mickael Dos santos Bernardino

n° 21902523

Interrogation n°1

35/11

Conseils :
- Expliquer ta démarche, pourquoi tu fais tel calcul et justifier.
- Revoir l'exercice sur les sommes de Riemann.

1. $S_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \cos\left(\frac{k\pi}{2n}\right)$

0,5

ex 2

$\arctan(t)$

$D_f = ?$ et $\int f(t)\,dt = ?$

$D_f = \mathbb{R}$ définie et ~~donc~~ f est continue sur $\mathbb{R}$

1

$\int 1 \cdot \arctan(t)\,dt$

bornes ??

pourquoi faut-il calculer cette intégrale ?

$f'(t) = 1 \qquad g(t) = \arctan(t)$

1

$f(t) = t \qquad g'(t) = \frac{1}{1+t^2}$

Dire que l'on fait une IPP.

$\int f'g = fg - \int fg'$

$\int \arctan(t)\,dt = t\arctan(t) - \int t \frac{1}{1+t^2}\,dt$

$= t\arctan(t) - \int \frac{t}{1+t^2}\,dt$

$= t\arctan(t) - \frac{1}{2}\ln(t^2+1) + C$

0,5

Attention à la variable d'intégration et à la variable en dehors de l'intégrale. Pour avoir $t\arctan(t)$ il faudrait $\int_{x_0}^{t} \arctan(t)\,dt$

Mais ça n'a pas de sens !

Bien indiquer les bornes au début : $\int_{x_0}^{x} \text{onction}(t)\,dt$

permet d'éviter ce problème.

2. $\sum_{k_1}^{n} \frac{k}{k^2+n^2}$?

$S_n \cancel{=} n \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{n^2\left(1+\frac{k}{n}\right)^2}$

$= n \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\left(1+\frac{k}{n}\right)^2}$

$= \cancel{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\left(1+\frac{k}{n}\right)^2}}$

$= \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} f\left(\frac{k}{n}\right)$ avec $f(x) = \frac{\cancel{1}}{(1+x)^2}$

$x \in [0;1]$

$S_n(f) = \frac{1-0}{n} \sum_{k=1}^{n} f\left(0 + k\frac{1-0}{n}\right) = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} f\left(\frac{k}{n}\right)$

$S_n(f) \xrightarrow{n\to\infty} \int_0^1 f(x)\,dx$

pourquoi? car f est continue

0,5

$\int_0^1 \frac{1}{(1+x)^2}$

$\int_0^1 1.(1+x)^{-2}\,dx = \left[\frac{(1+x)^{-2+1}}{-2+1}\right]_0^1$

$\left[\frac{(1+x)^{-1}}{-1}\right]_0^1 = \left[-\frac{1}{1+x}\right]_0^1 =$

$-\frac{1}{2} + 1 = \cancel{\frac{1}{2}}$