6,5/11 Très bonne rédaction de l'exercice 2. Dommage pour les sommes de Riemann. À revoir.

WORONIAK
Grégoire
22008754

Interrogation mathématiques.

Exercice 1:

1/ $S_n = \frac{1}{n}\left(\cos\left(\frac{\pi}{2n}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{2n}\right) + \dots + \cos\left(\frac{n\pi}{2n}\right)\right)$

$= \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\cos\left(\frac{k\pi}{2n}\right)$

Soit $f(x) = \cos\left(\frac{x\pi}{2}\right)$ pour $x \in [0;1]$

Donc $S_n = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} f\left(\frac{k}{n}\right)$

1

0,5 $\lim_{n\to+\infty} S_n = \int_0^1 f(x)\,dx$ pourquoi ?

~~Donc~~ Or $\int_0^1 f(x)\,dx =$

2/ $S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{k}{k^2+n^2} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} \frac{k}{\frac{k^2}{n} + n}$

0

Exercice 2 :

$f : t \longmapsto \arctan(t)$.

~~La f~~ Cette fonction est définie sur $\mathbb{R}$ on note son intervalle de définition D_f.

1 Soit $[c, x] \subset D_f$ où c est une constante quelconque.
Comme f est continue sur D_f elle admet des primitives.

$F(x) = \int_c^x f(t)\,dt$ est une primitive de f. 1

TB

$= \int_c^x \arctan(t)\,dt$

On pose $v(t) = \arctan(t)$ et $u'(t) = 1$

donc $v'(t) = \dfrac{1}{1+t^2}$ et $u(t) = t$

Par la formule d'intégration par partie :

1 $F(x) = \left[t \arctan(t)\right]_c^x - \int_c^x t \times \dfrac{1}{1+t^2}\,dt$

sa valeur n'a pas d'importance

$= x \arctan(x) - \left[\dfrac{1}{2} \ln(1+t^2)\right]_c^x + \text{constante}$

1 $= x \arctan(x) - \dfrac{1}{2} \ln(1+x^2) + \text{constante}$

L'ensemble des primitive de la fonction f est donc:

1 $F = \left\{ x \in \mathbb{R} \longmapsto x \arctan(x) - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C \text{ où } C \in \mathbb{R} \right\}$