6/6 Très bon travail !

WORONIAK
Grégoire
TDOS

Interrogation de maths : équation différentielle

Exercice 1 : 2/2

Donner les solutions de l'e.d :

(E_0) $2y'(x) - 3y(x) = 0$, $x \in \mathbb{R}$

On normalise l'équation :

(E_0') $y'(x) - \frac{3}{2}y(x) = 0$, $x \in \mathbb{R}$ 1

On résout cette équation homogène.
Une primitive de $x \in \mathbb{R} \longmapsto -\frac{3}{2}$ est $x \in \mathbb{R} \longmapsto -\frac{3}{2}x$
Donc d'après le cours, l'ensemble des solutions de (E_0') et donc de (E_0) est :

$\mathcal{S}_0 = \{y : x \in \mathbb{R} \longmapsto Ce^{\frac{3}{2}x}$, où $C \in \mathbb{R}\}$ 1

Exercice 2 : 4/4

(E) $y'(x) + y(x) = x^2$, $x \in \mathbb{R}$
Cette équation est déjà normalisée
On résout l'équation homogène :
(E_0) $y'(x) + y(x) = 0$, $x \in \mathbb{R}$
Une primitive de $x \in \mathbb{R} \longmapsto 1$ est $x \in \mathbb{R} \longmapsto x$
Donc d'après le cours l'ensemble des solution de (E_0) est :

$\mathcal{S}_0 \{y : x \in \mathbb{R} \longmapsto Ce^{-x}$, où $C \in \mathbb{R}\}$ 1

TB On cherche une solution particulière. Comme le second membre de (E) est sous forme polynomiale et que (E) est à coefficients constant, on cherche y_p de la forme :

et est de degré 2

$y_p(x) = ax^2 + bx + c$ avec $x \in \mathbb{R}$ 1

donc $y_p'(x) = 2ax + b$ avec $x \in \mathbb{R}$

y_p est solution de (E) :

$\iff y_p'(x) + y_p(x) = x^2 \quad , \forall x \in \mathbb{R}$

$\iff 2ax + b + ax^2 + bx + c = x^2 \quad , \forall x \in \mathbb{R}$

$\iff ax^2 + x(2a+b) + b + c = x^2 \quad , \forall x \in \mathbb{R}$

$\iff$ par identification $\begin{cases} a = 1 \\ 2a+b = 0 \\ b+c = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 2 \end{cases}$ 1

Donc $y_p(x) = x^2 - 2x + 2$ est une solution particulière de (E), $\forall x \in \mathbb{R}$

D'où l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E) est :

1 $\varphi = \{ y : x \in \mathbb{R} \longmapsto x^2 - 2x + 2 + Ce^{-x} , \text{ où } C \in \mathbb{R} \}$