HAYOUN-EGREZEAU
Alistair
L1 GS

Contrôle de Maths.

5/6

Bon travail et bonne rédaction.
Attention à l'identification (exo 2)

1) (E_0) $2y'(x) - 3y(x) = 0$, $x \in \mathbb{R}$.

2/2

On commence par normaliser l'équation différentielle.

$2y'(x) - 3y(x) = 0$, $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow y'(x) - \frac{3}{2}y(x) = 0$. 1

Une primitive de $x \in \mathbb{R} \mapsto -\frac{3}{2}$ est $x \in \mathbb{R} \mapsto -\frac{3}{2}x$

Donc d'après le cours, l'ensemble des solutions de (E_0) est :
$\mathcal{S}_0 = \{y : x \in \mathbb{R} \mapsto Ce^{\frac{3}{2}x} ; C \in \mathbb{R}\}$. 1

3/4

2) (E) $y'(x) + y(x) = x^2$, $x \in \mathbb{R}$.

1ère étape : On résout l'équation homogène $y'(x)+y(x)=0$ (E_0) $\forall x \in \mathbb{R}$.
Cette équation est normalisée, donc on peut appliquer le théorème du cours.
Une primitive de $x \in \mathbb{R} \mapsto 1$ est $x \in \mathbb{R} \mapsto x$.
Ainsi l'ensemble des solutions de (E_0) est :
$\mathcal{S}_0 = \{y : x \in \mathbb{R} \mapsto Ce^{-2x}, C \in \mathbb{R}\}$. 1

e^{-x} ok (cf mail)

2ème étape : Cherchons une solution particulière de (E).
Comme le second membre est polynomiale de degré 2, on cherche une solution particulière y_p sous la forme
$y_p(x) = a_0 x^2 + a_1 x + a_2$ avec $a_0, a_1, a_2 \in \mathbb{R}$ 1

On a $y_p'(x) = 2a_0 x + a_1, \forall x \in \mathbb{R}$.

Donc y_p est solution de (E) ;
$\Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R},\ y_p'(x) + y_p(x) = x^2$
$\Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R},\ 2a_0 x + a_1 + a_0 x^2 + a_1 x + a_2 = x^2$
$\Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R},\ a_0 x^2 + (2a_0 + a_1)x + (a_1 + a_2) = x^2$
$\Leftrightarrow$ (par identification) $\cancel{\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_1 = 0 \\ a_2 = 0 \end{cases}}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a_0 = 1 \\ 2a_0 + a_1 = 0 \\ a_1 + a_2 = 0 \end{cases}$

0,5 !

D'où $y_p(x) = x^2, \forall x \in \mathbb{R}$ est solution de (E)

3ème étape : D'après le cours, on conclut que l'ensemble des solutions de (E) est :
$S = \{ x \in \mathbb{R} \mapsto \cancel{x^2} + C e^{\frac{1}{2}x} ; C \in \mathbb{R}$

0,5

e^{-x} idem OK