$1{,}5/6$

INTERRO N°4

— Revoir les équivalents

— ⚠ $u_n \xrightarrow[n\to+\infty]{} 0 \not\Rightarrow \sum_{n\geq 0} u_n$ CV.

EXERCICE 1

$1{,}5/2$

Soit $\sum_{n\geq 1} \frac{(\ln(n))^4}{n}$ à termes positifs 0,5

On a $\cancel{\boxed{\frac{\ln(n+1))^4}{n+1} \times \frac{n}{(\ln(n))^4}}}$ $\frac{(\ln(n))^4}{n} \cancel{\underset{n\to+\infty}{\sim} \frac{1}{n}}$. Or $\sum_{n\geq 1} \frac{1}{n}$ est à termes positif et ~~converge~~ diverge (Riemann avec $\alpha = 1$). Donc par le théorème de comparaison $\sum_{n\geq 1} \frac{(\ln(n))^4}{n}$ diverge. 1

EXERCICE 2 $\frac{0}{3}$

Soit $\sum_{n\geq 0} \left(e^{\frac{10^n}{n!}} - 1\right)$ à termes positifs.

pourquoi ?

On a $e^{\frac{10^n}{n!}} - 1 \underset{n\to+\infty}{\sim} \cancel{e^{\frac{1}{n!}} - 1}$. Or $e^{\frac{1}{n!}} - 1 \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} -1$

Donc par théorème de comparaison Σ

EXERCICE 3 $0/1$

Si $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers a alors $(u_{n+1})_{n\in\mathbb{N}}$ aussi. donc $u_n - u_{n+1} \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} a - a = 0$

alors $\sum_{n\geq 0} (u_n - u_{n+1})$ converge (ici vers 0)

Ce n'est pas suffisant

$\frac{1}{n} \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 0$ mais $\sum \frac{1}{n}$ diverge.