Sid
Rafika

22011887

4,5/11

Interrogation du 05/02/2021

Conseil : – Penser à bien annoncer ce que tu fais pour mieux suivre le raisonnement
– Ne pas oublier les bornes par le changement de variable
– Revoir les sommes de Riemann.

Exercice 2 :

$f(x) = \arctan(x)$ $\quad D_f = \mathbb{R}$

$\int \arctan(x)\,dx$

1

f est continue sur D_f.
f admet des primitives sur D_f

1

Une primitive de f est :

$F(x) = \int_c^x \arctan(t)\,dt$

pourquoi fais tu ça ?

$v(t) = \arctan(t)$ $\quad v'(t) = \frac{1}{1+t^2}$
$u'(t) = 1$ $\quad u(t) = t$

0,5

$$\int_c^x \arctan(t)dt = [t \times \arctan(t)]_c^x - \int_c^x t\,\frac{1}{1+t^2}\,dt$$

$$\int_c^x \arctan(t)\,dt = x\arctan x - c\arctan c - \int_c^x \frac{t}{t(t+\frac{1}{t})}\,dt$$

et les bornes ?

$u = 1+t^2$:

$$= x\arctan x + c - \int_?^? \frac{1}{2u}\,du$$

dire que tu fais un changement de variable

$$= x\arctan x + c - \frac{1}{2}\int \frac{1}{u}\,du$$

$$= x\arctan x + C - \frac{1}{2}\,[\ln(|u|)]_?^?$$

?

0,5

$= x \arctan x - \frac{1}{2} \ln(|1+x^2|) + C$

$1+x^2 > 0$ Donc :

Les primitives de f sont :

1

$F(x) = \{ x \in \mathbb{R} \mapsto x \arctan x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C \ ; \ C \in \mathbb{R} \}$ / $C \in \mathbb{R}\}$

c'est une fonction

Exercice 1 :

1) $S_n = \frac{1}{n}\left(\cos\left(\frac{\pi}{2n}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{2n}\right) + \dots + \cos\left(\frac{n\pi}{2n}\right)\right)$

$S_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \cos\left(\frac{k\pi}{2n}\right)$ 0,5

ce n'est pas ce qui est demandé.

$\cos\left(\frac{a}{b}\right) =$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b.$

$S_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \left(\cos(k\pi)\cos\left(\frac{1}{2n}\right) - \sin(k\pi)\sin\left(\frac{1}{2n}\right)\right)$

Somme de Rieman :

$\frac{b-a}{n} \sum_{k=1}^{n} f\left(a + \left(\frac{b-a}{n}\right)k\right)$

$b = 1$; $a = 0$ on cherche qlq chose sous la forme : $f\left(\frac{1}{n}k\right)$

oui que vaut f ?

$S_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \cos\left(\frac{k\pi}{2n}\right)$

Sid
Rafika
22011887

Exercice 1 :

2) $S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{k}{k^2+n^2}$

$\frac{k}{k^2+n^2} = \frac{n\left(\frac{k}{n}\right)}{n\left(\frac{k^2}{n}+n\right)} = \frac{k/n}{\frac{k^2}{n}+n} = \frac{1}{n} \cdot \frac{k/n}{\left(\frac{k}{n}\right)^2+1}$

$= \frac{k \times 1}{k\left(k+\frac{n^2}{k}\right)} = \frac{1}{k+\frac{n^2}{k}}$

$S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k+\frac{n^2}{k}}$

0