KEKNYEMB - SOM 518 079 79
Arthur

Exercice ~~3~~ : 0,5/1

~~Soit~~ (

La nature de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ $\sum_{n\geq 0}(u_n - u_{n+1}) = u_0 - u_1 + u_1 - u_2 \ldots$

$$S_N = \sum_{k=0}^{N} (u_k - u_{k+1})$$

$$S_N = u_0 - u_1 + u_1 - u_2 + \ldots - u_{n+1}$$ $N+1$

$$S_N = u_0 - u_{n+1}$$ $N+1$

donc nous pouvons dire que la serie $\sum_{n\geq 0}(u_n - u_{n+1})$ est télescopique oui !

et donc ...

1/6

Exercice 1

0/2

soit la serie $\sum_{n \geq 1} \frac{(\ln(n))^4}{n}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$

on $\frac{(\ln n)^4}{n} = u_n$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$

$\sqrt[n]{u_n}$. l'ordre de la racine est "n" et non fixe.

$\sqrt[4]{u_n} = \sqrt[4]{\frac{(\ln n)^4}{n}} = \frac{\ln n}{n^{1/4}}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$

or il existe $N \in \mathbb{N}$, tel que :

$\forall n \geq N$, $\frac{\ln(n)}{N^{1/4}} < 1$

donc d'après le critère de cauchy :

$\sum_{n \geq 1} \frac{(\ln n)^4}{n}$ converge.

Exercice 2 : 0,5/3

Soit la serie $\sum_{n \geq 0} \left(e^{\frac{10^n}{n!}} - 1 \right)$.

posons $u_n = \frac{10^n}{n!}$, on $u_n \geq 0$
$\forall n \in \mathbb{N}^*$

d'après le critère de d'alembert

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\frac{10^{n+1}}{(n+1)!}}{\frac{10^n}{n!}} = \frac{10^{n+1}}{(n+1)!} \times \frac{n!}{10^n}$$

0,5 $$= \frac{10\, n!}{(n+1)!} = \frac{10}{n+1}$$

lorsque $n \to +\infty$, $\frac{10}{n+1} \to 0$

et $e^{u_n} - 1 \to 0$

Voir correction