mickael DOS santos Bernandino n° 21902523

4/16 Revoir la rédaction

DM n°1

⚠ Passer d'une ligne à l'autre sans lien logique ($=, \Rightarrow, \Leftrightarrow$) n'a pas de sens

ex 1 2,5/5

$$\frac{e^x+1}{e^{3x}-e^{2x}-2e^x}$$

$$\int_c^x \frac{e^t+1}{e^{3t}-e^{2t}-2e^t}\,dt$$

$[c,x] \subset D_f$

• Chang de variable

$U = e^t$

$t = \ln(U)$

$dt = \frac{1}{U}\,dU$

Donc

$$\int_{e^c}^{e^x} \frac{U+1}{U^3-U^2-2U}\cdot\frac{1}{U}\,dU$$

$$\int_{e^c}^{e^x} \frac{1}{U^2(U-2)}\,dU \quad 1$$

• décomposition elem simple

$$\frac{1}{U^2(U-2)} = \frac{A}{U} + \frac{B}{U^2} + \frac{C}{U-2}$$

$U(U-2)A + (U-2)B + CU^2$

$AU^2 - 2AU + BU - 2B + CU^2$

$AU^2 + CU^2 - 2AU + BU - 2B$

$(A+C)U^2 + (2A+B)U - 2B$

Compliqué. Faire la technique vu en TD (Voir la correction)

Pour déterminer D_f, il faut trouver les $x \in \mathbb{R}$.

$e^x = U$

tq $U^3 - U^2 - 2U \neq 0$

$U(U^2-U-2) \neq 0$

$U(U^2+U-2U-2) \neq 0$

$U(U+1)(U-2) \neq 0$

$U_1 = 0$

$U_2 = -1$

$U_3 = 2$

Donc le domaine de définition est $\mathbb{R} \setminus \{\ln(2)\}$ 0,5

Justifier...

DM n°1

ex 1

$1 = -2B$

$0 = -2A + B$

$0 = A + C$

Donc $(A, B, C) = \left(-\frac{1}{4}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$

1

$$\frac{-\frac{1}{4}}{\cancel{U}} + \frac{-\frac{1}{2}}{U^2} + \frac{\frac{1}{4}}{U-2} = -\frac{1}{4U} - \frac{1}{2U^2} + \frac{1}{4(U-2)}$$

$$\int_{e^{x_0}}^{e^{x}} -\frac{1}{4U} - \frac{1}{2U^2} + \frac{1}{4(U-2)} \, dU$$

$$-\int_{e^{c}}^{e^{x}} \frac{1}{4U} \, dU - \int_{e^{x_0}}^{e^{x}} \frac{1}{2U^2} \, dU + \int_{e^{x_0}}^{e^{x}} \frac{1}{4(U-2)} \, dU$$

$$= -\frac{1}{4} \cdot \ln(\cancel{x}) + \frac{1}{2\cancel{x}} + \frac{1}{4} \cdot \ln(\cancel{x}-2) + C$$

$C \in \mathbb{R}$

d'où l'importance de bien écrire les bornes dans l'intégrale

ex 2

$$\frac{1}{1 + sh(x) + 4ch(x)}$$

$sh = \frac{e^{x} - e^{-x}}{2} = \frac{e^{2x} - 1}{2e^{x}}$

$ch = \frac{e^{x} + e^{-x}}{2} = \frac{e^{2x} + 1}{2e^{x}}$

$$\int_{c}^{x} \frac{1}{1 + sh(x) + 4ch(x)} \, dx$$

$$\int_{c}^{x} \frac{1}{1 + \frac{e^{2t} - 1}{2e^{t}} + 4\left(\frac{e^{2t} + 1}{2e^{t}}\right)} \, dt$$

DM n° 1

ex2 1,5/4

Chang de variable

$U = e^t$

$t = \ln(U)$

$dt = \frac{1}{U}\, dU$

$\mathcal{D}f = ?$

$$\int_{e^c}^{e^x} \frac{1}{1 + \frac{U^2 - 1}{2U} + 4\left(\frac{U^2+1}{2U}\right)} \cdot \frac{1}{U}\, dU$$

$$\int \frac{1}{1 + \frac{U^2+1}{2U} + \frac{2U^2+2}{U}} \cdot \frac{1}{U}\, dU$$

$$2\times\int_{e^c}^{e^x} \frac{1}{5U^2 + 2U + 3}\, dU \quad 0,5$$

$$\int \frac{1}{5\left(U^2 + \frac{2}{5}U + \frac{3}{5}\right)}\, dU \Rightarrow \int \frac{1}{5\left(U^2 + \frac{2}{5}U + \frac{1}{25} + \frac{14}{25}\right)}\, dU$$

$$\int_{?}^{?} \frac{1}{5\left(\left(U + \frac{1}{5}\right)^2 + \frac{14}{25}\right)}\, dU \Rightarrow \frac{1}{5} \cdot \int \frac{1}{\left(U + \frac{1}{5}\right)^2 + \frac{14}{25}}\, dU \quad 0,5$$

à mettre en facteur dès maintenant

$t = U + \frac{1}{5}$

$$\frac{1}{5}\int \frac{1}{t^2 + \frac{14}{25}}\, dt$$

?

Ne pas oublier les bornes

$$\cancel{\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{14}{25}}}} \cdot \arctan\left(\frac{t}{\sqrt{\frac{14}{25}}}\right)$$

? Correct

$$\cancel{\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{14}{25}}}} \cdot \arctan\left(\frac{U + \frac{1}{5}}{\sqrt{\frac{14}{25}}}\right) + C$$

0,5

Pas clair

Voir la correction

DM n° 1

ex3 0/4

$$\frac{1}{\cos(x)\cos(2x)} = \frac{1}{\cos(x)} \frac{1}{\cos(2x)}$$

$$\int \frac{1}{\cos(x) \cos(2x)} dx \neq \int \frac{dx}{\cos(x)} \int \frac{dx}{\cos(2x)}$$

$$\boxed{\int \frac{1}{\cos(x)} dx \int \frac{1}{\cos(2x)} dx}$$

$$\int \frac{\cos(x)}{\cos(x)^2} dx \quad \int \frac{\cos(2x)}{\cos(2x)^2} dx$$

Et je ne comprend, pas non plus d'où ça vient !

lien logique ?

$$\int \frac{\cos(x)}{1 - \sin(x)^2} dx \quad \int \frac{\cos(2x)}{1 - \sin(2x)^2} dx$$

chang de variable

$U = \sin(x)$

$$dx = \frac{1}{\cos(x)} dU$$

chang de variable

$U = \sin(x)$

$$dx = \frac{1}{\cos(2x) \times 2} dU \quad ??$$

$$\int \frac{\cos(2x)}{1 - \sin(2x)^2} \frac{1}{\cos(2x)2} dx$$

$$\int \frac{\cos(x)}{1 - \sin(x)^2} \frac{1}{\cos(x)} dx \quad \int \frac{1}{2(1-U^2)} dU$$

$$\int \frac{1}{1 - U^2} dU \quad \frac{1}{2} \int \frac{1}{1 - U^2} dU$$

$$-\frac{1}{2} \ln\left(\frac{\sin(x) - 1}{\sin(x) + 1}\right) + C \;\cdot\; -\frac{1}{4} \ln\left(\frac{\sin(2x) - 1}{\sin(2x) + 1}\right) + C$$

$$\frac{\ln\left(\frac{\sin(x) - 1}{\sin(x) + 1}\right) \ln\left(\frac{\sin(2x) - 1}{\sin(2x) + 1}\right)}{8} + C$$

0/3

DM n°1

ex 4

$$\int_1^{+\infty} \frac{\ln\left(1+\frac{1}{\sqrt{t}}\right)\ln(t)}{t}\,dt$$

$$\frac{\ln\left(1+\frac{1}{\sqrt{t}}\right)}{t} \qquad \frac{\ln(t)}{t}$$

$$\ln\left(1+\frac{1}{\sqrt{t}}\right) = \ln\left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}\right)$$

pourquoi changement de variable

$$= \ln(\sqrt{x}+1) - \ln(\sqrt{x})$$

$$= \ln(\sqrt{x}+1) - \frac{1}{2}\ln(x)$$

$$\ln\left(1+\frac{1}{\sqrt{t}}\right) \underset{+\infty}{\sim} \cancel{\ln(\sqrt{x}+1)}$$

$$\int_1^{+\infty} \frac{\ln(\sqrt{x}+1)}{x}\,dx \qquad \int_1^{+\infty} \frac{\ln(x)}{x}\,dx$$

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{\ln(x)^2}{4}\right) = +\infty \qquad \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{\ln(x)^2}{2}\right) = +\infty$$

divergent $\qquad$ divergente

~~Donc la fonction est divergente~~