8/12 Bon travail ! Des efforts ont été fait sur la rédaction. Continues.

Sid
Rafika
22014887

Interrogation du 12/02/2021

Conseil : ça vaut le coup de comparer ta rédaction / tes réponses avec la correction

Exercice 1 :

1) $f : t \mapsto \frac{e^t}{e^{2t}+1}$

$e^{2t} + 1 > 0$

Donc $D_f = \mathbb{R}$.

f est continue sur D_f

Donc f admet des primitives sur $\mathbb{R}$ 1

Une primitive de f est :

1 $F(x) = \int_c^x \frac{e^t}{e^{2t}+1} dt$ avec $[c, x] \subset \mathbb{R}$

TB

- Faisons le changement de variable $u = e^t$ sur f :

$$\frac{e^t}{e^{2t}+1} = \frac{u}{u^2+1}$$

Proposition de rédaction : " la fonction intégrée $t \mapsto \frac{e^t}{e^{2t}+1}$ devient $u \mapsto \frac{u}{u^2+1}$ "

- Appliquons le changement de variable sur les bornes :

x devient e^x

c devient e^c

peut être fait directement lors du calcul de l'intégrale en annonçant juste $u = e^t$ et $du = e^t dt$

Voir correction

- Appliquons le changement de variable sur dt :

$u = e^t$

$du = dt\, e^t = dt \times u$

$\Leftrightarrow dt = \frac{1}{u} du$

1

$$f(x) = \int_{e^c}^{e^x} \frac{u}{u^2+1} \times \frac{1}{u}\, du$$

$$f(x) = \int_{e^c}^{e^x} \frac{u}{u^3+u}\, du = \int_{e^c}^{e^x} \frac{1}{u^2+1}\, du \quad 1$$

$$= [\arctan u]_{e^c}^{e^x}$$

$$F(x) = \arctan(e^x)$$

L'ensemble des primitives de f sont :

$$F(x) = \{x \in \mathbb{R} \mapsto \arctan(e^x) + C \,/\, C \in \mathbb{R} \quad 1$$

2) $g : t \mapsto \dfrac{4e^t}{e^{2t}-4}$

$u = e^t$ changement de variable sur g.

$$g(t) = \frac{4u}{u^2-4}$$

$u = 2$ et $u = -2$ ont racines évidentes de u^2-4

$Dg = \cancel{\mathbb{R} \setminus \{e^{-2}, e^2\}}$ $\mathbb{R} \setminus \{\ln(2)\}$

g est continue sur Dg

0,5 Donc g admet des primitives sur Dg

Une primitive de g est : avec le changement de v. sur les bornes + dérivés 0,5

$$G(x) = \int_{e^c}^{e^x} \frac{4u}{u^2-4} \frac{1}{u}\, du$$

passer directement

$$G(x) = \int_{e^c}^{e^x} \frac{4u}{u^3-4u}\, du$$

$$G(x) = 4 \int_{e^c}^{e^x} \frac{u}{u^3-4u}\, du$$

$$= 4 \int_{e^c}^{e^x} \frac{u}{u^2-4} \times \frac{1}{u}\, du = 4 \int_{e^c}^{e^x} \frac{1}{u^2-4}\, du$$

1

Sid
Rafika
22011887

2) $G(x) = 4\int_{e^c}^{e^x} \frac{1}{u^2-4}\,du$

$G(x) = \left[\ln \frac{|u-2|}{|u+2|}\right]_{e^c}^{e^x}$

$G(x) = \ln\left(\frac{|e^x-2|}{|e^x+2|}\right)$

$G(x) = \ln(|e^x-2|) - \ln(|e^x+2|)$

pourquoi ?

1

L'ensemble des primitives de g sont :

$G(x) = x \in \mathbb{R} \mapsto \ln(|e^x-2|) - \ln(|e^x+2|) + C \,/\, C \in \mathbb{R}$