5,5/11

Des bonnes choses. Continue !

Conseils : * Insister sur la rédaction et la justification des raisonnements. Cela concerne l'exercice 2. C'est dommage car tu sais faire (cf exercice 1, 2))

* Retravailler Exer 1 1). Ce n'est pas compris. Le $\frac{1}{2}$ dans $\cos(\frac{\pi}{2}x)$ a perturbé. Voir la rédaction standard dans le corrigé.

Joséphine Le Contel

TD5

05/02/2021

Interrogation

Exercice 1 :

1) $S_n = \frac{1}{n}\left(\cos\left(\frac{\pi}{2n}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{2n}\right) + \dots + \cos\left(\frac{n\pi}{2n}\right)\right)$

$S_n = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{\cancel{2n}\, n} \cos\left(\frac{k\pi}{2n}\right) = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{\cancel{2n}} f\left(\frac{k}{2n}\right)$

où $f(x) = \cos(\pi x)$ $\forall x \in [0,1]$

Vu ce choix de f et le fait que $\frac{k}{2n}$ varie entre 0 et $\frac{1}{2}$ il faut considérer ... [0, $\frac{1}{2}$]. Il faut aussi $\frac{1}{2n}$ en facteur de "Σ" au lieu de $\frac{1}{n}$.

1 $\leftarrow$ { f est continue sur $[0,\cancel{1}]$ donc $S_n(f) \rightarrow \int_0^{\cancel{1}\,1/2} \cos(\pi x)\,dx$

$\frac{1}{\pi}\sin(\pi \times 0) - \frac{1}{\pi}\times\sin(\pi\times 1) = 0$

La limite est 0

2) $S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{k}{k^2+n^2} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} \frac{\frac{k}{n}}{\left(\left(\frac{k}{n}\right)^2+1\right)} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} f\left(\frac{k}{n}\right)$

où $f : x \longmapsto \frac{x}{x^2+1}$ est continue sur [0,1] 1

1 donc $S_n \longrightarrow \frac{1}{2}\int_0^1 \frac{2x}{x^2+1}\,dx = \left[\frac{1}{2}\ln|x^2+1|\right]_0^1 = \frac{1}{2}\ln 2$

1

Scanné avec CamScanner

Exercice 2 :

0,5 La fonction arctangente est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$

$\arctan(t) = \arctan(t) \times 1$ $\qquad f(t) = \arctan(t)$

qu'est-ce que tu fais ici ?

$\begin{cases} \text{avec } u(t) = \arctan(t) \text{ et } u'(t) = \dfrac{1}{1+t^2} \\ v'(t) = 1 \text{ et } v(t) = t \end{cases}$

bornes ??

$F(t) = \arctan(t) \times t - \int_{0}^{0} \frac{1}{1+t^2} \times t$

qu'est-ce donc que F ?

$\int \frac{1}{1+t^2} \times t = \frac{1}{2} \cdot \ln(1+t^2)$

1 donc $F(t) = \arctan(t) \times t - \frac{1}{2} \cdot \ln(1+t^2) + cste$

⚠ Même variable.
La variable d'intégration ne peut pas apparaître en dehors de l'intégrale.

$\Rightarrow$ Il faut être rigoureux sur les bornes d'intégration dès le départ pour éviter cette erreur

$$\int_{x_0}^{x} f(t)\,dt = F(x) \neq t$$