INTERRO BONUS

2/3

EXERCICE 1

$\sum_{n\geq 0}\left(\frac{1}{1-\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n}-1\right)$ est ~~positifs~~ à termes positifs → justifier. Ce

Comment ?

1

On a $\frac{1}{1-\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n} \underset{n\to+\infty}{\sim} 1+\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n$. $\sum_{n\geq 0}\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n$ est à termes positifs donc est de même nature que la première série par le théorème de comparaison.

Or $\sqrt[n]{\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n} = \frac{2n+1}{5n+5} \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} \frac{2}{5} < 1$. Donc d'après le critère de Cauchy, comme $\sum\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n$ est à termes positifs elle converge

~~Vu que $\sum_{n\geq 0}\sqrt[n]{\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n}$ est à termes positifs alors elle converge.~~

Donc $\sum_{n\geq 0}\left(\frac{1}{1-\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n}-1\right)$ converge aussi.

0,5

n'est pas trivial ici.

0,5