维可视化成像与测量方法有效解决了测量汇算复杂、成像区域受限等不足,简化了原理,降低了成本,适用性、可操作性显著提升。

参考文献:

- [1] 顾兆峰, 刘怀山, 张志珣. 浅层气逸出到海水中的气泡声学探测方法 [J]. 海洋地质与第四纪地质, 2008, 28(2): 129-135.
GU Z F, LIU H S, ZHANG Z X. Acoustic detecting method for bubbles from shallow gas to sea water [J]. **Arine Geology & Quaternary Geology**, 2008, 28(2): 129-135.
- [2] 尹希杰, 周怀阳, 杨群慧, 等. 南海北部甲烷渗漏活动存在的证据: 近底层海水甲烷高浓度异常 [J]. 海洋学报, 2015, 29(4): 765-779.
YIN X J, ZHOU H Y, YANG Q H, *et al.* The evidence for the existence of methane seepages in the northern South China Sea: abnormal high methane concentration in bottom waters [J]. **Acta Oceanologica Sinica**, 2015, 29(4): 765-779.
- [3] 高守勇, 王升, 马力, 等. 潜艇辐射噪声近场特性研究 [J]. 声学技术, 2011, 30(3): 7-9.
GAO S Y, WANG S, MA L, *et al.* Research of submarine noise near field characteristic [J]. **Technical Acoustics**, 2011, 30(3): 7-9.
- [4] ARGHODE V K, GUPTA A K. Jet characteristics from a submerged combustion system [J]. **Applied Energy**, 2012, 89(1): 246-253.
- [5] 刘天奇, 王嘉骏, 冯连芳. 新结构气液相并流鼓泡塔式反应器流动特性与 CFD 模拟 [J]. 高校化学工程学报, 2016, 30(5): 1088-1094.
LIU T Q, WANG J J, FENG L F. Hydrodynamics in a novel gas-liquid cocurrent bubble reactor and its CFD simulation [J]. **Journal of Chemical Engineering of Chinese Universities**, 2016, 30(5): 1088-1094.
- [6] KULKARNI A A, JOSHI J B. Bubble formation and bubble rise velocity in gas-liquid systems: A review [J]. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, 2005, 44(16): 5873-5931.
- [7] LIU J T, WANG W, CHU N, *et al.* Numerical simulations and experimental validation on passive acoustic emissions during bubble formation [J]. **Applied Acoustics**, 2018, 130: 34-42.
- [8] CONG S H, LIU J T. Experimental study on bubble acoustic characteristics of elliptical nozzles [J]. **E3S Web of Conferences**, 2021, 299: 01009.
- [9] KNAPP R T, HOLLANDER A. Laboratory investigations of the mechanism of cavitation [J]. **Transaction of the ASME**, 1948, 70: 419-435.
- [10] LAUTERBORN W, HENTSCHEL W. Cavitation bubble dynamics studied by high speed photography and holography: Part one [J]. **Ultrasonics**, 1985, 23(6): 260-268.
- [11] LAUTERBORN W, HENTSCHEL W. Cavitation bubble dynamics studied by high speed photography and holography: Part two [J]. **Ultrasonics**, 1986, 24(2): 59-65.
- [12] 冀邦杰, 严冰, 胡巍, 等. 实验室气泡大小的测量 [J]. 舰船科学技术, 2008, 30(2): 79-84.
JI B J, YAN B, HU W, *et al.* The measurement of bubble size distribution in the lab [J]. **Ship Science and Technology**, 2008, 30(2): 79-84.
- [13] 冯丹青, 田爱玲, 刘丙才, 等. 基于 POCS 的数字全息显微系统的超分辨实验研究 [J]. 光子学报, 2019, 48(10): 1009001-1-7.
FENG D Q, TIAN A L, LIU B C, *et al.* Super-resolution experimental study of digital holography microscopy based on POCS [J]. **Acta Photonica Sinica**, 2019, 48(10): 1009001-1-7.
- [14] DIAS I, REITHMULLER M L. **PIV in two-phase flows: Simultaneous bubble sizing and liquid velocity measurements** [M]. Berlin: Springer Berlin Heidelberg, 2000.
- [15] 巩子琦, 蔡杰进, 王烨. 单个气泡上升行为的可视化实验研究 [J]. 核科学与工程, 2019, 39(6): 1030-1039.
GONG Z Q, CAI J J, WANG Y. PIV experimental study of single bubble rising behavior [J]. **Nuclear Science and Engineering**, 2019, 39(6): 1030-1039.
- [16] 陈富新, 罗鹏, 巴德纯. 流动可视化实验技术的最新进展及应用 [J]. 风机技术, 2005(4): 43-46.
CHEN F X, LUO P, BA D C. The latest progress and applications in flow visualization experimental technique [J]. **Chinese Journal of Turbomachinery**, 2005(4): 43-46.
- [17] 李茂华, 龚杰. 三维 PIV 应用于船舶精细流场测试研究进展 [J]. 中国舰船研究, 2015, 10(1): 58-67.
LI M H, GONG J. Development of 3D-PIV applied on fine flow field testing of ships [J]. **Chinese Journal of Ship Research**, 2015, 10(1): 58-67.
- [18] 朱学成, 罗锐, 杨献勇. 稀疏泡状流中三维变形气泡的双投影测量技术 [J]. 清华大学学报(自然科学版), 2006, 46(2): 238-241.
ZHU X C, LUO R, YANG X Y. Three-dimensional bubble deformation measured by double shadow images in dilute bubbly flow [J]. **Tsinghua Science and Technology (Natural Science)**, 2006, 46(2): 238-241.
- [19] ZOU X J, ZOU H X, LU J. Virtual manipulator-based binocular stereo vision positioning system and errors modelling [J]. **Machine Vision and Applications**, 2012, 23(1): 43-63.
- [20] CHEUNG K, NG W B, ZHANG Y. Three dimensional tracking of particles and their local orientations [J]. **Flow Measurement and Instrumentation**, 2005, 16(5): 295-302.
- [21] TSORNG S J, CAPART H, LAI J S, *et al.* Three-dimensional tracking of the long time trajectories of suspended particles in a lid-driven cavity flow [J]. **Experiments in Fluids**, 2006, 40(2): 314-328.

- [22] XUE T, ZHANG S J, WU B. Three-dimensional measurement of bubble volume based on dual perspective imaging [J]. **Optoelectronics Letters**, 2017, 13(1): 70-73.
- [23] XUE T, XU L S, ZHANG S Z. Bubble behavior characteristics based on virtual binocular stereo vision [J]. **Optoelectronics Letters**, 2018, 9(1): 44-47.
- [24] ZHANG T T, QIAN Y L, YIN J L, *et al.* Experimental study on 3D bubble shape evolution in swirl flow [J]. **Experimental Thermal and Fluid Science**, 2019, 102: 368-375.
- [25] 张井志, 梁福顺, 黄楠燕, 等. 小管径圆管气-液界面可视化及含气率 [J]. 高校化学工程学报, 2021, 35(2): 236-242.
ZHANG J Z, LIANG F S, HUANG N Y, *et al.* Visualization and void fraction of gas-liquid interfaces in minicircular tubes [J]. **Journal of Chemical Engineering of Chinese Universities**, 2021, 35(2): 236-242.
- [26] 张晓灵, 公彦蒙, 翁晓霞, 等. 管道泄漏检测研究现状 [J]. 中国海洋平台, 2017, 32(3): 1-5.
ZHANG X L, GONG Y M, WENG X X, *et al.* Pipeline leak detection research status [J]. **China Offshore Platform**, 2017, 32(3): 1-5.
- [27] CHANG S, CHOW C K. The reconstruction of three-dimensional objects from two orthogonal projections and its application to cardiac cineangiography [J]. **IEEE Transactions on Computers**, 1973, C-22(1): 18-28.
- [28] CLIFT R, GRACE J R, WEBER M E. **Bubble, drops and particle** [M]. New York: Academic Press, 1978.
- [29] 白丽娜, 曹佰旭, 胡钊晨, 等. 黏弹性流体中单气泡上升速度的研究 [J]. 高校化学工程学报, 2019, 33(5): 1064-1069.
BAI L N, CAO B X, HU Z C, *et al.* Study on single bubble rising velocity in viscoelastic fluids [J]. **Journal of Chemical Engineering of Chinese Universities**, 2019, 33(5): 1064-1069.
- [30] 田震, 成有为, 王丽军, 等. 温度压力对黏性流体中孔口气泡生成的影响 [J]. 高校化学工程学报, 2020, 34(1): 34-43.
TIAN Z, CHENG Y W, WANG L J, *et al.* Effects of temperature and pressure on bubble formation in viscous liquids [J]. **Journal of Chemical Engineering of Chinese Universities**, 2020, 34(1): 34-43.
- [31] AGRAWAL M, GAURAV A, KARRI B, *et al.* An experimental study of two identical air bubbles rising side-by-side in water [J]. **Physics of Fluids**, 2021, 33(3): 82-84.