5/12 Il y a un effort sur la rédaction. Continues!

Elio Iniesta

Exercice 1 :

1. $t \mapsto \frac{e^t}{e^{2t}+2}$ est défini $\forall t \in \mathbb{R}$ pourquoi ?

$$\int_0^x \frac{e^t}{e^{2t}+2}\,dt$$ pourquoi considère cette intégrale

On effectue un changement de variable

On pose $u = e^t$

$du = e^t$

$$\left(\begin{array}{l} t = \ln u \\ dt = \frac{1}{u} du \end{array} \right)$$ pas nécessaire

1

$$\int_1^{e^x} \frac{u}{1+u^2} \times \frac{1}{u}\,du = \int_1^{e^x} \frac{1}{1+u^2}\,du$$

1

On reconnait la dérivée de arctan (u)

On peut donc l'intégrer sous la forme

$$= [\arctan x]_1^{e^x} = \arctan e^x - \arctan(1)$$

0,5

Conclure ...

2. $g : t \mapsto \frac{4e^t}{e^{2t}-4}$ est défini tant que le dénominateur ne s'annule pas

c.à.d : $e^{2t}-4 \neq 0$

$e^{2t}-4 = (e^t-2)(e^t+2)$ Or $e^x+2 > 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$ oui TB

et $e^t - 2 \cancel{>} 0$ si $t \neq \ln(2)$ (si $t < \ln(2)$ alors $e^t - 2 \leq 0$) $\neq$

0,5 Ainsi elle est définie $\forall t \neq \ln(2)$

~~Calculons la primitive entre 1 et x car $1 > \ln(2)$ de g~~ Revoir la correction

$$\int_1^x \frac{4e^t}{e^{2t}-4}\,dt$$ Effectuons le changement de variable

$u = e^t$

$du = e^t$

$$\left(\begin{array}{l} t = \ln(u) \\ dt = \frac{1}{u} \times du \end{array} \right)$$

1

$$\int_e^{e^x} \frac{4u}{u^2-4} \times \frac{1}{u}\,du = \int_e^{e^x} \frac{4}{u^2-4}\,du$$

1

$$= \int_e^{e^x} \frac{1}{\left(\frac{u}{2}\right)^2 - 2}\,du = \int_e^{x} \frac{1}{1-\left(\frac{u}{2}\right)^2}\,du = -2\int_e^{e^x} \frac{\frac{1}{2}}{1-\left(\frac{u}{2}\right)^2}\,du$$

~~On reconnait la dérivée de arctanh ou $\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$~~

laquelle ?

La primitive est donc :

$$\left[\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)\right]_{e}^{e^x} = \frac{1}{2}\ln\left|\frac{\cancel{1}+e^x}{\cancel{1}-e^x}\right| - \frac{1}{2}\ln\left|\frac{1+e}{1-e}\right|$$

⚠ peut être négatif