

---

# Badania operacyjne i optymalizacja dyskretna

---

## Sprawozdanie z wykonania zadania

Autorzy: Sebastian Żółkiewicz *259337* Piotr Kulczycki *259366*

Kod przedmiotu: W04ISA-SM0401G, Grupa: 2

Termin zajęć: czwartek 11:15 - 13:00



# Spis treści

<b>1</b>	<b>Numer ćwiczenia . . . . .</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Termin oddania + okres spóźnienia . . . . .</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Opis i parametr programu . . . . .</b>	<b>2</b>
<b>4</b>	<b>Badania . . . . .</b>	<b>2</b>
4.1	generowanie danych . . . . .	3
4.1.1	0 . . . . .	3
4.1.2	1 . . . . .	3
4.1.3	2 . . . . .	3
4.2	Przykładowe wyniki eksperymentów . . . . .	4
4.2.1	Przykłady różnych typów generowania danych dla tego samego rozmiaru instancji oraz ilości próbek . . . . .	4
4.2.2	Przykłady różnych rozmiarów instancji danych dla tego samego typu danych oraz ilości próbek . . . . .	5
4.2.3	Przykłady różnych ilości próbek dla tego samego typu danych oraz rozmiaru problemu . . . . .	6
4.2.4	Przykłady różnych ilości próbek dla tego samego typu danych oraz rozmiaru problemu . . . . .	7
<b>5</b>	<b>Wnioski . . . . .</b>	<b>8</b>

---

# 1 Numer ćwiczenia

Wykonano zadanie nr 2, PERT.

# 2 Termin oddania + okres spóźnienia

Termin oddania zadania 07.11.2024

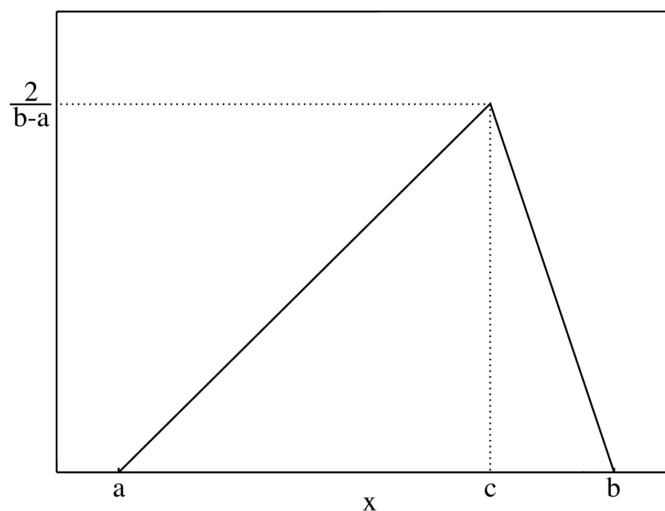
# 3 Opis i parametr programu

Program został stworzony w celu obliczenia przewidywanego zakończenia acyklicznego grafu skierowanego. Określonego za pomocą zadań z 3 czasami (najwcześniejszego zakończenia, najbardziej prawdopodobnego oraz najpóźniejszego zakończenia) w ramach wierzchołków, oraz listy ograniczeń określających kolejność wykonywania zadań.

Program wykorzystuje metodę PERT w celu określenia najbardziej prawdopodobnego czasu zakończenia całego cyklu. W celu sprawdzenia poprawności metody przeprowadzono badania.

# 4 Badania

W badaniach porównano wyniki otrzymane za pomocą metody PERT, z empiryczną dystrybucją otrzymaną poprzez użycie jądrowego estymatora gęstości. Estymator ten każdorazowo nakarmiono odpowiednią ilością próbek. Próbki generowano za pomocą rozkładu trójkątnego



Źródło: [https://pl.wikipedia.org/wiki/Rozkład\\_trójkątny/media/Plik:Triangular\\_distribution\\_PMF.png](https://pl.wikipedia.org/wiki/Rozkład_trójkątny/media/Plik:Triangular_distribution_PMF.png)

Co oznacza, że dla każdego wierzchołka użyto trzech czasów odpowiednio  $\{a, c, b\}$ . Tak wyznaczono przykładowy czas trwania dla każdego wierzchołka. Następnie za pomocą metody CPM policzono czas zakończenia projektu. taki proces wykonano  $np$  razy a następnie porównano go do dystrybucji rozkładu normalnego z wartościami z wyliczonymi za pomocą metody PERT.

---

Przykłady eksperymentalne były generowane za pomocą autorskiego algorytmu który na dla podanej ilości wierzchołków generował odpowiednią ilość czasów oraz połączeń między wierzchołkami. Dokładne wzory co do sposobu generowania połączeń można znaleźć w kodzie źródłowym pod funkcjami "prepData" i "prepDataOnDisturbtion".

## 4.1 generowanie danych

Sposób generowania próbek dzieli się na trzy typy.

### 4.1.1 0

Generowanie trzech wartości z zadanego zakresu, i zwracanie ich w posortowanej kolejności

### 4.1.2 1

Generowanie środkowej wartości (*mean*) oraz różnicy (*diff*) (różnica była obliczana jako losowa wartość nie większa niż procent wartości środkowej), następnie zwracano  $mean - diff, mean, mean + diff$

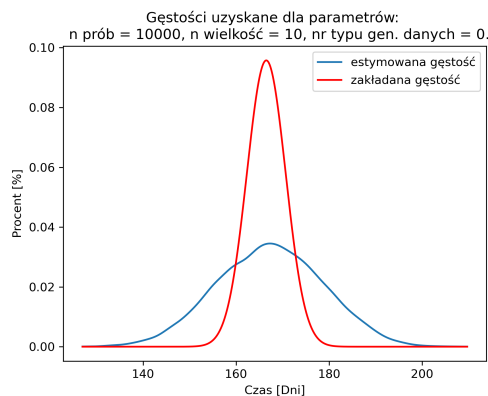
### 4.1.3 2

Generowanie środkowej wartości (*mean*) oraz różnic (*diff1*) i (*diff2*) (różnice były obliczane jako losowa wartość nie większa niż procent wartości środkowej), następnie zwracano  $mean - diff1, mean, mean + diff2$

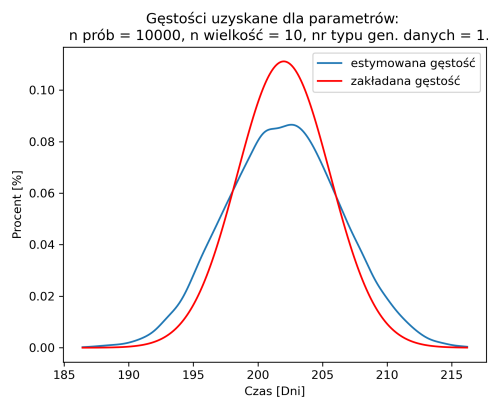
## 4.2 Przykładowe wyniki eksperymentów

### 4.2.1 Przykłady różnych typów generowania danych dla tego samego rozmiaru instancji oraz ilości próbek

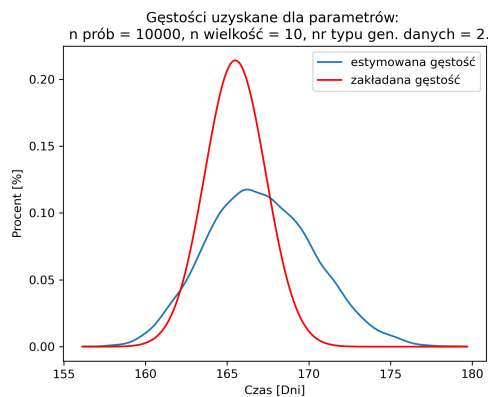
$np = 10000$  ilość próbek  
 $ni = 10$  rozmiar instancji jako ilość wierzchołków



Rysunek 1: Typ generowania danych 0



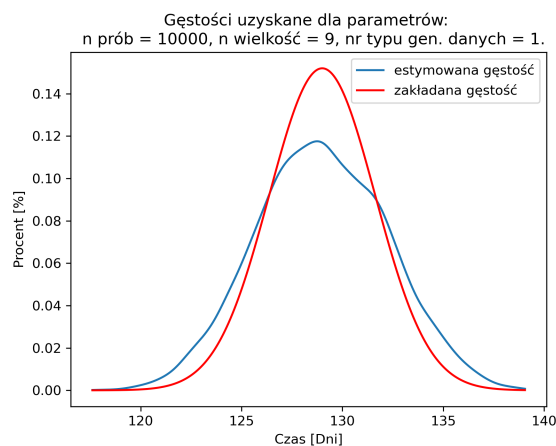
Rysunek 2: Typ generowania danych 1



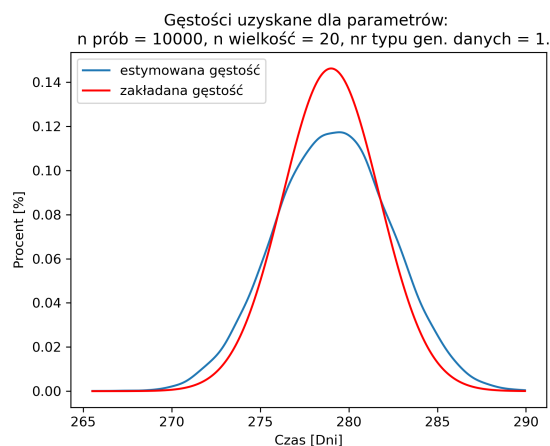
Rysunek 3: Typ generowania danych 2

#### 4.2.2 Przykłady różnych rozmiarów instancji danych dla tego samego typu danych oraz ilości próbek

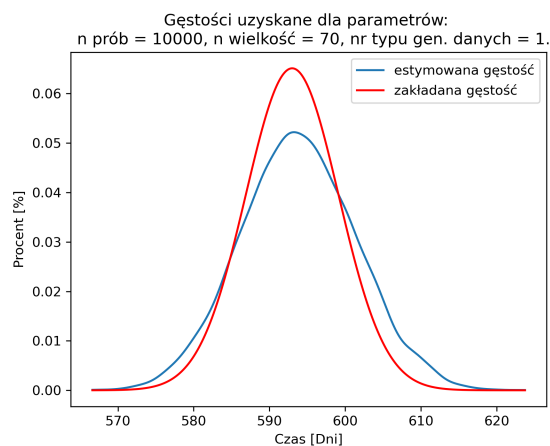
$np = 10000$  ilość próbek  
 $type = 1$  typ użytego generatora instancji



Rysunek 4: rozmiar instancji  $ni = 9$



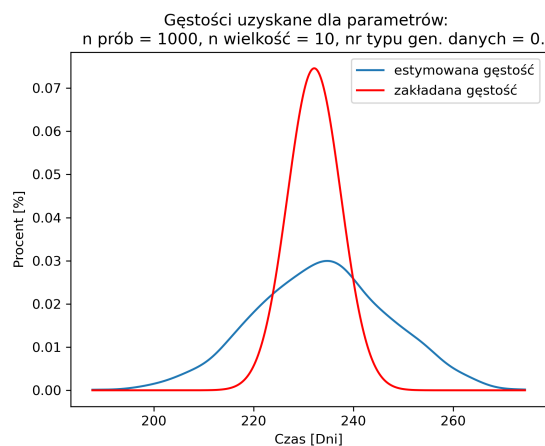
Rysunek 5: rozmiar instancji  $ni = 20$



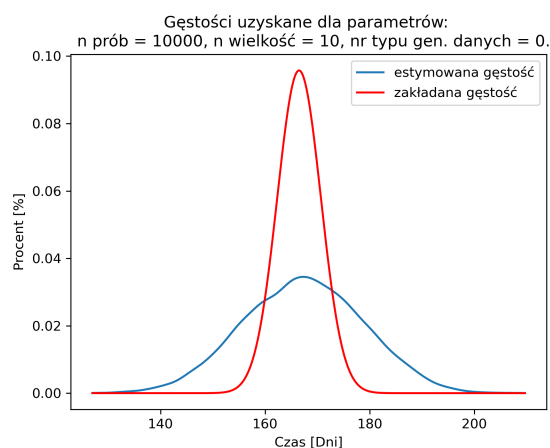
Rysunek 6: rozmiar instancji  $ni = 70$

### 4.2.3 Przykłady różnych ilości próbek dla tego samego typu danych oraz rozmiaru problemu

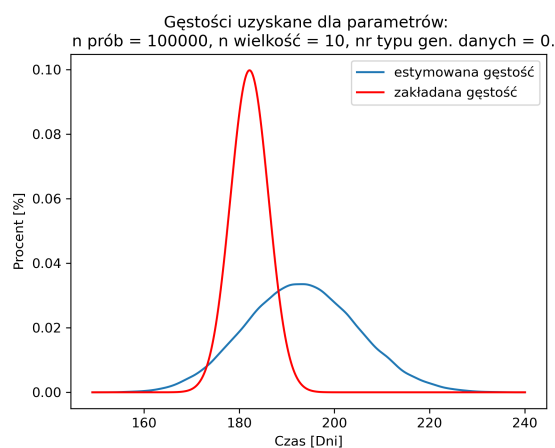
$ni = 10$  rozmiar instancji  
 $type = 0$  typ użytego generatora instancji



Rysunek 7: ilość próbek  $np = 1000$



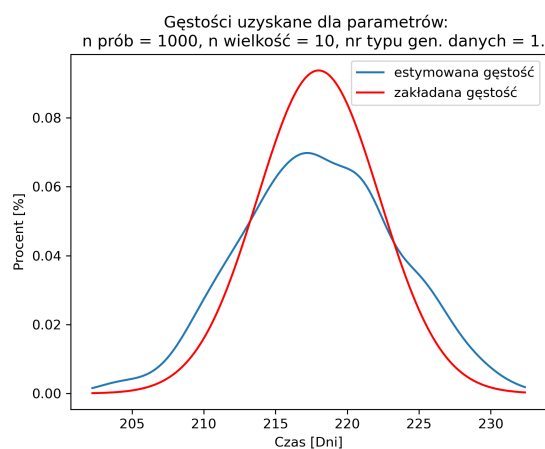
Rysunek 8: ilość próbek  $np = 10000$



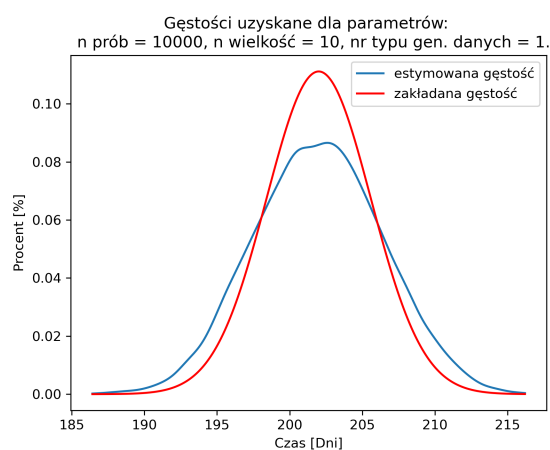
Rysunek 9: ilość próbek  $np = 100000$

#### 4.2.4 Przykłady różnych ilości próbek dla tego samego typu danych oraz rozmiaru problemu

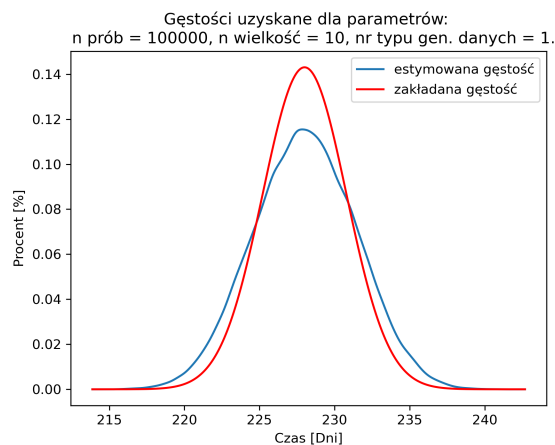
$ni = 10$  rozmiar instancji  
 $type = 1$  typ użytego generatora instancji



Rysunek 10: ilość próbek  $np = 1000$



Rysunek 11: ilość próbek  $np = 10000$



Rysunek 12: ilość próbek  $np = 100000$

Więcej wykresów jest dostępnych w folderze "plots" w projekcie



---

## 5 Wnioski

1. Metoda PERT najlepiej sprawdziła się dla danych generowanych z symetrycznego rozkładu trójkątnego ( $\text{datatype} = 1$ ). Empirycznie wyznaczony kształt gęstości dla  $\text{datatype} = 0$  odbiega od teoretycznej gęstości ustalonej dla metody PERT, co może wynikać z asymetrii trójkątnego rozkładu generowanego z trzech losowych liczb. Istnieje prawdopodobieństwo, że przy większej liczbie próbek kształty gęstości zaczęłyby się pokrywać.
2. Wraz ze wzrostem liczby próbek empirycznie wyznaczone kształty gęstości powinny coraz bardziej przypominać rozkład normalny. Taką zależność można zaobserwować dla danych typu  $\text{datatype} = 1$ . Pokazaną na stronie 7, ciekawym jest fakt iż takiej zbieżności nie widać bezpośrednio dla danych typu  $\text{datatype} = 0$  co widać na stronie 6.
3. Metoda PERT została z powodzeniem wykorzystana do wyznaczania prawdopodobieństwa, że projekt zostanie ukończony w określonym czasie, a także do oszacowania liczby dni potrzebnych na jego realizację przy zadanym poziomie prawdopodobieństwa.
4. Do oszacowania kształtu gęstości empirycznej zastosowano metodę estymacji jądrowej, dostępną w bibliotece SciPy. Dla danych dostarczonych przez prowadzącego, empirycznie wyznaczona gęstość pokrywa się z gęstością zakładaną, co sugeruje, że — podobnie jak w przypadku  $\text{datatype} = 1$  — dane te mogły zostać wygenerowane z symetrycznego rozkładu.