5,5/12

La rédaction est bonne.

Conseils : – Revoir la DES

BARTHEL
Tristan

Interrogation n°2.

– attention aux intégrales en remplaçant le "dt" après changement de variable.

Exercice 1

1. $f : t \mapsto \dfrac{e^t}{e^{2t}+1}$

1 — On pose $u = e^t$ d'où le dénominateur u^2+1 les racines sont i et $-i$
donc $Df = \mathbb{R}$ (le dénominateur ne s'annule pas)
avec f est continue sur Df donc f admet des primitives et une primitive est :

1 — $F(x) = \displaystyle\int_{x_0}^{x} \frac{e^t}{e^{2t}+1}\,dt$ pour $[x_0 ; x] \in Df$

1 — changement de variables $\xrightarrow{u=e^t}$ $du = dt\, e^t = dt \times u$

donc $\displaystyle\int_{x_0}^{x} \frac{u}{u^2+1} \times \frac{du}{u} = \int_{x_0}^{x} \frac{\cancel{u}\ du}{(u-i)(u+i)}$

0,5 — $\cancel{\dfrac{u}{(u-i)(u+i)} = \dfrac{a_0 \times u}{(u-i)} + \dfrac{b_0 \times u}{(u+i)}}$ attention poste "u" au numérateur

Donc $F(x) = \tan^{-1}(e^x) + cste$ pourquoi ?

2. $g : t \mapsto \dfrac{4e^t}{e^{2t}-4}$

On pose $u = e^t$ d'où $u^2 - 4$

soit le dénominateur s'annule quand $u = 2$
$u = -2$

$Df = \mathbb{R} / \cancel{\{2, 2\}}$ $\mathbb{R} \setminus \{\ln(2)\}$ ⚠ ln défini sur $\mathbb{R}_+^*$

~~soit~~ $e^x = 2$ $\quad e^x = -2$

$\ln(2) = x \quad x = \ln(-2) \Leftrightarrow x = \ln(\frac{1}{2})$

0,5 avec f est continue sur Df donc f admet une primitive qui est $F(x) = \int_{x_0}^{x} \frac{4e^t}{e^{2t}-4}$ pour $[x_0, x] \in Df$

0,5 après le changement par variable $u = e^t$

$$F(x) = \int_{e^{x_0}}^{e^x} \frac{4u}{u^2-4u}\,du = \int_{e^{x_0}}^{e^x} \frac{4\cancel{x}}{(u-2)(u+2)}$$

d'où $\dfrac{4u}{(u+2)(u-2)} = \dfrac{a_0 \times \cancel{x}}{(u+2)} + \dfrac{b_0 \times \cancel{x}}{(u-2)}$ Revoir la DES (Cf correction)

1 quand $u \to \cancel{2}$ $a_0 = \frac{1}{2}$

quand $u \to -2$ $b_0 = -\frac{1}{2}$ où est passé le "u" ?

donc $F(x) = \int_{e^{x_0}}^{e^x} \frac{1/2}{(u+2)}\,du + \int_{e^{x_0}}^{e^x} \frac{-1/2}{(u-2)}\,du$

donc $F(x) = \left[\frac{1}{2}\ln(u+2)\right]_{e^{x_0}}^{e^x} + \left[-\frac{1}{2}\ln|u-2|\right]^{e^x}$

$= \dfrac{\ln(e^x+2)}{2} - \dfrac{\ln(|e^{x_0}-2|)}{2} + \text{cste}$

⚠ aux valeurs absolues

Scanned with CamScanner