Exercice 1:

$$\sum_{n\geq 0} \frac{1}{1-\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n} - 1$$

1/3

$n=0$ $\quad \frac{1}{1-1} - 1 = \frac{1}{0} - 1$

$n=1$ $\quad \frac{1}{1-\frac{3}{10}} - 1$

$= \frac{10}{7} - 1 = \frac{3}{7} > 0$

$\sum_{n\geq 1} \frac{1}{1-\left(\frac{2n-1}{5n+5}\right)^2} - 1$ est une série à termes positif

bien vu !

mérite plus de justification.

pour $n \geq 1$.

$$\frac{1}{1-\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n} \underset{n\to+\infty}{\sim} \frac{1}{1-\left(\frac{2n}{5n}\right)^n} = \frac{1}{1-\left(\frac{2}{5}\right)^n} \underset{n\to+\infty}{\sim} 1+\left(\frac{2}{5}\right)^n$$

0,5

mène au raisonnement le plus simple

soit $V_n = \frac{1}{1-\left(\frac{2}{5}\right)^n}$

$$\frac{V_{n+1}}{V_n} = \frac{1}{1-\left(\frac{2}{5}\right)^{n+1}} \times \frac{1-\left(\frac{2}{5}\right)^n}{1} = \frac{\left(1-\frac{2}{5}\right)\left(1+\frac{2}{5}+\left(\frac{2}{5}\right)^2+\cdots+\left(\frac{2}{5}\right)^{n-1}\right)}{\left(1-\frac{2}{5}\right)\left(1+\frac{2}{5}+\cdots+\left(\frac{2}{5}\right)^n\right)}$$

$$\frac{1}{1-\left(\frac{2}{5}\right)^n} - 1 = \frac{1-\left(1-\left(\frac{2}{5}\right)^n\right)}{1-\left(\frac{2}{5}\right)^n} = \frac{+\left(\frac{2}{5}\right)^n}{1-\left(\frac{2}{5}\right)^n}$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\left(\frac{2}{5}\right)^n}{1-\left(\frac{2}{5}\right)^n} = \frac{0}{1-0} = 0$$

~~Donc d'après le critère de d'Alembert~~

$$U_n = \frac{\left(\frac{2}{5}\right)^n}{1-\left(\frac{2}{5}\right)^n} \qquad \frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{+\left(\frac{2}{5}\right)^{n+1}}{1-\left(\frac{2}{5}\right)^{n+1}} \times \frac{1-\left(\frac{2}{5}\right)^n}{+\left(\frac{2}{5}\right)^n} = \frac{2}{5} \times V_n < 1$$

?

$\xrightarrow[n\to+\infty]{} \frac{2}{5}$

Donc d'Après le critère de d'Alembert

$$\sum_{n\geq 1} \frac{1}{1-\left(\frac{2n+??}{5n+5}\right)^n} - 1 \quad CV$$ 0,5

Il manque la justification pour

$$\sum_{n\geq 1} \frac{1}{1-(\ )^n} - 1$$ est de même nature que

$$\sum_{n\geq 1} \frac{1}{1-\left(\frac{2}{5}\right)^n} - 1 \ .$$

⚠ Pour le critère de d'Alembert

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$$ à partir d'un certain

n'est pas suffisant pour avoir $\sum u_n$ CV.

Il faut soit $$\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq r < 1$$ APCR

soit $$\frac{u_{n+1}}{u_n} \xrightarrow[n\to+\infty]{} l < 1 \ .$$