Maeiva MOUBARKI 21911153

Interrogation n°2 : 12.02.21

12/12 Excellent travail.

Attention tout de même à penser à plutôt faire une DES en 2). Cela se généralise mieux plutôt que la primitive très particulière trouvée.

Ex 1

1) $f(t) = \frac{e^t}{e^{2t}+1}$ Df ?

cherchons le domaine de définition, c'est $\mathbb{R}$ car $e^{2t}+1 > 0$ (car $e^{2t} \geq 0$)

$D_f = \mathbb{R}$

f est continue sur Df donc f admet des primitives. 1

Une primitive de f est (pour $[c, x] \subset D_f$) :

1 $F(x) = \int_c^x \frac{e^t}{e^{2t}+1}\,dt$ Changement de variable : $u = e^t$ $du = e^t\,dt$ 1

$$CV \nearrow = \int_{e^c}^{e^x} \frac{u}{u^2+1} \frac{du}{u}$$

1 $$= \int_{e^c}^{e^x} \frac{1}{u^2+1}\,du = [\mathrm{Arctan}(u)]_{e^c}^{e^x}$$

$$= \mathrm{Arctan}(e^x) + c$$

L'ensemble des primitives de f sur Df est :

$\mathcal{F} : \{x \in \mathbb{R} \mapsto F(x) + c \,/\, c \in \mathbb{R}\}$ 1

2) $g(t) = \frac{4e^t}{e^{2t}-4}$ Dg ?

cherchons le domaine de définition, posons $X = e^t$

$X^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow X^2 = 4 \Rightarrow X = -2$ ou $X = 2$

donc $t = \ln(2)$ car $X = -2$ n'est pas choisi car la fonction $\ln(x)$ est définie pour tout $x > 0$

$D_g = \mathbb{R} \setminus \{\ln(2)\}$

1 g est continue sur Dg donc f admet des primitives

Une primitive de f est :

$G(x) = \int_c^x \frac{4e^t}{e^{2t}-4}\, dt$ pour $[c, x] \subset D_f$

Changement de variable : $u = e^t$ $du = e^t dt$ 1

$G(x) \underset{CV}{=} \int_{e^c}^{e^x} \frac{4u}{u^2-4} \frac{du}{u} = \int_{e^c}^{e^x} \frac{4}{u^2-4} du$ 1

Penser plutôt à une DES (méthode qui se généralise)

$= -4 \int_{e^c}^{e^x} \frac{1}{4-u^2} = -4 \int_{e^c}^{e^x} \frac{1}{4(1-(\frac{u}{2})^2)}$

$= - \int_{e^c}^{e^x} \frac{1}{1-(\frac{u}{2})^2}$ changement de variable : $v = \frac{u}{2}$ $dv = \frac{du}{2}$

$\underset{CV}{=} - \int_{\frac{e^c}{2}}^{\frac{e^x}{2}} \frac{1}{1-v^2} \times 2\, dv$

$= -2 \int_{\frac{e^c}{2}}^{\frac{e^x}{2}} \frac{1}{1-v^2} dv$

$= -2 \left[\operatorname{Argth}(v) \right]_{\frac{e^c}{2}}^{\frac{e^x}{2}}$ 1

Donc une primitive de f est :

$G(x) = -2 \operatorname{Argth}\left(\frac{e^x}{2}\right) + c$ 1

L'ensemble des primitives est

$\mathcal{G} = \{ x \in \mathbb{R} \setminus \{2\} \mapsto G(x) + c \,/\, c \in \mathbb{R} \}$

+2 car raisonnement correct et réponse correcte (les 2 points manquants de la DES)