G5

4/11

Des efforts sont faits sur la rédaction, continuer.

BARTHEL
TRISTAN

Interrogation TD - Maths

Conseils : y Retrouver les sommes de Riemann
* attention aux calculs de primitive

Exercice 1

1. $S_n = \frac{1}{n}\left(\cos\left(\frac{\pi}{2n}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{2n}\right) + \dots + \cos\left(\frac{n\pi}{2n}\right)\right)$

$S_n(f) = \frac{b-a}{n} \sum^{n} f\left(a + \frac{(b-a)}{n} k\right)$

donc $\frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \cos\left(\frac{k\pi}{2n}\right)$ $\quad f\left(\frac{k}{n}\right)$

1

si $a = 0$, $b = 1$ et $f(x) = \cancel{\cos\left(\frac{k\pi}{2n}\right)} = \cos\left(\frac{\pi}{2} \times x\right)$

pour $x \in [0;1]$ alors on a $S_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} f\left(\frac{k}{n}\right)$

On a bien f continue sur $[0;1]$.

1

donc $S_n \underset{+\infty}{\to} \int_0^1 f(x)\,dx$ or $\int_0^1 f(x)\,dx = \int_0^1 \cos\left(\frac{\pi}{2} \times x\right)$

$\left[\frac{2}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{2} x\right)\right]_0^1 = \cancel{\left[-\sin\left(\frac{\pi}{2} \times x\right)\right]_0^1}$

$= -1 - 0$

$= \cancel{-1}$

donc $S_n \underset{+\infty}{\to} \cancel{-1}$

2. $S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{k}{k^2 + n^2}$

$S_n(f) = \frac{b-a}{n} \sum^{n} f\left(a + \frac{(b-a)}{n} k\right)$

$S_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \frac{k}{\frac{k^2}{n} + n}$

$= \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \frac{k/n}{\left(\frac{k}{n}\right)^2 + 1}$

Exercice 2

$f : t \mapsto \arctan(t)$ $\forall t \in D_f = \mathbb{R}$

et est continue et admet des primitives sur $\mathbb{R}$

posons $\begin{cases} u(t) = \arctan(t) \\ v'(t) = 1 \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} u'(t) = \dfrac{1}{1+t^2} \\ v(t) = t \end{cases}$

Par la formule d'intégration par partie

Une primitive de f est $F(x) = \int^x f(t)\,dt$

$\cancel{f(t)} = \left[\arctan(t) \times t \right]_c^x - \int_c^x \frac{1}{1+t^2} \times t \, dt$

$= \arctan(x) \times x - \cancel{\dfrac{1}{\frac{1}{x} + x}} + cste$

donc une primitive de $\arctan(t)$ $\forall t \in D_f = \mathbb{R}$

$\arctan(x) \times x - \cancel{\dfrac{1}{\frac{1}{x} + x}}$