$\frac{0,5}{3}$

SiD
Rajika
22011887

Exercice 1 :

$$\sum \frac{1}{1-\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n} - 1$$

$2n+1 > 0$

$5n+5 > 0$

$\frac{2n+1}{5n+5} > 0$

important également

$\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n > 0$

$-\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n < 0$

$0 < 1-\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n < 1$

la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$ est décroissante donc "inversion" du sens de l'inégalité

$\frac{1}{1-\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n} - 1 \cancel{<} 1-1$

$\frac{1}{1-\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n} - 1 < 0$

la série est à termes strictement ~~négatifs~~

$2n+1 \underset{+\infty}{\sim} 2n$ $\qquad \frac{2n+1}{5n+5} \underset{+\infty}{\sim} \frac{2n}{5n} = \frac{2}{5}$

$5n+5 \underset{+\infty}{\sim} 5n$

0,5

$$\frac{1}{1-\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n} - 1 \underset{+\infty}{\sim} \frac{1}{1-\left(\frac{2}{5}\right)^n} - 1 = \frac{1}{\left(\frac{5-2}{5}\right)^n} - 1 = \frac{1}{\left(\frac{3}{5}\right)^n} - 1$$

$= \frac{5^n - 2^n}{5^n} \neq \frac{(5-2)^n}{2^n}$

$n \to +\infty$ $\to +\infty$

$\left(\left(\frac{5}{3}\right)^{-1}\right)^n = \left(\frac{3}{5}\right)^n \neq \frac{1}{\left(\frac{3}{5}\right)^n}$

$$v_n = \frac{1}{\left(\frac{3}{5}\right)^n} - 1 = \left(\frac{5}{3}\right)^{-n} - 1$$

donc Σv_n ne peut converger

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \left(\frac{5}{3}\right)^{-n-1} - 1 \cdot \frac{1}{\left(\frac{5}{3}\right)^{-n} - 1}$$

$$= \left(\frac{5}{3}\right)^{-n-1} - 1 \cdot \frac{\left(\frac{5}{3}\right)^n}{-1}$$

$$=$$

$\Sigma \frac{v_{n+1}}{v_n}$ est à terme strictement négatifs

et $\frac{v_{n+1}}{v_n}$ cv

Si on trouve $\frac{v_{n+1}}{v_n} \xrightarrow[+\infty]{} 0$ Donc par le critère

de d'Alembert Σu_n cv