2,5/6

SiD
Rafika
22011887

Exercice 1 :

2/2

$$\sum_{n\geq 1} \frac{(\ln(n))^4}{n}$$

la serie $\sum_{n\geq 1} \frac{(\ln(n))^4}{n}$ est à termes positif

on considère la série $\sum_{n\geq 1}^{+\infty} U_n$ et la valeur de la série est $\sum_{n=1}^{+\infty} U_n$

$$U_n = \frac{\ln(n)^4}{n} = \frac{1}{n\ln(n)^{-4}}$$

Or $\sum \frac{1}{n\ln(n)^{-4}}$ est à termes positifs et est divergente (série de Bertrand avec $\beta = -4$)

Par Théorème de comparaison, $\sum_{n\geq 1} U_n$ est divergente

Exercice 3 :

0/1

$(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers $a \in \mathbb{R}$

$U_n \to a$

$U_{n+1} \to a$

$U_n - U_{n+1} \to 0$

Si $\sum_{n\geq 0} (U_n - U_{n+1})$ est à termes positifs alors $\sum_{n\geq 0} (U_n - U_{n+1})$ peut être convergente mais cette condition ne suffit pas à conclure sur la nature de la série

Voir correction

oui ! C'est bien de le reconnaître / dire.

Exercice 28 0,5/3

$$\sum_{n\geq 0} \left(e^{\frac{10^n}{n!}} - 1\right)$$

$\sum_{n\geq 0} \left(e^{\frac{10^n}{n!}} - 1\right)$ est une série à termes positifs 0,5

$\left(\exp\left(\frac{10^n}{n!}\right) - 1\right) \cancel{\sim_{+\infty}} \exp\left(\frac{10^n}{n!}\right)$ vérifier ! (pour être sûr)

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{e^{\frac{10^{n+1}}{(n+1)!}} - 1}{e^{\frac{10^n}{n!}} - 1}$$ (calcul manquant)

Si $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq 1$ alors d'après le critère de d'Alembert $\sum \left(e^{\frac{10^n}{n!}} - 1\right)$ est convergente