2/6

Salah Ould Mohamed
22007648
Groupe 5

Contrôle n°4 Mathématiques 14/04/2021

Exercice 1 1/2

Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ tel que $U_n = \frac{(\ln(n))^4}{n}$, $\forall n \in \mathbb{N}$

0,5 (U_n) est à terme positif (On peut alors considérer la série $\sum_{n\in\mathbb{N}^*} U_n$ et la valeur de la série est $\sum_{n\geq 1} U_n$)

On a $U_n = \frac{(\ln(n))^4}{n}$; ~~$U_{n+1} = \frac{(\ln(n+1))^4}{n+1}$~~

~~On a alors appliquer la Théo critère de d'Alembert~~

~~$\frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{(\ln(n+1))^4}{n+1} \cdot \frac{n}{\ln(n)^4}$~~

$U_n = \frac{(\ln(n))^4}{n}$, $\ln(n) \cancel{\underset{+\infty}{\sim}} n$ donc

$U_n \frac{(\ln(n))^4}{n} \underset{+\infty}{\sim} \frac{n^4}{n} \Leftrightarrow n^3$, donc

0,5 pour raisonnement

$\sum_{n\geq 1}^{+\infty} U_n$ est à termes positifs est divergente car par calcul de limite, la limite de $n^3 \xrightarrow[+\infty]{} +\infty$

donc $\sum \frac{(\ln(n))^4}{n}$ est divergente

Exercice 2 1/3

Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ tel que $U_n = (e^{\frac{10^n}{n!}} - 1)$, $\forall n \in \mathbb{N}$

$(U_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est à terme positif → pourquoi ?

On a $U_n = e^{\frac{10^n}{n!}} - 1$, on visant d'abord $\frac{10^n}{n!}$

On va appliquer le critère de d'Alembert

tel que : $U_{n+1} = \frac{10^{n+1}}{n+1!}$ donc : $\frac{10^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{10^n}$

$$\frac{10^{n+1}}{n!(n+1)} \frac{n!}{10^n} \Leftrightarrow \frac{10^n 10}{(n+1)} \frac{n!}{10^n} \Leftrightarrow \frac{10}{n+1}$$

On a donc $\frac{10}{n+1} \xrightarrow[+\infty]{} 0$ donc $e^0 = 1$ et

donc la série $\sum_{n \geq 0} U_n$ est à terme positif et est convergente d'après les critères d'alembert

1