Hayoun Egretan Interro Maths
Alistair
L1 CS

Note.

3,5/6

Exercice 1 :

2/2

$$\sum_{n\geq 1} \frac{(\ln(n))^4}{n} = \sum_{n\geq 1} \frac{1}{n(\ln(n))^{-4}} \text{, pour } n\geq 1.$$

$n=1$ vaut 0

C'est une série à termes ~~strictement~~ positifs $\geq$?

Or $\sum_{n\geq 1} \frac{1}{n(\ln(n))^{-4}}$ est divergente, car c'est une série de Bertrand avec $\beta = -4 < 1$.

1,5 Donc ~~par le théorème de comparaison~~, $\sum_{n\geq 1} \frac{(\ln(n))^4}{n}$ est divergente. ↳ pas de comparaison utilisée ici.

Exercice 2.

1/3

$$\sum_{n\geq 0} \left(e^{\frac{10^n}{n!}} - 1\right) \text{, pour } n\geq 0.$$

Soit $u_n = \frac{10^n}{n!}$ pour $n\geq 0$.

$(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est à termes positifs.

On a $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{10^{n+1}}{10^n}\frac{n!}{(n+1)!} = \frac{10}{n+1}$.

1 On a donc $\frac{u_{n+1}}{u_n} \xrightarrow[n\to+\infty]{} 0$

donc d'après le critère de d'Alembert, $\sum_{n\geq 0} u_n$ converge.

Donc par le théorème de comparaison, $\sum_{n\geq 0} \left(e^{\frac{10^n}{n!}} - 1\right)$ est convergente.

quel est le lien entre u_n et $e^{\frac{10^n}{n!}}$?

0,5/1

Exercice 3.

$(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite convergente qui tend vers $a \in \mathbb{R}$.

On sait que $\sum_{n\geq 0} (U_{n+1} - U_n)$ est convergente si $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est convergente.

c'est ce que l'on veut démontrer

Donc $\cancel{\sum_{n\geq 0}} \sum_{n=0}^{N} (U_n - U_{n+1}) = U_0 - U_{N+1}$ par somme télescopique. oui

Donc $\sum_{n\geq 0} (U_n - U_{n+1})$ est convergente car la somme partielle converge