4,5/6 Bon travail

KEKNGEMB-SOM
Arthur

518079 7 9

Exercice 1 : 0,5/2

donner les solutions de l'ED :

$(E_0) \quad 2y'(x) - 3y(x) = 0, \; x \in \mathbb{R}$

nous allons tout d'abord trouver les solutions homogène de l'équation (E_0) :

non

L'équation ~~est déjà normalisé donc~~ (d'après le théorème du cours), ~~les solution~~,

l'équation normalisée est :

$(E_0) \quad y'(x) - 3/2\, y(x) = 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

une primitive de $x \in \mathbb{R} \longmapsto -3/2$ est $x \in \mathbb{R} \longmapsto -3/2\, x$

donc les solutions de l'équation homogène associés sont :

0,5

$\mathcal{S}_0 \left\{ y : x \in \mathbb{R} \longmapsto C e^{+\frac{3}{2}x}, \; C \in \mathbb{R} \right\}$

il n'y a pas de second membre

~~trouvons ensuite une solution particulière~~ :

~~nous savons que (E_0) est normalisé donc la SP est $y_P = 3/2$.~~

d'après le cours on conclut donc que l'ensemble des solutions de (E_0) sont :

+

$$\mathcal{S} = \left\{ x \in \mathbb{R} \longmapsto \cancel{3/2} + C e^{-\frac{3}{2} x} \ , \ C \in \mathbb{R} \right\}$$

$\boxed{\text{Exercice 2 :}}$ 4/4

Nous avons :

$$y'(x) + y(x) = x^2 \ , \ x \in \mathbb{R}$$

Nous allons d'abord trouver les solutions homogène de (E), en normalisant l'ED

déjà normalisé

on a :

$$(E_0) \quad y'(x) + y(x) = 0 \ , \ \forall x \in \mathbb{R}.$$

une primitive de $x \in \mathbb{R} \mapsto 1$ est $x \in \mathbb{R} \mapsto x$.

donc d'après le théorème du cours, les solutions de l'ED homogène sont :

1 $$\mathcal{S}_0 : \left\{ y : x \in \mathbb{R} \longmapsto C e^{-x} \ , \ C \in \mathbb{R} \right\}$$

Cherchons ensuite une solution particulière de (E)

Nous cherchons une SP de la forme

$$f_p(x) = ax^2 + bx + c \ , \ x \in \mathbb{R}.$$ 1

f

KEKNGEMB - SOM 518079793
Arthur

f_p est solution de (E) ~~on a alors~~

$\Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R} \quad f_p'(x) + f_p(x) = x^2$

$\Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R} \quad , 2ax + b + ax^2 + bx + c = x^2$

$\Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R} \quad ax^2 + (2a+b)x + b + c = x^2$

Par identification : $\begin{cases} a = 1 \\ 2a + b = 0 \\ b + c = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 2 \end{cases}$ 1

d'où $f_p(x) = x^2 - 2x + 2 \quad , \forall x \in \mathbb{R}$

donc on en conclut que les sol generales de l'ED sont :

$\mathcal{S} = \{ g : x \in \mathbb{R} \mapsto x^2 - 2x + 2 + Ce^{-x}, C \in \mathbb{R} \}$

1