5,5/6 Très bon travail

BARTHEL Tristan

Interrogation n°3 – Maths 2

Exercice 1

1,5/2

(E_0) : $2y'(x) - 3y(x) = 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$

$\iff$ $y'(x) - \frac{3}{2} y(x) = 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$

On a donc une équation ~~dite~~ normalisée 1

Une primitive de $x \in \mathbb{R} \to -\frac{3}{2}$ est par exemple $x \in \mathbb{R} \to -\frac{3}{2}x$ ⚠ il faut considérer le coeff devant y donc $-\frac{3}{2}$

Donc d'après le cours l'ensemble des solutions de (E_0) est donné par les fonctions

$$y(x) = C e^{+(3/2\, x)}, \ \forall x \in \mathbb{R} \text{ avec } C \in \mathbb{R}$$

0,5

soit $\mathcal{S}_0 = \{ x \in \mathbb{R} \mapsto y(x) = C e^{+3/2\, x} : C \in \mathbb{R} \}$

Exercice 2

(E) : $y'(x) + y(x) = x^2$ ~~c'est une~~ est équation ~~dite~~ normalisée

1ère étape : On résout l'équation homogène càd

$$(E_0) : \ y'(x) + y(x) = 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Une primitive de $x \in \mathbb{R} \mapsto 1$ est $x \overset{\in \mathbb{R}}{\mapsto} x$

d'où d'après le cours l'ensemble des solutions de (E_0) est donné par les fonctions

1 $\quad \mathcal{S}_0 = \{ x \in \mathbb{R} \mapsto y(x) = C e^{-x} : C \in \mathbb{R} \}$

2ème étape : On cherche une solution particulière de E. Comme le second membre est polynomiale de degré 2 on cherche une solut° particulière y_p sous la forme $y_p(x) =$

1 $\quad y_p(x) = a_0 x^2 + a_1 x + a_2$ avec $a_0, a_1, a_2 \in \mathbb{R}$

On a donc $y'_p(x) = 2a_0 x + a_1$, $\forall x \in \mathbb{R}$

donc y_p est une solution de (E)

$\iff \forall x \in \mathbb{R}$, $y'_p(x) + y_p(x) = x^2$

$\iff \forall x \in \mathbb{R}$, $2a_0 x + a_1 + a_0 x^2 + a_1 x + a_2 = x^2$

$\Longleftrightarrow \forall x \in \mathbb{R}, \quad x^2(a_0) + x(2a_0 + a_1) + (a_1 + a_2) = x^2$

par identificat°

$\Longleftrightarrow \begin{cases} a_0 = 1 \\ 2a_0 + a_1 = 0 \\ a_1 + a_2 = 0 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} a_0 = 1 \\ a_1 = -2 \\ a_2 = 2 \end{cases}$ 1

d'où $y_p(x) = x^2 - 2x + 2, \forall x \in \mathbb{R}$ est une solution de (E)

3ème étape : D'après le cours, on conclut que l'ensemble des solutions de (E) est

$$\mathcal{S} = \{x \in \mathbb{R} \mapsto x^2 - 2x + 2 + Ce^{-x} ; C \in \mathbb{R}\}$$

1