

# INTERRO BONUS

2/3

## EXERCICE 1

$$\sum_{n \geq 0} \left( \frac{1}{1 - \left( \frac{2n+1}{5n+5} \right)^n} - 1 \right)$$

est positif à termes positifs  $\rightarrow$  justification : le

comment ?  $n$  est pas trivial ici.

$$\text{On a } \frac{1}{1 - \left( \frac{2n+1}{5n+5} \right)^n}$$

$$n \geq 1 + \left( \frac{2n+1}{5n+5} \right)^n, \quad \sum_{n \geq 0} \frac{1}{5n+5} \text{ est à termes positifs donc}$$

est de même nature que la première série par le théorème de comparaison.

$$\text{On a } \sqrt[n]{\frac{2n+1}{5n+5}} = \frac{2n+1}{5n+5} \rightarrow \frac{2}{5} < 1. \text{ Donc d'après le critère de Cauchy}$$

comme  $\sum \left( \frac{2n+1}{5n+5} \right)^n$  est à termes positifs

on que  $\sum_{n \geq 0} \sqrt[n]{\frac{2n+1}{5n+5}}$  est à termes positifs alors elle converge elle converge

$$\text{Donc } \sum_{n \geq 0} \left( \frac{1}{1 - \left( \frac{2n+1}{5n+5} \right)^n} - 1 \right) \text{ converge aussi.}$$

0,5