0,5/11

Des grosses confusions sur les objets et notions.
Conseil : Il faut retravailler la correction.

Salah
Ould
Mohand
Groupe 5
22007648

Interro n°1

Courage !

Exercice 1

$$S_n = \frac{1}{n}\left(\cos\left(\frac{\pi}{2n}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{2n}\right) + \dots + \cos\left(\frac{n\pi}{2n}\right)\right)$$

Nous allons adapter cette suite pour pouvoir determiner la limites

$$S_n = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n-1} \cos\left(\frac{k\pi}{2n}\right)$$, nous cherchons à la

?

mettre sous la forme $\frac{1}{n}\sum\left(\frac{k}{n}\right)$, on va donc separer le $\cos\left(\frac{k\pi}{2n}\right)$

$= \frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1} \cancel{\frac{\pi}{2}\cos\left(\frac{k}{n}\right)}$, en factorisant on retombe

$\cos\left(\frac{k\cdot\frac{\pi}{4}}{2n}\right) \neq \frac{\pi}{2}\cos\left(\frac{k}{n}\right)$

sous la forme d'une somme de Riemann donc :
on peut definir que $\cancel{f\left(\frac{k}{n}\right) = f(x)}$ avec f continue sur $[0,1]$ avec $a=0$ et $b=1$.

?

On défini aussi que $dx = \frac{\pi}{2}$ donc :

$$\int_0^1 \cos(x)\,dx$$, on cherche donc sa limite en $+\infty$

pourquoi

$$\lim_{x\to+\infty}\int_0^1 \cos(x)\,dx = [\sin(x)]_0^1$$

$= \sin(1) - \sin(0) = 0$

la limite est donc 0.

x est la variable d'intégration

$\int_0^1 \cos(x)\,dx$ est une constante qui ne dépend plus de x !

$2.\ S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{k}{k^2+n^2}$

Nous devons retrouver dans un premier temps, une forme de Riemann donc

$S_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \frac{k/n}{\left(\frac{k}{n}\right)^2+n}$ le $\left(\frac{k}{n}\right)^2$ nous derange, nous allons donc nous debarasser ~~du carré~~ de ce dernier tel que :

$\cancel{S_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \frac{k}{n} \times \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{k}{n}\right)^2}$

~~$x = \frac{k}{n}$, $S_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \frac{k}{x^2+n}$, on se retrouve avec une forme de Riemann~~ :

$f\left(\frac{k}{n}\right) = f(x)$ avec f continue et definie sur $[0,1]$:

$\int_0^1 \frac{k}{x^2+n} dx$, on peut calculer la limite

$\lim_{x \to +\infty} \int_0^1 \frac{k}{x^2+n} = \left[-\frac{k}{x^2+n} \right]_0^1$

Exercice 2 À revoir

0,5

$f(t) = \arctan(t)$, cette fonction est définie sur $\mathbb{R}$, ~~$\arctan(t) = \arccos(t) + \arcsin(t)$~~, nous allons utiliser une IPP pour determiner sa primitive car $\frac{d}{dt}(\arctan(t)) = \frac{1}{1+t^2}$ et $\arctan(t) = \arccos(t) + \arcsin(t)$

donc :

formule IPP $= \int_a^b u'v = [uv]_a^b + \int_a^b v'u$

avec $\begin{cases} u' = \arcsin(t) \\ v = \arcsin(t) \end{cases}$ et $\begin{cases} v' = \arccos(t) \\ u = \arccos(t) \end{cases}$

Salah
Ould
Mohamed

$$= \int_a^b \arcsin(t)^2 \cancel{= \left[\arccos^2(t\right]} + \int^{b}$$