Michael DOS Santos Bernardino

0/3 Retrouvailler la correction. ⚠ Equivalents!

ex $\sum_{n\geq 0}\left(\frac{1}{1-\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n}-1\right)$

La série est termes positif

$\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n > 0$ pas suffisant pour montrer la positivité, il faut aussi $\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n < 1$ (Prendre un exemple et vérifier)

si on vérifie en faisant le rapport, on voit que ça ne marche pas!

$\cancel{\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n \sim \left(\frac{2n}{5n}\right)^n}$

Comme $\sum_{n\geq 0}\frac{1}{\left(\frac{2n}{5n}\right)^n}-1$ est une série à terme positif

On en déduit par le théorème de comparaison que $\sum_{n\geq 0}\left(\frac{1}{1-\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n}-1\right)$ et $\sum_{n\geq 0}\frac{1}{\left(\frac{2n}{5n}\right)^n}-1$

ont la même nature.

étudions donc la série $\sum_{n\geq 0}\frac{1}{\left(\frac{2n}{5n}\right)^n}-1$

$\frac{1}{\left(\frac{2n}{5n}\right)^n}=\frac{5^n}{2^n}$ $\lim_{x\to+\infty}\frac{5^n}{2^n}-1=+\infty$

Donc $\sum_{n\geq 0}\frac{1}{\left(\frac{2n}{5n}\right)^n}-1$ diverge. par conséquent $\sum_{n\geq 0}\left(\frac{1}{1-\left(\frac{2n+1}{5n+5}\right)^n}-1\right)$ diverge également