6/6 Très bon travail !

Sophia Gekle
n° 22009132.

interrogation n° 3

Exercice 1

2/2

(E_0) $\quad 2y'(x) - 3y(x) = 0, \quad x \in \mathbb{R}$

Résoudre (E_0) revient à résoudre l'équation normalisée

(E_0') $\quad y'(x) - \frac{3}{2} y(x) = 0, \; x \in \mathbb{R}$. 1

Une primitive de $x \in \mathbb{R} \mapsto -\frac{3}{2}$ est $x \in \mathbb{R} \mapsto -\frac{3}{2} x$, donc d'après le cours,
l'ensemble des solutions de (E_0') et donc de (E_0) est :

$$\boxed{S_0 = \{ y : x \in \mathbb{R} \mapsto C e^{-(-3/2 x)} = C e^{3/2 x}, \; C \in \mathbb{R} \}}$$ 1

Exercice 2

4/4

(E) $\quad y'(x) + y(x) = x^2, \; x \in \mathbb{R}$. (on remarque que E est normalisée)

Etape 1 Résolution de l'équation homogène associée :

(E_0) $\quad y'(x) + y(x) = 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

Une primitive de $x \in \mathbb{R} \mapsto 1$ est $x \in \mathbb{R} \mapsto x$.
donc d'après le cours, l'ensemble des solutions de (E_0)
est :

$$\boxed{S_0 = \{ x \in \mathbb{R} \mapsto C e^{-x}, \; C \in \mathbb{R} \}}$$ 1

Etape 2 Recherche d'une solution particulière y_p

Sachant que $h(x) = x^2$, cherchons y_p de la même forme
c'est à dire : $y_p(x) = ax^2 + bx + c$, $a, b, c \in \mathbb{R}$. 1

On a donc $y_p(x)$ solution de (E)

$\iff \forall x \in \mathbb{R}, \; y_p'(x) + y_p(x) = x^2$

$\iff \forall x \in \mathbb{R}, \; 2ax + b + ax^2 + bx + c = x^2$

$\iff \forall x \in \mathbb{R}, \; ax^2 + (2a+b)x + (b+c) = x^2$

Par identification : $\begin{cases} a = 1 \\ 2a+b = 0 \\ b+c = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 2 \end{cases}$ 1

c'est équivalent à :

Ainsi $y_p(x) = x^2 - 2x + 2$ est une solution particulière de (E)

3° étape

Ainsi l'ensemble des solutions de (E) est donné par :

$$\boxed{S = \{ x \in \mathbb{R} \mapsto x^2 - 2x + 2 + Ce^{-x},\ C \in \mathbb{R} \}}.$$

1