3/12

Bonne rédaction. Continuez
Conseils : attention au calcul de "dt" pour le changement de variable. Revoir les DES

EBRARD
Clémence
22002876
Groupe 5

CONTRÔLE 2 : Mathématiques et calcul

12/02/2024

EXERCICE 1 :

1) $f : t \longrightarrow \frac{e^t}{e^{2t}+1}$

0,5

On cherche à calculer $F(x) = \int_{x_0}^{x} f(t)\,dt$ avec $[x_0, x] \subset D_f$

Pourquoi ?

Déjà on voit que f n'est pas définie lorsque $e^{2t}+1=0$,

donc on cherche t tq $e^{2t}+1=0$.

$e^{2t}=-1$ n'a pas de solution (car $e^t \geq 0$)

~~$2t = \ln(-1)$~~
~~$t = \frac{\ln(-1)}{2}$~~

TB

0,5

Donc f définie sur $\mathbb{R}$ et continue sur $\mathbb{R}$

On fait maintenant un changement de variable pour simplifier la fonction :

On pose $u = e^t$.

$du = dt\, e^t = dt \times u$

0,5

On transforme $\int_{x_0}^{x} f(t)\,dt = \int_{e^{x_0}}^{e^x} \frac{u}{u^2+1} \cancel{du}\ \frac{du}{u}$

Une primitive de f sur ~~$[x_0, x]$~~ $\mathbb{R}$ est :

$F(x) = \int_{e^{x_0}}^{e^x} \frac{u}{u^2+1}\,du$

2) $g : t \longrightarrow \frac{4e^t}{e^{2t}-4}$

g n'est pas définie lorsque $e^{2t}-4=0$:

$e^{2t}-4=0 \iff e^{2t}=4$
$\iff 2t = \ln(4)$
$\iff t = \frac{\ln(4)}{2}$ $= \ln(2)$

0,5

Donc $D_g = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\ln(4)}{2}\}$

0,5

On fait un changement de variable.

$u = e^t \Rightarrow \int_{x_0}^{x} \frac{4e^t}{e^{2t}-4}\,dt = \int_{e^{x_0}}^{e^x} \frac{4u}{u^2-4}\,\frac{du}{u}$

$dt = \frac{du}{u}$ avec $[x_0, x] \subset D_g$

$= \int_{e^{x_0}}^{e^x} \frac{4u}{(u-2)(u+2)}\,\frac{du}{u}$

$= 4\int_{e^{x_0}}^{e^x} \frac{1\,\cancel{u}}{(u-2)(u+2)}\,du$

On va tenter une décomposition en éléments simples:

0,5

$\frac{\cancel{u}}{(u-2)(u+2)} = \frac{a_0}{(u-2)}$