$\frac{3}{3}$ Très bon travail !

WORONIAK Interro de maths : seconde chance

Grégoire

TD05

Exercice 1 :

$$\left(\frac{1}{1-\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n}-1\right)=u_n$$

$$\frac{1}{1-\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n}\underset{n\to+\infty}{\sim}1+\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n$$ TB !

Donc $u_n\sim\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n=v_n$ 1

1

On a $\sqrt[n]{\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n}=\frac{2n+1}{5n+5}\underset{n\to+\infty}{\longrightarrow}\frac{2}{5}<1$

Donc d'après le critère de Cauchy la série $\sum_{n\geq 0} v_n$ converge

$(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est à termes positifs de plus $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est aussi à termes positifs car :

TB $0<\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n<1$ donc $0<1-\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n<1$, $\frac{1}{1-\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n}>1$

0,5

Donc d'après le théorème de comparaison $\sum_{n\in\mathbb{N}} u_n$ converge.

0,5