1,5/12 Il faut retravailler le changement de variable tant d'un point de vue conceptuel qu'au

WORONIAK
Grégoire
TD 05

Contrôle de mathématiques.

niveau de la rédaction dans un exercice.

Exercice 1.

Voir la correction

1/ $f : t \longmapsto \dfrac{e^t}{e^{2t}+1}$

Comme $e^t > 0$, $e^{2t} > 0$ donc $e^{2t}+1 > 0$ le dénominateur ne s'annule jamais.

(Comme e^t est définie pour tout $t \in \mathbb{R}$) alors $D_f = \mathbb{R}$. et elle est continue sur son intervalle de définition. donc admet des primitives

1

On utilise un changement de variable : $e^t = u$ avec donc $u > 0$.

et le "dt" ?

~~$f_2 : u \longmapsto \dfrac{u}{u^2+1}$~~ Pas nécessaire

(Cette fonction est définie sur $\mathbb{R}_*^+$ et elle est continue sur cet intervalle donc elle admet des primitives.)

~~$F(u) = \dfrac{\ln(u^2+1)}{2}$ est une primitive de la fonction $f_2(u) = \dfrac{u}{u^2+1}$~~

Introduire F. On ne sait pas ce que vaut "u"

Donc les primitives de la fonction f sont de la forme :

$F(x) = \left\{ x \in \mathbb{R} \quad x \longmapsto \cancel{\dfrac{\ln(e^{2x}+1)}{2}} + C \right.$ où C est une constante appartenant à $\mathbb{R}$ $\}$

2/ $g : t \longmapsto \dfrac{4e^t}{e^{2t}-4}$

$e^{2t}-4=0 \iff e^{2t}=4 \iff 2t = \ln(4) \iff t = \dfrac{\ln(4)}{2}$

$\ln(4) = \ln(2\times 2)$
$= \ln(2)+\ln(2)$

$= \ln(2)$

0,5

Le dénominateur s'annule en $\frac{\ln(4)}{2}$, puisque e^t est définie pour tout $t \in \mathbb{R}$ l'intervalle de définition de cette fonction est : $\mathcal{D}_g = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\ln(4)}{2} \right\}$ et elle est continue dessus.

On effectue le changement de variable $u = e^t$ où $u > 0$

$\cancel{g_2 : u \longmapsto \frac{4u}{u^2-4}}$

Cette fonction n'est pas définie si $u^2 = 4$ donc si $u = 2$ ou $u = -2$

Or u n'est défini que sur $\mathbb{R}_*^+$ donc cette fonction est définie sur $\mathbb{R}_*^+ \setminus \{2\}$. Elle est continue sur cet intervalle et admet donc des primitives.

$G(u) = 2\ln(u^2 - 4)$ est une primitive de $g_2(u)$.

Donc les primitives de la fonction g sont de la formes :

$G(x) = \left\{ x \in \mathbb{R}_*^+ \setminus \frac{\ln(4)}{2} \quad x \longmapsto 2\ln(e^{2x} - 4) + C \text{ où } C \text{ est une constante} \in \mathbb{R} \right\}$