5,5/6

Très bon travail !

Salah
Ould
Mohand
22007648

Contrôle de Maths

26/03/21

Exercice 1

2/2

$2y'(x) - 3y(x) = 0 \ , \ x \in \mathbb{R}$

Nous allons normaliser l'equation differentielle tel que :

$2y'(x) - 3y(x) = 0$

$\iff y'(x) - \frac{3}{2} y(x) = 0$ 1

Donc $\forall x \in \mathbb{R}$, notre equation differentiels est normalisé donc on applique le théorème du cours :

Une primitive de $-\frac{3}{2}$ $x \in \mathbb{R}$ est $-\frac{3}{2}x$, $x \in \mathbb{R}$

Donc d'après le cours, l'ensemble des solutions de Eo est : $S_0 = \{x \in \mathbb{R} \mapsto y(x) = Ce^{(\frac{3}{2})x} ; C \in \mathbb{R}\}$

1

Exercice 2

3,5/4

$y'(x) + y(x) = x^2 \ , \ x \in \mathbb{R}$

Tout d'abord nous allons resoudre l'equation homogène

(E_0) $y'(x) + y(x) = 0$ $\forall x \in \mathbb{R}$

On remarque que l'equation est déja normalisé, on peut alors appliquer le théorème du cours tel que :

une primitive $x \in \mathbb{R} \mapsto 1$ est $x \mapsto x$, $x \in \mathbb{R}$.

Donc d'après le cours, l'ensemble des solutions de Eo est :

1 $S_0 = \{x \in \mathbb{R} \mapsto y(x) = Ce^{-x} ; C \in \mathbb{R}\}$ ~~avec C~~ ~~qui est une constante~~. Nous allons alors chercher une solutions particulière

déjà présent

On remarque que le second membre est polynomiale de degré 2, on cherche alors une solution particulière

y_p tel que $y_p(x) = a_0x^2 + a_1x + a_2$ 1
avec a_1, a_2 et $a_0 \in \mathbb{R}$
On a pour tout $x \in \mathbb{R}$ $y_p'(x) = 2a_0x + a_1$
Donc y_p est une solution de (E)

$\Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R}$ $y_p'(x) + y(x) = x^2$

$\Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R}$, $2a_0x + a_1 + a_0x^2 + a_1x + a_2 = x^2$

$\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow a_0x^2 + (2a_0 + a_1)x + a_1 + a_2 = x^2$

$\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$ par identification $\begin{cases} a_0 = 1 \\ 2a_0 + a_1 = 0 \\ a_1 + a_2 = 0 \end{cases}$

0,5

$\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a_0 = 1 \\ a_1 = -2 \\ a_2 = 2 \end{cases}$ donc $y_p(x) = x^2 + 2x + 2$

Donc d'après le cours, l'ensemble des solutions de équations E est :

$S = \{ x \in \mathbb{R} \mapsto g(x) = x^2 + 2x + 2 + Ce^{-x},\ C \in \mathbb{R} \}$

1