

Entraînement : DL et équivalents - Réponses

On donnera les résultats les plus simples possibles. Pour le calcul d'équivalents, faire le quotient et vérifier que la limite vaut 1 si vous n'êtes pas sûr de vous.

- (1) Donner le DL à l'ordre 3 de $x \mapsto e^x$ en 0. $e^x = 1 + x + x^2/2! + x^3/3! + o(x^3)$.
- (2) Donner le DL à l'ordre 2 de $x \mapsto e^{-2x}$ en 0. $e^{-2x} = 1 - 2x + 2x^2 + o(x^2)$.
- (3) $\frac{e^{\frac{x^2}{2}} - 1}{\sqrt{x}} \underset{x \rightarrow 0}{\sim} ? \frac{x^{3/2}}{2}$.
- (4) Donner le DL à l'ordre 4 de $x \mapsto \cos(x)$ en 0. $\cos(x) = 1 - x^2/2! + x^4/4! + o(x^5)$.
- (5) Pour $n \in \mathbb{N}$, $\frac{1 - \cos(\sqrt{2}x)}{x^n} \underset{x \rightarrow 0}{\sim} ? \frac{1}{x^{n-2}}$.
- (6) Donner le DL à l'ordre 3 de $x \mapsto \sin(x)$ en 0. $\sin(x) = x - x^3/3! + o(x^4)$.
- (7) $\sin(x)^4 - x^3 \underset{x \rightarrow 0}{\sim} ? -x^3$.
- (8) $\tan(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} ? x$.
- (9) $\sin\left(\frac{1}{1-x} - 1\right)^2 + x^3 e^{-x} + x e^x \underset{x \rightarrow 0}{\sim} ? x$.
- (10) $\ln(\cos(x)) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} ? -x^2/2$.
- (11) $\ln(x)^3 \left(\frac{1}{1+e^{-x}} - \cos\left(\frac{1}{x}\right)\right) + e^{-2x} \underset{x \rightarrow +\infty}{\sim} ? \frac{\ln(x)^3}{2x^2}$.
- (12) $x^3 + x^2(\ln(x))^4 \underset{x \rightarrow +\infty}{\sim} ? x^3$.
- (13) $2xe^x + x \underset{x \rightarrow 0}{\sim} ? 3x$.
- (14) $(x-2)^2 e^x - (x^5 + 7x^2)e^{\frac{x}{3}} \underset{x \rightarrow +\infty}{\sim} ? x^2 e^x$.
- (15) $2^x - e^x + x^3 e^{-x} \underset{x \rightarrow +\infty}{\sim} ? -e^x$.
- (16) $\ln(\cos(e^{-x}) + \sin(\frac{1}{\sqrt{x}})) - \frac{1}{x} \underset{x \rightarrow +\infty}{\sim} ? \frac{1}{\sqrt{x}}$.
- (17) $\frac{\left(\frac{1}{1+\frac{1}{x^2}} - 1\right) \ln(1+e^{-x})}{\sin(e^{-x+1}) \ln\left(1 - \frac{1}{(x+\sqrt{x})^2}\right)} \underset{x \rightarrow +\infty}{\sim} ? -\frac{1}{e}$.
- (18) Donner le signe à partir d'un certain rang de $-2^n - n^3 + (2n)!$. **identique au signe de $(2n)!$ APCR, donc positif.**
- (19) Donner le signe à partir d'un certain rang de $n^4 - 3n^2 + (\ln(n))^9 - n^3(\ln(n))^2$. **Identique au signe de n^4 APCR, donc positif.**
- (20) $e^{-\sqrt{n}}(n+1)! \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} ? e^{-\sqrt{n}}(n+1)!$ ou si on veut $ne^{-\sqrt{n}}n!$.
- (21) $\ln(1 - \frac{1}{n!}) - \frac{1}{(2n)!} \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} ? -\frac{1}{n!}$.
- (22) $e^{\frac{1}{\sqrt{n}}} - 1 - \frac{1}{\sqrt{n}} \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} ? \frac{1}{2n}$.
- (23) $\cos(\frac{1}{n^n}) + \frac{1}{(n+3)^2} \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} ? 1$.
- (24) $\sin(\frac{1}{n^{n+1}}) + e^{-n} \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} ? e^{-n}$.
- (25) $\tan(\frac{1}{n^{n+1}}) - \frac{1}{n^n} \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} ? -\frac{1}{n^n}$.
- (26) $(1 + \frac{2}{n^2})^{n^2} \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} ? e^2$.

$$(27) \quad n^2 e^{\frac{n}{2}} + (n-1)^3 e^{\frac{n}{3}} \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} ? \quad n^2 e^{\frac{n}{2}}.$$

$$(28) \quad (n-7) \ln(n^2+2) \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} ? \quad 2n \ln(n).$$

$$(29) \quad \frac{n-1}{3} \ln(n)^5 + (n + \sqrt{n+1} - 7)^2 \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} ? \quad n^2.$$

$$(30) \quad (n-1)^n \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} ? \quad (n-1)^n.$$

$$(31) \quad \frac{(n-\pi)^n}{n^n + 10^n - (3n)!} \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} ? \quad e^{-\pi}.$$

$$(32) \quad \frac{n}{1 - \frac{1}{n^2}} \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} ? \quad n.$$

$$(33) \quad \frac{1}{1 - \frac{1}{(n-1)^3}} - \frac{1}{1 + \frac{1}{(n+3)^2}} \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} ? \quad \frac{1}{n^2}.$$

$$(34) \quad e^{\frac{1}{\sqrt{n}}} - e^{\frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{1}{3n}} \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} ? \quad -\frac{1}{3n}.$$