4/11

Conseil : Revoir les sommes de Riemann.

Hagop Egnateau
Alistair
L1 G5

Interro Maths.

Exercice 1

1) $S_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \cos\left(\frac{k\pi}{2n}\right)$

Son domaine de définition est $\mathbb{R}$.

Soit $f(x) = \cos \frac{\pi x}{2n}$?? $f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$

Sommes de Riemann :

$S_n(f) = \frac{b-a}{n} \sum_{k=1}^{n} \cancel{f\left(\frac{b-a}{n} \times k\right)}$ $f\left(a + k\frac{b-a}{n}\right)$

Ici $a =$
$b =$

Une primitive de f est : $\int_0^{\pi} f(x)\,dx$
$= [\,-\sin \frac{x}{}$

2) $\sum_{k=1}^{n} \frac{k}{k^2+n^2} = \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^{n} \frac{k}{1+\left(\frac{k}{n}\right)^2} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \frac{\frac{k}{n}}{1+\left(\frac{k}{n}\right)^2}$

Son domaine de définition est $\mathbb{R} \cancel{\setminus \{k = 0 \text{ ou } n = 0\}}$

Soit $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$

Ici on a, $a = 0$ et $b = 1$.

On a bien une somme de Riemann

~~Une primitive de f est :~~ Ce n'est pas ce qu'on demande

$F(x) = \int_0^1 f(x)\,dx = \int_0^1 \frac{1}{1+x^2}\,dx = \int_0^1 [\arctan x]_0^1$

$F(x) = [\arctan x]_0^1$

$= \arctan(0) - \arctan(1)$

$=$

Exercice 2.

~~D~~ f est définie sur ~~$\mathbb{R} \setminus \{1\}$~~. $\mathbb{R}$ ou plutôt $D_f = \mathbb{R}$

f est continue sur un borné $[c, x]$ avec $c \in D_f$ et $x \in D_f$

0,5 Donc f admet des primitives. Une primitive de f est :

$F(t) = \int_c^x f(t)\,dt$ 1

$= \int_c^x 1 \times \arctan t$.

On pose $u' = 1$ et $v = \arctan t$.

$u = t$ $\qquad v' = \frac{1}{1+t^2}$

On utilise l'intégration par partie : 1

$F(t) = [u \times v]_c^x - \int_c^x t \times \frac{1}{1+t^2}\,dt$.

$F(t) = [t \arctan t]_c^x - \int_c^x \frac{t}{1+t^2}\,dt$.

$= [t \arctan t]_c^x - [\frac{1}{2}\ln(1+t)^2]_c^x$ 1

$= x \arctan x - \frac{1}{2}\ln(1+x)^2 + C$.

Donc ~~une~~ les primitive de f ~~est~~ sont

$\{F(x) = x \arctan x - \frac{1}{2}\ln(1+x)^2 + c \,/\, c \in \mathbb{R}\}$ 0,5