1/6

Adrien Solaan — interro n°4 — G-5

numéro étudiant : 21905532

exercice 1 : 0,5/2

On note $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*} = \frac{(\ln(n))^4}{n}$, on remarque ainsi que $\frac{(\ln(n))^4}{n} \cancel{\geq} 0$ donc la serie est à termes positifs

0,5 pour $n \geq 1$

On reécrit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}} = \frac{1}{n} \times (\ln(n))^4$, on remarque que u_n tend vers 0 quand n tend vers $+\infty$. On cherche alors un équivalent de $\ln(n)$, sachant que $\ln(x) \sim \frac{1}{x}$ au voisinage de 0.

$\frac{\ln(n)^4}{1/n^4} \xrightarrow[n\to+\infty]{} +\infty \neq 1$

donc $u_n = \frac{1}{n} \times (\ln(n))^4 \cancel{\sim} \frac{1}{n} \times \left(\frac{1}{n}\right)^4 = \frac{1}{n^5}$

On pose $v_n = \frac{1}{n^5}$, v_n étant une serie convergente (serie de Riemann pour $\alpha = 5$) par équivalence on a $u_n \sim v_n$ et $\sum v_n$ converge, donc par comparaison $\sum u_n$ converge.

exercice 2 0,5/3

On note $(u_n)_{n\in\mathbb{N}} = \left(e^{\frac{10^n}{n!}} - 1\right)$, on remarque que $\left(e^{\frac{10^n}{n!}} - 1\right) > 0$ donc la serie est de termes positifs

0,5

On cherche un équivalent de u_n,

$e^{\frac{10^n}{n!}} - 1 \sim \cancel{e^{\frac{10^n}{n!}}}$, or on sait que $\frac{10^n}{n!}$ tend

vers 0 quand n tend vers $+\infty$, donc $e^{\frac{10n}{n!}}$
tend vers 1 quand n tend vers $+\infty$.
On note $(y_n)_{n\in\mathbb{N}} = e^{\frac{10n}{n!}}$, donc la
serie $u_n \sim y_n$ et $\sum y_n$ diverge, par
équivalence, $y_n - 1 = 0$, donc $\sum y_n - 1 = 0$
donc $\sum w_n$ converge vers 0