1,5/12

Retravailler le changement de variable.
Comparer avec la correction

Salah
Ould
Mohand
22007648

Interro n°2

Exercice 1

1/ $f : t \mapsto \dfrac{e^t}{e^{2t}+1}$

détailler

1

Cette fonction est définie dans $\mathbb{R}$, la fonction admet donc des primitives dans son domaine de définition D_f.

faire

Pour déterminer des primitives, nous allons ~~emettre~~ un changement de variable tel que :
$u = e^t$, on se retrouve donc avec la fonction suivante :

attention ce n'est pas très rigoureux écrit comme ça

$$f(t) = \frac{e^t}{e^{2t}+1} = \frac{u}{u^2+1}$$

, nous allons donc déterminer les primitives de la fonction.
La fonction est continue, ~~t~~ $t_0 \in \mathbb{R}$ donc $t \in \mathbb{R}$ car la fonction est continue dans $\mathbb{R}$:

$$F(t) = \int_{t_0}^{t} \frac{u}{u^2+1} \cancel{dt}$$

, pour continuer à déterminer les primitives, ~~donc~~ nous devons émettre :

$du = \dfrac{dt}{u}$ donc :

du ?

$$\int_{t_0}^{t} \frac{u}{u^2+1}$$

, nous allons transformer cette fonction tel que : $\displaystyle\int_{t_0}^{t} 1 \times \frac{u}{u^2+1}\, du$

$$\Leftrightarrow \int_{t_0}^{t} \frac{2u}{2(u^2+1)}\, du$$

à revoir (Correction)

Nous allons ~~voir~~ les constantes de l'intégrales :
$F(t) = \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t} \frac{2u}{u^2+1}\,du$, on peut donc déterminer

les primitives :
$\cancel{F(t) = \left[\frac{1}{2}\ln|u^2+1|\right]_{t_0}^{t}}$, on remplace

u par : e^t, $F(t) = \left[\frac{1}{2}\ln|e^{2t}+1|\right]_{t_0}^{t}$
On a donc des primitives tel que :
$F(t) = \left[\frac{1}{2}\ln|e^{2t}+1| + C\right]_{t_0}^{t} \in D_f = \mathbb{R}$

2/ $g(t) = \frac{4e^t}{e^{2t}-4}$, Cette fonction est

définie ~~sur $\mathbb{R}$~~, elle admets alors des primitives
dans $D_f = \mathbb{R}$ avec $t_0 \in \mathbb{R}$ donc $t \in \mathbb{R}$.

$G(t) \int_{t_0}^{t} \frac{4e^t}{e^{2t}-4}\,dt$, pour pouvoir ~~faire~~ déterminer

les primitives, on va emettre un changement de variable tel que :

pas français

$u = e^t$
$G(t) = \int_{t_0}^{t} \frac{4u}{u^2-4}\,dt$, pour pouvoir continuer

0,5

la recherche de primitives, nous allons emettre que
$du = \frac{1}{e^t}\,dt \iff dt = \frac{du}{u}$ donc

$G(t) = \int_{t_0}^{t} \frac{4u}{u^2-4}\,\frac{du}{u}$, (on va sortir la constante de l'intégrale :)

$G(t) = 4\int_{t_0}^{t} \frac{u}{u^2-4}\,du$, on se retrouve

sous la forme de $1 \times \frac{u}{u^2-4}$

Salah
Ould
Mohand
22007648

On peut donc transformer le "1" en $\frac{2}{2} \Leftrightarrow 1$:

$$G(t) = 4\int_{t_0}^{t} \frac{2}{2}\,\frac{u}{u^2-4}\,du \Leftrightarrow \frac{4}{2}\int_{t_0}^{t} \frac{2u}{u^2-4}\,du$$

On peut alors determiner les primitives de $G(t)$:

$G(t) = \left[\frac{4}{2}\ln|u^2-4|\right]_{t_0}^{t}$, on remplace u par e^t :

$$G(t) = \left[\frac{4}{2}\ln|e^{2t}-4|\right]_{t_0}^{t}.$$

Cette fonction G admet alors des primitives dans son domaine de definition $Df = \mathbb{R}$ tel que :

$$G(t) = \left[\frac{4}{2}\ln|e^{2t}-4| + C\right]_{t_0}^{t} \in Df = \mathbb{R}$$