Joséphine
Le Contel
16/04/2021

0,5/3

Interro Bonus

Exercice 1 :

~~Exercice~~ $\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n \xrightarrow[n\to+\infty]{} 0$ donc $u_n = \dfrac{1}{1-\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n} \geq 1$

0,5 Donc la série est à termes positifs (pour $x>0$)

$$\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n = \exp\left(n\ln\left(1+\frac{-3n-4}{5n+5}\right)\right)$$

⚠ Tu as utilisé l'équivalent $\ln(1+u)\sim u$ Mais il n'est vrai que si $u \to 0$. Or ici $\frac{-3n-4}{5n+5} \xrightarrow[n\to+\infty]{} -\frac{3}{5} \neq 0$

$$\underset{n\to+\infty}{\cancel{\sim}} \exp\left(n\times\frac{-3n-4}{5n+5}\right)$$

$$= \exp\left(-\frac{3n^2+4n}{5n+5}\right) \sim \exp\left(-\frac{3n}{5}\right)$$

$$u_n \underset{n\to+\infty}{\sim} \frac{1}{1-e^{-\frac{3n}{5}}} - 1 = \frac{1}{e^{\frac{3n}{5}}-1} \underset{n\to+\infty}{\sim} \frac{1}{\frac{3n}{5}} = \frac{5}{3n}$$

pas le temps de faire la suite

Il fallait utiliser le fait que

$$\frac{1}{1-\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n} \underset{n\to+\infty}{\sim} 1+\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n$$