Hagoum Egretoan
Alistair
L1 CS

Interro 4 Rattrapage.

2/3

Tous les éléments sont là ainsi que la structure de la rédaction. Bon travail ! Attention juste aux petites erreurs de rigueur.

Exercice 1.

$$\sum_{n\geq 0}\left(\frac{1}{1-\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n}-1\right), \text{ pour } n\geq 0.$$

C'est une séries à termes strictement positifs → justifier car non trivial ici.

On effectue le développement limité de $\frac{1}{1-u}$ avec $u(n)=\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n$

$$\frac{1}{1-u} = 1+u + \underset{u\to 0}{o}(u).$$

0,5

$$= 1+\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n + o\left(\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n\right)$$

Bien ! Mais revoir la rédaction de la correction

Ainsi $\cancel{\sum_{n\geq 0}}\left(\frac{1}{1-\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n}-1\right) \underset{n\to+\infty}{\sim} \cancel{\sum_{n\geq 0}} 1+\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n-1$

$= \cancel{\sum_{n\geq 0}}\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n$

⚠ une fois sommé les quantité deviennent indépendantes de n (genre un nombre) donc

0,5

Ces deux séries sont de mêmes natures à termes strictement positif. impossible d'utiliser "$\underset{n\to+\infty}{\sim}$" par le thm de comparaison car à termes ....

On a : $\sqrt[n]{V_n} = \frac{2n+1}{5n+5} \xrightarrow[n\to+\infty]{} \frac{2}{5} = 0,4 < 1.$

Donc d'après le critère de Cauchy, $\sum_{n\geq 0}\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n$ est convergente.

1

oui (du coup ce n'était pas de peine de le dire avant)

Donc, d'après le théorème de comparaison, et que les séries sont à termes strictement positif :

$$\sum_{n\geq 0}\left(\frac{1}{1-\left(\frac{2n+1}{5n+3}\right)^n}-1\right) \text{ est convergente.}$$