T – 7

i – число смертей в одном корпусе за год	0	1	2	3	4
число случаев, когда произошло i смертей	109	65	22	3	1

Гипотеза: кол-во смертей подчиняется распределению Пуассона ($\varphi \sim \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$ $k = \overline{0,n}$)

~~Решение~~:

i	0	1	2	3	4
m_i	109	65	22	3	1
p_i	$e^{-\lambda}$	$\lambda e^{-\lambda}$	$\frac{\lambda^2}{2} e^{-\lambda}$	$\frac{\lambda^3}{6} e^{-\lambda}$	$\frac{\lambda^4}{24} e^{-\lambda}$

200 – выборка $65 + 2 \cdot 22 + 3 \cdot 3 + 1 \cdot 4 = 122$ – всего смертей

$\alpha = 0{,}05$,

$H_0: \varphi \sim \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$, $k = \overline{0,n}$ λ – ср. кол-во смертей в корпусе

$H_1: \overline{H_0}$

Найдём λ с помощью ОМП

$$L = \prod_{i=0}^{4} p_i(x)$$

$$L = \left(e^{-\lambda}\right)^{109} \cdot \left(\lambda e^{-\lambda}\right)^{65} \cdot \left(\frac{\lambda^2}{2} e^{-\lambda}\right)^{22} \cdot \left(\frac{\lambda^3}{6} \cdot e^{-\lambda}\right)^{3} \cdot$$

$$\cdot \left(\frac{\lambda^4}{24} e^{-\lambda}\right)^{1} = \frac{\lambda^{122} \cdot e^{-200\lambda}}{2^{22} \cdot 6^3 \cdot 24} = \frac{\lambda^{122} \cdot e^{-200\lambda}}{C}$$

$$\ln L = 122 \ln\lambda - 200\lambda - \ln C$$

$$(\ln L)'_{\lambda} = \frac{122}{\lambda} - 200 = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{122}{200} = 0{,}61$$

$$(\ln L)''_{\lambda\lambda} = -\frac{122}{\lambda^2} < 0 \Rightarrow \max \text{ при } \lambda = 0{,}61$$

i	0	1	2	3	4
np_i	108,67	66,29	20,22	4,11	0,63

$$\left.\begin{aligned} np_3 &< 5 \\ np_4 &< 5 \end{aligned}\right| \Rightarrow \text{объединим „3" и „4"}$$

i	0	1	2	3+4
m_i	109	65	22	4
p_i	$e^{-\lambda}$	$\lambda e^{-\lambda}$	$\frac{\lambda^2}{2} e^{-\lambda}$	$\left(\frac{\lambda^3}{6} + \frac{\lambda^4}{24}\right) e^{-\lambda} = \left(\frac{4\lambda^3 + \lambda^4}{24}\right) e^{-\lambda}$

$$L=(e^{-\lambda})^{109}\cdot(\lambda e^{-\lambda})^{65}+\left(\frac{\lambda^2}{2}e^{-\lambda}\right)^{22}+\left(\left(\frac{4\lambda^3+\lambda^4}{24}\right)e^{-\lambda}\right)^{4}=$$

$$=\frac{e^{-200\lambda}\lambda^{109}}{c}(4\lambda^3+\lambda^4)^4$$

$$\ln L=109\ln\lambda-200\lambda-\ln c+4\ln(4\lambda^3+\lambda^4)$$

$$(\ln L)'_\lambda=\frac{109}{\lambda}-200+\frac{48+16\lambda}{4\lambda+\lambda^2}=0$$

$$109(4+\lambda)-200(4\lambda+\lambda^2)+48+16\lambda=0$$

$$200\lambda^2+675\lambda-484=0$$

$$\lambda=0{,}608$$

i	0	1	2	3u4
np_i	108,88	66,2	20,13	4,7

$$\tilde{\Delta}=\sum\frac{(np_i-m_i)^2}{np_i}=\frac{(108{,}68-109)^2}{108{,}68}+\frac{(66{,}2-65)^2}{66{,}2}+$$

$$+\frac{(20{,}13-22)^2}{20{,}13}+\frac{(4{,}7-4)^2}{4{,}7}\approx 0{,}3$$

$$p\text{-value} = \int_{0,3}^{\infty} q(t)\,dt \approx 0,96 > \alpha = 0,05 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ нет причин отвергать H_0