5/02/21

Maïwa MOUBARKI
21911153

Interrogation numéro 1

10,5/11

Très bon travail. Continuer comme ça

Ex 1 :

1) $S_n = \frac{1}{n}\left(\cos\frac{\pi}{2n} + \cos\frac{2\pi}{2n} + \dots + \cos\frac{n\pi}{2n}\right)$

$S_n = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} \cos\left(\frac{k\pi}{2n}\right)$

ici $a=0$, $b=1$, $f(x) = \cos\left(\frac{x\pi}{2}\right)$

pour $x \in [0,1]$ alors on a :

$S_n = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} f\left(\frac{k}{n}\right)$ 1

1 f est continue sur $[0,1]$.

$S_n \xrightarrow[n\to+\infty]{} \int_0^1 f(x)\,dx = \left[\frac{2}{\pi}\sin\left(\frac{x\pi}{2}\right)\right]_0^1$

$= \frac{2}{\pi}$ 1

2) $S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{k}{k^2+n^2} = \sum_{k=1}^{n} \frac{k}{n^2\left(\left(\frac{k}{n}\right)^2+1\right)}$

$= \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} \frac{k/n}{\left(\frac{k}{n}\right)^2+1}$ 1

ici $a=0$, $b=1$, $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$

pour $x \in [0,1]$ alors :

$S_n = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} f\left(\frac{k}{n}\right)$

1 f est continue sur $[0,1]$:

$$S_n \xrightarrow[n\to+\infty]{} \int_0^1 f(x)\,dx = \left[\frac{1}{2}\ln(x^2+1)\right]_0^1$$

$$= \frac{\ln(2)}{2}$$ 1

Ex 2 :

1 Posons $f(t) = \arctan(t)$, $D_f = \mathbb{R}$
f est définie et continue sur $\mathbb{R}$, donc elle admet des primitives sur $\mathbb{R}$ pour tout $t \in D_f$,
on a :

pourquoi faire ça ?

$v = \arctan(t)$ $\qquad u = t$

$v' = \frac{1}{1+t^2}$ $\qquad u' = 1$

Dire que l'on fait une IPP

Soit $[c,x] \subset \mathbb{R}$ et $F(x) = \int_c^x f(x)\,dt$

1 $F(x) = \int_c^x 1.\arctan(t)\,dt$ est une primitive de f

0,5 $= [t\arctan(t)]_c^x - \frac{1}{2}\int \frac{2t}{1+t^2}\,dt$

1 $= [t\arctan(t)]_c^x - \frac{1}{2}[\ln(1+t^2)]_c^x$

$F(x) = x\arctan(x) - \frac{1}{2}\ln(1+x^2) + cst$

Bilan : les primitives de f sont :

1 $\mathcal{F} = \{x \in \mathbb{R} \mapsto x\arctan(x) - \frac{1}{2}\ln(1+x^2) + c \,/\, c \in \mathbb{R}\}$