Adrien Soleau

5/11

Interrogation

TD-5

Bonne rédaction sur les sommes de Riemann. Continuer. Dommage pour l'exercice 2.

exc 1

1) $S_n = \frac{1}{n}\left(\cos\left(\frac{\pi}{2n}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{2n}\right) + \dots + \cos\left(\frac{n\pi}{2n}\right)\right)$

$S_n = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} \cos\left(\frac{k\pi}{2n}\right)$

donc S_n est une somme de Riemann associée à la fonction $f : x \longmapsto \cos\left(\frac{1}{2} \times x\pi\right)$ sur $[0;1]$,

1

f est continue sur $[0;1]$.

$S_n \xrightarrow[n\to+\infty]{} \int_0^1 \cos\left(\frac{x\pi}{2}\right) dx = \left[\sin\left(\frac{x\pi}{2}\right) \times \frac{2}{\pi}\right]_0^1 = \frac{2}{\pi}\underbrace{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}_{=1}$ 1

$- \frac{2}{\pi}\sin(0) = 2/\pi - 0 = 2/\pi$

2) $S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{k}{k^2+n^2} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{n}\left(\frac{k}{\frac{k^2}{n}+n}\right) = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} \frac{(k/n)}{\frac{k^2}{n^2}+1}$

S_n est la somme de Riemann $\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} \frac{(k/n)}{\frac{k^2}{n^2}+1}$

associée à la fonction $f : x \longrightarrow \frac{1}{2} \times \frac{2x}{x^2+1}$ 1

pourquoi ?

$\Longrightarrow S_n \rightarrow \int_0^1 f(x)\,dx = \left[\frac{1}{2}\ln(|x^2+1|)\right]_0^1$, de plus f est continue sur $[0,1]$ alors,

$= \frac{1}{2}\ln(2) - \frac{1}{2}\ln(1) = \frac{\ln(2)}{2}$ 1

ex 2