
Badania operacyjne i optymalizacja dyskretna

Sprawozdanie z wykonania zadania

Autorzy: Sebastian Żółkiewicz *259337* Piotr Kulczycki *259366*

Kod przedmiotu: W04ISA-SM0401G, Grupa: 2

Termin zajęć: czwartek 11:15 - 13:00



Spis treści

1	Numer ćwiczenia	2
2	Termin oddania + okres spóźnienia	2
3	Ocena zadania	2
4	Opis Teoretyczny	2
4.1	Podstawowe pojęcia CPM	2
4.1.1	Dane wejściowe - Zadania i zależności	2
4.1.2	Model projektu - Graf	2
4.1.3	Szukane rozwiązanie - Ścieżka krytyczna	3
4.2	Kroki w obliczaniu ścieżki krytycznej	3

1 Numer ćwiczenia

Wykonano zadanie nr 1, CPM (Critical path method).

2 Termin oddania + okres spóźnienia

Termin oddania zadania 17.10.2024

3 Ocena zadania

Według tabeli zamieszczonej w pliku z danymi zadanie zostało wykonane na ocenę: 4.5

4 Opis Teoretyczny

Metoda Ścieżki Krytycznej (ang. *Critical Path Method*, CPM) to technika bazująca na grafowej reprezentacji projektu wykorzystywana do planowania, harmonogramowania oraz kontroli projektów. Metoda pozwala na identyfikację najważniejszych zadań, które mają bezpośredni wpływ na czas realizacji projektu. Dzięki tej metodzie możliwe jest określenie ścieżki krytycznej. Ścieżka krytyczna to sekwencja zadań, które muszą zostać wykonane na czas, aby projekt zakończył się zgodnie z planem. Opóźnienie zadania na ścieżce krytycznej powoduje opóźnienie całego projektu.

4.1 Podstawowe pojęcia CPM

4.1.1 Dane wejściowe - Zadania i zależności

Projekt składa się z szeregu zadań których rozpoczęcie może być zależne od zakończenia innych. Te zależności muszą zostać zidentyfikowane. Zadania projektu są zapisywane w formie tabeli gdzie zawarty jest ich czas trwania i poprzednicy. Poniżej w tabeli 1 zaprezentowano przykład takiego zapisu.

Czynność	Poprzednik	Czas trwania
A	-	2
B	-	5
C	A, B	1
D	B	6

Tabela 1: Tabela czynności projektu

4.1.2 Model projektu - Graf

Stosuje się dwa typy modeli grafowych:

- Activity on node.
 - wierzchołki oznaczają operacje.
 - łuki to zależności kolejnościowe pomiędzy operacjami.
- Activity on arrow.

- wierzchołki oznaczają stany wykonania projektu.
- łuki oznaczają operacje do wykonania.

Dla każdego zadania wyznacza się:

- **Najwcześniejszy start (ES) i najwcześniejsze zakończenie (EF)**

Dla każdego zadania można określić najwcześniejszy możliwy start, czyli najwcześniejszy czas, kiedy można rozpocząć dane zadanie, zakładając, że wszystkie poprzedzające je zadania zakończą się na czas. Najwcześniejsze zakończenie to moment, w którym zadanie zostanie ukończone, jeżeli zacznie się ono w momencie ES.

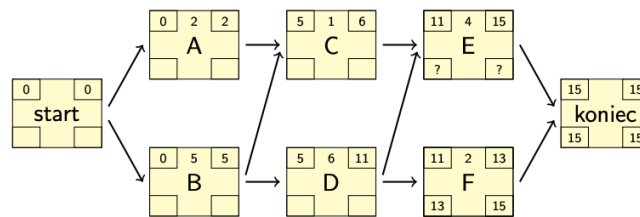
- **Najpóźniejszy start (LS) i najpóźniejsze zakończenie (LF)**

Podobnie jak w przypadku ES i EF, można określić najpóźniejszy możliwy start oraz najpóźniejsze zakończenie. LS to najpóźniejszy czas, w którym zadanie może się rozpocząć, nie powodując opóźnień całego projektu, a LF to najpóźniejszy moment, w którym zadanie może się zakończyć bez naruszania terminu zakończenia projektu.

- **Całkowity luz (Total Float, TF)**

Całkowity luz to ilość czasu, o jaką można opóźnić zadanie bez wpływu na ogólny harmonogram projektu. Zadania na ścieżce krytycznej mają zerowy zapas czasu.

Poniżej na obrazku 1 pokazano przykładowy model wykorzystywany w CPM.



Rysunek 1: Przykładowy graf wykorzystywany w CPM

4.1.3 Szukane rozwiązanie - Ścieżka krytyczna

Ścieżka krytyczna to sekwencja zadań, które muszą zostać wykonane kolejno bez opóźnień, czyli mają $TF = 0$. Określa minimalny czas potrzebny do ukończenia projektu. Może istnieć wiele ścieżek krytycznych. Ścieżka krytyczna jest najdłuższą ścieżką w grafie.

4.2 Kroki w obliczaniu ścieżki krytycznej

Aby obliczyć ścieżkę krytyczną, należy przejść przez następujące kroki:

1. Sporządzenie listy wszystkich zadań niezbędnych do ukończenia projektu.
2. Określenie zależności między zadaniami (które zadania muszą być wykonane przed innymi).
3. Oszacowanie czasu trwania każdego zadania.
4. Utworzenie grafu, który pokazuje kolejność wykonywania zadań. Posortować zadania w porządku topologicznym, czyli tak aby każdy wierzchołek poprzedzał wszystkie wierzchołki, do których prowadzi wychodzące od niego krawędzie.

-
5. Przeprowadzenie forward pass, aby określić najwcześniejsze możliwe rozpoczęcie i zakończenie każdego zadania. Czasy oblicza się ze wzorów:

$$ES = \text{najpóźniejszy z EF poprzedników}$$

$$EF = ES + \text{czas trwania zadania}$$

6. Przeprowadzenie backward pass, aby określić najpóźniejsze możliwe rozpoczęcie i zakończenie każdego zadania. Czasy oblicza się ze wzorów:

$$LF = \text{najwcześniejszy z LS następników}$$

$$LS = LF - \text{czas trwania zadania}$$

7. Wyznaczenie ścieżki krytycznej, czyli zadań o zerowym zapasie czasu.