6/6 Très bon travail !

Joséphine
Le Contel
TD5
26/03/21

Interrogation n°3

Exercice 1 : 2/2

$(E_0) \quad 2y'(x) - 3y(x) = 0 \quad x \in \mathbb{R}$

C'est une équation homogène.
On normalise l'équation différentielle :

$(E_0) \quad y'(x) - \frac{3}{2} y(x) = 0 \quad x \in \mathbb{R}$ 1

On cherche une primitive de $x \in \mathbb{R} \longmapsto -\frac{3}{2}$ qui est par exemple, $x \in \mathbb{R} \longmapsto -\frac{3}{2}x$. Donc d'après le cours l'ensemble des solutions est : $S_0 = \{x \in \mathbb{R} \longmapsto y(x) = Ce^{\frac{3}{2}x} ; C \in \mathbb{R}\}$ 1

Exercice 2 : 4/4

$(E) \quad y'(x) + y(x) = x^2, \ x \in \mathbb{R}$

1ère étape : On résout l'équation homogène (E_0) :

$(E_0) : \quad y'(x) + y(x) = 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

L'équation est déjà normalisée donc on peut appliquer le résultat du cours, l'on cherche une primitive de $x \in \mathbb{R} \longmapsto 1$ qui est par exemple, $x \in \mathbb{R} \to x$. D'où l'ensemble des solutions de (E_0) est :

$S_0 : \{x \in \mathbb{R} \longmapsto Ce^{-x} ; C \in \mathbb{R}\}$ 1

2ème étape : On cherche une solution particulière de (E)
Comme le 2nd membre est polynomiale de degrès 2, on cherche une solution particulière, y_p sous la forme
1 $y_p(x) = a_0 x^2 + a_1 x + a_2$ avec $a_0, a_1, a_2 \in \mathbb{R}$

On a $y_p'(x) = 2a_0 x + a_1$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Donc y_p est solution de (E)

$\Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R},\ y_p'(x) + y_p(x) = x^2$

$\Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R},\ 2a_0 x + a_1 + a_0 x^2 + a_1 x + a_2 = x^2$

$\Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R},\ a_0 x^2 + (2a_0 + a_1)x + (a_1 + a_2) = x^2$

$\Leftrightarrow$ par definition $\begin{cases} a_0 = 1 \\ 2a_0 + a_1 = 0 \\ a_1 + a_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_0 = 1 \\ a_1 = -2 \\ a_2 = 2 \end{cases}$ 1

D'où $y_p(x) = x^2 - 2x + 2$, $\forall x \in \mathbb{R}$, est solution de (E)

3ème étape : D'après le cours, on conclut que l'ensemble des
1 solutions de (E) est $\mathcal{Y} = \{ x \in \mathbb{R} \mapsto x^2 - 2x + 2 + Ce^{-x} : C \in \mathbb{R} \}$