

5/6

Bon travail et bonne réduction.
Attention à l'identification (ex 2)

2/2

1) (E0) $2y'(x) - 3y(x) = 0, x \in \mathbb{R}.$

On commence par normaliser l'équation différentielle.

$$2y'(x) - 3y(x) = 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow y'(x) - \frac{3}{2}y(x) = 0. \quad 1$$

Une primitive de $x \in \mathbb{R} \mapsto -\frac{3}{2}$ est $x \in \mathbb{R} \mapsto -\frac{3}{2}x$

Donc d'après le cours, l'ensemble des solutions de (E0) est :

$$S_0 = \{y : x \in \mathbb{R} \mapsto (e^{\frac{3}{2}x} : C \in \mathbb{R})\}. \quad 1$$

3/4

2) (E) $y'(x) + y(x) = x^2, x \in \mathbb{R}.$

1^{er} stage : On résout l'équation homogène $y'(x) + y(x) = 0$ (E0) $\forall x \in \mathbb{R}.$

Cette équation est normalisée, donc on peut appliquer le théorème de cours.

Une primitive de $x \in \mathbb{R} \mapsto 1$ est $x \in \mathbb{R} \mapsto x.$

Ainsi l'ensemble des solutions de (E0) est :

$$S_0 = \{y : x \in \mathbb{R} \mapsto C e^{-x} : C \in \mathbb{R}\}.$$

e^{-x} OK (cf mail)

1

2^{ème} étape : Chercher une solution particulière de (E).
 Comme le second membre est polynômiale de degré 2,
 on cherche une solution particulière pp sous la forme
 $y_p(x) = a_0 x^2 + a_1 x + a_2$ avec $a_0, a_1, a_2 \in \mathbb{R}$ 1

On a $y_p'(x) = 2a_0 x + a_1, \forall x \in \mathbb{R}$

Donc y_p est solution de (E) :

(\Rightarrow) $\forall x \in \mathbb{R}, y_p'(x) + y_p(x) = x^2$

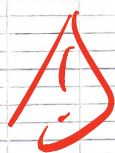
(\Leftrightarrow) $\forall x \in \mathbb{R}, 2a_0 x + a_1 + a_0 x^2 + a_1 x + a_2 = x^2$

$\Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R}, a_0 x^2 + (2a_0 + a_1)x + (a_1 + a_2) = x^2$

(\Rightarrow)

(par identification

0,5



$$\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_1 = 0 \\ a_2 = 0 \end{cases}$$

(\Rightarrow) $\begin{cases} a_0 = 1 \\ 2a_0 + a_1 = 0 \\ a_1 + a_2 = 0 \end{cases}$

Ainsi $y_p(x) = x^2, \forall x \in \mathbb{R}$ est solution de (E)

3^{ème} étape : D'après le cours, on conclut que l'ensemble
 des solutions de (E) est :

$y = \{ x \in \mathbb{R} \mapsto x^2 + C e^{\frac{1}{2}x}, C \in \mathbb{R}$

0,5

e^{-x} idem 0,5