Université de Paris
UFR de Mathématiques et Informatique
45, rue des Saints-Pères, 75006, Paris.

Licence 1ère année, Groupe 5, Mathématiques et Calcul 2 (MC2)

Entraînement : DL et équivalents - Réponses

On donnera les résultats les plus simples possibles. Pour le calcul d'équivalents, faire le quotient et vérifier que la limite vaut 1 si vous n'êtes pas sûr de vous.

(1) Donner le DL à l'ordre 3 de $x \mapsto e^x$ en 0. $e^x = 1 + x + x^2/2! + x^3/3! + o(x^3)$.

(2) Donner le DL à l'ordre 2 de $x \mapsto e^{-2x}$ en 0. $e^{-2x} = 1 - 2x + 2x^2 + o(x^2)$.

(3) $\frac{e^{\frac{x^2}{2}}-1}{\sqrt{x}} \underset{x\to 0}{\sim} ?$ $\frac{x^{3/2}}{2}$.

(4) Donner le DL à l'ordre 4 de $x \mapsto \cos(x)$ en 0. $\cos(x) = 1 - x^2/2! + x^4/4! + o(x^5)$.

(5) Pour $n \in \mathbb{N}$, $\frac{1-\cos(\sqrt{2}x)}{x^n} \underset{x\to 0}{\sim} ?$ $\frac{1}{x^{n-2}}$.

(6) Donner le DL à l'ordre 3 de $x \mapsto \sin(x)$ en 0. $\sin(x) = x - x^3/3! + o(x^4)$.

(7) $\sin(x)^4 - x^3 \underset{x\to 0}{\sim} ?$ $-x^3$.

(8) $\tan(x) \underset{x\to 0}{\sim} ?$ x.

(9) $\sin\left(\frac{1}{1-x} - 1\right)^2 + x^3e^{-x} + xe^x \underset{x\to 0}{\sim} ?$ x.

(10) $\ln(\cos(x)) \underset{x\to 0}{\sim} ?$ $-x^2/2$.

(11) $\ln(x)^3\left(\frac{1}{1+e^{-x}} - \cos(\frac{1}{x})\right) + e^{-2x} \underset{x\to +\infty}{\sim} ?$ $\frac{\ln(x)^3}{2x^2}$.

(12) $x^3 + x^2(\ln(x))^4 \underset{x\to +\infty}{\sim} ?$ x^3.

(13) $2xe^x + x \underset{x\to 0}{\sim} ?$ $3x$.

(14) $(x-2)^2e^x - (x^5+7x^2)e^{\frac{x}{3}} \underset{x\to +\infty}{\sim} ?$ x^2e^x.

(15) $2^x - e^x + x^3e^{-x} \underset{x\to +\infty}{\sim} ?$ $-e^x$.

(16) $\ln(\cos(e^{-x}) + \sin(\frac{1}{\sqrt{x}})) - \frac{1}{x} \underset{x\to +\infty}{\sim} ?$ $\frac{1}{\sqrt{x}}$.

(17) $\frac{\left(\frac{1}{1+\frac{1}{x^2}}-1\right)\ln(1+e^{-x})}{\sin(e^{-x+1})\ln\left(1-\frac{1}{(x+\sqrt{x})^2}\right)} \underset{x\to +\infty}{\sim} ?$ $\frac{1}{e}$.

(18) Donner le signe à partir d'un certain rang de $-2^n - n^3 + (2n)!$. identique au signe de $(2n)!$ APCR, donc positif.

(19) Donner le signe à partir d'un certain rang de $n^4 - 3n^2 + (\ln(n))^9 - n^3(\ln(n))^2$. Identique au signe de n^4 APCR, donc positif.

(20) $e^{-\sqrt{n}}(n+1)! \underset{n\to +\infty}{\sim} ?$ $e^{-\sqrt{n}}(n+1)!$ ou si on veut $ne^{-\sqrt{n}}n!$.

(21) $\ln(1 - \frac{1}{n!}) - \frac{1}{(2n)!} \underset{n\to +\infty}{\sim} ?$ $-\frac{1}{n!}$.

(22) $e^{\frac{1}{\sqrt{n}}} - 1 - \frac{1}{\sqrt{n}} \underset{n\to +\infty}{\sim} ?$ $\frac{1}{2n}$.

(23) $\cos(\frac{1}{n^n}) + \frac{1}{(n+3)^2} \underset{n\to +\infty}{\sim} ?$ 1.

(24) $\sin(\frac{1}{n^{n+1}}) + e^{-n} \underset{n\to +\infty}{\sim} ?$ e^{-n}.

(25) $\tan(\frac{1}{n^{n+1}}) - \frac{1}{n^n} \underset{n\to +\infty}{\sim} ?$ $-\frac{1}{n^n}$.

(26) $\left(1 + \frac{2}{n^2}\right)^{n^2} \underset{n\to +\infty}{\sim} ?$ e^2.

(27) $n^2 e^{\frac{n}{2}} + (n-1)^3 e^{\frac{n}{3}} \underset{n\to+\infty}{\sim} ?$ $n^2 e^{\frac{n}{2}}$.

(28) $(n-7)\ln(n^2+2) \underset{n\to+\infty}{\sim} ?$ $2n\ln(n)$.

(29) $\frac{n-1}{3}\ln(n)^5 + (n+\sqrt{n+1}-7)^2 \underset{n\to+\infty}{\sim} ?$ n^2.

(30) $(n-1)^n \underset{n\to+\infty}{\sim} ?$ $(n-1)^n$.

(31) $\frac{(n-\pi)^n}{n^n+10^n-(3n)!} \underset{n\to+\infty}{\sim} ?$ $e^{-\pi}$.

(32) $\frac{n}{1-\frac{1}{n^2}} \underset{n\to+\infty}{\sim} ?$ n.

(33) $\frac{1}{1-\frac{1}{(n-1)^3}} - \frac{1}{1+\frac{1}{(n+3)^2}} \underset{n\to+\infty}{\sim} ?$ $\frac{1}{n^2}$.

(34) $e^{\frac{1}{\sqrt{n}}} - e^{\frac{1}{\sqrt{n}}+\frac{1}{3n}} \underset{n\to+\infty}{\sim} ?$ $-\frac{1}{3n}$.