3/6

Maciva
Moubarki
21911153

Interrogation n°4 :

Ex 1 — 2/2

soit $\sum_{n\geq 1} \frac{(\ln(n))^4}{n}$ c'est une série à termes positifs

on a : $\sum_{n\geq 1} \frac{(\ln(n))^4}{n} = \sum_{n\geq 1} \frac{1}{n(\ln(n))^{-4}}$ divergente

car on a une série de Bertrand avec $B = -4 < 1$

Ex 2 — 1/3

$\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$

soit $\sum_{n\geq 0} \left(e^{\frac{10^n}{n!}} - 1\right)$ la série est à terme positifs

$\ln(a+b) \neq \ln(a) + \ln(b)$

on a : $\ln\left(e^{\frac{10^n}{n!}} - 1\right) = \cancel{\frac{10^n}{n!}}$ car $\ln(1) = 0$

on utilise le critère de d'Alembert

1

$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{10^{n+1}\, n!}{10^n\, (n+1)!} = \frac{10}{n+1}$

on a donc $\frac{u_{n+1}}{u_n} \xrightarrow[n\to+\infty]{} 0$ donc d'après le critère de d'Alembert la série converge

Ex 3 — 0/1

$\sum_{n\geq 0} (u_n - u_{n+1})$

~~si $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers $a \in \mathbb{R}$ alors $(u_{n+1})_{n\in\mathbb{N}}$ converge elle aussi vers une autre limite $b \in \mathbb{R}$ donc la différence de ces limites est $l \in \mathbb{R}$ $\sum_{n\geq 0}(u_n - u_{n+1})$ converge vers $l \in \mathbb{R}$~~

Voir correction